

研究生专业基础课

# 海洋声学

## 水声学原理

吴立新

中国科学院声学研究所

二〇一五年

要尝试想清楚自己的人生应该有怎样的追求，要探索通过何种方式才能达成所愿。人生的追求的三个支撑：

健康的身体是幸福人生的基础，切莫到无可挽回时才知道珍惜！

顽强的精神是开创事业的动力，脆弱者怎能面对人生诸多磨难！

博学的才识是构建梦想的空间，莫要到需要知识时才开始学习！

# 课程内容

- 一、绪论
- 二、海洋环境及声学特性
- 三、海洋中的声传播理论
- 四、典型海洋环境下声场
- 五、目标散射与反射
- 六、海洋中的混响
- 七、海洋噪声
- 八、海洋声起伏
- 九、声纳方程的应用
- 十、计算海洋声学概述

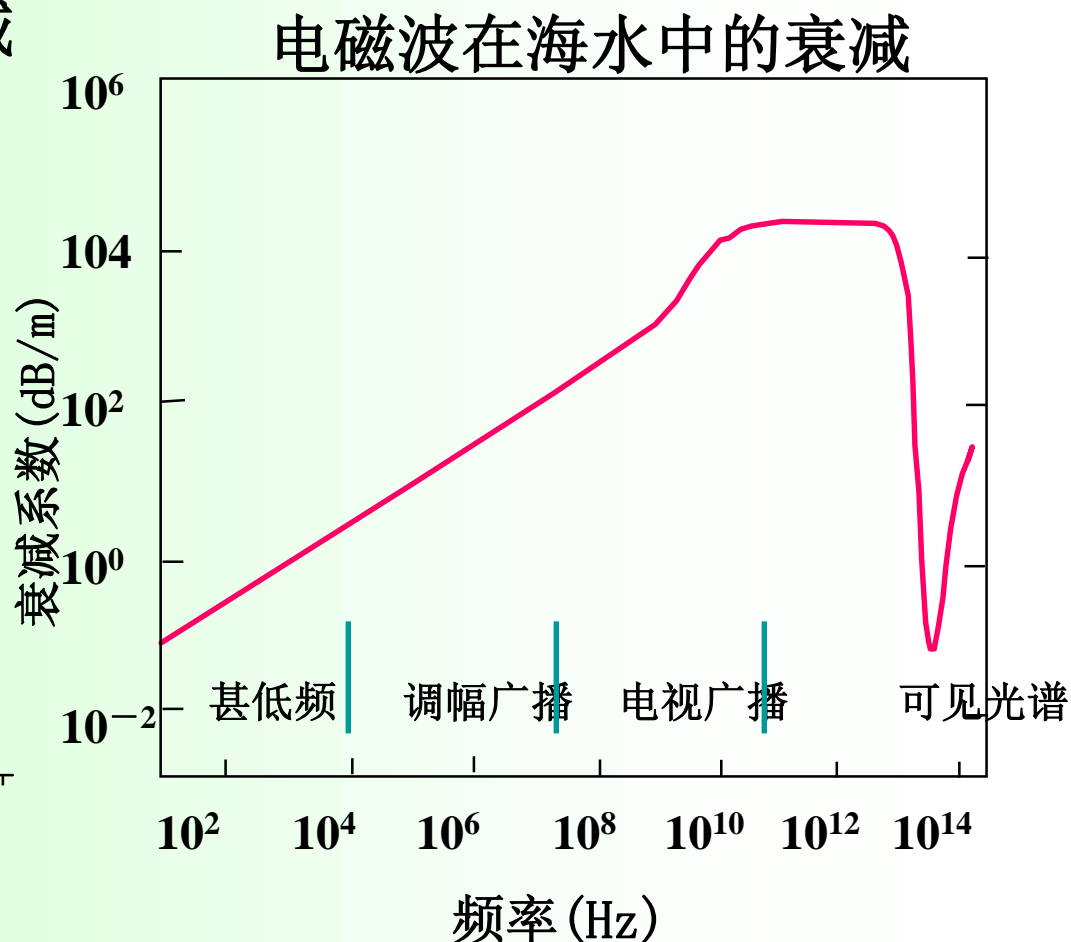
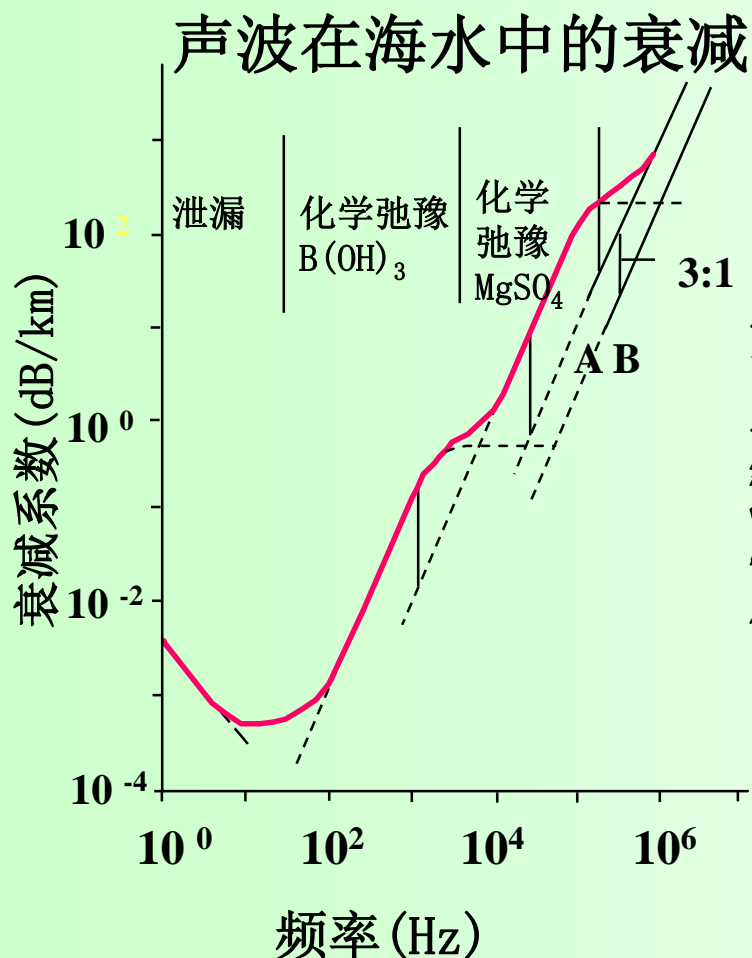
# 一、绪论 —— 引言

1. 声波在水下传播的重要性
2. 声波与电磁波在海水中的衰减特性
3. 声波是水下信息的最佳载体
4. 不同频率声波的衰减与应用

# 声波在水下传播的重要性

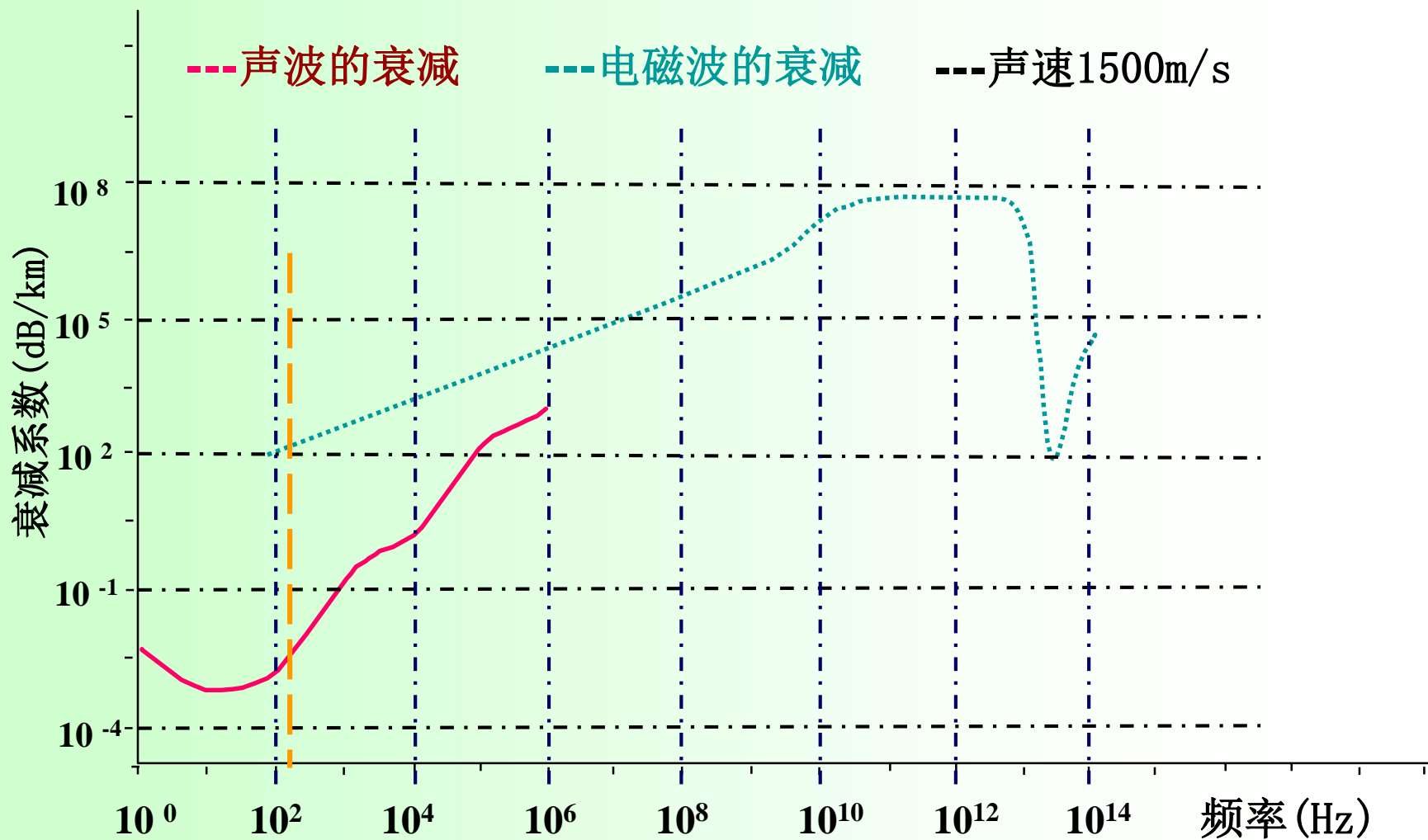
- 声波是目前唯一能够在海洋中远距离传播的物理场
- 声波在海洋中的衰减比电磁波小**1000倍**
- 电磁波与强激光穿透海水不超过**1公里**
- 低频声波在浅海中可传播数十公里，在大洋声道中可传播**上万公里**
- 水下声纳的作用就相当于陆上的雷达。

# 声波与电磁波在海水中的衰减



# 声波是水下信息的最佳载体

## 海水中声波与电磁波衰减比较



# 不同频率声波的衰减与应用

## 海水中不同频率声波吸收系数

频率 $f$ (kHz)	0.5	1.0	5.0	10.0	50.0	100.0	400.0
吸收系数 $\alpha$ (dB/km)	0.025	0.074	0.37	1.42	19.25	34.35	129.5
10km吸收 衰减 (dB)	0.25	0.74	3.7	14.2	192.5	343.5	1295
20km吸收 衰减 (dB)	0.5	1.48	7.4	28.4	385	687	2590
100km吸收 衰减 (dB)	2.5	7.4	37	142	1925	3435	12950
主要应用	远程探测、导航、通信等		中程探测、数据传输、鱼雷导引等			近程数据传输、声成像等	



# 水声学应用 (海洋声学)

```
graph TD; A[水声学应用<br/>(海洋声学)] --> B[国防应用]; A --> C[海洋研究与开发]; B --> B1[探测与定位]; B --> B2[侦察与识别]; B --> B3[通讯与导航]; B --> B4[水声制导]; B --> B5[水声对抗]; C --> C1[地形地貌]; C --> C2[渔业资源]; C --> C3[矿物资源]; C --> C4[声学层析]; C --> C5[声学测温];
```

## 国防应用

探测与定位

侦察与识别

通讯与导航

水声制导

水声对抗

## 海洋研究与开发

地形地貌

渔业资源

矿物资源

声学层析

声学测温

# 一、绪论 —— 水声学简史

- 意达·芬奇记载航船噪声（1490年）
- 瑞士D. Colladon与法C. Sturm测水中声速  
1435米/秒（1872年）
- 焦耳发现磁致伸缩效应（1840年）
- 皮埃尔·居里发现压电效应（1880年）
- 新型换能器（薄膜、磁流体、稀钽、光纤）

# 一、绪论 —— 水声学简史

- 英L. F. Richardson回声探测方案（1912年）
- 法郎之万用真空管放大实现回声探测（1916年~1917年）
- 收到1500米远潜艇回波（1918年）
- 换能器与电子技术促进水声技术发展
- 一战后持续发展，船用回声测深仪（1925）

# 一、绪论 —— 水声学简史

- 2. 30年代午后效应强迫研究声传播规律
- 二战主被动声纳、水声制导鱼雷、音响水雷、扫描声纳问世；目标强度、噪声、混响初步认识
- 二次大战中被击沉的潜艇60%水声设备发现
- 批量生产声纳设备并装备潜艇（1955年）

# 一、绪论 —— 水声学简史

- Ewing发现声道，远程传播可能，介质模型建立（1945年）
- Bergman提出射线理论（1946年）
- Pekeris应用简正波理论解波导传播（1948年）
- 5、6十年代利用计算技术完善模型

# 一、绪论 —— 水声学简史

- Tolstor和Clay引入随机过程（1966年）
- Bergman提出射线理论（1946年）
- 七十年代后计算海洋声学迅速发展
- 中国水声发展简史

# 一、绪论 —— 水声学研究对象及任务

- 水声学
- 水声物理
- 水声工程
- 水下声系统
- 水声技术

# 一、绪论 —— 水声学研究对象及任务

水声学  
(海洋声学)

水声物理

水声传播

水声吸收衰减

水声散射混响

水下噪声

水声起伏

水声工程

水下声系统

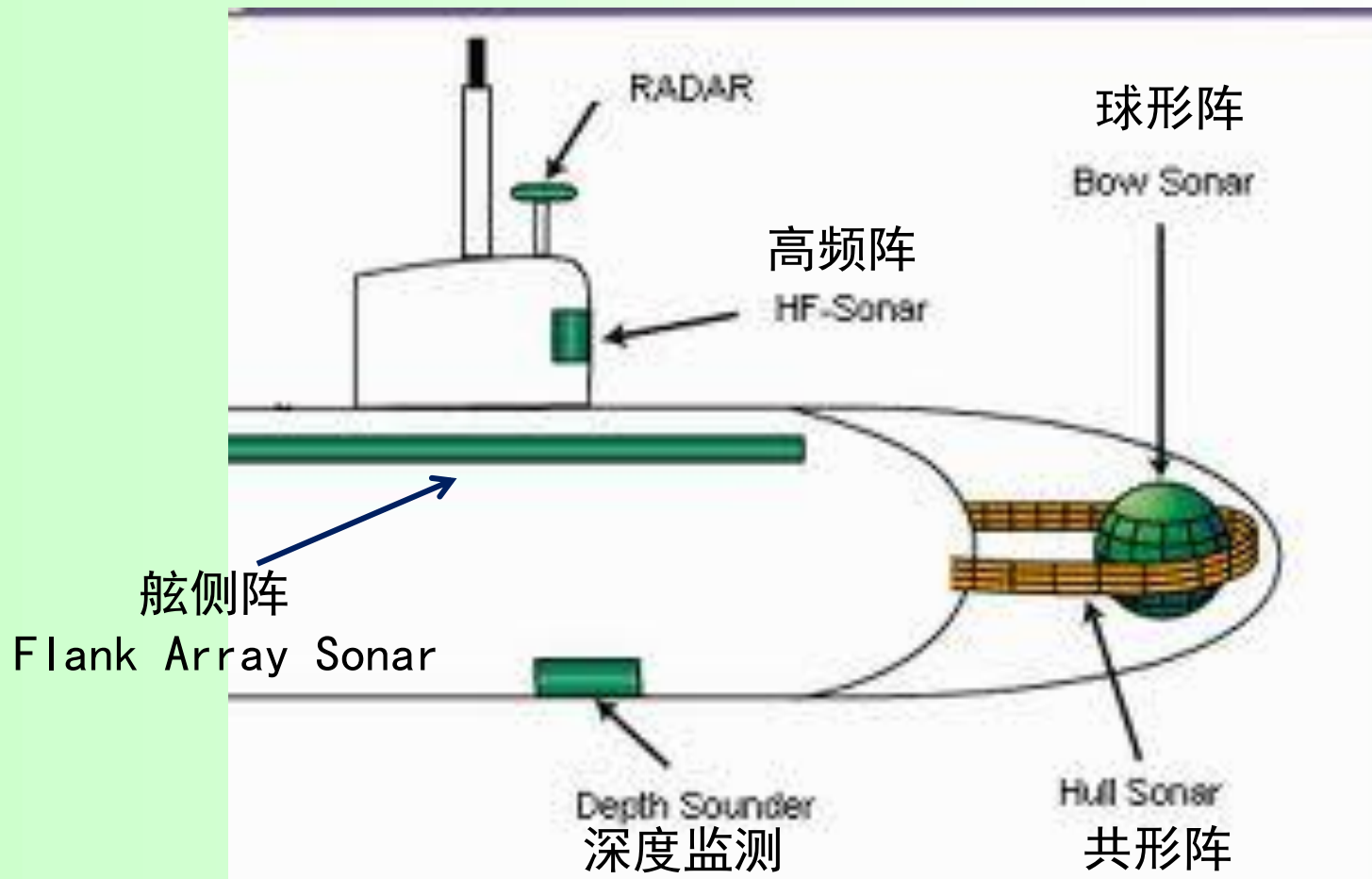
水声技术



## 水声物理与水声工程关系

- 水声物理是基础，提供理论指导和依据
- 水声工程丰富了水声物理内容，促进其发展
- 二者相互促进、相辅相成、不可分开

# 潜艇声呐



## 艏部综合声纳

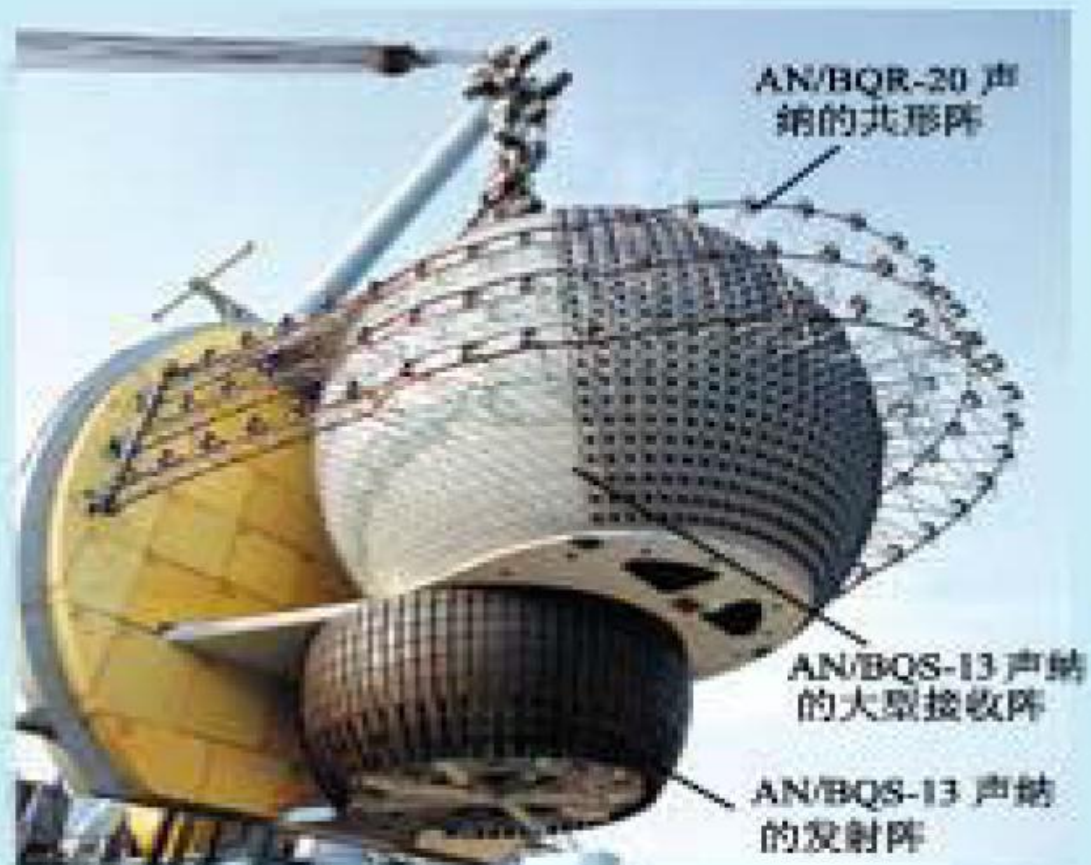
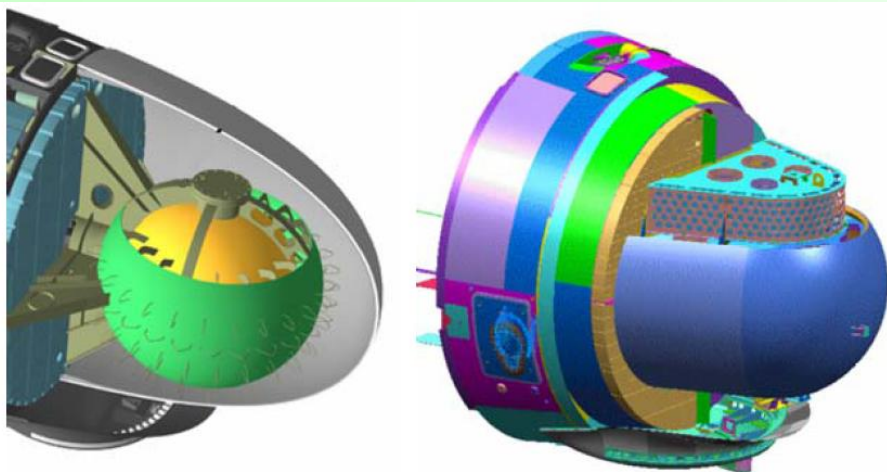
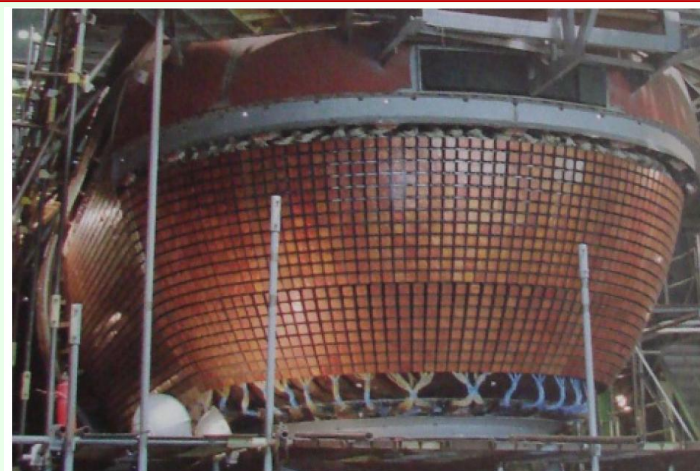


图 23 AN/BQQ-5 的大型艇艏阵

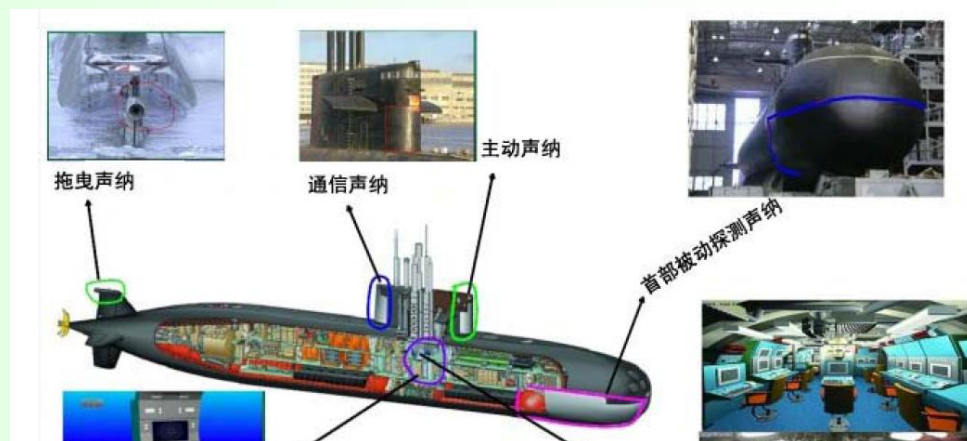
## 艏部声纳共形声纳



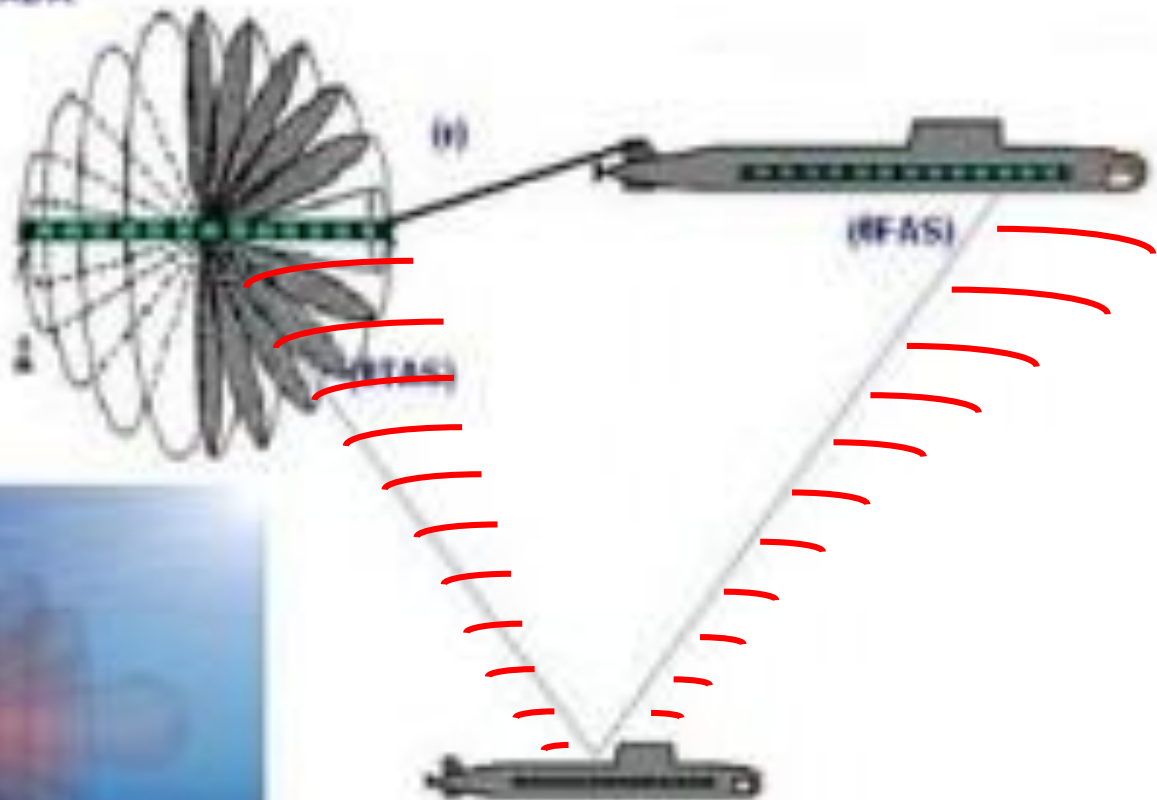
弗吉尼亚潜艇艏部综合声纳布置



拉达级潜艇艏部综合声纳布置

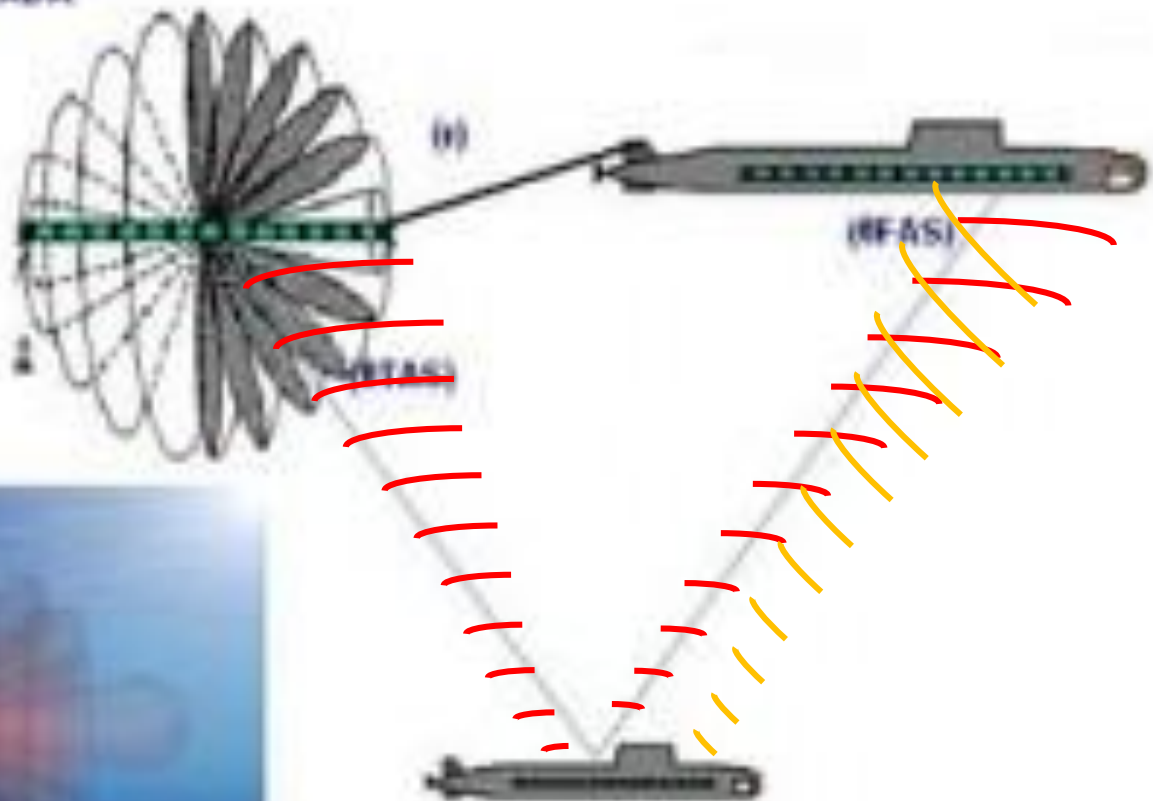


UNIDAD  
ANTENA REMOLCADA  
DIGITAL  
(UARD)





UNIDAD  
ANTENA REMOLCADA  
DIGITAL  
(UAR)



# 美海军导弹驱逐舰的现代化改装

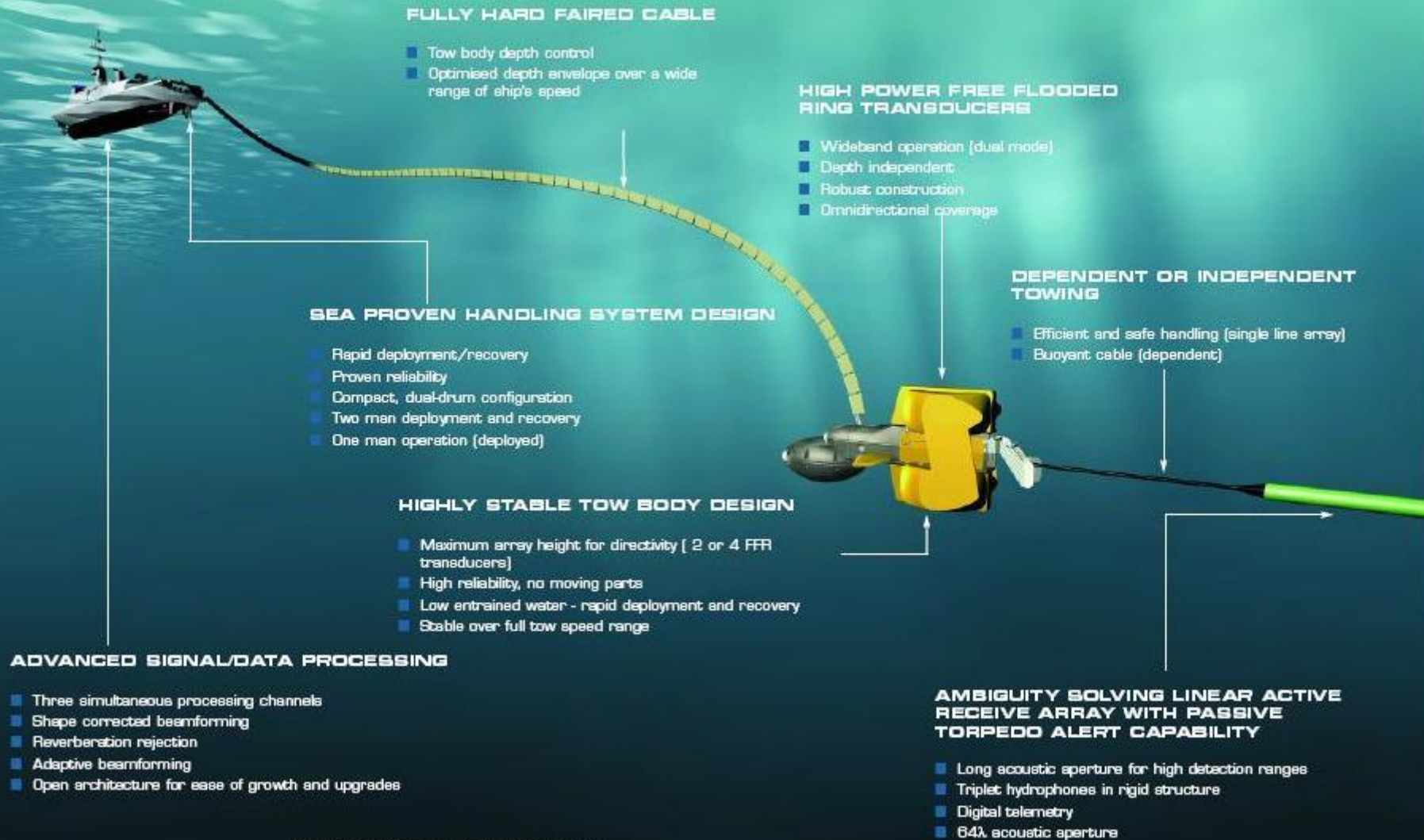
Surface Warfare  
N86

## DDG Modernization



UNCLASSIFIED

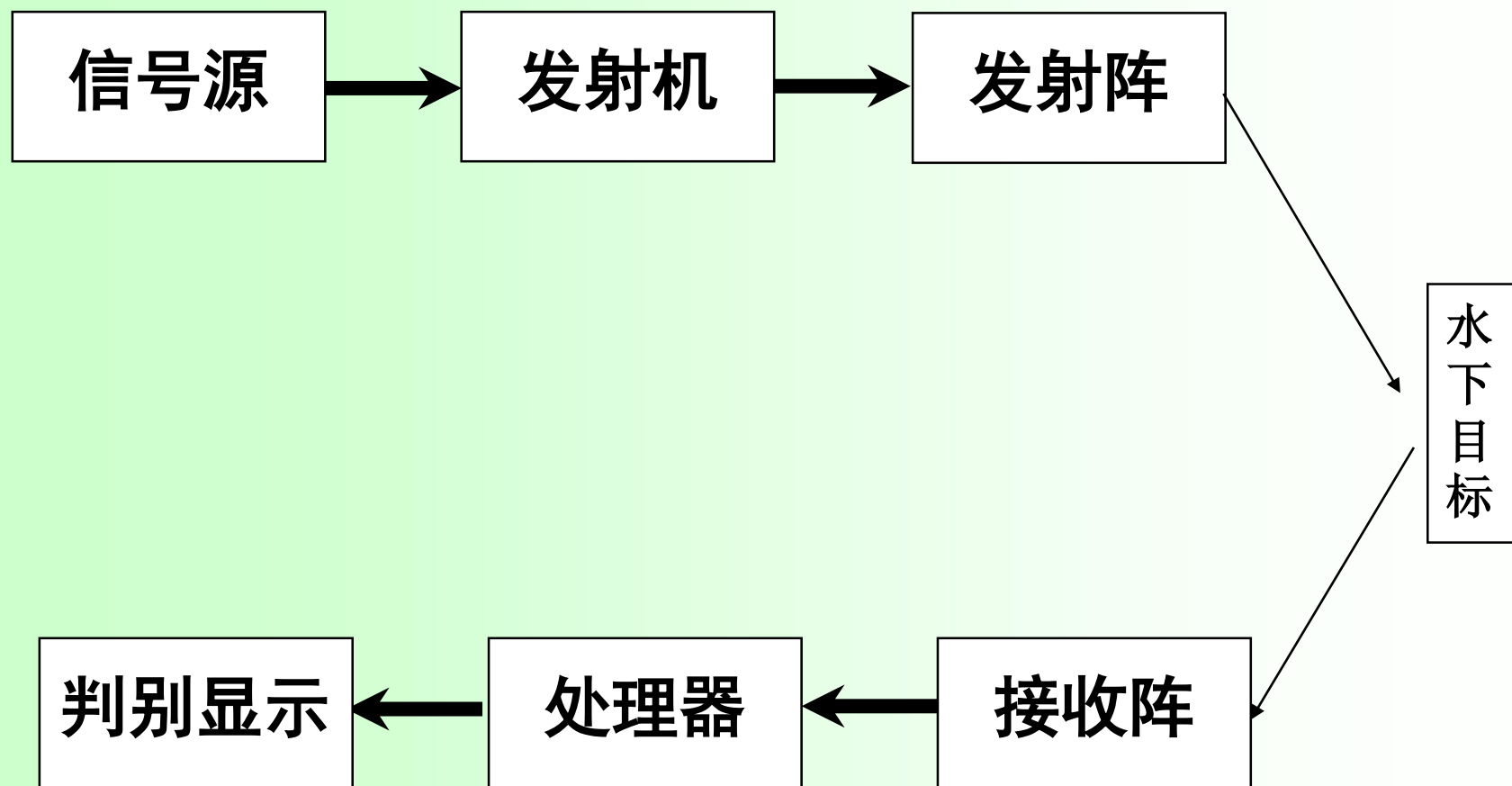
# CAPTAS - Combined Active and Passive Towed Array Sonar for Surface Ship Underwater Warfare



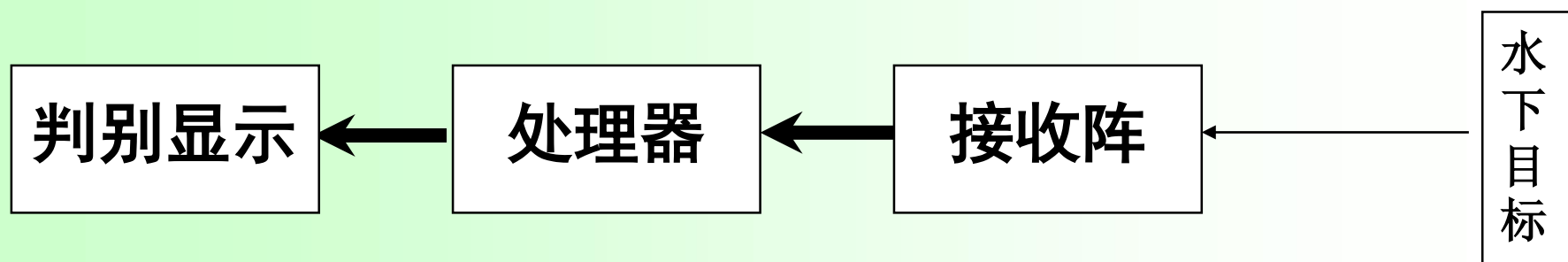
## Key Design Features



# 一、绪论 —— 声纳方程（主动声纳）



# 一、绪论 —— 声纳方程（被动声纳）



# 一、绪论 —— 声纳参数（声源级）

$$SL = 10\lg \frac{I}{I_0} \Big|_{r=1}$$

指向性指数：

$$DI_r = 10\lg \frac{I_D}{I_{ND}}$$

声源级与声功率：

$$SL = 10\lg P_a + 170.77 + DI_r$$

## 一、绪论 —— 声纳参数（传播损失）

$$TL = 10 \lg \frac{I_1}{I_r}$$

## 一、绪论 —— 声纳参数（目标强度）

$$TS = 10 \lg \frac{I_r}{I_i} \Big|_{r=1}$$

## 一、绪论 —— 声纳参数（海洋环境噪声级）

$$NL = 10 \lg \frac{I_N}{I_0}$$

# 一、绪论 —— 声纳参数（等效平面波混响级）

$$RL = 10 \lg \frac{I_R}{I_0}$$

# 一、绪论 —— 声纳参数（接收指向性指数）

$$DI = 10\lg \frac{R_N}{R_D} = 10\lg \left[ \frac{4\pi}{\int_{4\pi} b(\theta, \phi) d\Omega} \right]$$



# 一、绪论 —— 声纳参数（阵增益）

$$AG = 10\lg \frac{(S/N)|_{\text{阵}}}{(S/N)|_{\text{阵元}}}$$

$$AG = 10\lg \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M R_{ij}^s / \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M R_{ij}^n}{\sum_{i=1}^M R_{ii}^s / \sum_{i=1}^M R_{ii}^n}$$

**M元等灵敏度基阵**

$$AG = 10\lg \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \rho_{ij}^s}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \rho_{ij}^n}$$

**线阵各阵元信号噪声相同**

$$AG = 10\lg M \quad (dB) \quad \text{最大空间增益}$$

# 一、绪论 —— 声纳参数（检测阈）

$$DT = 10 \lg \frac{\text{刚好完成某种职能时信号功率}}{\text{水听器输出端上的噪声功率}}$$

# 一、绪论 —— 声纳参数（声纳方程）

## 基本考虑

信号级—背景干扰级=检测阈

# 一、绪论 —— 声纳参数（主动声纳方程）

噪声干扰为主：

$$(SL - 2TL + TS) - (NL - DI) = DT$$

混响干扰为主：

$$(SL - 2TL + TS) - RL = DT$$

# 一、绪论 —— 声纳参数（被动声纳方程）

$$SL - TL - (NL - DI) = DT$$

# 一、绪论 —— 组合声纳参数（回声信号级）

$$SL - 2TL + TS$$

加到主动声纳接收器（阵）上的回声信号级

# 一、绪论 —— 组合声纳参数（噪声掩蔽级）

$$NL - DI + DT$$

在噪声干扰中声纳正常工作的最低信号级

# 一、绪论 —— 组合声纳参数（混响掩蔽级）

$$RL + DT$$

在混响干扰中声纳正常工作的最低信号级



# 一、绪论 —— 组合声纳参数（回声余量）

$$SL - (NL - DI + DT) - 2TL + TS$$

主动声纳回声级超过噪声掩蔽级的量

# 一、绪论 —— 组合声纳参数（优质因数）

$$SL - (NL - DI + DT)$$

被动声纳最大允许传播损失

主动声纳TS=0时最大允许双程传播损失

# 一、绪论 —— 组合声纳参数（品质因数）

$$SL - (NL - DI)$$

接收端信号级与噪声级之差

# 一、绪论 —— 声纳方程应用及限制

➤对已有声纳系统进行性能预报

➤直接用于声纳设计（ $DI$ —频率高好， $TL$ —频率低好）

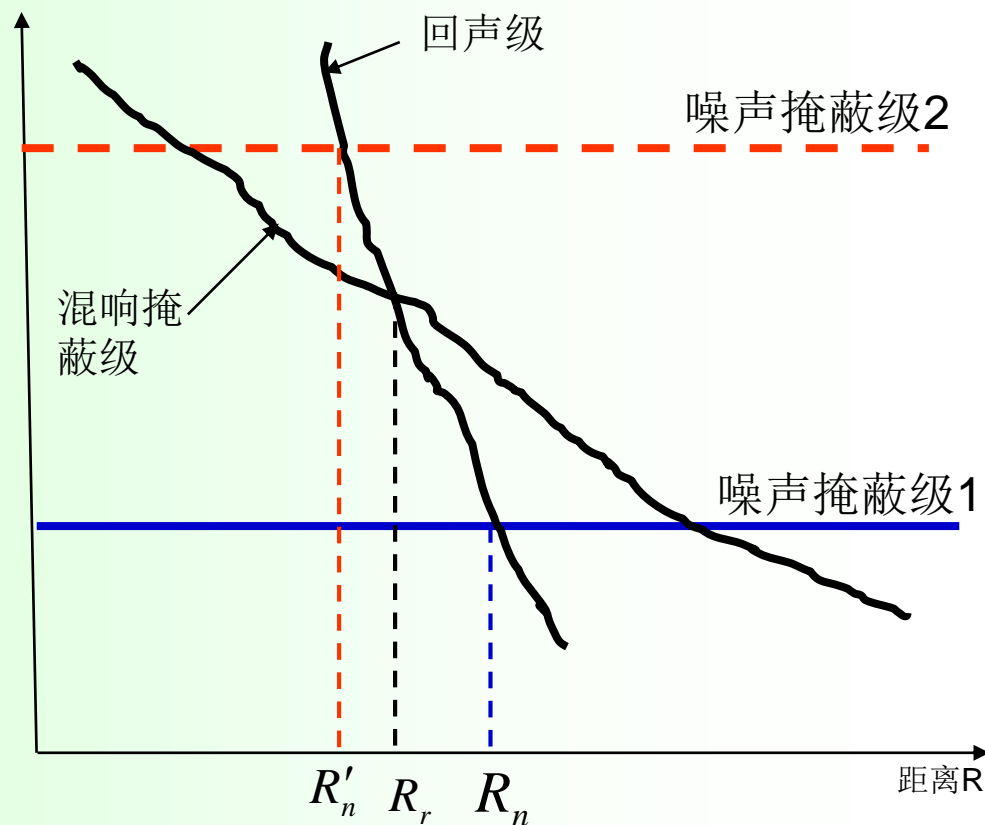
主动声纳背景干扰确定：

对噪声级1：

$$R_r < R_n$$

对噪声级2：

$$R_r > R'_n$$



二、海洋环境与声学特征——海水中的声速

$$C = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_s} = \frac{1}{\sqrt{\rho \beta}} = \sqrt{\frac{1}{\rho k_s}}$$

$$k_s = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p}\right)_s$$

增加的介质 特性参数	海水密度 $\rho$	绝热压缩系数 $k_s$	声速 $C$
温度 ↑	→	↓	↑
盐度 ↑	↗	↓	↑
静压力 ↑	→	↓	↑

## 二、海洋环境与声学特征——声速经验公式

威尔逊公式:

$$C = 1449.22 + \Delta C_T + \Delta C_s + \Delta C_P + \Delta C_{STP}$$

$$\Delta C_T = 4.6233T - 5.4585(10)^{-2}T^2 + 2.822(10)^{-4}T^3 - 5.07(10)^{-7}T^4$$

$$\Delta C_s = 1.391(S - 35) - 7.8(10)^{-2}(S - 35)^2$$

$$\Delta C_P = 1.60518(10)^{-1}P + 1.0279(10)^{-5}P^2 + 3.451(10)^{-9}P^3 - 3.503(10)^{-12}P^4$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{STP} = (S - 35) & \left[ -1.197(10)^{-3}T + 2.61(10)^{-4}P - 1.96(10)^{-1}P^2 - 2.09(10)^{-6}PT \right] + \\ & P \left[ -2.796(10)^{-4}T + 1.3302(10)^{-5}T^2 - 6.644(10)^{-8}T^3 \right] + \\ & P^2 \left[ -2.391(10)^{-1}T + 9.286(10)^{-10}T^2 \right] - 1.745(10)^{-10}P^3T \end{aligned}$$

乌德公式:

$$C = 1450 + 4.21T - 0.037T^2 + 1.14(S - 35) + 0.175P$$

## 二、海洋环境与声学特征——声速梯度

T、S、P都近似水平分层变化：

$$C(x, y, z) \approx C(z)$$

声速梯度为：

$$g_c = \nabla C = \frac{dC}{dz}$$

$$C = C(T, S, P)$$

$$g_c = a_T g_T + a_s g_s + a_P g_P \quad g_T = \frac{dT}{dz} \quad g_s = \frac{dS}{dz} \quad g_P = \frac{dP}{dz}$$

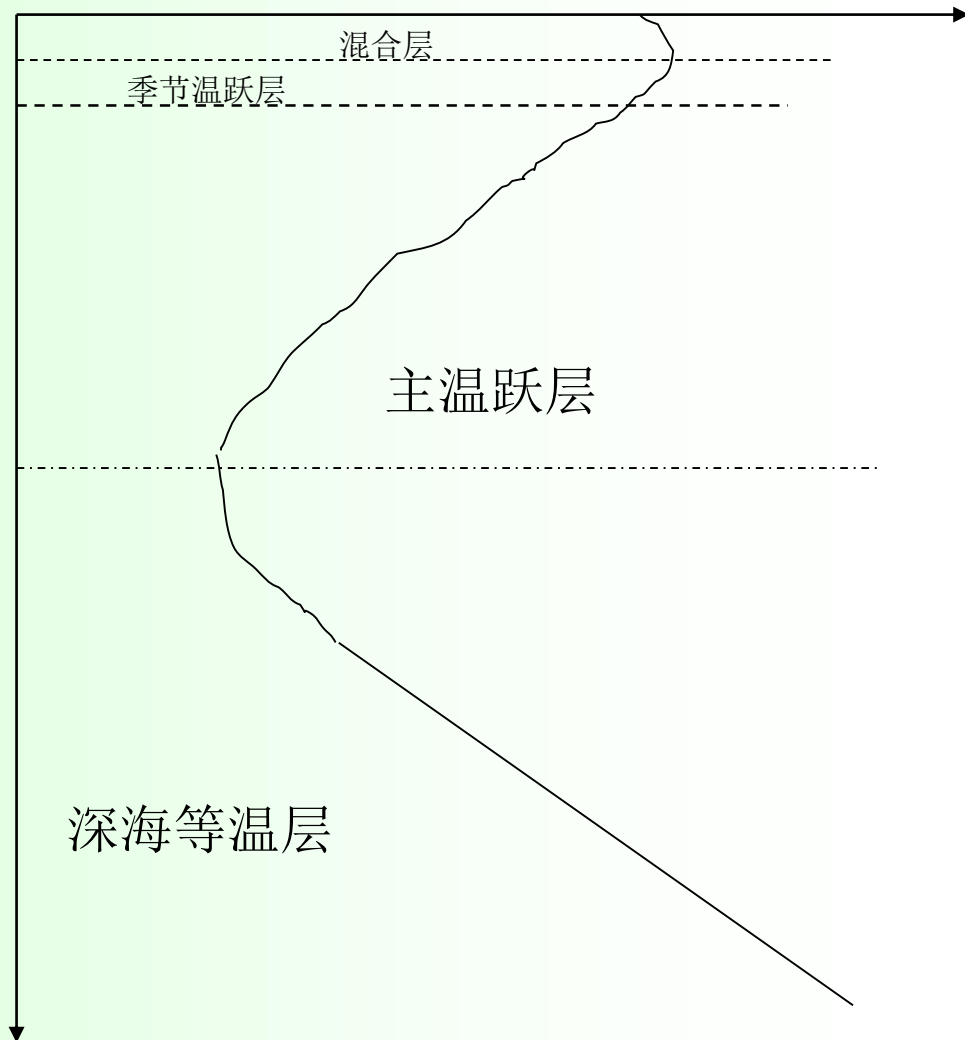
若由乌德公式给出C：

$$\begin{aligned} a_T &= \frac{\partial C}{\partial T} = 4.21 - 0.074T \\ a_s &= \frac{\partial C}{\partial S} = 1.14 \\ a_P &= \frac{\partial C}{\partial P} = 0.175 \end{aligned}$$

## 二、海洋环境与声学特征——海洋中声速的基本结构

典型深海声速剖面：

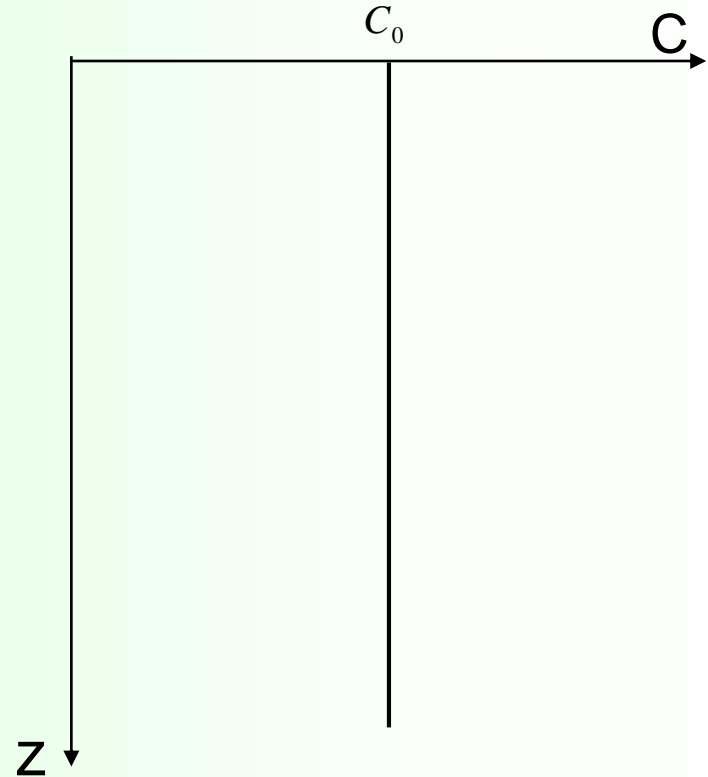
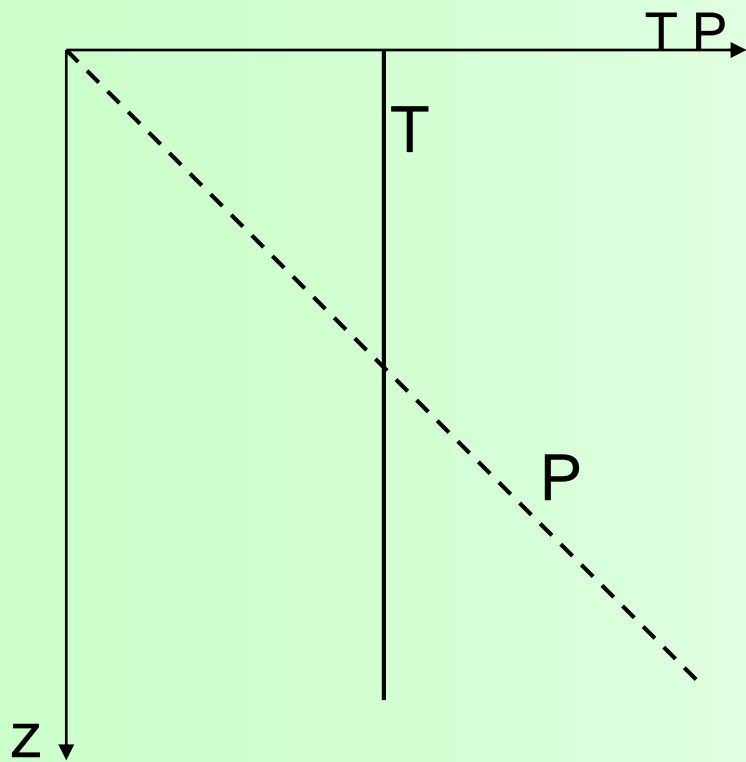
- 表明混合层
- 过渡跃变层
- 深海等温层





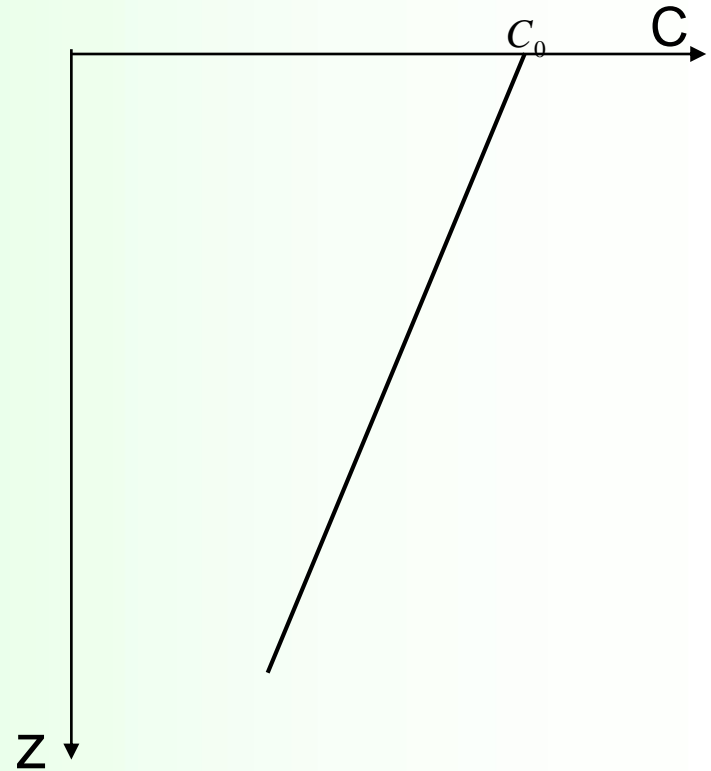
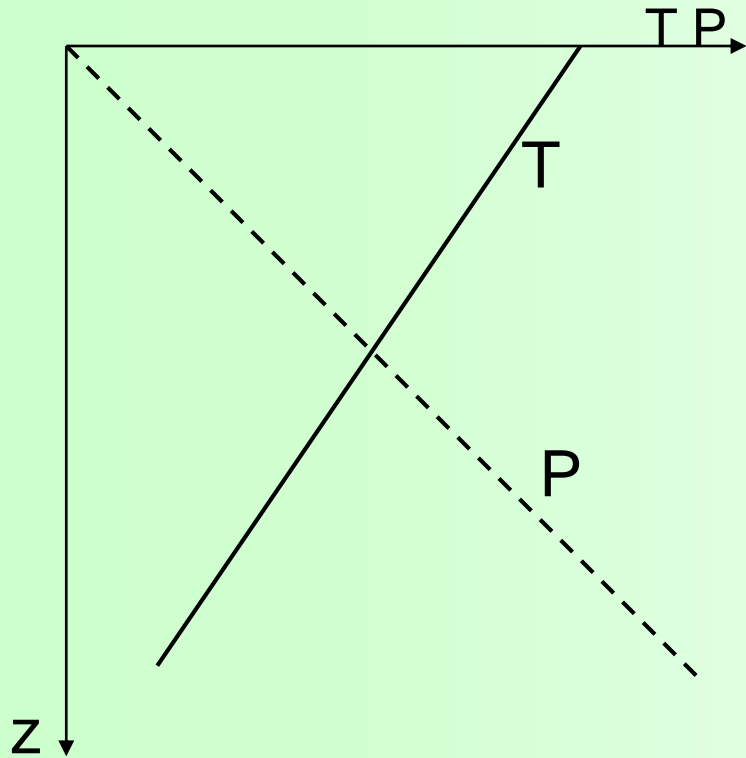
## 二、海洋环境与声学特征——常见海洋声速分布

### 混合等温层



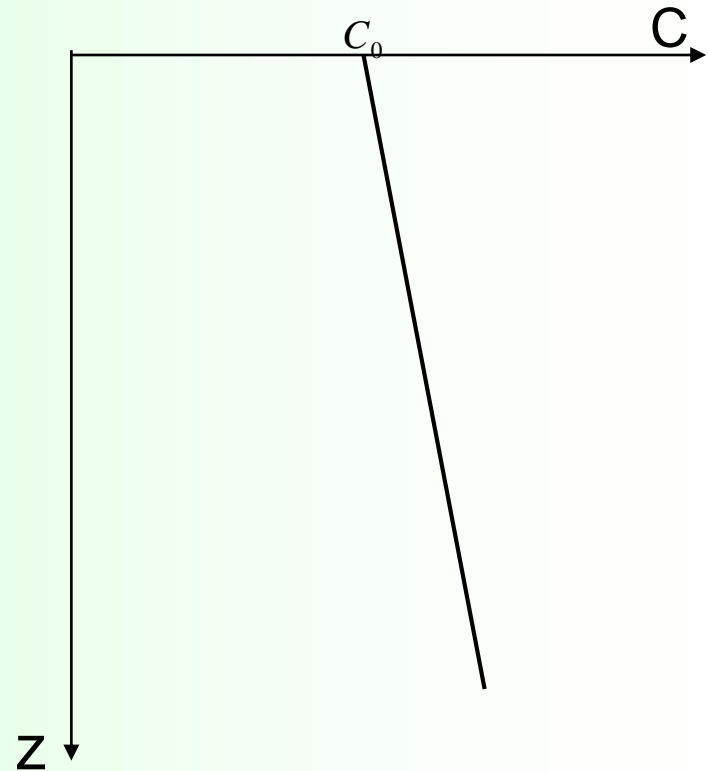
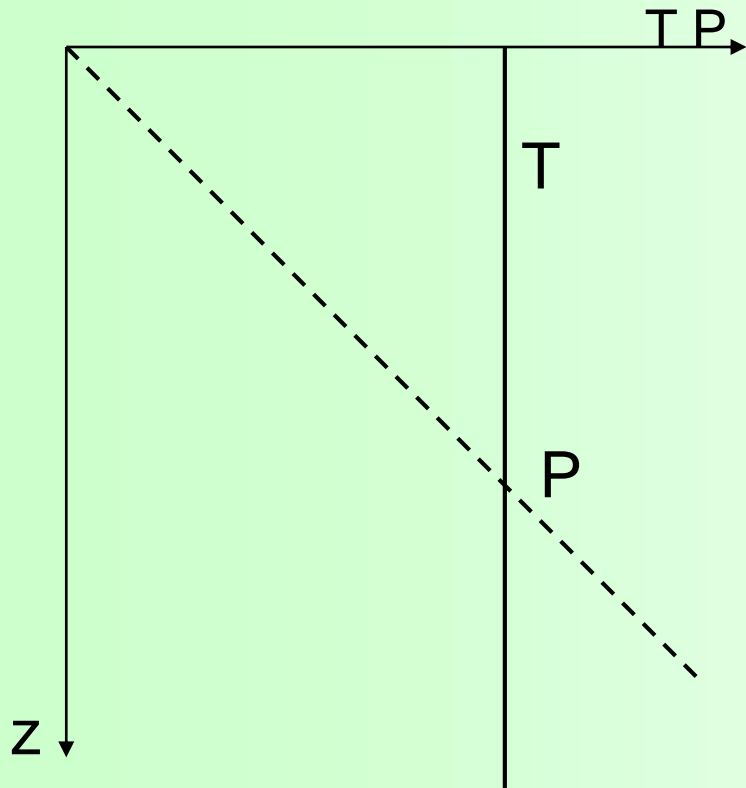
## 二、海洋环境与声学特征——常见海洋声速分布

### 负梯度反声道



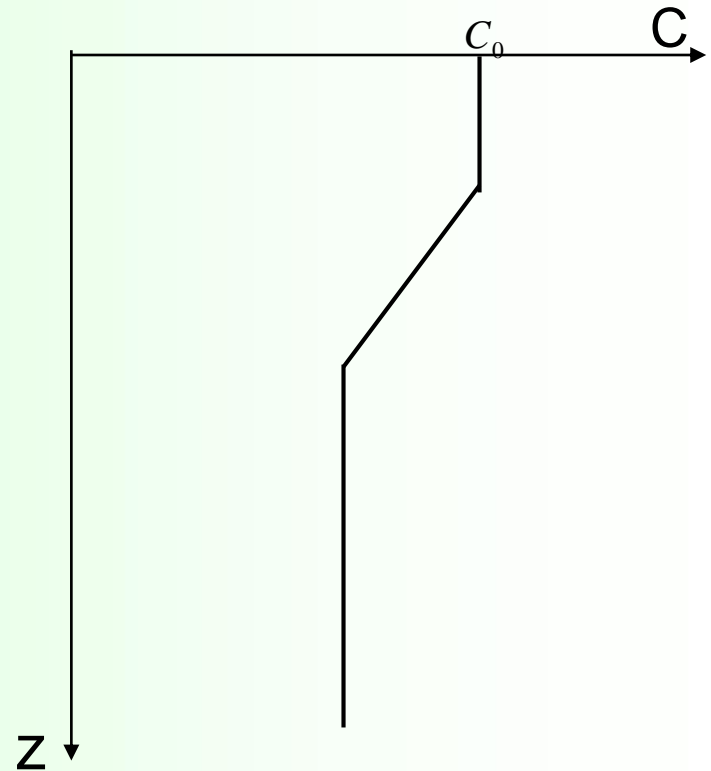
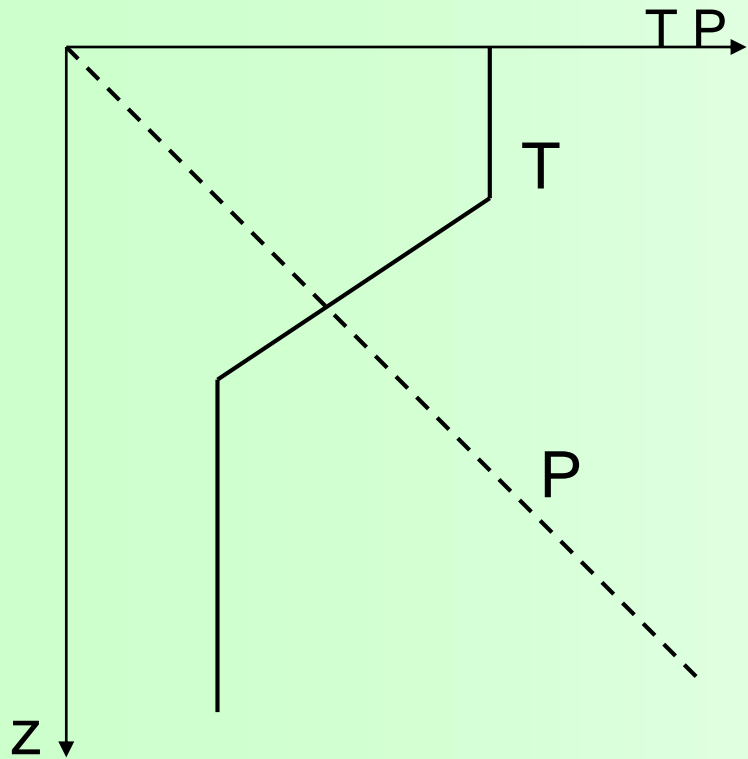
## 二、海洋环境与声学特征——常见海洋声速分布

### 正梯度声道



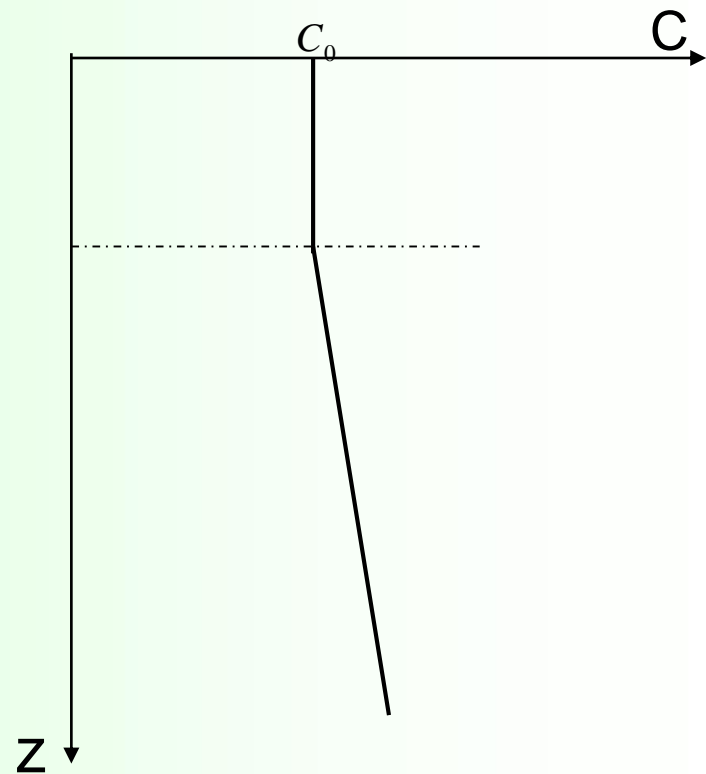
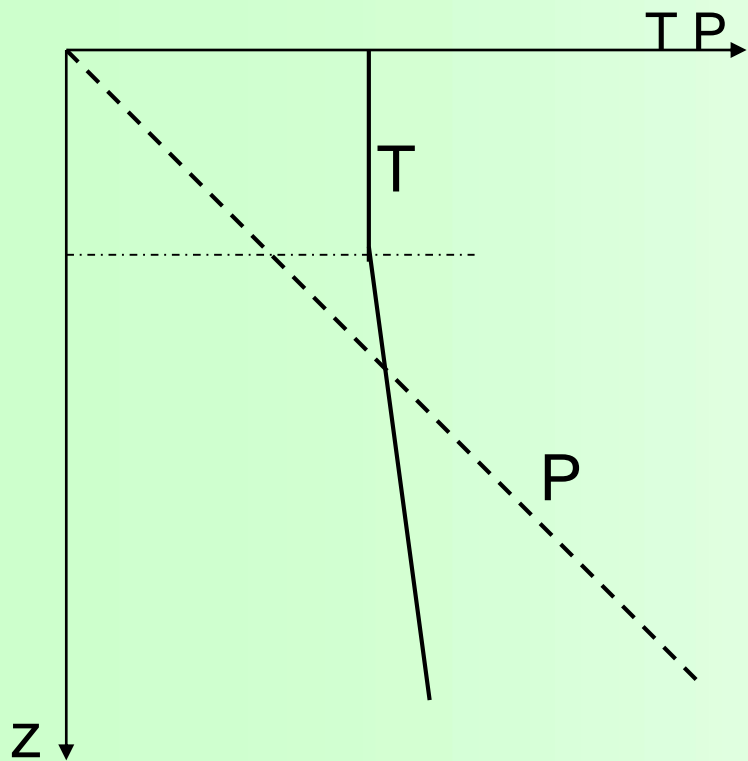
## 二、海洋环境与声学特征——常见海洋声速分布

### 跃变层声道



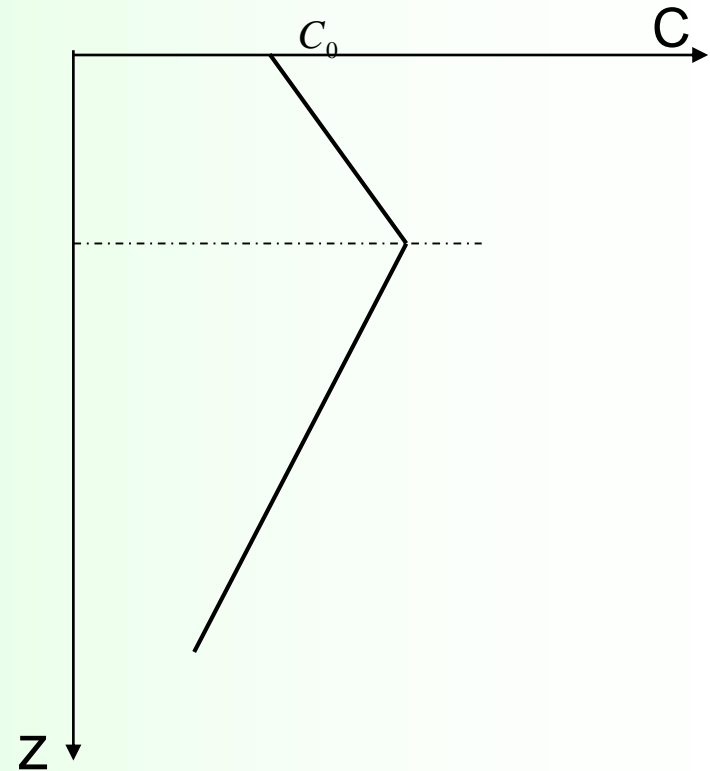
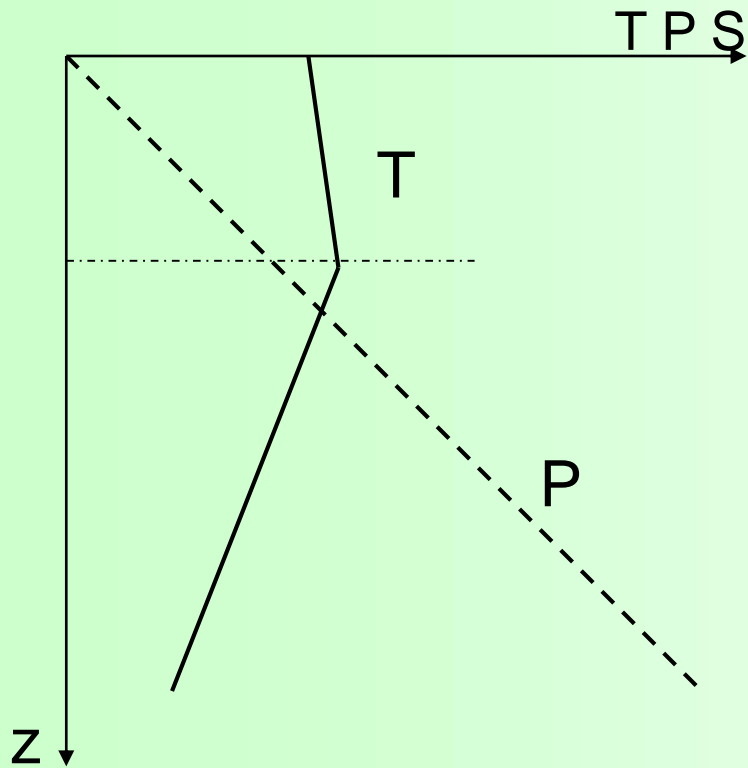
## 二、海洋环境与声学特征——常见海洋声速分布

### 特殊声道



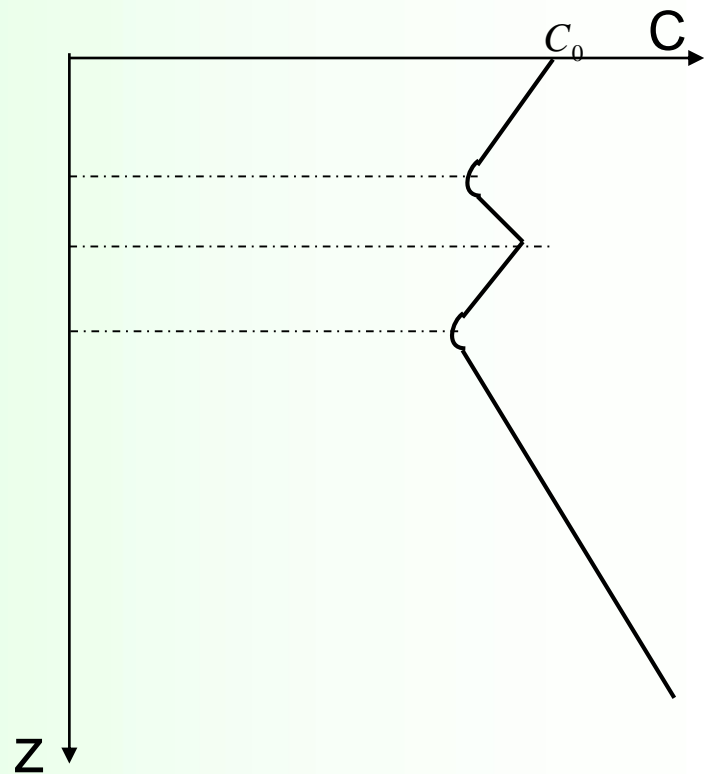
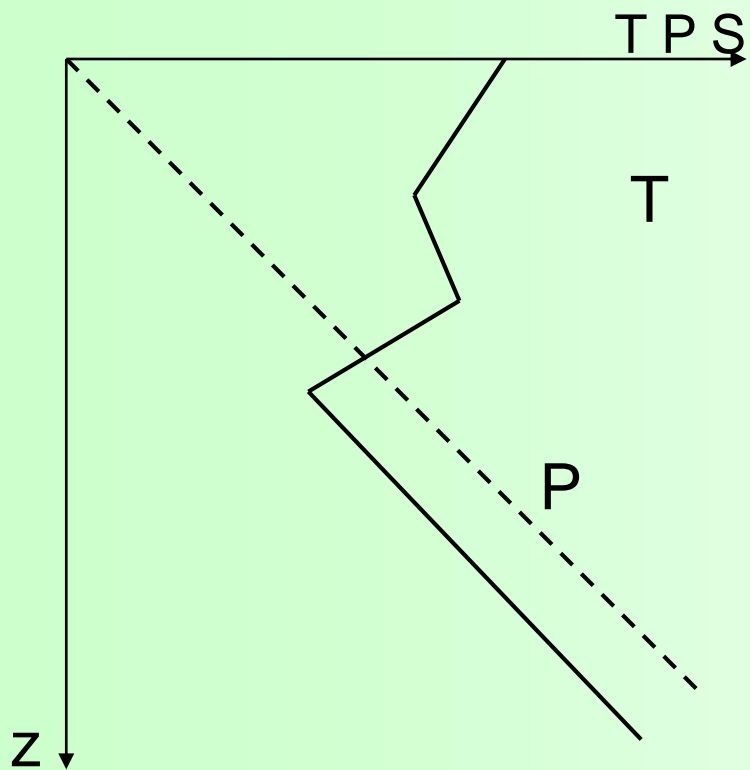
## 二、海洋环境与声学特征——常见海洋声速分布

### 特殊反声道



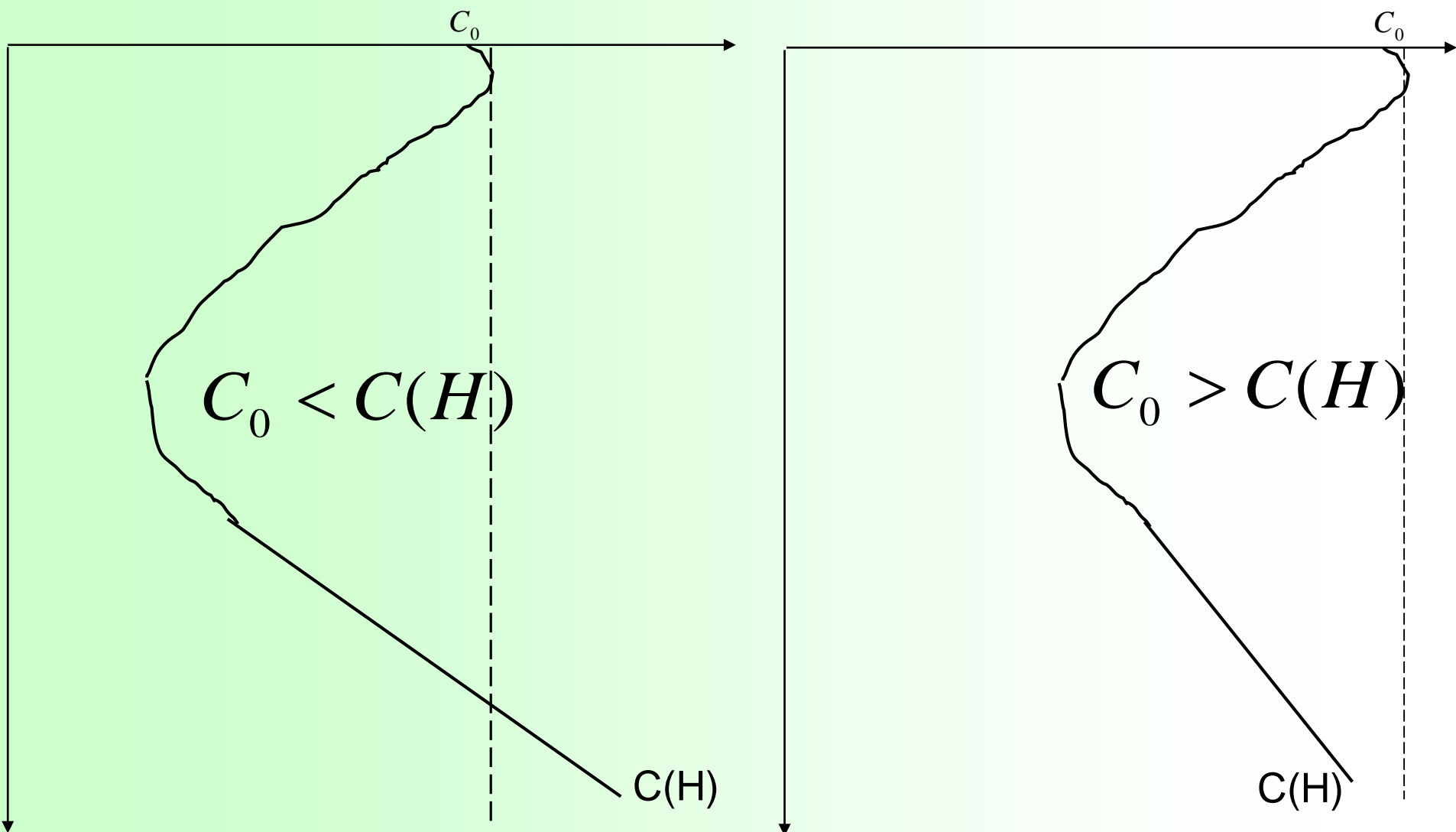
## 二、海洋环境与声学特征——常见海洋声速分布

### 双声道



## 二、海洋环境与声学特征——声速分布分类

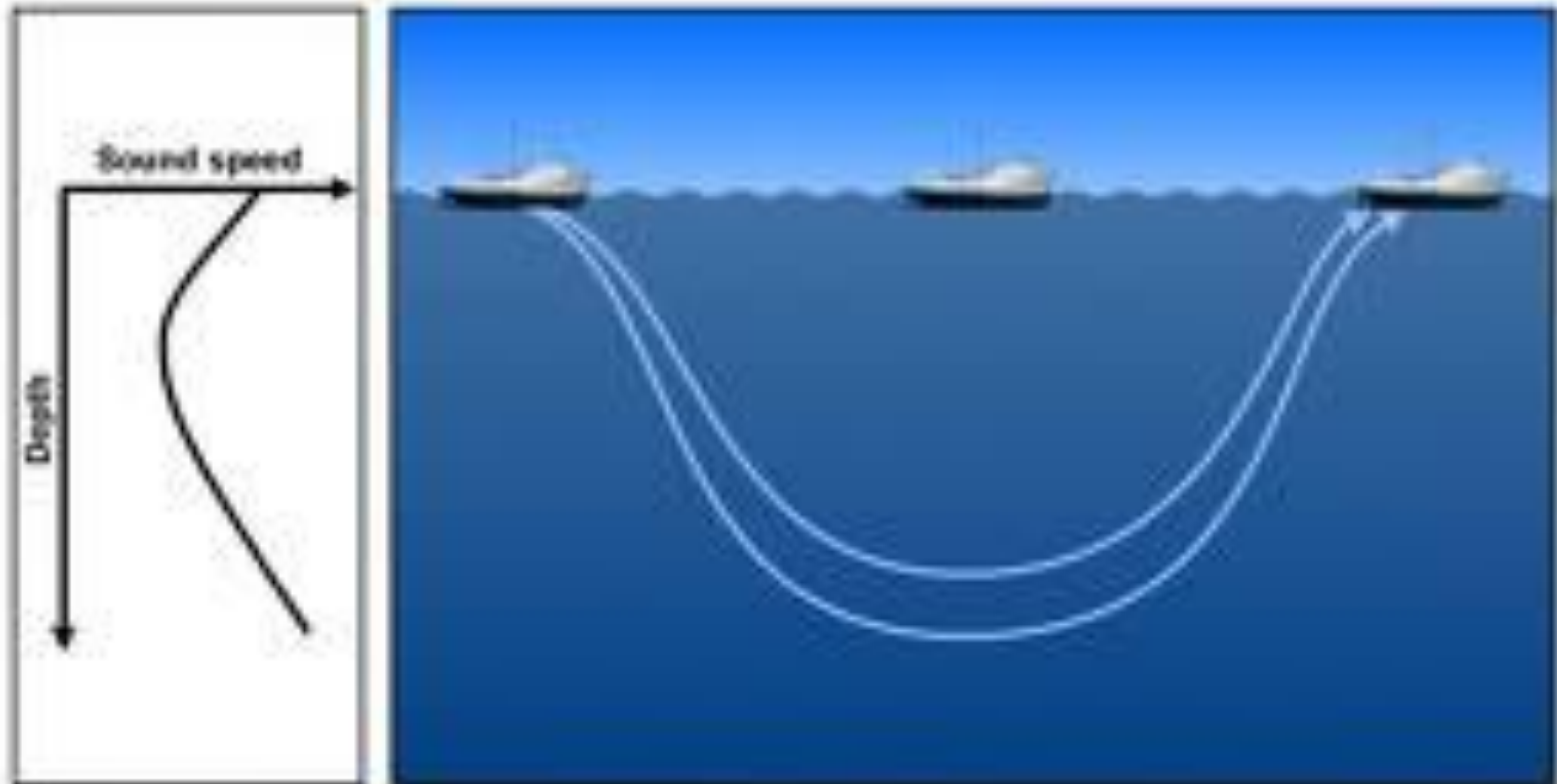
### 深海声道





# 深海声传波的会聚区现象

Convergence Zone



# 浅声源传播损失：会聚区和海底弹射路径

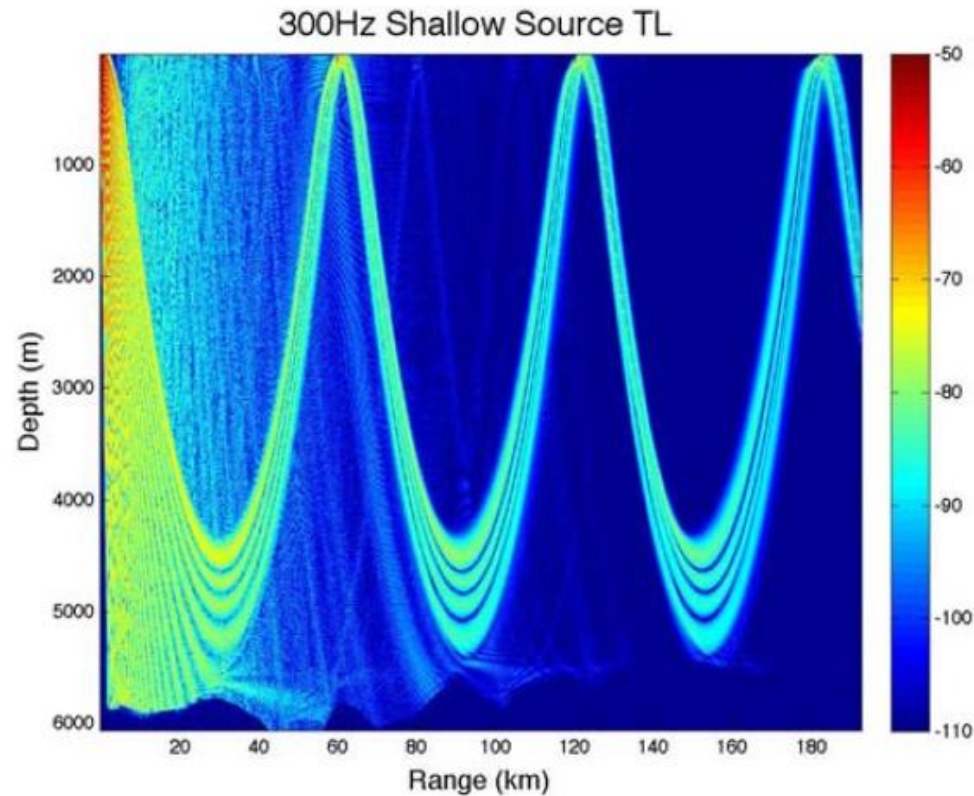
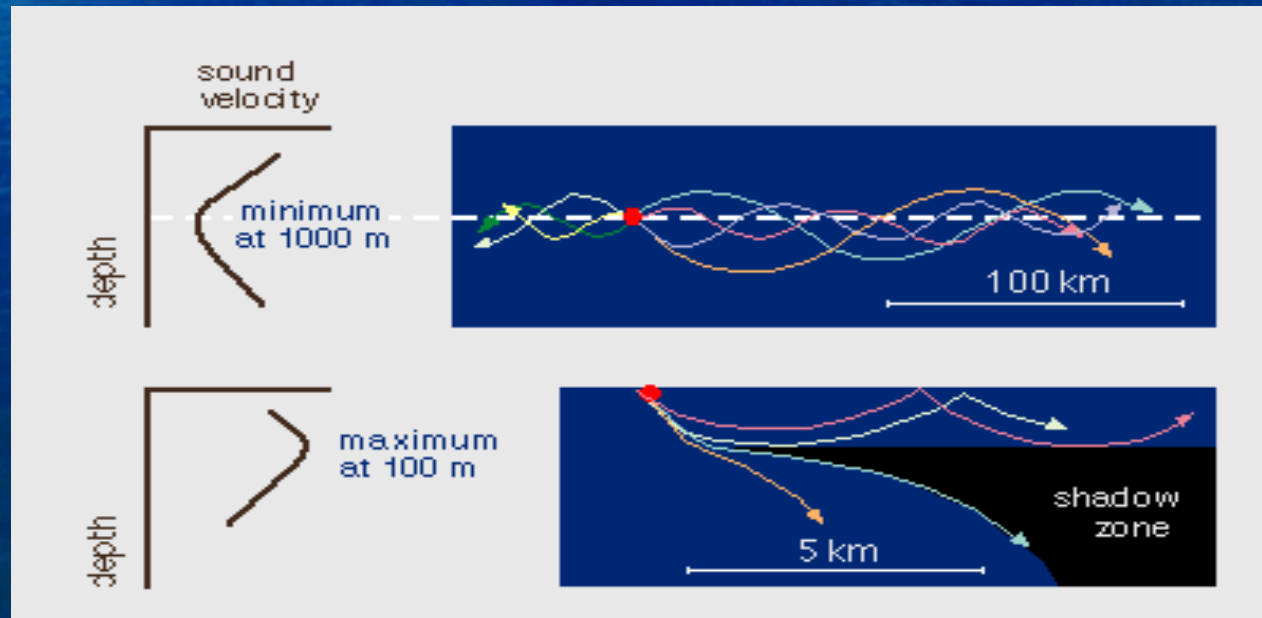
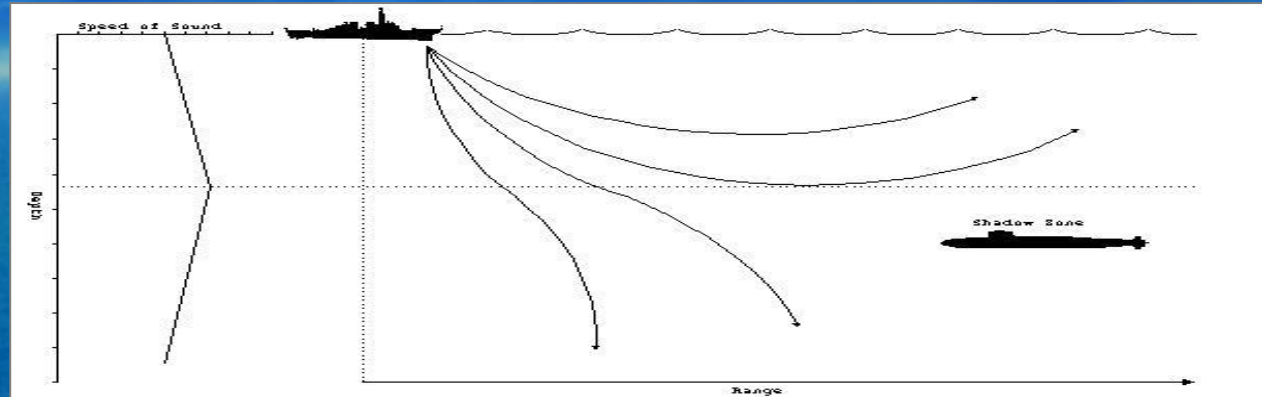
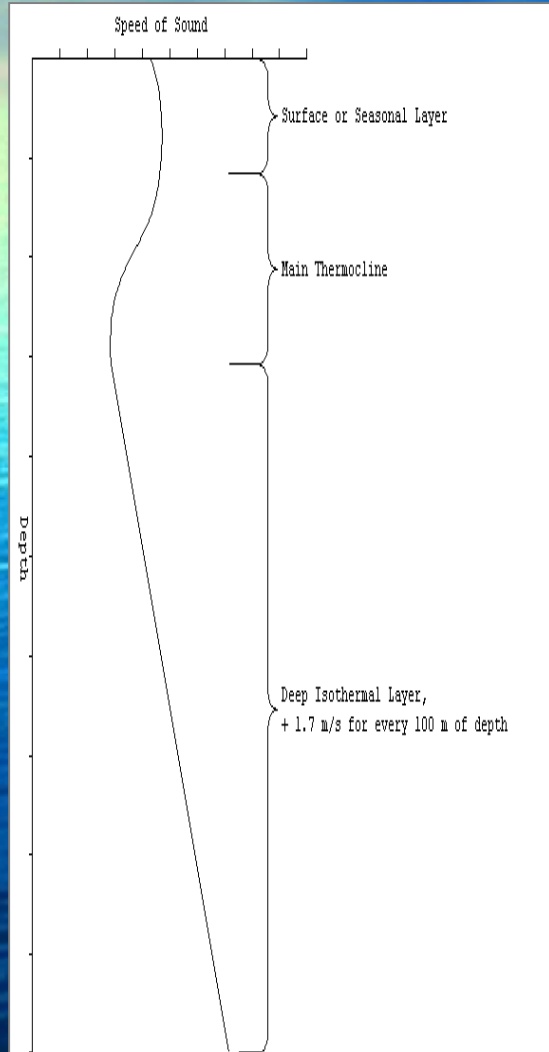
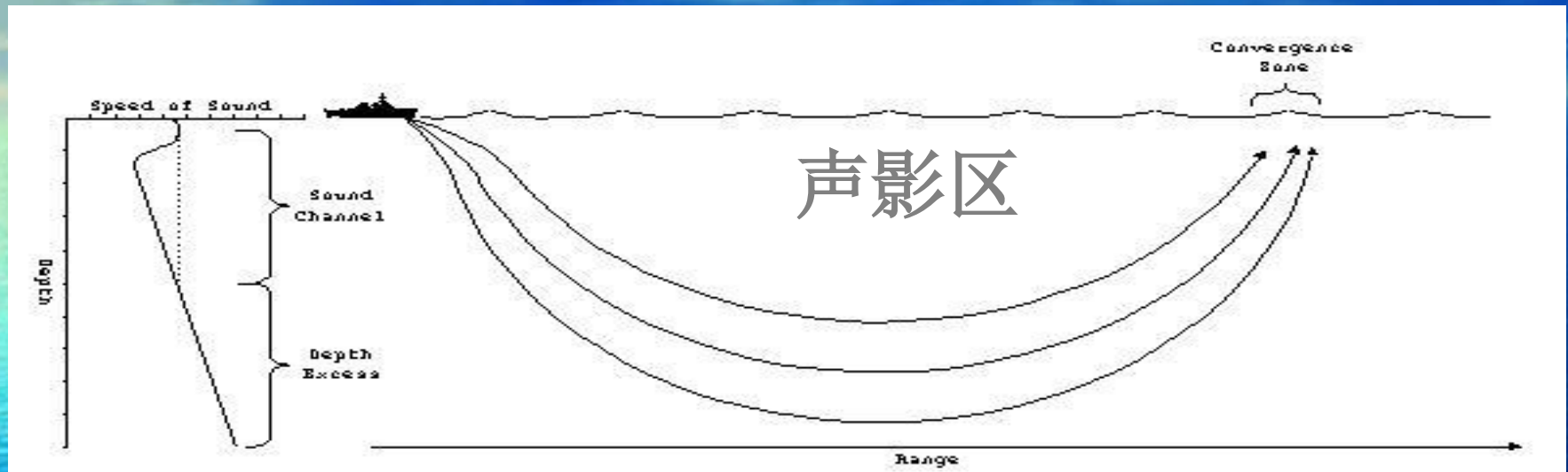


Figure 3. Shallow source Transmission Loss (300 Hz) showing convergence zone (CZ) and bottom bounce (BB) paths.

# 混合层深度附近产生“盲区”，潜艇可利用



# 深海声道（影区、汇聚区）的研究



## convergence zone-detection range of passive sonar

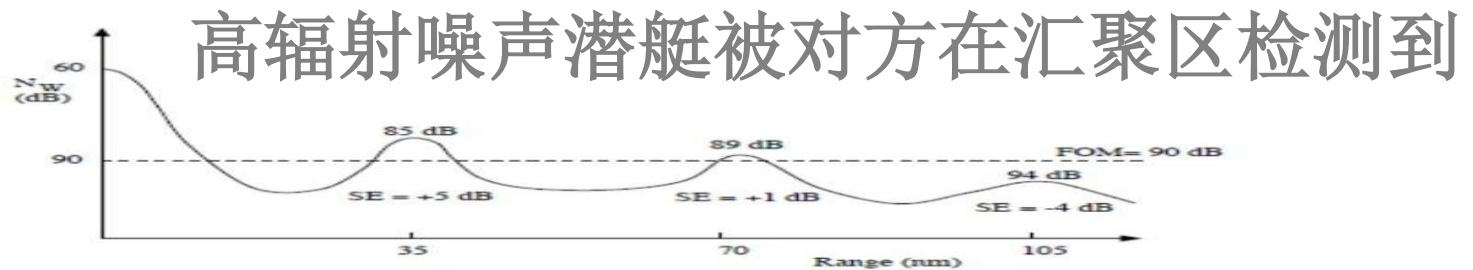
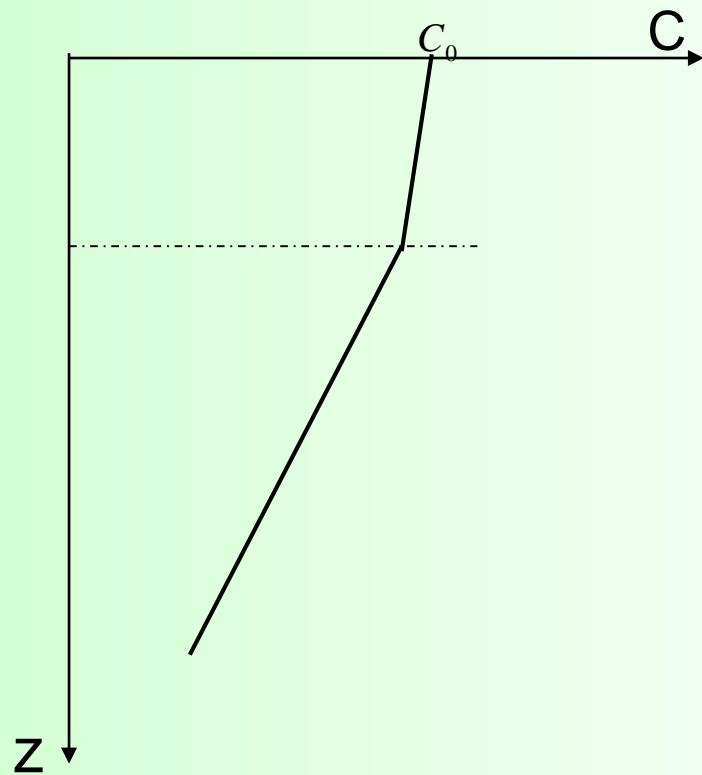


Figure 1: *FOM* and *SE* Example for a Convergence Zone Environment.

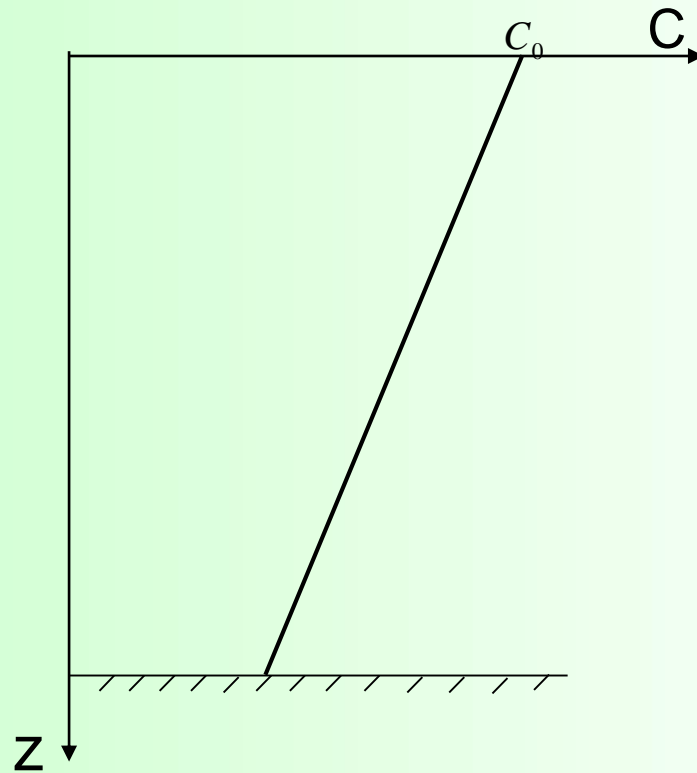
## 二、海洋环境与声学特征——声速分布分类

### 反声道



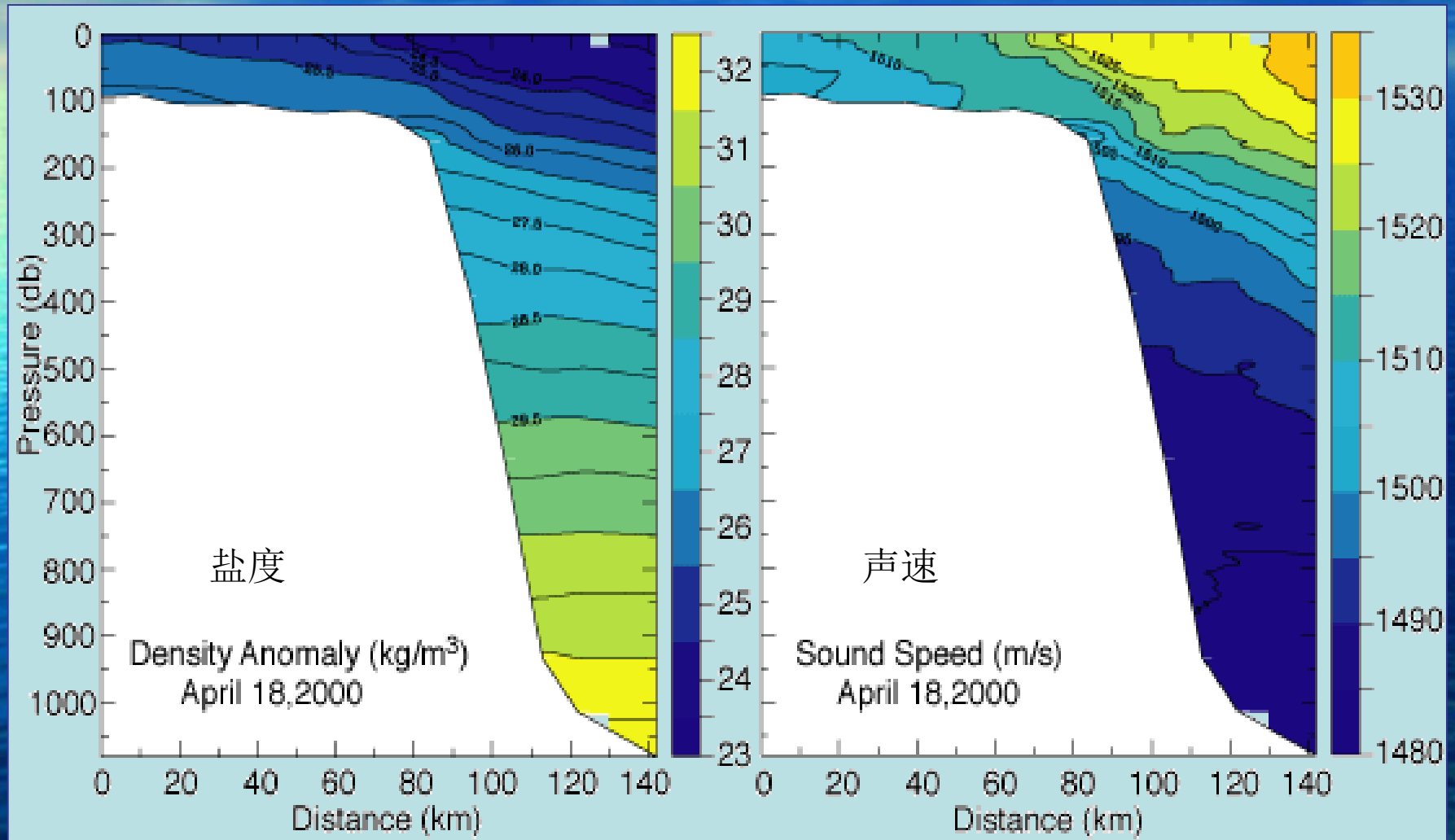
## 二、海洋环境与声学特征——声速分布分类

### 浅海声道



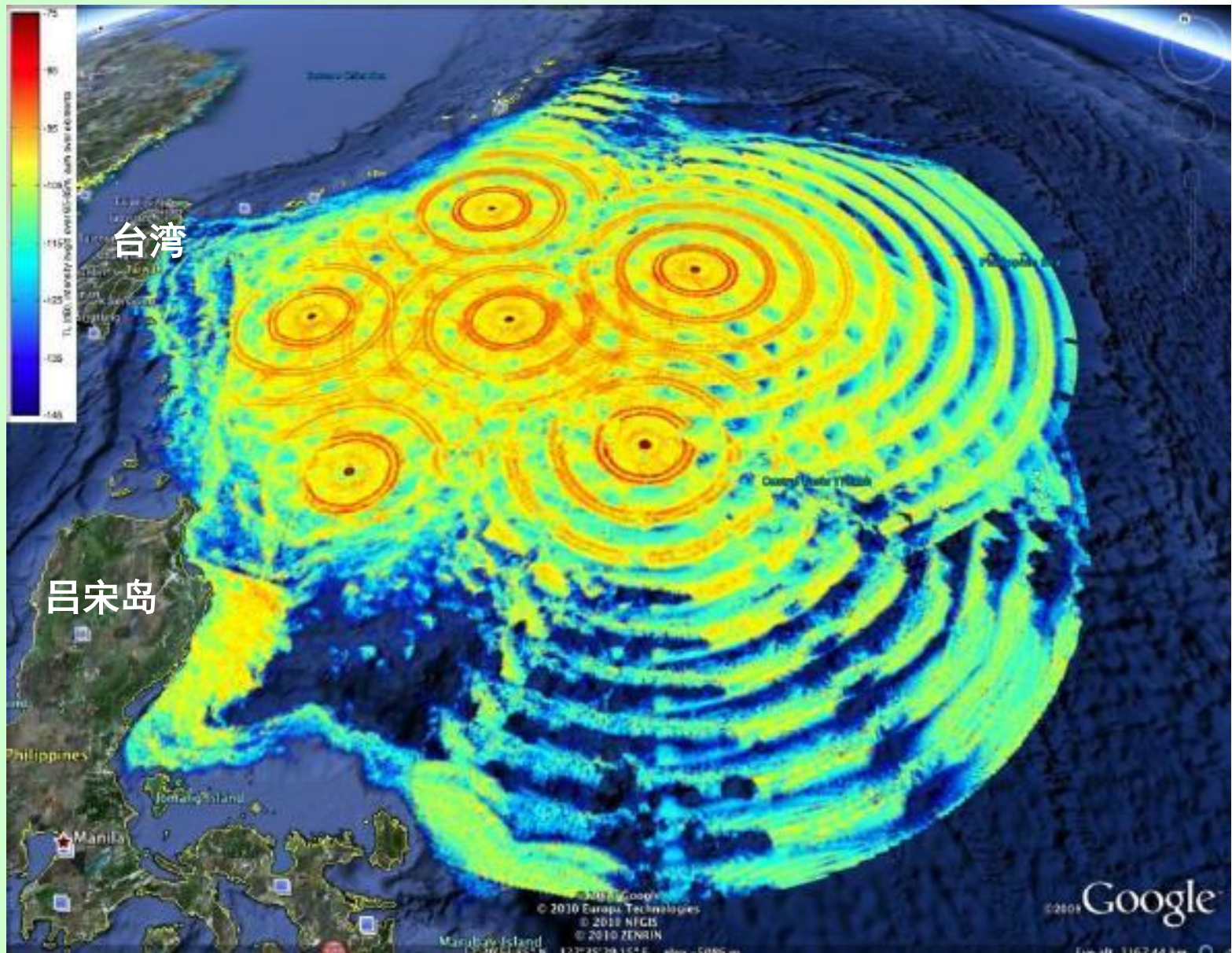
# 跨陆架密度和声速的水平变化

From the ASIAEX Pilot Study Cruise, April 2000





# 菲律宾海多声源水下辐射产生的海面汇聚区





# 传播衰减

- 扩展损失
- 吸收损失
- 散射衰减损失

## 二、海洋环境与声学特征——海水中的声吸收

### 扩展损失

$$TL = n10\lg r \quad (dB)$$

n	波阵面	声场环境
0	平面波	无限均匀海洋远场
1	柱面波	<b>Perkeris</b> 波导中声传播
3/2	修正柱面波	计海底吸收的浅海声传播
2	球面波	无限均匀海洋近场
3	修正球面波	声波穿过浅海温跃层
4	超球面波	计海面反射干涉效应在夫琅和费区

## 二、海洋环境与声学特征——海水中的声吸收

吸收系数:

$$dI = -2\beta I dx \quad I(x) = I_0 e^{-2\beta x}$$

$$\beta = \frac{1}{2x} \ln \left( \frac{I_0}{I(x)} \right) \cong \frac{1}{x} \ln \left( \frac{P_0}{P(x)} \right)$$

取10为底对数形式:

$$I(x) = I_0 \bullet 10^{-\alpha x/10} \quad \alpha = \frac{10}{x} \lg \left( \frac{I_0}{I(x)} \right) \cong \frac{20}{x} \lg \frac{P_0}{P(x)}$$

$$\alpha = \frac{20}{x} \lg \left( \frac{P_0}{P(x)} \right) = \frac{20}{x} \lg e \ln \left( \frac{P_0}{P(x)} \right) = 20\beta \lg e = 8.68\beta$$

考虑吸收的传播衰减:

$$TL = n \bullet 10 \lg r + \alpha r$$

# 纯水和海水的超吸收

- $\text{MgSO}_4$ 弛豫吸收
- $\text{B(OH)}_3$ 弛豫吸收
- 非均匀流体中的声衰减

## 二、海洋环境与声学特征——海底

### 瑞利参数

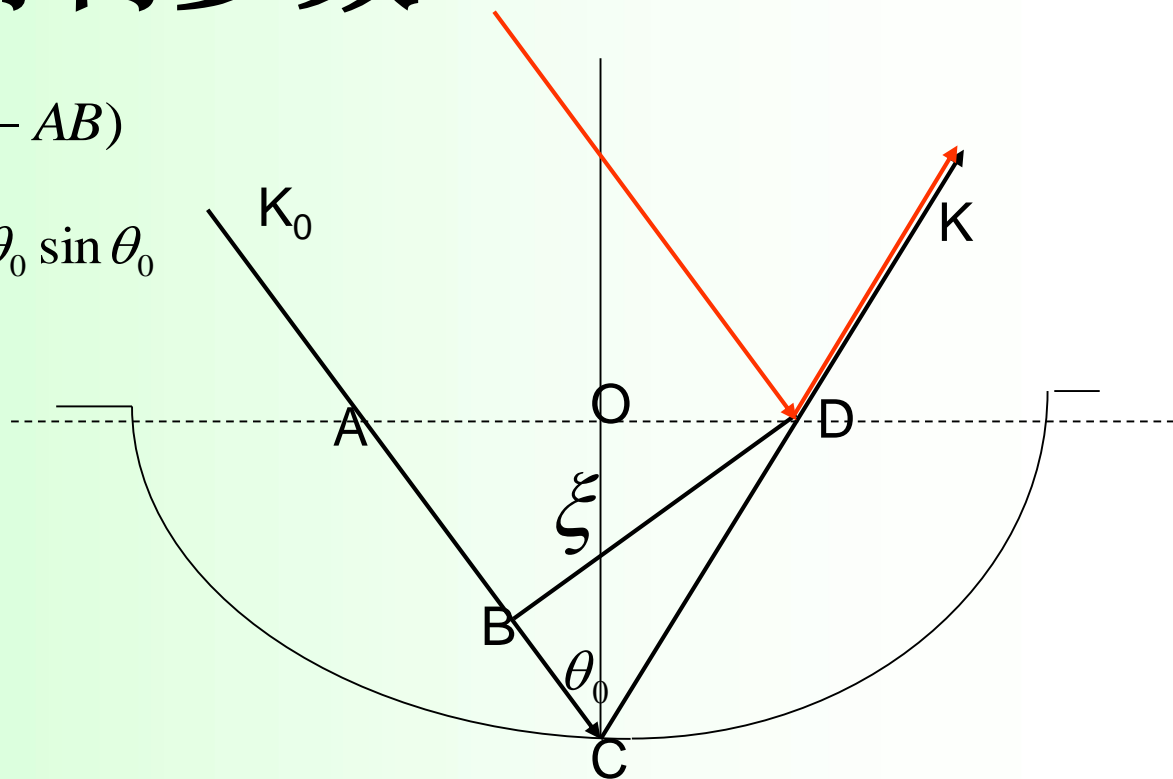
$$\Delta\phi = k(BC + CD) = k(2CD - AB)$$

$$CD = \xi / \cos \theta_0 \quad AB = 2\xi \tan \theta_0 \sin \theta_0$$

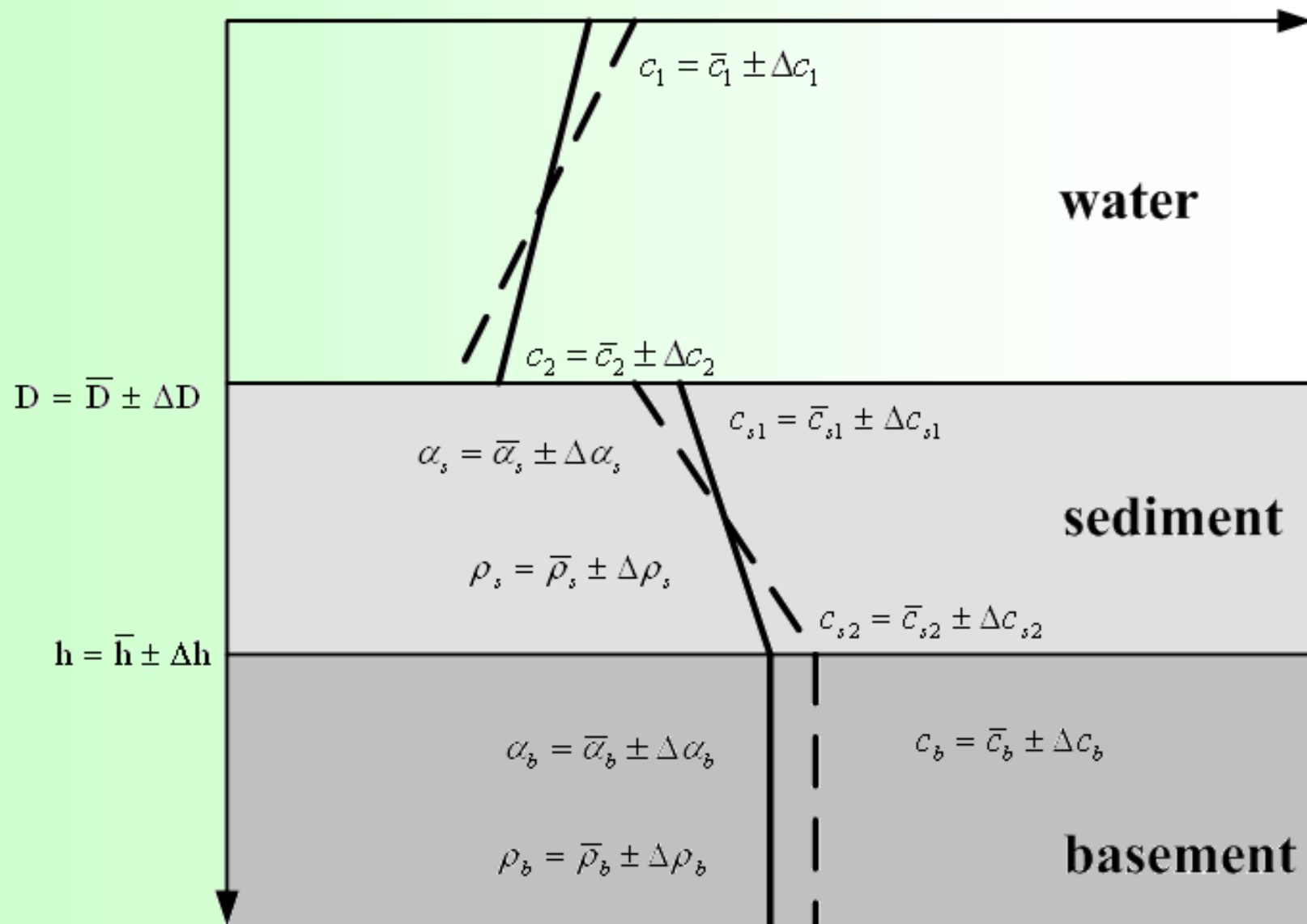
$$\therefore \Delta\phi = 2k\xi \cos \theta_0$$

$$\left[ \langle (\Delta\phi)^2 \rangle \right]^{\frac{1}{2}} = 2k\sigma \cos \theta_0 = P$$

$$\sigma = \left( \langle \xi^2 \rangle \right)^{\frac{1}{2}}$$



# 分层海底模型



## 二、海洋环境与声学特征——海底沉积层

密度:

$$\rho = n\rho_w + (1-n)\rho_s$$

声速

$$C^2 = \frac{E + \frac{4}{3}G}{\rho}$$

$$C_s^2 = \frac{G}{\rho}$$

衰减损失:

$$\alpha = kf^m$$

## 二、海洋环境与声学特征——海底反射损失

$$BTL = 10 \lg \frac{I_r}{I_i} = 20 \lg |V|$$

反射系数:

$$V = \frac{m \cos \vartheta_i - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}}{m \cos \theta_i + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_i}} \quad m = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad n = \frac{C_1}{C_2}$$

以掠射角表示反射系数:

$$V = \frac{m \sin \phi - \sqrt{n^2 - \cos^2 \phi}}{m \sin \phi + \sqrt{n^2 - \cos^2 \phi}} \quad m = \frac{\rho_2}{\rho_1} \quad n = \frac{C_1}{C_2}$$



## 二、海洋环境与声学特征——特殊情况海底反射损失

垂直入射:

$$V_n = \frac{m-n}{m+n} \quad \varphi = 90^\circ$$

$$V_n \cong 1 \quad \text{全反射且相移} \quad \varepsilon=0$$

$$m \gg n (\rho_2 C_2 \gg \rho_1 C_1)$$

$$V_n \cong -1 \quad \text{全反射且相移} \quad \varepsilon=180^\circ$$

$$m \ll n (\rho_2 C_2 \ll \rho_1 C_1)$$

掠入射:

$$V_g = \frac{-\sqrt{n^2 - 1}}{\sqrt{n^2 - 1}} = -1$$

即任何 $m, n$ 都有相移 $\varepsilon=180^\circ$  全反射

## 二、海洋环境与声学特征——特殊情况海底反射损失

临界角入射:

$$n = \cos \phi_0 \quad (n \leq 1 \text{时})$$

$$V_0 = 1 \quad \text{无相移} \quad \text{全反射}$$

全透射角入射:

$$m \sin \phi_I = \sqrt{n^2 - \cos^2 \phi_I} \quad \cos \phi_I = \left( \frac{m^2 - n^2}{m^2 - 1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (m > n > 1 \quad \text{或} \quad m < n < 1)$$

$$V_I = 0$$

## 二、海洋环境与声学特征——低声速海底反射损失

$$n > 1$$

当 $\phi$ 由 $0^\circ \rightarrow 90^\circ$ 时

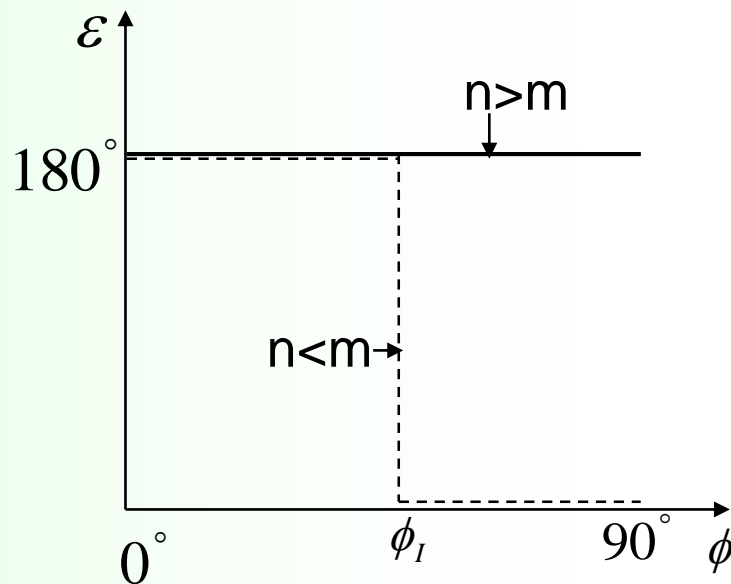
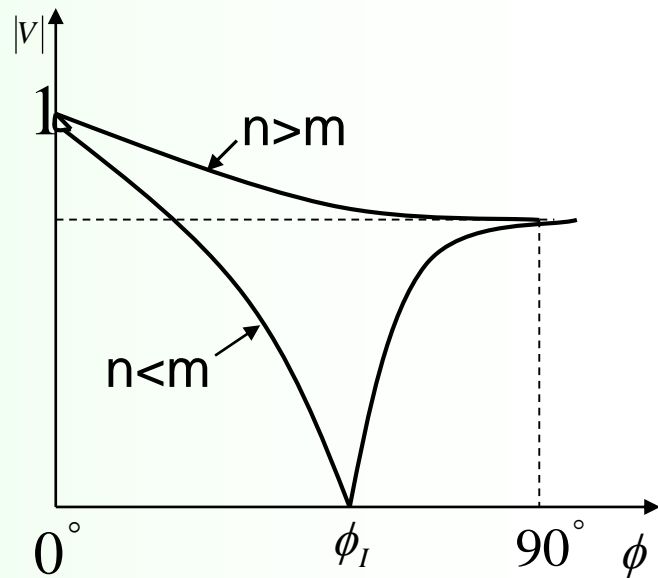
$$V \text{ 由 } V_g = -1 \rightarrow V_n = \frac{m-n}{m+n}$$

$$n > m \text{ 时 } |V| \text{ 由 } 1 \rightarrow \left| \frac{m-n}{m+n} \right| \quad \varepsilon = 180^\circ$$

当 $n < m$ 时  $\phi$  由 $0^\circ \rightarrow \phi_I \rightarrow 90^\circ$  则有:

$$|V| \text{ 由 } 1 \rightarrow 0 \rightarrow \frac{m-n}{m+n}$$

$$\phi < \phi_I \text{ 时 } \phi = 180^\circ \quad \phi > \phi_I \text{ 时 } \phi = 0^\circ$$



## 二、海洋环境与声学特征——高声速海底反射损失

$$n < 1$$

$$\text{垂直入射时} \quad |V| = \left| \frac{m-n}{m+n} \right| \quad \varepsilon = \begin{cases} 0^\circ & n < m \\ 180^\circ & n > m \end{cases}$$

$$\text{掠入射时} \quad |V_g| = 1 \quad \varepsilon = 180^\circ$$

$$\text{临界角入射时} \quad n = \cos \phi_0 \quad |V| = 1 \quad \varepsilon = 0$$

对  $\phi > \phi_0$  时  $V$  为实数，此时有：

$$\begin{cases} n < m \text{ 时} & V = 1 \xrightarrow{\text{均匀减小}} V_n = \left| \frac{m-n}{m+n} \right| \\ n > m \text{ 时} & V = 1 \xrightarrow{\text{均匀减小}} 0 \xrightarrow{\text{继续减小}} -V_n = -\left| \frac{m-n}{m+n} \right| \end{cases}$$

## 二、海洋环境与声学特征——高声速海底反射损失

$$n < 1$$

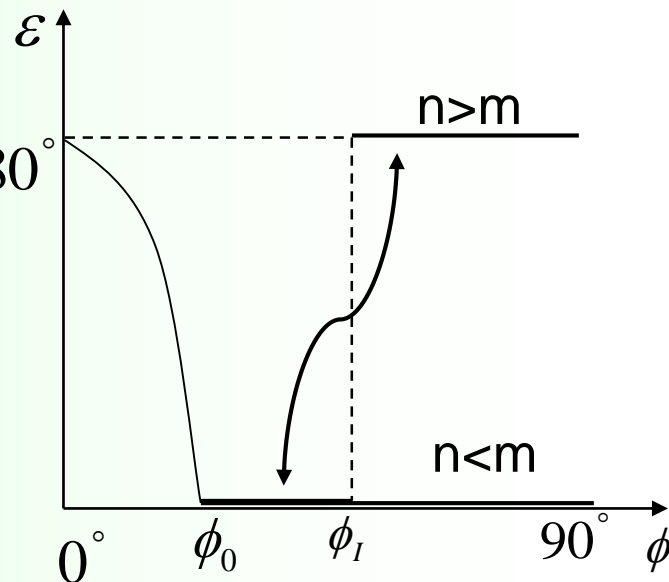
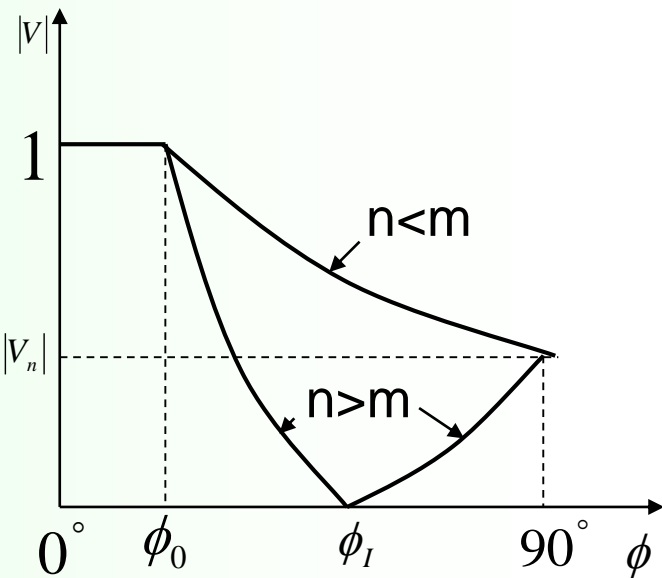
对  $\phi < \phi_0$  时  $V$  是复数 则有:

$$V = \frac{m \sin \phi + j \sqrt{\cos^2 \phi - n^2}}{m \sin \phi - j \sqrt{\cos^2 \phi - n^2}} = \frac{a + bj}{a - bj} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} + j \left( \frac{2ab}{a^2 + b^2} \right) |V_n|$$

$$\text{若 } |V| = 1 \quad V = |V| e^{j\varepsilon} \quad \text{tg } \varepsilon = \frac{2b/a}{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

$$\text{令 } \text{tg } \delta = \frac{b}{a} \quad \text{则有: } \text{tg } \varepsilon = \frac{2 \text{tg } \delta}{1 - \text{tg}^2 \delta} = \text{tg } 2\delta \quad \text{即 } 2\delta = \varepsilon \quad 180^\circ$$

$$\therefore \text{tg } \frac{\varepsilon}{2} = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{\cos^2 \phi - n^2}}{m \sin \phi} \quad \text{即 } \phi = 0 \text{ 时 } \varepsilon = 180^\circ \quad \phi = \phi_0 \text{ 时 } \varepsilon = 0$$



## 二、海洋环境与声学特征——海底反射损失的三参数模型

实验表明：BTL随掠射角  $\phi$  的变化特征为：

$$\begin{cases} \text{当 } \phi < \phi^* \text{ 时} & \text{海底反射损失较小} \\ \text{当 } \phi > \phi^* \text{ 时} & \text{海底反射损失较大} \end{cases}$$

$$\text{当 } \phi < \phi^* \text{ 时} \quad \phi \uparrow \rightarrow BTL \uparrow$$

$$\text{当 } \phi > \phi^* \text{ 时} \quad \phi \uparrow \rightarrow BTL \rightarrow$$

$\phi$

## 二、海洋环境与声学特征——高声速海底反射损失

引入三参数模型：

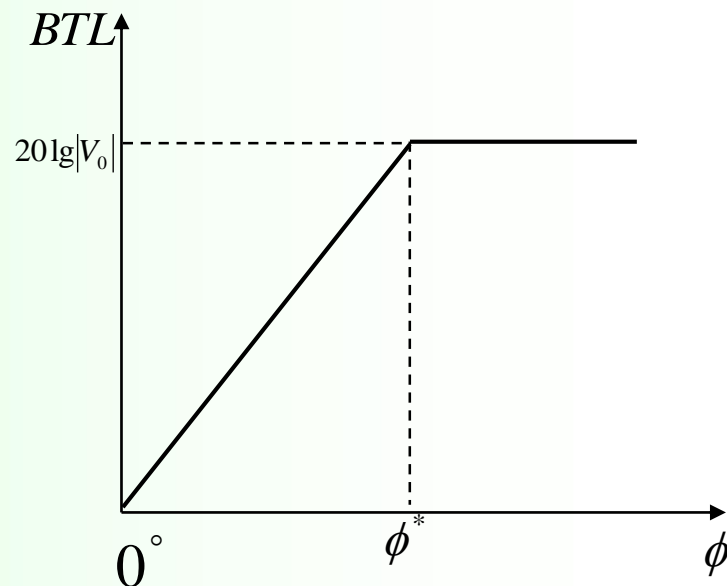
$$-\ln|V(\phi)| = \begin{cases} Q\phi & 0 < \phi < \phi^* \\ -\ln|V_0| = \text{const} & \phi^* < \phi < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

三个参数为：

$$Q = \frac{\partial}{\partial \phi} [-\ln|V(\phi)|] \quad \text{为} \quad -\ln|(\phi)| \text{的斜率}$$

$\phi^*$  即为全内反射角

$\ln|V_0|$



## 二、海洋环境与声学特征——海面

波动是海水的重要运动形式之一

### ➤ 海浪的基本特征

➤ 海浪要素与海浪的分类

➤ 表面张力波与重力波

➤ 海浪的形成和等级

### ➤ 海浪的统计特征

➤ 海浪的概率密度分布

➤ 充分成长的海浪谱



## 二、海洋环境与声学特征——波浪要素

### ➤ 波浪要素

#### ➤ 波峰与波谷

#### ➤ 波长

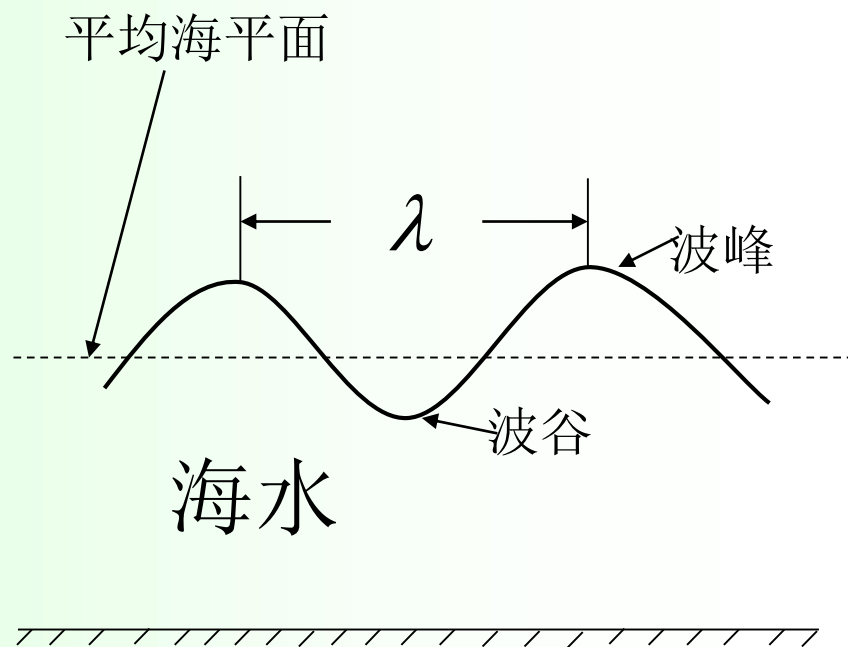
#### ➤ 周期

#### ➤ 波速 $C = \frac{\lambda}{T}$

#### ➤ 波高与振幅

#### ➤ 波陡 $\delta = \frac{H}{\lambda}$

#### ➤ 波峰线与波向线



## 二、海洋环境与声学特征——波浪要素

### ➤ 波浪要素

#### ➤ 波峰与波谷

#### ➤ 波长

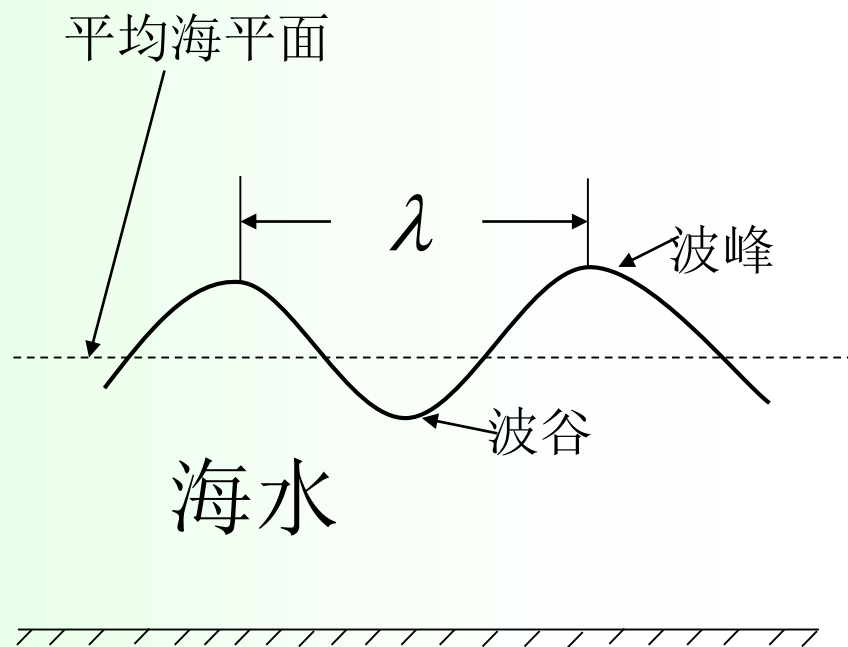
#### ➤ 周期

#### ➤ 波速 $C = \frac{\lambda}{T}$

#### ➤ 波高与振幅

#### ➤ 波陡 $\delta = \frac{H}{\lambda}$

#### ➤ 波峰线与波向线



## 二、海洋环境与声学特征——波浪的分类

### ➤ 波浪成因

➤ 风

➤ 地震、火山

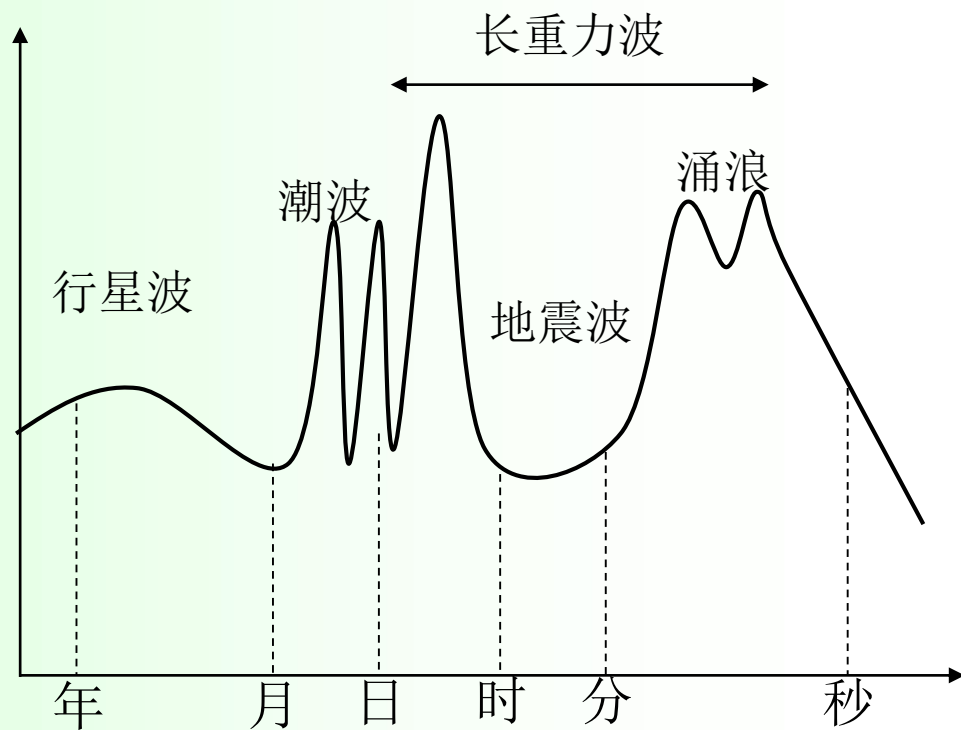
➤ 大气压、引潮力

### ➤ 波浪分类要素

➤ 波高

➤ 波长

➤ 周期



二、海洋环境与声学特征——波浪的分类

海浪的大致分类

周期T	类别	成因	恢复力	备注
<1S	表面张力波	风	张力	涟漪
1~30S	重力波	风	重力	风浪
30S~5m	长周期重力波	风、风暴	重力	涌浪
5m~12h	长重力波	地震、风暴	科氏力+重力	开尔文波
12h~25h	潮波	日、月引力	引潮力	潮波
>25h	行星波	万有引力	万有引力	罗斯贝波

## 二、海洋环境与声学特征——表面张力波

波长  $< 5cm$       张力为恢复力

波速: 
$$C^2 = \left( \frac{g}{k} + \frac{T_f k}{\rho} \right) \tanh(kh)$$

深水波速: 
$$C^2 = \left( \frac{g}{k} + \frac{T_f k}{\rho} \right) \quad (kh \gg 1 \text{ 时 } \tanh(kh) \cong 1)$$

弥散波

## 二、海洋环境与声学特征——重力波与波浪等级

波长  $< 10cm$       重力为恢复力

波速:  $C^2 = \frac{g}{k} \tanh(kh)$

深水波速:  $C^2 = \frac{g}{k}$  ( $kh \gg 1$  时  $\tanh(kh) \cong 1$ )

浅水波速:  $C^2 = gh$  ( $kh \ll 1$  时  $\tanh(kh) \cong kh$ )

波浪形成与等级:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \langle H \rangle = 0.25 H_{\frac{1}{3}} = 0.2 H_{\frac{1}{10}}$$

## 二、海洋环境与声学特征——海浪的统计特征

波浪的概率密度分布:

$$p(\xi) = \left(2\pi \langle \xi^2 \rangle\right)^{-\frac{1}{2}} e^{-\frac{\xi^2}{2\langle \xi^2 \rangle}}$$

充分成长的P-M海浪谱:

$$S(\omega) = \frac{ag^2}{\omega^5} \exp\left[-\beta\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^4\right] \quad a = 8.1 \times 10^3 \quad \beta = 0.74 \quad \omega_0 = \frac{g}{u_{19.5}}$$

纽曼谱、文氏谱....

## 二、海洋环境与声学特征——海面对声传播的影响

海面表层的气泡层：

- 吸收
- 散射
- 折射

海面对声传播的影响：

- 镜反射
- 散射
- 混响



## 二、海洋环境与声学特征——海洋内部的不均匀性

➤ 湍流与细微结构

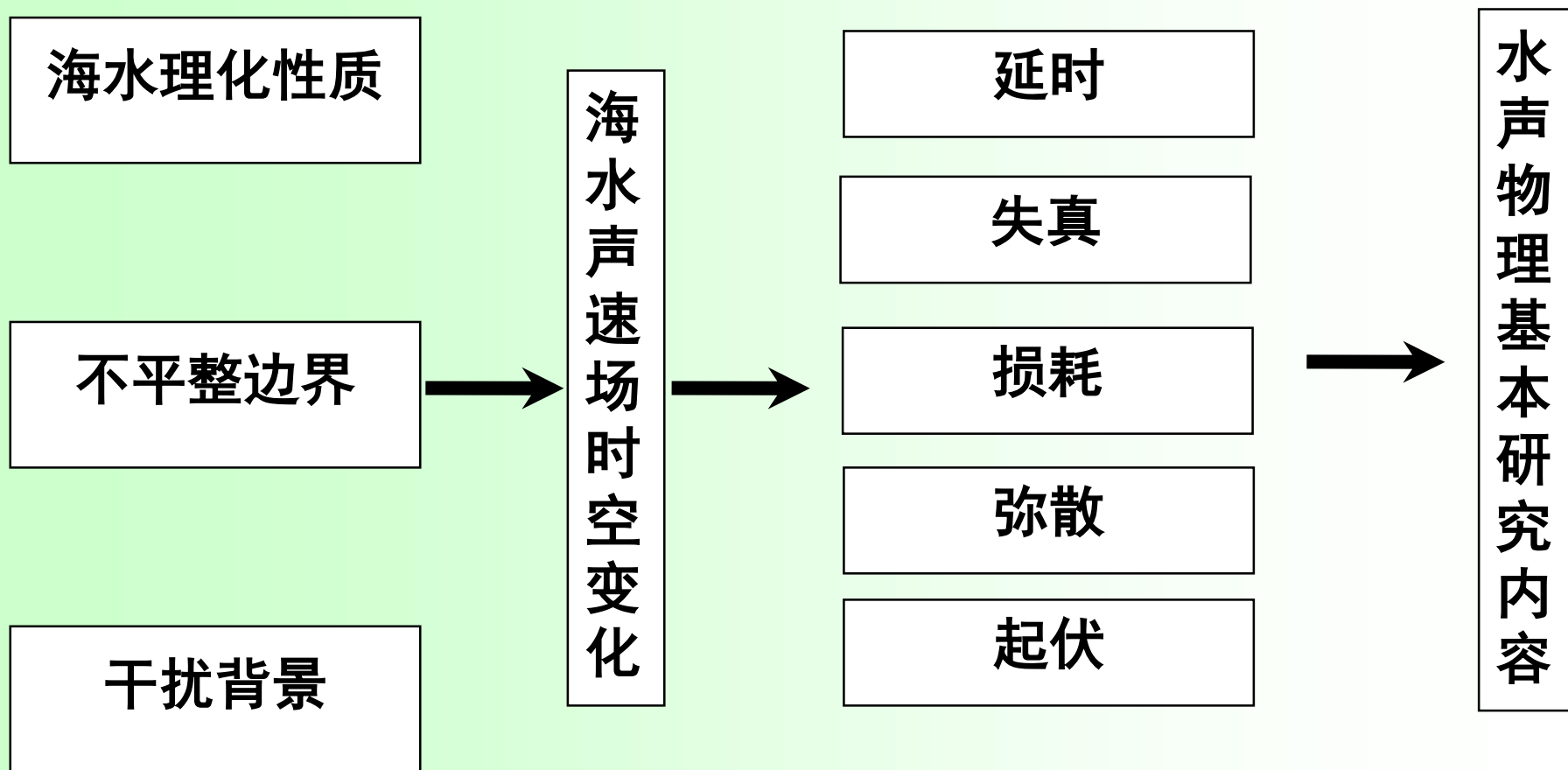
➤ 内波

➤ 海流与锋区

➤ 中尺度涡旋

➤ 深水散射层

### 三、海洋中的声传播理论——海洋中声传播的复杂性



三、海洋中的声传播理论——海洋中声传播的理论方法

理论	方法	优点	缺点	适用
简正波理论（波动声学）	求波动方程和一组定解条件条件的线性级数解，即简正波特征函数描述声场； 简正波的线性迭加构成一般解，满足边界条件和初始条件；	方法精确； 描述细致； 广泛适用； （声影区） （汇聚区） （焦散区）	求解复杂； 物理图像不直观； 简化求解精度差；	低频  远场  浅海
射线理论（几何声学）	抛开波动性质； 声能量沿一定路经传播； 波阵面变化；	方法直观； 计算简便； 物理图像清晰；	局限明显： 声影区； 焦散区； 剧变区；	高频  近场  深海

### 三、海洋中的声传播理论——波动方程

$$\frac{du}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0 \quad 3-1$$

小振幅情况：  $(\nabla \bullet u)u$  为小量可忽略，则有：

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + (\nabla \bullet u)u \approx \frac{\partial u}{\partial t} \quad 3-2$$

小振幅波运动方程为：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p = 0 \quad 3-3$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动方程

由质量守恒定律得连续性方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \nabla \bullet u = 0 \quad 3-4$$

水质点振动为等熵过程，其状态方程为：

$$dP = c^2 d\rho \quad 3-5$$

$$c^2 = \left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s \quad 3-6$$

$$\text{或：} \quad \frac{\partial p}{\partial t} = c^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad 3-7$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动方程

由2-3, 2-4, 2-7消去 $u$ 后得:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \frac{1}{\rho} \nabla p \bullet \nabla \rho = 0 \quad 3-8$$

做变量代换:  $\psi = \frac{p}{\sqrt{\rho}}$  得:

$$\nabla^2 \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \left[ \frac{\nabla^2 \rho}{2\rho} - \frac{3(\nabla \rho)^2}{4\rho^2} \right] \psi = 0 \quad 3-9$$

对简谐波:  $\frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2$  则2-9式变为:

$$\nabla^2 \psi + K^2(x, y, z) \psi = 0 \quad 3-10$$

$$\text{式中: } K^2(x, y, z) = k^2 + \frac{\nabla^2 \rho}{2\rho} - \frac{3(\nabla \rho)^2}{4\rho^2} \quad 3-11$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动方程

忽略海洋中密度的空间变化，则有：

$$\rho = \text{const} \quad k(x, y, z) = \frac{\omega}{c} \quad c = c(x, y, z)$$

则波动方程变为：

$$\nabla^2 \psi + k^2(x, y, z)\psi = 0 \quad 3-12$$

$\because \rho = \text{const} \quad \therefore p = \sqrt{\rho}\psi$  也满足上面方程：

$$\nabla^2 p + k^2(x, y, z)p = 0 \quad 3-13$$

介质中有外力 $F$ 时（如声源）则运动方程变为：

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \frac{F}{\rho} \quad 3-14$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动方程

$F$ 为作用于单位介质体元上的力，经类似推导可得：

$$\nabla^2 \psi + K^2(x, y, z)\psi = \frac{\nabla \bullet F}{\sqrt{\rho}} \quad 3-15$$

$\rho = \text{const}$ 时有：

$$\nabla^2 \psi + k^2(x, y, z)\psi = \frac{\nabla \bullet F}{\sqrt{\rho}} \quad 3-16$$

$$\nabla^2 p + k^2(x, y, z)p = \frac{\nabla \bullet F}{\sqrt{\rho}} \quad 3-16'$$



### 三、海洋中的声传播理论——定解条件

- 边界条件：物理量在边界上满足的条件
- 辐射条件：物理量在无穷远场满足的条件
- 奇性条件：物理量在声源点满足的条件
- 初始条件：物理量初始时刻满足的条件

### 三、海洋中的声传播理论——绝对软边界

边界上的压力等于零，若边界为  $z=0$  的平面，则有：

$$p(x, y, 0, t) = 0 \quad 3-17$$

若边界为  $z = \eta(x, y, z)$  的自由表面（如不平整海面），则：

$$p(x, y, \eta, t) = 0 \quad 3-18$$

若已知界面上压力满足一定的分布  $p_s$ ，则边界条件应为：

$$p(x, y, \eta, t) = p_s \quad 3-19$$

### 三、海洋中的声传播理论——绝对硬边界

边界上质点的法向速度等于零，若边界为  $z=0$  的平面，则有：

$$u_{nz} = \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = 0 \quad 3-20$$

若边界为  $z=\eta(x,y)$  的自由表面（如不平整海底），则： $(\vec{n}, \vec{u})|_{\eta} = 0$

$$\because \vec{n} = \frac{\partial \eta}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \vec{j} + \vec{k} \quad \vec{u} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$$

$\therefore$  边界条件为：

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} u_x + \frac{\partial \eta}{\partial y} u_y + u_z = 0 \quad 3-21$$

若已知边界法向振速分布为  $u_s$ ，则边界条件应为：

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} u_x + \frac{\partial \eta}{\partial y} u_y + u_z = u_s \quad 3-22$$

### 三、海洋中的声传播理论——混合边界条件

边界上压力和振速组合成线性关系，则边界条件为：

$$\left( \frac{\partial p}{\partial n} + \alpha p \right) \Big|_s = f(s) \quad 3-23$$

当 $f(s)=0$ 时，即为阻抗边界条件：

$$\left( \frac{\partial p}{\partial n} + \alpha p \right) \Big|_s = 0 \quad 3-24$$

也可写为：

$$z = -\frac{p}{u_n} \quad 3-24$$

### 三、海洋中的声传播理论——连续性边界条件

边界上 $\rho$ 和 $c$ 有限间断时，边界上应满足压力连续和法向速度连续：

$$\begin{aligned} p|_{s-0} &= p|_{s+0} \\ \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \right)_{s-0} &= \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \right)_{s+0} \end{aligned} \quad 3-25$$

压力连续才不会出现质量、加速度趋向无穷的不合理现象：

法向速度连续则不会出现使边界上介质出现“真空”或“聚集”的情况：

### 三、海洋中的声传播理论——辐射条件（熄灭条件）

当无穷远处无声源时，声场具有扩散波性质：

对平面波有：

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \pm \frac{1}{c} \frac{\partial \psi}{\partial t} = 0 \quad 3-26$$

对简谐波有  $\frac{\partial}{\partial t} = j\omega \quad \therefore \frac{\partial \psi}{\partial x} \pm jk\psi = 0 \quad 3-27:$

对柱面波有：

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \pm jk\psi \right) = 0 \quad 3-28$$

对球面波有：

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left( \frac{\partial \psi}{\partial r} \pm jk\psi \right) = 0 \quad 3-29$$

熄灭条件：  $p|_{r \rightarrow \infty} = 0$

### 三、海洋中的声传播理论——奇性条件（声源条件）

当 $r \rightarrow \infty$ 时， $p \rightarrow \infty$ ，在声源处构成奇性条件：

$$p = Ae^{j(\omega t - kr)} \quad \text{平面波}$$

$$p = \frac{A}{\sqrt{r}} e^{j(\omega t - kr)} \quad \text{柱面波}$$

$$p = \frac{A}{r} e^{j(\omega t - kr)} \quad \text{球面波}$$

考虑奇性条件，则波动方程应改为：

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -4\pi\delta(r)Ae^{j\omega t} \quad 2-30$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动声学的分离变量法

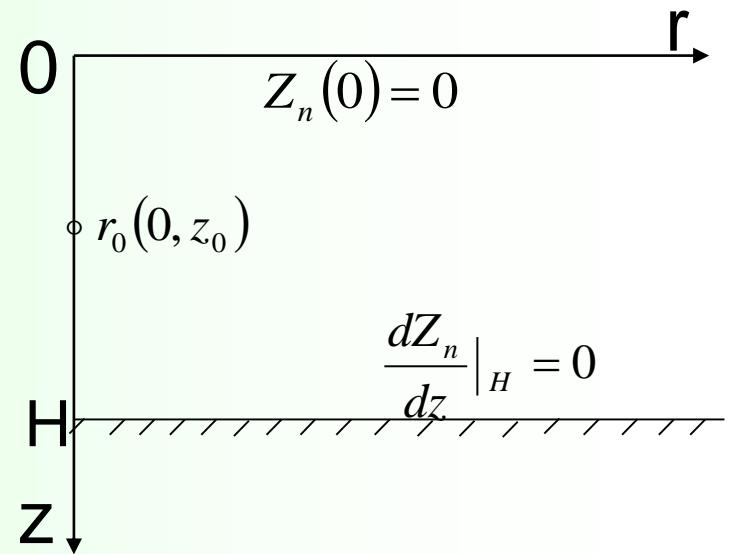
**Perkeris**声道:

$$z = H$$

$$c = c_0$$

海面为自由平整平面

海底为刚性平整平面



则非其次泛定方程为:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k_0^2 p = 4\pi A \delta(r - r_0) \quad 3-31$$



### 三、海洋中的声传播理论——波动声学的分离变量法

简正波：

将球面波形式 $\delta(r - r_0)$ 改为柱面波形式：

$$\because \int \delta(r - r_0) dv = \begin{cases} 1 & v \text{内} \\ 0 & v \text{外} \end{cases} \quad \int \delta(r - r_0) 2\pi r dr dz = \int_0^1 \begin{cases} v \text{内} \\ v \text{外} \end{cases} \quad 3-32$$

$$\therefore \delta(r - r_0) = \frac{1}{2\pi r} \delta(r) \delta(z - z_0)$$

令 $A = 1$ ，则2—31式变为：

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + k_0^2 p = -\frac{2}{r} \delta(r) \delta(z - z_0) \quad 3-33$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动声学的分离变量法

分离变量：令  $p(r, z) = \sum_n R_n(r) Z_n(z)$  代入3-33式有：

$$\sum_n \left[ Z_n \left( \frac{d^2 R_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR_n}{dr} \right) + R_n \left( \frac{d^2 Z_n}{dz^2} + k_0^2 Z_n \right) \right] = -\frac{2}{r} \delta(r) \delta(z - z_0) \quad 3-34$$

若  $Z_n(z)$  满足  $\frac{1}{Z_n} \frac{d^2 Z_n}{dz^2} + k_0^2 = \xi_n^2 = \text{const}$  则有：

$$\frac{d^2 Z_n}{dz^2} + \left( \frac{\omega^2}{c_0^2} - \xi_n^2 \right) Z_n = 0 \quad 3-35$$

$Z_n(z)$  满足正交归一化条件：

$$\int_0^H Z_n(z) Z_m(z) dz = \begin{cases} 1 & m = n \\ 0 & m \neq n \end{cases} \quad 3-36$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动声学的分离变量法

$Z_n(z)$ 的解为:

$$Z_n(z) = A_n \sin(k_{zn}z) + B_n \cos(k_{zn}z) \quad 0 \leq z \leq H$$

式中  $k_{zn}^2 = \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \xi_n^2$   $A_n, B_n$  为待定常数:

代入边界条件:  $Z_n(0) = 0$  和  $\left(\frac{dZ_n}{dz}\right)_H = 0$  可得到:

$$B_n = 0 \quad k_{zn} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{H} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad 3-37$$

由上解得:

$$Z_n(z) = A_n \sin(k_{zn}z) \quad 0 \leq z \leq H$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动声学的分离变量法

将 $Z_n(z)$ 代入2-36式得 $A_n = \sqrt{\frac{2}{H}}$  于是有:

$$Z_n(z) = \sqrt{\frac{2}{H}} \sin(k_{zn} z) \quad 3-38$$

由 $\xi_n^2 = \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - k_{zn}^2$  可得:

$$\xi_n^2 = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left[\left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi}{H}\right]^2} \quad 3-39$$

将3-35代入3-34得 $R_n$ 满足方程:

$$\frac{d^2 R_n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR_n}{dr} + \xi_n R_n = -\frac{2}{r Z_n(z)} \delta(r) \delta(z - z_0)$$

### 三、海洋中的声传播理论——波动声学的分离变量法

上式为零阶贝塞尔方程，其解为：

$$R_n(r) = -j\pi Z_n(z_0) H_0^{(2)}(\xi_n r) = -j\pi \sqrt{\frac{2}{H}} \sin(k_{zn} z_0) H_0^{(2)}(\xi_n r) \quad 3-40$$

其中  $H_0^{(2)} = J_0 - jN_0$ ，最终得解为：

$$p(r, z) = -j\pi \sum_n Z_n(z) Z_n[z_0] H_0^{(2)}(\xi_n r) = -\frac{2\pi}{H} \sum_n \sin(k_{zn} z) \sin(k_{zn} z_0) H_0^{(2)}(\xi_n r) \quad 3-41$$

$$\text{在远距离上, } \xi_n r \gg 1, H_0^{(2)}(\xi_n r) = \sqrt{\frac{2}{\pi \xi_n r}} e^{-j\left(\xi_n r - \frac{\pi}{4}\right)} \quad 3-42$$

则声场的远场解为：

$$p(r, z) = -\frac{2}{H} j \sum_n \sqrt{\frac{2\pi}{\xi_n r}} \sin(k_{zn} z) \sin(k_{zn} z_0) e^{-j\left(\xi_n r - \frac{\pi}{4}\right)} \quad 3-43$$

### 三、海洋中的声传播理论——Perkeris声道的截止频率

由3—39式可知：

$$\xi_n^2 = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 - \left[\left(n - \frac{1}{2}\right)\frac{\pi}{H}\right]^2} \quad 3-39$$

若 $\omega$ 给定，为保证 $\xi_n$ 为实数， $n$ 取最大值 $N$ 的条件为：

$$N = \left( \frac{H\omega}{\pi c_0} + \frac{1}{2} \right)$$

当 $n > N$ 时， $\xi$ 为虚数，对远场无贡献，所以远场解为：

$$p(r, z) = -\frac{2}{H} j \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{2\pi}{\xi_n r}} \sin(k_{zn} z) \sin(k_{zn} z_0) e^{-j\left(\xi_n r - \frac{\pi}{4}\right)} \quad 3-44$$

### 三、海洋中的声传播理论——Perkeris声道的截止频率

临界频率：

$$\omega_N = \left(N - \frac{1}{2}\right) \frac{\pi c_0}{H} \quad f_n = \left(N - \frac{1}{2}\right) \frac{c_0}{2H} \quad 3-45$$

当 $\omega < \omega_N$ 时， $N$ 阶以上的简正波不存在，当 $N = 1$ 时，得信道截止频率：

$$\omega_1 = \frac{\pi c_0}{2H} \quad f_1 = \frac{c_0}{4H} \quad 3-46$$

当 $f > f_1$ 时， $\xi$ 为虚数，远场声强接近于0:

### 三、海洋中的声传播理论——相速度与群速度

相速度是等位相面的传播速度：

$$c_{pn} = \frac{\omega}{\xi_n} = \frac{c_0}{\sqrt{1 - \left(\omega_n / \omega\right)^2}}$$

3-47

$\therefore$  相速度与频率有关， $\therefore$  为频散波

群速度是波包(能量)的传播速度：

$$c_{gn} = \frac{d\omega}{d\xi_n}$$

$$c_{gn} = \frac{d\omega}{d\xi_n} = \frac{d(c_{pn}\xi_n)}{d\xi_n} = c_{pn} + \xi_n \frac{dc_{pn}}{d\xi_n}$$

$$\therefore \frac{dc_{pn}}{d\xi_n} < 0 \quad \text{故有：} c_{gn} < c_{pn}$$



### 三、海洋中的声传播理论——相速度与群速度

由3—39式可得：

$$c_{gn} = \frac{d\omega}{d\xi_n} = c_0 \sqrt{1 - \left( \frac{\omega_n}{\omega} \right)^2} \quad 3-48$$

由3—47和3—48式可知：

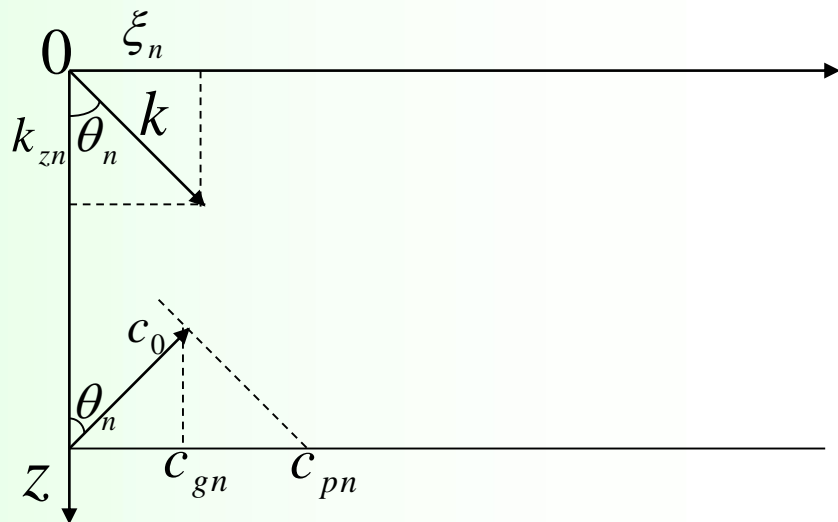
$$c_{gn} c_{pn} = c_0^2$$

每一简正波可分解为两个平面波：

$$\because \sin x = \frac{1}{2j} (e^{jx} - e^{-jx})$$

$\therefore$  第 $n$ 号简正波解为：

$$p_n(r, z) = -\frac{1}{H} \sqrt{\frac{2\pi}{\xi_n r}} \sin(k_{zn} z_0) \left[ e^{-j\left(\xi_n r + k_{zn} z - \frac{\pi}{4}\right)} - e^{-j(\xi_n r) - k_{zn} z - \frac{\pi}{4}} \right] \quad 3-49$$



### 三、海洋中的声传播理论——相速度与群速度

$e^{-j\xi_n r}$  表明水平方向是波数为  $\xi_n$  的行波

$\sin(k_{zn} z)$  表明垂直方向是波数为  $k_{zn}$  的驻波

设第  $n$  号简正波入射角为：

$$\theta_n = \pm \arcsin\left(\frac{\xi_n}{k}\right)$$

则有：

$$c_{pn} = \frac{c_0}{\sin \theta_n} \qquad c_{gn} = c_0 \sin \theta_n$$

### 三、海洋中的声传播理论——传播损失

$$\because p(r, z) = -j \sum \sqrt{\frac{2\pi}{\xi_n r}} Z_n(z_0) Z_n(z) e^{-j\left(\xi_n r - \frac{\pi}{4}\right)} \quad r \gg 1 \quad 3-50$$

若设单位距离处声压振幅为1，则传播损失为：

$$TL = -10 \lg \left| \sum_{n=1}^N \sqrt{\frac{2\pi}{\xi_n r}} Z_n(z_0) Z_n(z) e^{-j\xi_n r} \right|^2 \quad 3-51$$

将上式展开得：

$$TL = -10 \lg \sum_{n=1}^N \frac{2\pi}{\xi_n r} Z_n^2(z_0) Z_n^2(z) - 10 \lg \sum_{n \neq m}^N \frac{4\pi}{\sqrt{\xi_n \xi_m}} Z_n(z_0) Z_n(z) Z_m(z_0) Z_m(z) e^{-j(\xi_n - \xi_m)r} \quad 3-52$$

### 三、海洋中的声传播理论——传播损失

52式展第一项与简正波之间的相关程度无关，单调下降

52式展第二项与简正波之间的相关程度有关，干涉起伏

若忽略交叉项（简正波之间不相关）则有：

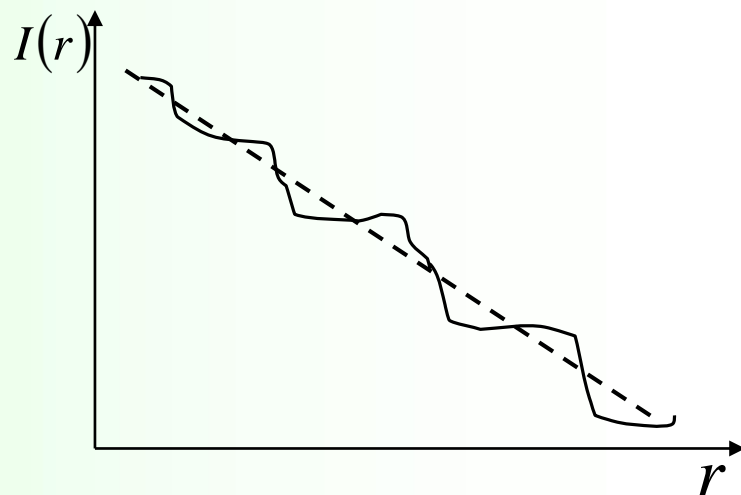
$$TL = -10 \lg \sum_{n=1}^N \frac{4}{H^2} \frac{2\pi}{\xi_n r} \sin^2(k_{zn} z_0) \sin^2(k_{zn} z) \quad 3-53$$

设  $\sin^2(k_{zn} z_0)$  和  $\sin^2(k_{zn} z)$  随机取 0~1 值，此时近似有  $\int \sin^2 x dx = \frac{1}{2}$  则有：

$$TL = -10 \lg \left[ \frac{2\pi}{H^2 r} \sum_{n=1}^N \frac{1}{\xi_n} \right] \quad 3-54$$

当  $N$  较大时有：

$$N = \left( \frac{H\omega}{\pi c_0} + \frac{1}{2} \right) \approx \frac{H\omega}{\pi c_0}$$



### 三、海洋中的声传播理论——传播损失

对应2—39式有：

$$\xi_n \approx \frac{\omega}{c_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n}{N}\right)^2}$$

令  $\frac{n}{N} = x$  将3—54式改为积分即有：

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{\xi_n} = \frac{c_0}{\omega} \sum_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{N}\right)^2}} = \frac{c_0}{\omega} \int_0^1 \frac{Ndx}{\sqrt{1 - x^2}}$$

令  $x = \sin \theta$  上式变为：

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{\xi_n} = \frac{c_0 N}{\omega} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta = \frac{H}{2}$$

最后代入2—54式得：

$$TL = -10 \lg \frac{\pi}{Hr} = 10 \lg r + 10 \lg \frac{H}{\pi}$$

### 三、海洋中的声传播理论——传播损失

对应2—39式有：

$$\xi_n \approx \frac{\omega}{c_0} \sqrt{1 - \left(\frac{n}{N}\right)^2}$$

令  $\frac{n}{N} = x$  将3—54式改为积分即有：

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{\xi_n} = \frac{c_0}{\omega} \sum_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{n}{N}\right)^2}} = \frac{c_0}{\omega} \int_0^1 \frac{Ndx}{\sqrt{1 - x^2}}$$

令  $x = \sin \theta$  上式变为：

$$\sum_{n=1}^N \frac{1}{\xi_n} = \frac{c_0 N}{\omega} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta = \frac{H}{2}$$

最后代入2—54式得：

$$TL = -10 \lg \frac{\pi}{Hr} = 10 \lg r + 10 \lg \frac{H}{\pi}$$

### 三、海洋中的声传播理论——传播损失

上式更一般表示为:

$$TL = 10\lg r + 10\lg \frac{H}{2\phi_c}$$

其中 $\phi_c$ 为临界掠射角

对绝对硬海底  $\phi_c = \frac{\pi}{2}$

上式即变为3—55式:

当 $\phi < \phi_c$ 时发生全反射

$\phi > \phi_c$ 时则衰减:

$\phi_c$ 越小  $TL$ 越大

### 三、海洋中的声传播理论——格林函数法

边界形式复杂时可由格林函数法求解波动方程：

$$\nabla^2 \phi' - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi'}{\partial t^2} = -4\pi\psi' \quad 3-56$$

$\psi$ 表声源函数，考虑简谐波时3—56式变为：

$$\nabla^2 \phi + k^2 \phi = -4\pi\psi \quad k = \frac{\omega}{c} \quad 3-57$$

格林函数 $G(r, r_0)$ 表示处于 $r_0$ 的一个点源在一定边界条件和初始条件下所产生的场，因此有：

$$\nabla^2 G + k^2 G = -4\pi\delta(r - r_0) \quad 3-58$$

用 $G$ 乘3—57式减去用 $\phi$ 乘3—58式得：

$$G\nabla^2 \phi - \phi\nabla^2 G = -4\pi G\psi + 4\pi\phi\delta(r - r_0) \quad 3-59$$



### 三、海洋中的声传播理论——格林函数法

将3—59式对包含 $r_0$ 体积进行积分，并利用 $\delta$ 函数性质可得：

$$\iiint (G\nabla^2\phi - \phi\nabla^2G)dv = -4\pi \iiint G(r, r_0)\phi(r)dv + 4\pi\phi(r_0) \quad 3-60$$

由奥—高定理有：

$$\iiint (G\nabla^2\phi - \phi\nabla^2G)dv = \iint_s \left( G \frac{\partial\phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial G}{\partial n} \right) ds$$

式中 $s$ 是体积 $v$ 的边界面， $\frac{\partial}{\partial n}$ 为界面法向微商

上式代入60式后解出 $\phi(r_0)$ 并利用格林函数的对称性( $r_0 \rightarrow r, r \rightarrow r'$ )可得：

$$\phi(r) = \iiint G(r, r')\phi(r')dv' + \frac{1}{4\pi} \iint_s \left( G \frac{\partial\phi}{\partial n'} - \phi \frac{\partial G}{\partial n'} \right) ds \quad 3-58$$

当 $v$ 内无源时，第一项体积分为零

通常格林函数解析解难于获得（简单如球面可得）

### 三、海洋中的声传播理论——格林函数法

对三维空间，可证明格林函数有如下形式：

$$G(r, r') = \frac{\exp[jk|r - r'|]}{|r - r'|} = \frac{e^{jkR}}{R}$$

上式代入2-61式可得：

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi} \iint_s \left( \frac{e^{jkR}}{R} \frac{\partial \phi(r')}{\partial n'} - \phi(r) \frac{\partial}{\partial n'} \left( \frac{e^{jkR}}{R} \right) \right) ds' + \iiint \phi(r') \frac{e^{jkR}}{R} dr' \quad 3-62$$

若V内无源可得：

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi} \iint_s \left( \frac{e^{jkR}}{R} \frac{\partial \phi(r')}{\partial n'} - \phi(r) \frac{\partial}{\partial n'} \left( \frac{e^{jkR}}{R} \right) \right) ds' \quad 3-63$$

当 $\phi$ 及其微商在包围V的界面上已知时，

上式即为亥姆霍兹积分公式

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学基础

- 基本思想：声波能量沿一定路径通过一定形状几何面向外传播。确定射线**空间走向**及其**截面变化**即可完全确定声传播规律；
- 程函方程：程函方程的基本形式、其它形式、三个应用举例；
- 强度方程：方程意义、基本公式
- 射线声学的应用条件：振幅、折射率、声速梯度。

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的基本方程

对任意方向传播的平面波有如下形式：

$$\psi = Ae^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \quad 3-64$$

波矢量 $\vec{k}$ 决定声波传播方向：

$$\vec{k} = k_x \vec{i} + k_y \vec{j} + k_z \vec{k}$$

空间矢量 $\vec{r}$ 表示空间位置：

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

由方向余弦表示波束矢量：

$$\frac{k_x}{k} = \cos \alpha \quad \frac{k_y}{k} = \cos \beta \quad \frac{k_z}{k} = \cos \gamma \quad 3-65$$

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的基本方程

对简谐波满足下列波动方程:

$$\nabla^2 p - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

方程解有如下形式:

$$\begin{aligned} p(x, y, z, t) &= A(x, y, z) e^{j[\omega t - k(x, y, z)\phi_1(x, y, z)]} \\ &= A(x, y, z) e^{j[\omega t - k_0\phi(x, y, z)]} \end{aligned} \quad 3-66$$

式中A为振幅,  $k$ 为波函数

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{\omega}{c_0} \frac{c_0}{c} = k_0 n(x, y, z)$$

$c_0$ 为参考声速,  $n$ 为折射率,  $k\phi_1 = k_0\phi$ 为声波相位值

$\phi(x, y, z) = n\phi_1(x, y, z)$  量纲为长度, 称为程函

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的基本方程

将形式解代入3-66式可得：

$$\frac{\nabla^2 A}{A} - \left(\frac{\omega}{c_0}\right)^2 \nabla \phi \bullet \nabla \phi + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - j \frac{\omega}{c_0} \left( \frac{2 \nabla A}{A} \bullet \nabla \phi + \nabla^2 \phi \right) = 0 \quad 3-67$$

令上式实部和虚部分别等于零可得：

$$\frac{\nabla^2 A}{A} - k_0^2 \nabla \phi \bullet \nabla \phi + k^2 = 0 \quad 3-68$$

$$\nabla^2 \phi + \frac{2}{A} \nabla A \bullet \nabla \phi = 0 \quad 3-69$$

当  $\frac{\nabla^2 A}{A} \ll k^2$  时, 3-68式化为：

$$(\nabla \phi)^2 = \left( \frac{c_0}{c} \right)^2 = n^2(x, y, z) \quad 3-70$$

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的程函方程

由矢量分析可知，等位相面 $\phi(x, y, z)$ 在任意方向 $\vec{l}$ 的变化率为：

$$\frac{d\phi(x, y, z)}{d\vec{l}} = \nabla\phi \cdot \vec{l}_0 \quad 3-71$$

$\vec{l}_0$ 为矢量 $\vec{l}$ 的单位矢量：

设声学方向矢量为 $\vec{s}$ ，此即等位相面 $\phi$ 的法线方向

则单位矢量 $\vec{s}_0 = \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|}$ 就是 $\nabla\phi$ 的方向

$$\therefore \frac{d\phi(x, y, z)}{ds} = |\nabla\phi| \quad 3-72$$

$$\nabla\phi = |\nabla\phi|\vec{s}_0 = |\nabla\phi|(\cos\alpha\vec{i} + \cos\beta\vec{j} + \cos\gamma\vec{k}) \quad 3-73$$

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的程函方程

$$\text{即: } \begin{cases} \frac{\partial \phi}{\partial x} = n \cos \alpha \\ \frac{\partial \phi}{\partial y} = n \cos \beta \\ \frac{\partial \phi}{\partial z} = n \cos \gamma \end{cases} \quad 3-75$$

由3-70式可得程函方程的另一种形式:

$$n = \sqrt{(\nabla \phi)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2} \quad 3-76$$

将3-76式代入3-75式可得声线的方向余弦:

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial x}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2}} \\ \cos \beta = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial y}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2}} \\ \cos \gamma = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2}} \end{cases} \quad 3-77$$



### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的程函方程

由3-77式可确定声线走向

声线的方向余弦为：

$$\cos \alpha = \frac{dx}{ds} \quad \cos \beta = \frac{dy}{ds} \quad \cos \gamma = \frac{dz}{ds} \quad 3-78$$

将3-75式对 $s$ 求导得：

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) &= \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial \phi}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial s} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial s} \right) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left( n \cos^2 \alpha + n \cos^2 \beta + n \cos^2 \gamma \right) \\ &= \frac{\partial n}{\partial x} \end{aligned} \quad 3-79$$

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的程函方程

对 $y, z$ 做类似推导后可得：

$$\begin{cases} \frac{d}{ds}(n \cos \alpha) = \frac{\partial n}{\partial x} \\ \frac{d}{ds}(n \cos \beta) = \frac{\partial n}{\partial y} \\ \frac{d}{ds}(n \cos \gamma) = \frac{\partial n}{\partial z} \end{cases} \quad 3-80$$

其矢量形式为：

$$\frac{d}{ds}(\nabla \phi) = \nabla n \quad 3-81$$

3—75, 3—77, 3—80或3—81式是程函方程3—70的其它形式

### 三、海洋中的声传播理论——程函方程应用举例1

(1) 均匀介质，声速 $c$ 为常数

$$\because c = \text{常数}$$

$$\therefore n = \frac{c_0}{c} = 1$$

由3—80式可得：

$$\cos \alpha = \cos \alpha_0 \quad \cos \beta = \cos \beta_0 \quad \cos \gamma = \cos \gamma_0$$

$\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$  为声线起始出射角，程函方程表明声线为直线

### 三、海洋中的声传播理论——程函方程应用举例2

(2) 分层介质，声速 $c$ 为坐标 $z$ 的函数

考虑声线位于 $xoz$ 平面内， $c = c(z)$   $n = n(z)$

由3—80式可得：

$$\begin{cases} \frac{d}{ds} \left( \frac{c_0}{c} \cos \alpha \right) = 0 \\ \frac{d}{ds} \left( \frac{c_0}{c} \cos \gamma \right) = -\frac{c_0}{c^2} \frac{dc}{dz} \end{cases} \quad 3-82$$

由3—82第一式可得：

$\frac{\cos \alpha}{c(z)} = \text{常数}$ ，当起始值为 $c = c_0$   $\alpha = \alpha_0$  则有：

$$\frac{\cos \alpha}{c(z)} = \frac{\cos \alpha_0}{c_0} \quad 3-83$$

此即菲涅耳定律(折射定律)，它是射线声线的基本定律

### 三、海洋中的声传播理论——程函方程应用举例2

由3-82式的第二式左端可得：

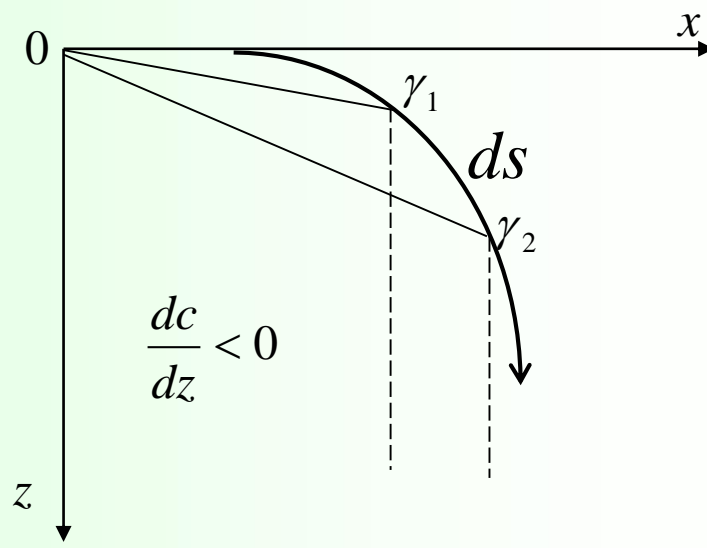
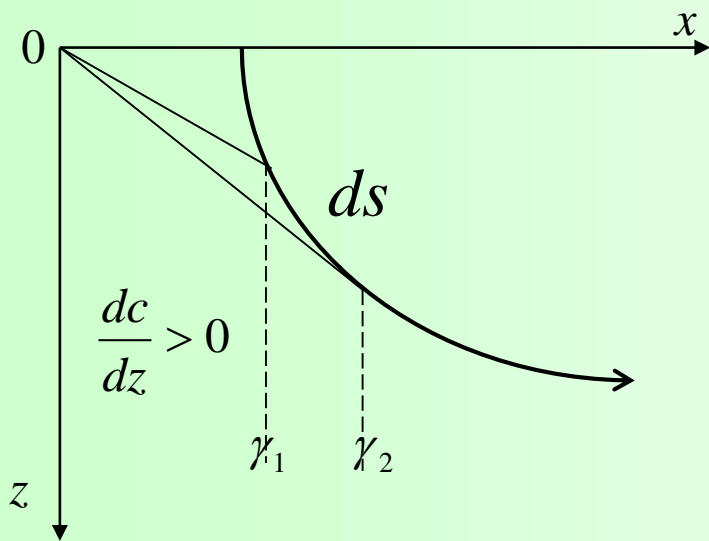
$$\frac{d}{ds}(n \cos \gamma) = -n \sin \gamma \frac{d\gamma}{ds} + \cos^2 \gamma \frac{dn}{dz}$$

由3-82式的第二式右端可得：

$$-\frac{c_0}{c^2} \frac{dc}{dz} = -\frac{n}{c} \frac{dc}{dz} = \frac{dn}{dz}$$

$$\therefore \frac{d\gamma}{ds} = -\frac{\sin \gamma}{n} \frac{dn}{dz} = \frac{\sin \gamma}{c} \frac{dc}{dz}$$

3-84



### 三、海洋中的声传播理论——程函方程应用举例2

$$(a) \quad \frac{dc}{dz} > 0 \quad \gamma_2 > \gamma_1 \quad \text{声线向上弯} \qquad (b) \quad \frac{dc}{dz} < 0 \quad \gamma_2 < \gamma_1 \quad \text{声线向下弯}$$

$$\frac{dc}{dz} > 0 \quad \text{则} \quad \frac{d\gamma}{ds} > 0 \quad \gamma_2 > \gamma_1 \quad \text{声线}s\text{向上弯曲}$$

$$\frac{dc}{dz} < 0 \quad \text{则} \quad \frac{d\gamma}{ds} < 0 \quad \gamma_2 < \gamma_1 \quad \text{声线}s\text{向下弯曲}$$

$\therefore$  声线总是弯向声速小方向

### 三、海洋中的声传播理论——程函方程应用举例3

(3) 程函 $\phi(x, y, z)$ 仅是 $x, z$ 的函数且线性独立介质

设 $\phi$ 可表成 $\phi_1(x)$ 和 $\phi_2(z)$ 的线性迭加, 即 $\phi(x, z) = \phi_1(x) + \phi_2(z)$ , 则由3—75式可得:

$$\begin{cases} \frac{\partial \phi_1(x)}{\partial x} = n(z) \cos \alpha \\ \frac{\partial \phi_2(z)}{\partial z} = n(z) \cos \gamma \end{cases} \quad 3-85$$

由3—85第一式可得:

$$\frac{\partial \phi_1(x)}{\partial x} = n(z) \cos \alpha = \frac{c_0}{c} \cos \alpha = c_0 \frac{\cos \alpha_0}{c_0} = \cos \alpha_0$$

$$\therefore \phi_1(x) = x \cos \alpha_0 + c_1$$

### 三、海洋中的声传播理论——程函方程应用举例3

由3—85第二式可得：

$$\frac{\partial \phi_2(z)}{\partial z} = n(z) \cos \gamma = n \sin \alpha = \sqrt{n^2 \sin^2 \alpha} = \sqrt{n^2 - n^2 \cos^2 \alpha} = \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha_0}$$

$$\therefore \phi_2(z) = \int_0^z \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha_0} dz + c_2$$

则最终得程函为：

$$\phi(x, z) = \cos \alpha_0 x + \int_0^z \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha_0} dz + c \quad 3-86$$

代入3—66式得声压表示式：

$$p(x, z, t) = A(x, z) \exp \left[ j\omega t - k_0 \cos \alpha_0 x - k_0 \int_0^z \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha_0} dz \right] \quad 3-87$$



### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的强度方程

#### 1、强度方程的物理意义：

$$\text{强度方程: } \nabla^2 \phi + \frac{2}{A} \nabla A \cdot \nabla \phi = 0$$

$$\text{可写为: } 2A \nabla A \cdot \nabla \phi + A^2 \nabla^2 \phi = 0$$

由矢量分析可知：

$$\nabla \bullet (a \nabla b) = \nabla a \bullet \nabla b + a \nabla^2 b \quad 3-88$$

$$\text{则强度方程等效为: } \nabla \bullet (A^2 \nabla \phi) = 0$$

$$\text{可以证明: } I^2 \propto A^2 \nabla \phi \quad 3-89$$

$$\therefore \nabla \bullet I = 0 \quad 3-90$$

散度为零的矢量场为管量场，由奥—高定理可得：

$$\iiint \nabla \bullet I dv = \oiint I \bullet ds$$

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的强度方程

$s$ 为声线管侧面及两端截面 $s_1, s_2$

因 $I$ 与声线管侧面法向垂直，  
故侧面积分为0，则有：

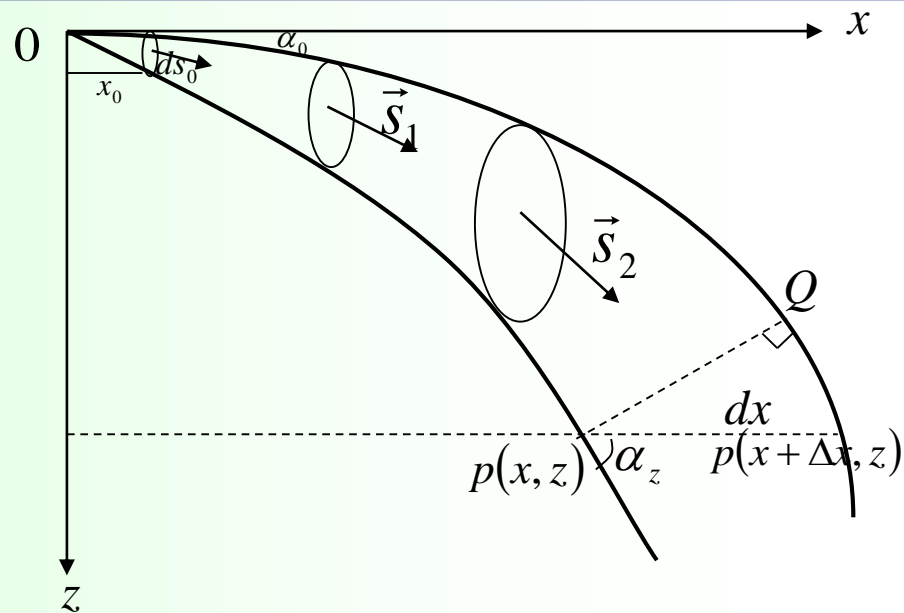
$$\oiint_{s_1} I \cdot ds + \oiint_{s_2} I \cdot ds = 0$$

若 $I$ 在各截面均匀分布，则有：

$$-I_1 s_1 + I_2 s_2 = 0$$

$$\therefore I_1 s_1 = I_2 s_2 = \dots = \text{常数}$$

表明声能是沿着声线管束传播的，端面越大，声能越分散，  
声强减小，端面越小，声能越集中，声强增大，即 $I$ 与 $s$ 成反比。



### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的强度方程

#### 2、声强基本公式:

3—91式中常数由声源辐射功率确定。令 $w$ 表示单位立体角内辐射功率，而单位立体角 $d\Omega$ 所张微元面积为 $ds$ ，则声强为：

$$I(x, z) = \frac{wd\Omega}{ds} \quad 3-92$$

考虑声源轴对称发射，在掠射角 $\alpha_0$ 到 $\alpha_0 + d\alpha_0$ 内所夹立体角内的声线管束，则有：

$$d\Omega = \frac{ds_0}{r_0^2} = 2\pi \cos \alpha_0 d\alpha_0 \quad 3-93$$

$ds_0$ 为单位距离 $r_0$ 处立体角 $d\Omega$ 所张微元面积，当声线到 $P$ 点时， $d\Omega$ 对应截面积为：

$$ds = 2\pi x \sin \alpha_z dx$$

起始掠射角 $\alpha_0$ 对应声线轨迹方程为： $x = x(\alpha_0, z)$

$$\therefore dx = \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} d\alpha_0$$

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的强度方程

$$\text{则 } ds = 2\pi x \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} \sin \alpha_z d\alpha_0 \quad 3-94$$

将3—93, 3—94式代入3—92式可得:

$$I = \frac{w \cos \alpha_0}{x \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} \sin \alpha_z} \quad 3-95$$

以 $r$ 表示水平距离代替 $x$ 有计算声强的基本公式:

$$I = \frac{w \cos \alpha_0}{r \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} \sin \alpha_z} \quad 3-96$$

$$\text{振幅: } A(r, z) = (I)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{w \cos \alpha_0}{r \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} \sin \alpha_z}} \quad 3-97$$

$$\therefore p = A(r, z) e^{-jk_0 \phi(r, z)} \quad 3-98$$

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的应用条件

程函方程3—70是在 $\nabla^2 A/A \ll k^2$ 条件下导出的，

这说明声线理论为波动理论的一级近似，对一维情况，不等式等效为：

$$\frac{\lambda^2}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) \ll 1 \quad 3-99$$

由3—65式(强度方程)有：

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{2}{A} \frac{\partial A}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0$$

$\therefore$  3—99式可变为：

$$\lambda^2 \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) \ll 1 \quad 3-100$$

$$\text{而 } \frac{\partial \phi}{\partial x} \rightarrow n$$

$$\therefore \lambda^2 \frac{\partial n}{\partial x} \ll 1 \quad 3-101$$

$$\lambda^2 \frac{\partial c}{\partial x} \ll 1 \quad 3-102$$

### 三、海洋中的声传播理论——射线声学的应用条件

由3—99、3—101、3—102式可知射线声学适用条件

- 在一个波长 $\lambda_0$ 范围内，声波振幅相对变化很小（声影区，焦散区不适用）；
- 在一个波长 $\lambda_0$ 范围内，介质的折射率梯度不大（跃变层）；
- 在一个波长 $\lambda_0$ 范围内，介质的声速梯度不大。

射线声学忽略了 $\frac{1}{k}$ 的高次项，故适用于高频

### 三、海洋中的声传播理论——分层介质中的声线轨迹

对分层介质有：

$$c(x, y, z) = c(z) \quad n(x, y, z) = n(z)$$

#### 1、菲涅耳定律和声线弯曲

由程函方程导出的3—83式的菲涅耳定律为：

$$\frac{\cos \alpha}{c} = \frac{\cos \alpha_0}{c_0} = \text{常数} \quad 3-103$$

已知 $\alpha_0$ ， $c_0$ 则对任意对应 $c$ 可求得 $\alpha$ ，即确定了声线传播方向。

#### 2、声线轨迹

由3—84式可得声线曲率的表达式：

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{\sin \theta}{c} \frac{dc}{dz} = \frac{\cos \alpha}{c} \frac{dc}{dz} \quad \theta \text{为入射角} \quad \alpha \text{为掠射角}$$

当声速梯度为常数时：

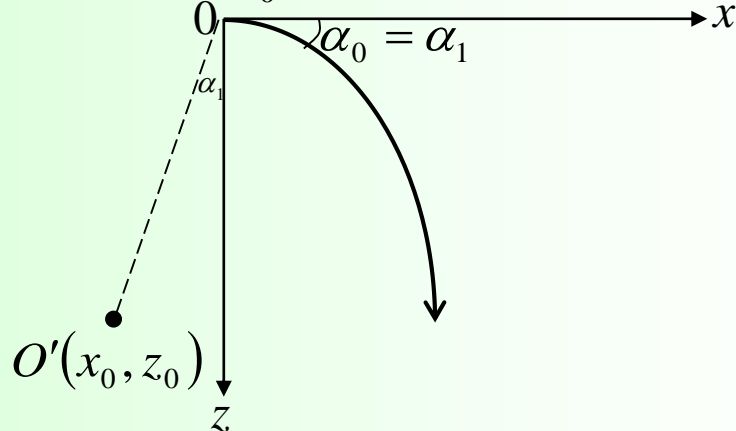
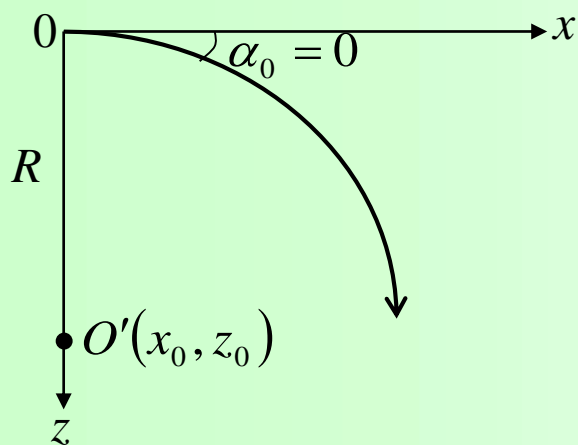
$$\frac{dc}{dz} = \text{常数}, \text{ 而由菲涅耳定律(3-103式)可知 } \frac{\cos \alpha}{c} = \text{常数:}$$

$$\therefore \frac{d\theta}{ds} = \text{常数} \quad \text{此时声线轨迹为圆弧}$$

### 三、海洋中的声传播理论——分层介质中的声线轨迹

#### 3、声线的轨迹方程

对恒声速梯度有： $c = c_0(1 + az)$   $a = \frac{1}{c_0} \frac{dc}{dz}$



负梯度声线轨迹:

若声线在海面以 $\alpha_0=0$ 出射, 则声线曲率半径为:  $R = \left| \frac{ds}{d\theta} \right| = \left| \frac{1}{a} \right|$

则此时声线轨迹方程为:  $(x - x_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ , 即  $x^2 + \left( z - \frac{1}{a} \right)^2 = \frac{1}{a^2}$

对于声源在海面以任意角 $\alpha_1$ 出射声线, 同样可得其轨迹方程为:

$$\left( x - \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{a} \right)^2 + \left( z - \frac{1}{a} \right)^2 = \left( \frac{1}{a \cos \alpha_1} \right)^2$$



### 三、海洋中的声传播理论——分层介质中声线经过的水平距离

设声源位于 $x = 0, z = z_1$ , 接收点位于 $(x, z)$ 处, 则有:

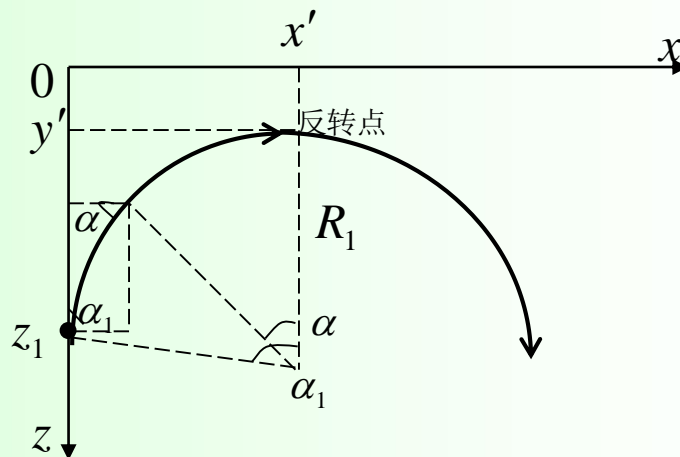
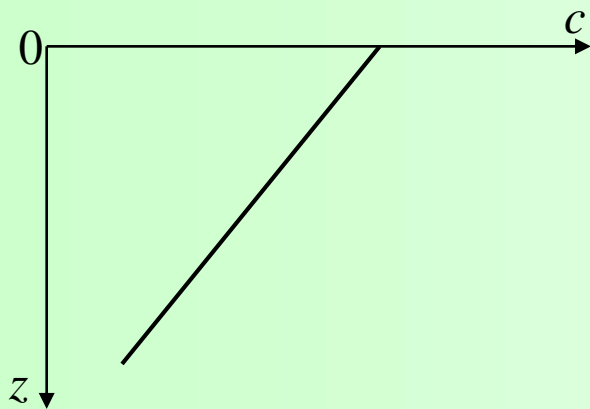
$$x = \int_{z_1}^z dx = \int_{z_1}^z \frac{dz}{\operatorname{tg} \alpha} \quad 3-104$$

由菲涅耳可得:

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{(n^2(z) - \cos^2 \alpha_1) / \cos^2 \alpha_1}$$

其中 $n = \frac{c(z_1)}{c(z)}$  则水平距离为:

$$x = \cos \alpha_1 \int_{z_1}^z \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \cos^2 \alpha_1}} \quad 3-105$$



### 三、海洋中的声传播理论——分层介质中声线经过的水平距离

当声线经过反转点 $z'$ 后， $z$ 将是 $x$ 的多值函数：

$$\therefore x = \cos \alpha_1 \left| \int_{z_1}^{z'} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \cos^2 \alpha_1}} \right| + \cos \alpha' \left| \int_{z'}^z \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \cos^2 \alpha'}} \right| \quad 3-106$$

$\because z'$ 处有 $\alpha'=0$

$$\therefore x = \cos \alpha_1 \left| \int_{z_1}^{z'} \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - \cos^2 \alpha_1}} \right| + \left| \int_{z'}^z \frac{dz}{\sqrt{n^2(z) - 1}} \right| \quad 3-107$$

3-107式即为 $c = c(z)$ 条件下声线水平距离公式：

对恒定声速梯度，声线轨迹为圆弧，由图可看出：

$$x = R_1 |\sin \alpha_1 - \sin \alpha| = \frac{c(z_1)}{\cos \alpha_1 g} |\sin \alpha_1 - \sin \alpha(z)| \quad 3-108$$

$g = \frac{dc}{dz} = c_0 a$  为绝对声速梯度 声线经过的垂直距离为： $z_1 - z = R_1 (\cos \alpha - \cos \alpha_1)$

代入3-108得到声线经过水平距离的另一表达式：

$$x = \frac{z_1 - z}{\operatorname{tg} \left[ \frac{1}{2} (\alpha_1 + \alpha(z)) \right]} \quad 3-109$$

当声线经过 $z'$ 后，水平距离分段相加，经化简得：

$$x = \frac{c(z_1)}{\cos \alpha_1 g} |\sin \alpha_1 + \sin \alpha(z)| \quad 3-110$$

### 三、海洋中的声传播理论——分层介质中声线传播时间

声线经微元 $ds$ 所需时间为 $dt = \frac{dc}{c}$ ,所以声线由 $z_1$ 深度传播到 $z$ 深度时间为:

$$t = \int \frac{ds}{c} = \int_{z_1}^z \frac{dz}{c(z) \sin \alpha(z)} \quad 3-111$$

由菲涅耳定律可得:

$$c \sin \alpha = \frac{c_1}{n^2} \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha_1} \quad n = \frac{c_1}{c}$$

$$\text{则: } t = \frac{1}{c_1} \int_{z_1}^z \frac{n^2(z) dz}{\sqrt{n^2(z) - \cos^2 \alpha_1}} \quad 3-112$$

3-112式即为计算声传播时间的一般表达式:

### 三、海洋中的声传播理论——分层介质中声线传播时间

对恒定声速梯度，由菲涅耳定律有：

$$dz = -\frac{c_1 \sin \alpha}{g \cos \alpha_1} d\alpha$$

代入3-112式有：

$$t = \frac{1}{g} \int_{\alpha_1}^{\alpha} \frac{d\alpha}{\cos \alpha} = \frac{1}{2g} \ln \left( \frac{1 + \sin \alpha}{1 - \sin \alpha} \right) \Big|_{\alpha_1}^{\alpha} \quad 3-113$$

$$\therefore t = \left| \frac{1}{g} \ln \left[ \frac{\operatorname{tg} \left( \frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4} \right)}{\operatorname{tg} \left( \frac{\alpha_1}{2} + \frac{\pi}{4} \right)} \right] \right| \quad 3-114$$

### 三、海洋中的声传播理论——线性分层介质中声线图

将 $c(z)$ 看作由多层构成，每层内 $\frac{dc}{dz}$ 恒定，则对于第 $i$ 层有：

$$\Delta x_i = \frac{z_i - z_{i+1}}{\operatorname{tg} \left[ \frac{1}{2} (\alpha_i + \alpha_{i+1}) \right]} \quad 3-115$$

$$\text{或 } \Delta x_i = \frac{c_i}{\cos \alpha_i g_i} |\sin \alpha_i - \sin \alpha_{i+1}|$$

对于有 $N$ 个分层的介质，声线的总水平距离为：

$$x = \frac{c_0}{\cos \alpha_0} \sum_{i=0}^{N-1} \left| \frac{\sin \alpha_i - \sin \alpha_{i+1}}{g_i} \right| \quad 3-116$$

此模型由于各层交界处 $\frac{dc}{dz}$ 不连续，会出现虚假声线汇聚现象

### 三、海洋中的声传播理论——线性分层介质中声强

由3—108式(若 $c$ 为 $z$ 的任意分布函数则由3—107式给出)有:

$$x = \frac{c(z_0)}{\cos \alpha_0 g} |\sin \alpha_0 - \sin \alpha(z)|$$

$$\therefore \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} = \frac{c_0}{g \cos^2 \alpha_0} \left( 1 - \sin \alpha_0 \sin \alpha - \cos \alpha_0 \cos \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_0} \right)$$

由折射定律可得:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_0} = \frac{\cos \alpha \sin \alpha_0}{\cos \alpha_0 \sin \alpha} \quad \text{代入上式得:}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha_0} = \frac{x}{\cos \alpha_0 \sin \alpha}$$

对单层介质可得声强为:

$$I = \frac{w \cos^2 \alpha}{x^2} \quad 3-117$$

同理对多层线性分层介质有:

$$x = \sum_{i=0}^{N-1} \Delta x_i$$

### 三、海洋中的声传播理论——线性分层介质中声强

上式对 $\alpha_0$ 求导可得:

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha_0} = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\partial(\Delta x_i)}{\partial \alpha_0} = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{c_i \left[ (1 - \sin \alpha_i \sin \alpha_{i+1}) \frac{\partial \alpha_i}{\partial \alpha_0} - \cos \alpha_i \cos \alpha_{i+1} \frac{\alpha_{i+1}}{\partial \alpha_0} \right]}{\cos^2 \alpha_i}$$

由折射定律可得:

$$\frac{\partial \alpha_i}{\partial \alpha_0} = \frac{\cos \alpha_i \sin \alpha_0}{\cos \alpha_0 \sin \alpha_i} \quad \text{代入上式并利用3-115式得:}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \alpha_0} = \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} \frac{\Delta x_i}{\sin \alpha_i \sin \alpha_{i+1}}$$

$$\therefore I = \frac{w \cos \alpha_0}{x \sin \alpha \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\Delta x_i}{\sin \alpha_i \sin \alpha_{i+1}}}$$

3-118

### 三、海洋中的声传播理论——线性分层介质中声强

当声源均匀发射时有：

$$w = \frac{w_0}{4\pi} \quad 3-119$$

当声源辐射指向性函数为 $D(\alpha, \varphi)$ 且 $D$ 与 $\varphi$ 无关时

单层介质有：

$$I = \frac{w_0 D(\alpha_0) \cos \alpha_0}{x \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} \sin \alpha} \quad 3-120$$

多层介质有：

$$I = \frac{w_0 D(\alpha_0) \cos \alpha_0}{x \sin \alpha \frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\Delta x_i}{\sin \alpha_i \sin \alpha_{i+1}}} \quad 3-121$$



### 三、海洋中的声传播理论——聚焦因子

聚焦因子：它是不均匀介质中的声强 $I(x, z)$ 与均匀介质中的声强之比

$$\text{即 } F(x, z) = \frac{I(x, z)}{I_0} \quad 3-122$$

在均匀介质中有：

$$I_0 = \frac{w_0}{R^2}$$

$$\therefore F(x, z) = \frac{R^2 \cos \alpha_0}{x \frac{\partial x}{\partial \alpha_0} \sin \alpha} \quad 3-123$$

$F(x, z) < 1$       表明声线管发散程度大于球面波

$F(x, z) > 1$       表明声线管发散程度小于球面波

### 三、海洋中的声传播理论——聚焦因子

当  $\frac{\partial x}{\partial \alpha_0} = 0$  时,  $F(x, z) = \infty$  为焦散区, 射线声学不适用

对多层介质有(推导过程中用到  $R \cos \alpha \approx x$  近似):

$$\text{即 } F(x, z) = \frac{x}{\sin \alpha_0 \sin \alpha \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\Delta x_i}{\sin \alpha_i \sin \alpha_{i+1}}} \quad 3-125$$

通常  $\alpha_i$  较小,  $\therefore \sin \alpha \approx \alpha$  则有:

$$\therefore F(x, z) = \frac{x}{\alpha_0 \alpha \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\Delta x_i}{\alpha_i \alpha_{i+1}}} \quad 3-126$$

焦散区:

$F(x, z) \rightarrow \infty$  的点为焦散点

声线族上满足  $\frac{\partial x}{\partial \alpha_0} = 0$  点的包络线为焦散线

## 四、典型海洋环境下的声场——临近海面的水下点源声场

### 1、声场(洛埃镜效应)分布:

无限均匀海水中点源声场为:

$$P = \frac{1}{R_1} e^{-jkR_1} \quad 4-1$$

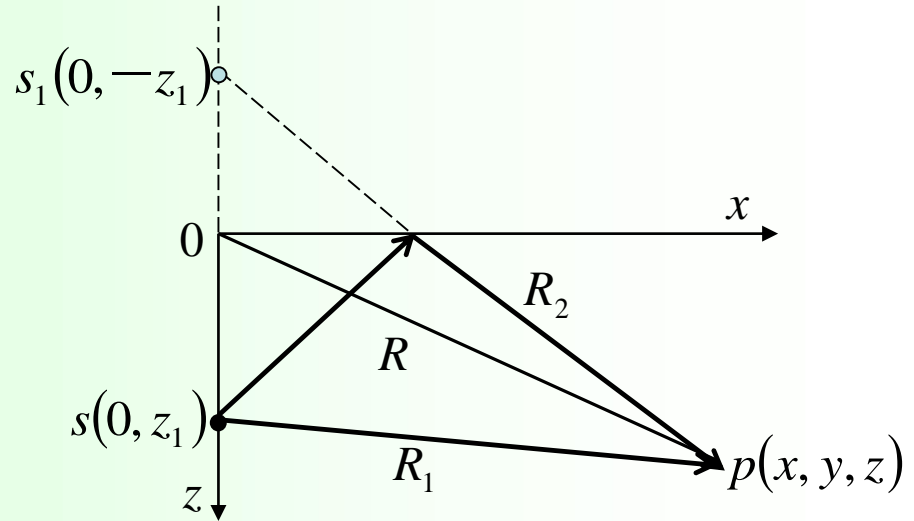
该表达式满足波动方程

当存在海面边界时(自由平面), 有边界条件:

$$P = 0 \Big|_{z=0} \quad 4-2$$

则3-1式不满足3-2式的边界条件, 引入虚源 $s_1(0, z_1)$ , 则总声压为:

$$P = \frac{1}{R_1} e^{-jkR_1} - \frac{1}{R_2} e^{-jkR_2} \quad 4-3$$



$$\text{式中: } R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_1)^2} \quad R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + z_1)^2}$$

## 四、典型海洋环境下的声场——临近海面的水下点源声场

当 $R$ 远大于 $z_1$ (源深)和 $z$ (观测点深)情况下有:

$$R_1 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z - z_1)^2} = \sqrt{r^2 + (z - z_1)^2} = R_0 \sqrt{1 - \frac{2zz_1}{R_0^2}} \approx R_0 - \frac{zz_1}{R_0}$$

$$R_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + (z + z_1)^2} = \sqrt{r^2 + (z + z_1)^2} = R_0 \sqrt{1 + \frac{2zz_1}{R_0^2}} \approx R_0 + \frac{zz_1}{R_0}$$

将 $R_1$ ,  $R_2$ 代入4-3式得:

$$\begin{aligned} P &= \frac{e^{-jk\left(R_0 - \frac{zz_1}{R_0}\right)}}{R_0 - \frac{zz_1}{R_0}} - \frac{e^{-jk\left(R_0 + \frac{zz_1}{R_0}\right)}}{R_0 + \frac{zz_1}{R_0}} \\ &= 2 \left[ \frac{zz_1}{R_0^3} \cos\left(k \frac{zz_1}{R_0}\right) + \frac{j}{R_0} \sin\left(k \frac{zz_1}{R_0}\right) \right] e^{-jkR_0} \end{aligned}$$

$$\text{对远场: } R^2 = r^2 + z^2 \quad R_0^2 = r^2 + z^2 + z_1^2 \approx R^2$$

## 四、典型海洋环境下的声场——临近海面的水下点源声场

$$\therefore P \approx 2 \left[ \frac{zz_1}{R^3} \cos \left( k \frac{zz_1}{R} \right) + j \frac{1}{R} \sin \left( k \frac{zz_1}{R} \right) \right] e^{-jkR} \quad 4-4$$

通常  $\frac{zz_1}{R^2} \ll 1$  当  $\sin \left( k \frac{zz_1}{R} \right)$  不取零附近值时,  $p$  的实部远小于虚部

$$\therefore |p| = \frac{2}{R} \left| \sin \left( k \frac{zz_1}{R} \right) \right| \quad 4-5$$

$|p|$  取最大值有:

$$R = R_N = \frac{kzz_1}{\pi \left( N + \frac{1}{2} \right)} \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad 4-6$$

$|p|$  的最大值为:

$$|p| = \frac{2}{R_N} \quad 4-7$$

## 四、典型海洋环境下的声场——临近海面的水下点源声场

这是近场菲涅耳区内干涉结果，声压最后一个极大值距离( $N$ 最小，取0)为：

$$R_{N=0} = \frac{2kzz_1}{\pi} \quad \text{当 } R > \frac{2kzz_1}{\pi} \text{ 时到达夫琅和费区}$$

当  $R \gg \frac{2kzz_1}{\pi}$  时：

$$|p| = \frac{2kzz_1}{R^2} \approx \frac{2kzz_1}{r^2} \quad 4-8$$

在菲涅耳区内：

$|p|$  的最大值为：

当  $\sin\left(k \frac{zz_1}{R}\right) = 0$  时 声压  $p$  取4-4式的实部有：

$$|p| = \frac{2zz_1}{R_m^3} \quad R_m = \frac{kzz_1}{m\pi} \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad 4-9$$

## 四、典型海洋环境下的声场——临近海面的水下点源声场

可见在菲涅耳区内,  $|p|$  的极大值按  $\frac{1}{R}$  衰减,  
极小值按  $\frac{1}{R^3}$  衰减, 夫琅和费区内  $|p|$  按  $\frac{1}{R^2}$  衰减

### 2、传播损失:

在菲涅耳区内:

$$TL = 20\lg R - 20\lg \left[ \sin\left(\frac{kzz_1}{R}\right) \right] \quad 4-10$$

在夫琅和费区内:

$$TL = 40\lg R \quad 4-11$$

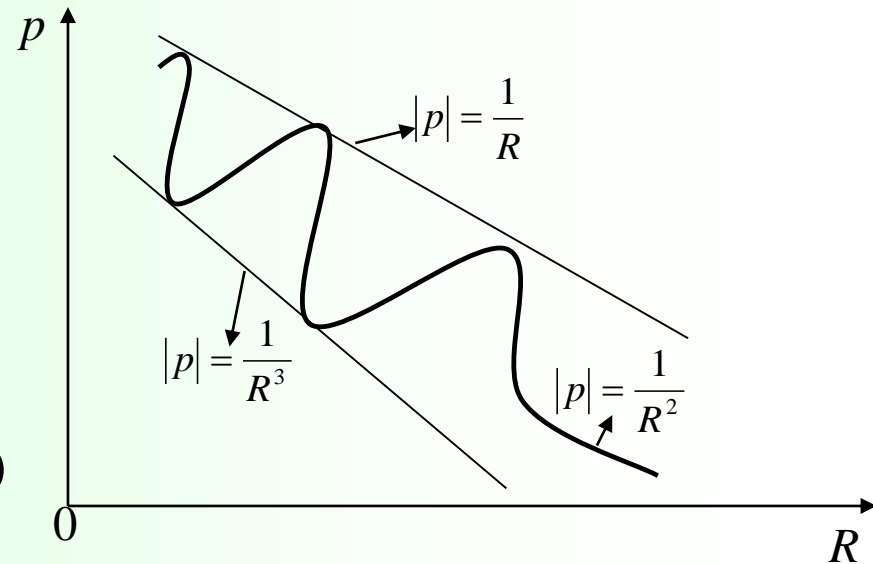
### 3、非绝对反射海面下的传播损失:

海面平均反射系数为: :

$$-\mu = \langle \nu \rangle \quad 4-12$$

经类似推导可得:

$$TL = 20\lg R - 10\lg \left[ 1 + \mu^2 - 2\mu \cos\left(\frac{2kzz_1}{R}\right) \right] \quad 4-13$$



## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

### 一、声速剖面简化为线性正梯度分布

$$c(z) = c_s(1 + az) \quad 4-14$$

#### (一) 表面声道中的声线和典型参数

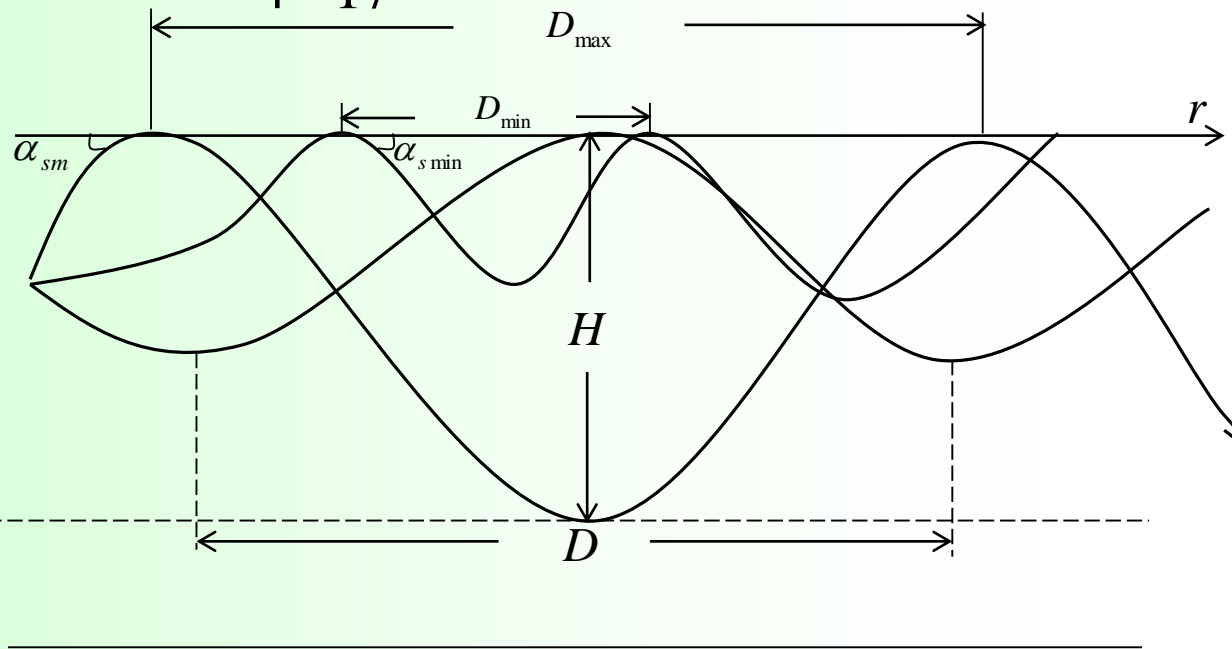
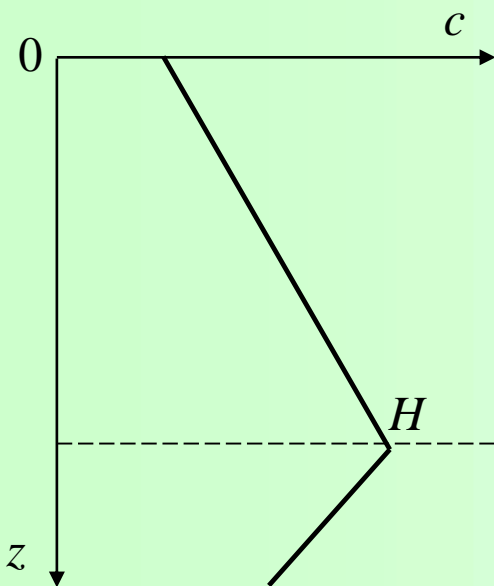
设海面，声源，接收点及混合层深度处声速分别为

$c_s, c_0, c, c_H$ ；掠射角分别为  $\alpha_s, \alpha_0, \alpha, \alpha_H$  则有：

$$c_0 = c_s(1 + az_0) \quad 4-15$$

$$c = c_s(1 + az) \quad 4-16$$

$$c_H = c_s(1 + aH) \quad 4-17$$





## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

由折射定律可知：

$$\frac{\cos \alpha_0}{c_0} = \frac{\cos \alpha_s}{c_s} = \frac{\cos \alpha}{c} = \frac{\cos \alpha_H}{c_H} \quad 4-18$$

### 1. 反转深度和临界声线

在反转深度 $z_m$ 处掠射角 $\alpha_m=0$ 由4-16式有：

$$\begin{aligned} \frac{\cos \alpha_0}{1 + az_0} &= \frac{1}{1 + az_m} \\ \therefore z_m &= \frac{az_0 + 2 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2}}{a \cos \alpha_0} \end{aligned} \quad 4-19$$

若以海面掠射角 $\alpha_s$ 表示，则将上式中 $\alpha_0$ 换为 $\alpha_s$ ,  $z_0$ 换为0即可：

$$z_m = \frac{2 \sin^2 \frac{\alpha_s}{2}}{a \cos \alpha_s} \quad 4-20$$

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

一般掠射角都为小量,  $\sin \alpha \approx \alpha$  则有:

$$\begin{aligned} z_m &\approx z_0 + \frac{\alpha_0^2}{2a} \\ z_m &\approx \frac{\alpha_s^2}{2a} \end{aligned} \quad 4-21$$

当  $z_m = H$ , 可得最大掠射角(临界角), 由4-21式得:

$$\begin{aligned} \alpha_{0m} &= \sqrt{2a(H - z_0)} \\ \alpha_{sm} &= \sqrt{2aH} \end{aligned} \quad 4-22$$

沿临界角传播的声线是表面声道的临界声线, 当  $\alpha_0 > \alpha_{0m}$

或  $\alpha_s > \alpha_{sm}$  时, 声线将(穿出表面声道)进入  $z > H$  水中:

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

### 2. 跨度

定义：声线连续两次发生海面反射，在海面两相邻反射点之间的水平距离。

当 $c(z)$ 的梯度为常数时，由3-108式有声线经过的水平距离为：

$$r = \frac{|\sin \alpha_s - \sin \alpha'|}{a \cos \alpha_s}$$

当 $\alpha' = 0$ 时，可得声线到达反转点处时经过的水平距离，则跨度为：

$$D = 2r = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_s}{a} \quad 4-23$$

将4-20式中解得的 $a$ 代入上式有（与反转深度 $z_m$ 的关系）：

$$D = 2z_m \operatorname{ctg} \frac{\alpha_s}{2} \quad 4-24$$

当海面掠射角 $\alpha_s$ 取临界掠射角 $\alpha_{sm} = \sqrt{2aH}$ 时可得最大跨度

代入4-23式且 $\operatorname{tg} \alpha_s \approx \alpha_s$ ，有：

$$D_{\max} \approx \sqrt{\frac{8H}{a}} \quad 4-25$$

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

当声源处掠射角 $\alpha_0=0$ 时，该声线对应海面掠射角为最小， $\alpha_s = \alpha_{s \min}$ ，此时反转深度 $z_m = z_0$ ，由4-21式可得：

$$\alpha_{\min} = \sqrt{2az_0} \quad 4-26$$

代入4-23式可得最小跨度为：

$$D_{\min} = \sqrt{\frac{8z_0}{a}} \quad 4-27$$

### 3. 循环数 $N$ 和声能沿深度分布

对于水面附近的声源，接收器，当 $N$ 取整数且满足 $N = \frac{r}{D(\alpha_{sN})}$ 的各条声线

均可到达接收点， $N$ 为循环数， $N=1$ 为一个跨度传来的声线，其它类推。

由4-23式有：

$$N = \frac{ar}{2tg \alpha_{sN}} \quad N = 1, 2, 3, \dots \infty$$

$$\text{则 } \alpha_{sN} = \arctg\left(\frac{ar}{2N}\right) \quad N = 1, 2, 3, \dots \infty \quad 4-28$$

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

$N$ 越大，声线越接近海面，当 $N \rightarrow \infty$ 时，声线沿海面传来，反转点最深或最大跨度的声线对应 $N$ 为 $N$ 能取的最小值。

$N$ 和 $N+1$ 代入相邻掠射角 $\alpha_{sN}$ 和 $\alpha_{sN+1}$ 中，由4-28式可看出， $N$ 越大， $\alpha_{sN}$ 与 $\alpha_{sN+1}$ 相差越小，声线越密集，反之， $N$ 越小，声线越疏散，表明声能集中与海面。

由4-21式可知： $z_m$ 与 $\alpha_s^2$ 成正比，在均匀辐射时，声能与 $\alpha_s$ 成正比。即， $w \propto \alpha_s$ ，层内声能 $w$ 随 $\alpha_s$ 一次方减小，但层厚 $z_m$ 随 $\alpha_s$ 平方减小。

$$\therefore \frac{w}{z_m} \propto \frac{1}{\alpha_s}$$

即，声能与层厚之比与 $\alpha_s$ 成反比，声能集中于海面。

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

### (二) 传播时间

由3—113式可得传播时间为：

$$t = \frac{1}{ac_0} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{d\alpha}{\cos \alpha} \quad 4-29$$

$t$ 为声线从深度 $z_1$ 传到深度 $z_2$ 点的时间

$$t = \frac{1}{ac_0} \left[ \ln \frac{1 + \sin \alpha_1}{1 - \sin \alpha_1} - \ln \frac{1 + \sin \alpha_2}{1 - \sin \alpha_2} \right] \quad 4-30$$

令 $\alpha_1$ =海面掠射角， $\alpha_2=0$ 则可得一个跨度传播时间为：

$$\Delta t = 2 \frac{1}{2ac_0} \ln \frac{1 + \sin \alpha_s}{1 - \sin \alpha_s} = \frac{2\alpha_s}{ac_0} \left( 1 + \frac{1}{6} \alpha_s^2 + \frac{1}{24} \alpha_s^4 + \cdots \right)$$

若信号经 $N$ 个跨度到达接收点，则有：

$$t = \frac{2N\alpha_s}{ac_0} \left( 1 + \frac{1}{6} \alpha_s^2 \right) \quad 4-31$$

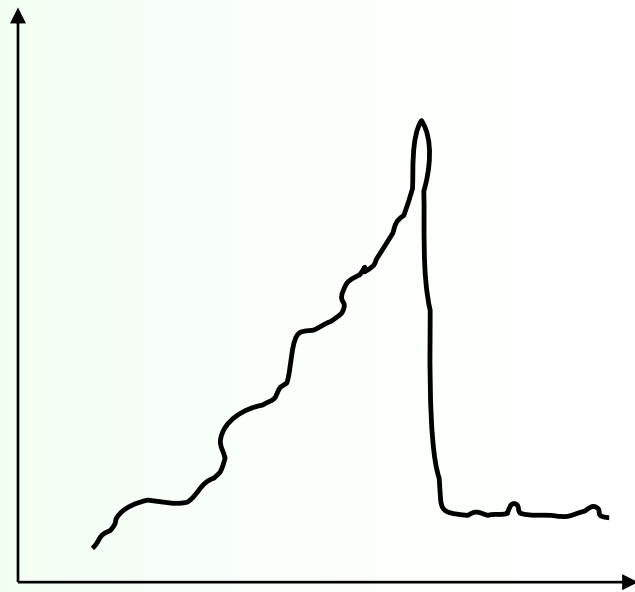
## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

$\because x_{sN} = \operatorname{arctg} \frac{ar}{2N}$  代入上式并利用  $\operatorname{arctg} x = x - \frac{1}{3}x^3 + \dots$  有：

$$t_N = \frac{r}{c_0} \left( 1 - \frac{a^2 r^2}{24N^2} \right) \quad 4-32$$

$N$  最小为最接近海底声线，其传播时间最短，最先到达接收点，  
 $N$  最大为最接近海面声线，其传播时间最长，最后到达接收点。

随  $N$  增加，相邻到达声线时间间隔不断减小，  
即单位时间到达声线数随  $N$  增大而加大。说明  
信号到达接收点由弱到强，最后尖锐截止。  
若  $N_{\min}$  和  $N_{\max}$  表示到达接收点声线最小和  
最大循环数，对应信号持续时间为：



## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

$$T = t_{\max} - t_{\min} = \frac{a^2 r^3}{24c_0} \left( \frac{1}{N_{\min}^2} - \frac{1}{N_{\max}^2} \right)$$

当  $N_{\max} \gg N_{\min}$  时

$$T = \frac{a^2 r^2}{24c_0} \frac{1}{N_{\min}^2} \quad 4-33$$

由4-28式可知:  $x_{sN} = \operatorname{arctg} \left( \frac{ar}{2N} \right)$

与  $N_{\min}$  对应的是最大海面掠射角  $\alpha_{\max}$

$$\therefore N_{\min} \approx \frac{ar}{2\alpha_{\max}} \quad \text{而} \quad \alpha_{\max} = \sqrt{2aH}$$

$$\therefore T = \frac{aHr}{3c_0} \quad 4-34$$

信号持续时间  $T$  与  $a, H, r$  成正比, 与  $c_0$  反比



## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

### 二、表面声道的截止频率

设表面声道厚度为 $H$ ，在一个跨度内的声线可看作由海面向下传的入射波和经反转点返回海面的反射波组成，忽略吸收并

设 $|V|=1$ ，则计入反转点附加相移 $\frac{\pi}{2}$ 后有：

$$V = \exp \left[ j \left( 2 \int_0^H k_z dz - \frac{\pi}{2} \right) \right] \quad 4-35$$

利用海面处边界条件有：  $V = \exp[j\pi]$

$$\therefore 2 \int_0^H k_z dz - \frac{\pi}{2} = \pi + 2n\pi \quad n = 0, 1, \dots \quad 4-36$$

式中 $k_z = k \sin \alpha$

$$\therefore c(z) = c_s(1 + \alpha z) \quad c(H) = c_s(1 + aH)$$

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

由折射定律有：  $\cos \alpha = \frac{c(z)}{c(H)}$

$$\begin{aligned}\therefore 2 \int_0^H k_z dz &= 2w \int_0^H \sqrt{\left[\frac{1}{c(z)}\right]^2 - \left[\frac{1}{c(H)}\right]^2} dz \approx \frac{2w}{c_s^2} \int_0^H \sqrt{c^2(H) - c^2(z)} dz \\ &\approx \frac{2w\sqrt{2a}}{c_s} \int_0^H \sqrt{H-z} dz = \frac{4\sqrt{2a}}{3c_s} wH^{\frac{3}{2}}\end{aligned}$$

代入4-36式得：

$$\frac{4\sqrt{2a}}{3c_s} \omega_n H^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \pi + 2n\pi \quad n = 0, 1, \dots$$

$$f_n = \left( \frac{3}{2} + 2n \right) \frac{3c_s}{8\sqrt{2a}} H^{-\frac{3}{2}} \quad n = 0, 1, \dots \quad 3-37$$

当 $n=0$ 时得截止频率

$$f_k = \frac{9c_s}{8H\sqrt{8aH}} \quad 4-38$$

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

### 三、表面声道的平滑平均声强

在不关心声场细微结构时，由射线声学理论及概率平均概念可导出表面声道的平滑平均声强

#### (一) 射线声学下的平滑平均声强

由3—124式可知聚焦因子为：

$$F(r, z) = \frac{r \cos \alpha_0}{\frac{\partial r}{\partial \alpha_0} \sin \alpha}$$

无限均匀介质中声强  $I_0 = \frac{w_0}{r^2}$  设  $w_0 = 1$  有：

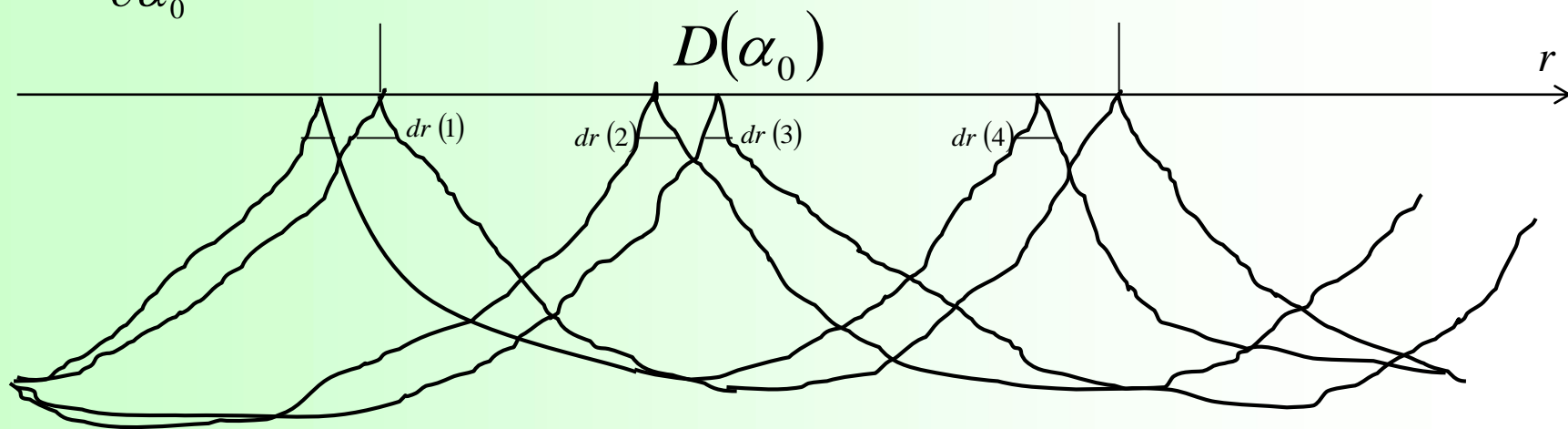
$$I(r, z) = F(r, z) I_0 = \frac{\cos \alpha_0}{r \left( \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} \right) \sin \alpha} \quad 4-39$$

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

起始掠射角为 $\alpha_0$ 的声线跨度为 $D(\alpha_0)$ 由图可见，有四处声场声强取 $I(r, z)$ 值。每一处声线在水平方向的波束宽度为：

$$dr = \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} d\alpha_0$$

4-40



在一个跨度 $D(\alpha_0)$ 距离内，取同一声强值水平波束宽度之和为：

$$4dr = 4 \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} d\alpha_0$$

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

若同一深度 $z$ 的各点取相同权重，则声强 $I$ 在一个跨度内的取值概率(相当于忽略了简正波的交叉项)为：

$$4 \left( \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} \right) \frac{d\alpha_0}{D(\alpha_0)} \quad 4-41$$

对所有可到达深度 $z$ 对应的起始掠射角 $\alpha_0$ 的各声线积分得：

$$I = 4 \int \frac{I(r, z) \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} d\alpha_0}{D(\alpha_0)} \quad r \gg D(\alpha_0) \text{ 否则(1),(2),(3),(4)不等}$$

将4—39式代入上式得：

$$I(r, z) = \frac{4}{r} \int \frac{\cos \alpha_0 d\alpha_0}{D(\alpha_0)} \quad 4-42$$

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

当计入海底、海面反射及海水吸收时得平滑平均声强为：

$$I(r, z) = \frac{4}{r} e^{-2\beta r} \int \frac{[|V_1(\alpha_h)| |V_2(\alpha_s)|]^{\frac{2r}{D}} \cos \alpha_0}{D(\alpha_0) \sin \alpha} d\alpha_0 \quad 4-43$$

$$\begin{aligned} \because [ |V_1| |V_2| ]^{\frac{2r}{D}} &= \exp \left\{ \frac{2r}{D} [\ln |V_1| + \ln |V_2|] \right\} \\ \therefore I(r, z) &= \frac{4}{r} e^{-2\beta r} \int \frac{\exp \left\{ \frac{2r}{D} [\ln |V_1| + \ln |V_2|] \right\}}{D(\alpha_0) \sin \alpha} \cos \alpha_0 d\alpha_0 \quad 4-44 \end{aligned}$$

( $z = z_0$  即  $\alpha = \alpha_0$  时上式不适用，需要用波动理论处理)

由折射定律有：

$$\frac{\cos \alpha_0}{c_0} = \frac{\cos \alpha_s}{c_s} = \frac{\cos \alpha}{c} = \frac{\cos \alpha_h}{c_h}$$

利用上式可将4—43式中的 $\alpha$ ,  $\alpha_h, \alpha_s$ 都用声源处掠射角 $\alpha_0$ 来表示。

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

### (二) 表面声道中的平均声强

当海面平静时有 $|V_2| = 1$ , 声线反转 $|V_1| = 1$ (未遇海底)

表面声道内声线最大掠射角为 $\alpha_m$ 则有:

$$I(r, z) = \frac{4}{r} e^{-2\beta r} \int_0^{\alpha_m} \frac{\cos \alpha_0}{D(\alpha_0) \sin \alpha} d\alpha_0 \quad 4-45$$

当海面不平整时, 由4-44式及折射定律可得:

$$I(r, z) = \frac{2cc_0}{rc_s^2} e^{-2\beta r} \int_{\alpha_{s \min}}^{\alpha_{s \max m}} \frac{\exp\left[\frac{2r}{D} \ln |V_2|\right] \sin(2\alpha_s)}{D(\alpha_s) \sin \alpha_0 \sin \alpha} d\alpha_s \quad 4-46$$

$V_2$ 可由海浪谱给出

## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

### (三) 表面声道中的传播损失

通常4—46式求解较困难，可通过数值解法求解。

若 $|V_2|=1$ ， $\alpha_0=\alpha=\alpha_s$  = 常数，由4—23式可知跨度为：

$$D(\alpha_0) = 2H \operatorname{ctg} \alpha_0 \quad 4-46$$

代入4—45式得：

$$I(r, z) = \frac{4}{r} e^{-2\beta r} \int_0^{\alpha_m} \frac{d\alpha_0}{2H} = \frac{2\alpha_m}{rH} e^{-2\beta r} \quad 4-48$$

则传播损失为：

$$TL = 10 \lg \left[ \frac{I(1)}{I(r)} \right] = 10 \lg r + \lg \frac{H}{2\alpha_m} + 20\beta r \ln e \quad 4-49$$



## 四、典型海洋环境下的声场——表面声道

若忽略声吸收有：

$$TL = 10\lg \left[ \frac{I(1)}{I(r)} \right] = 10\lg r + \lg \frac{H}{2\alpha_m}$$

$$\text{令 } r_0 = \frac{H}{2\alpha_m} \quad 4-50 \quad \text{则有：}$$

$$TL = 10\lg r + 10\lg r_0 \quad 4-51$$

当 $r < r_0$ 时，球面波扩散，当 $r > r_0$ 时过渡为柱面波扩散， $r_0$ 称为过渡距离

当考虑声吸收和声漏时有：

$$TL = 10\lg r + 10\lg r_0 + 20\lg e(\beta + \beta_L)r \quad 4-52$$

$\beta$ 为海水介质吸收系数 $Np/m$ ； $\beta_L$ 为漏声系数 $Np/m$

## 四、典型海洋环境下的声场——深海声道

### 一、深海声道信号的基本特征

#### (一) 深海声道中的声线和信号波形

与表面声道类似，离声道轴远的声线路程长，先到达，声线密度小，能量小。沿声道轴传播声线路程最短，到达迟，声线最密，能量最大。接收信号幅度由小到大直到峰值后突然截止。

#### (二) 深海声道中的会聚区和声影区

会聚区：当声源位于海面或海底附近(远离声道轴)时，由临近声线交聚点(线)所形成的包络线(面)称为焦散线(面)，在海面或海底焦散线(面)附近形成的高声强焦散区域称为会聚区。

声影区：在会聚区之间，只存在由海面、海底反射的声线而使其声强明显小于会聚区声强，该区域被称为声影区。

## 四、典型海洋环境下的声场——深海声道

声强异常：会聚区声强 $I$ 与球面扩散声强之比称为会聚区增益：

$$G = \frac{I}{I_0} = \frac{4r}{\Delta r} \quad 4-53$$

(推导略)

会聚区增益 $G$ 的分贝值称为声强异常

$$A = 10 \lg G \quad 4-54$$

### 二、深海声道中的平均场和传播损失

#### (一) 最简单声道(*Munk*)的平均场

线性声速分贝模型

$$c = c_0 \quad -H \leq z \leq H$$

$$c = c_0 [1 + a_2 (z - H)] \quad z > H$$

$$c = c_0 [1 - a_1 (z - H)] \quad z < -H$$

## 四、典型海洋环境下的声场——深海声道

经推导得：

$$I = \frac{\pi g}{2r(1 - gH)} \left( \frac{c_1}{c_0 \sqrt{\left(\frac{c_1}{c_0}\right)^2 + gH} - 1} - 1 \right) \quad 4-55$$

当声源位于均匀层内时：

$$I = \frac{\pi g}{2r(1 - gH)} \left( \frac{1}{\sqrt{gH}} - 1 \right) \quad 4-56$$

$$\text{一般 } gH \ll 1 \quad \therefore I = \frac{\pi}{2r} \sqrt{\frac{g}{H}} \quad 4-57$$

$$\text{由 } I = \frac{1}{rr_0} \quad \text{可得过渡距离: } r_0 = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{H}{g}} \quad 4-58$$

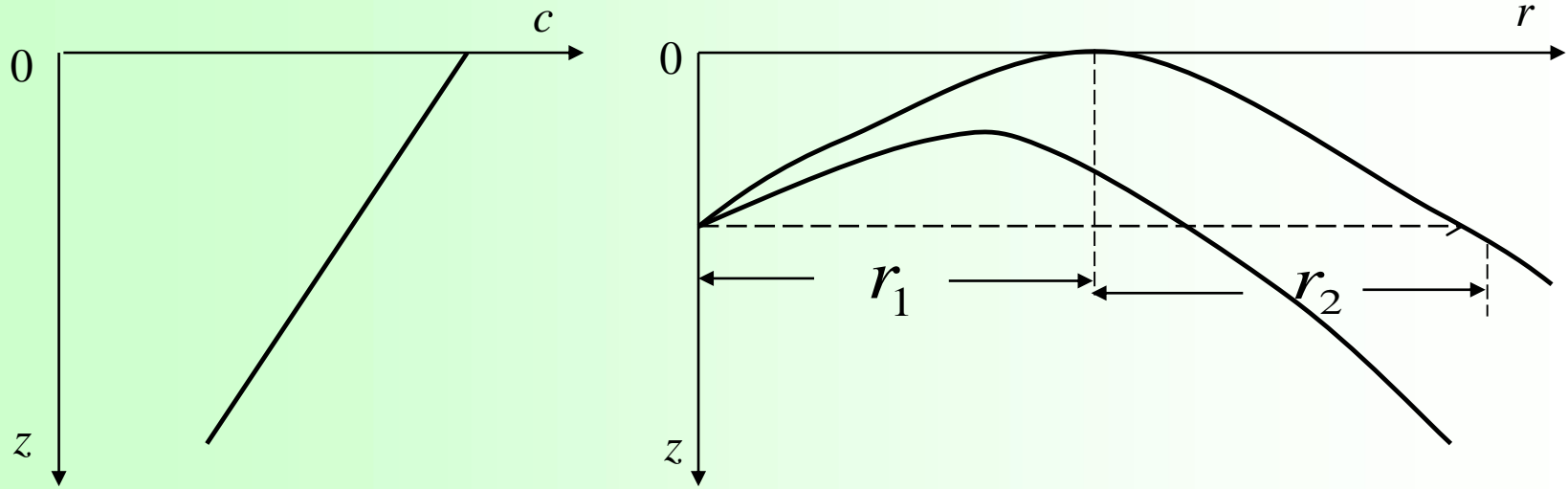
(二) 深海声道中的传播损失

$$I = 10 \lg r + 10 \lg r_0 + \alpha r 10^{-3} \quad 4-59$$

$\alpha \rightarrow$  吸收系数  $\text{dB/km}$

## 四、典型海洋环境下的声场——深海负梯度与深海负跃层

### (一) 深海负梯度(与声道相反, 称为反波导传播)



声速分布为负梯度条件下, 声线向下弯曲, 与海面相切的声线为极限声线, 极限声线以内是亮区, 以外为直射声能无法到达的声影区。

由声源到观测点深度影区边缘的水平距离为:

$$D = r_1 + r_2$$

$D$ 被称为几何作用距离

## 四、典型海洋环境下的声场——深海负梯度与深海负跃层

由图可知：

$$r_1 = \sqrt{R^2 - (R - z_1)^2} \quad r_2 = \sqrt{R^2 - (R - z)^2}$$

$R$ 为声速梯度恒定时极限声线的曲率半径，

$$R = \frac{1}{a} \quad a \text{为相对声速梯度}$$

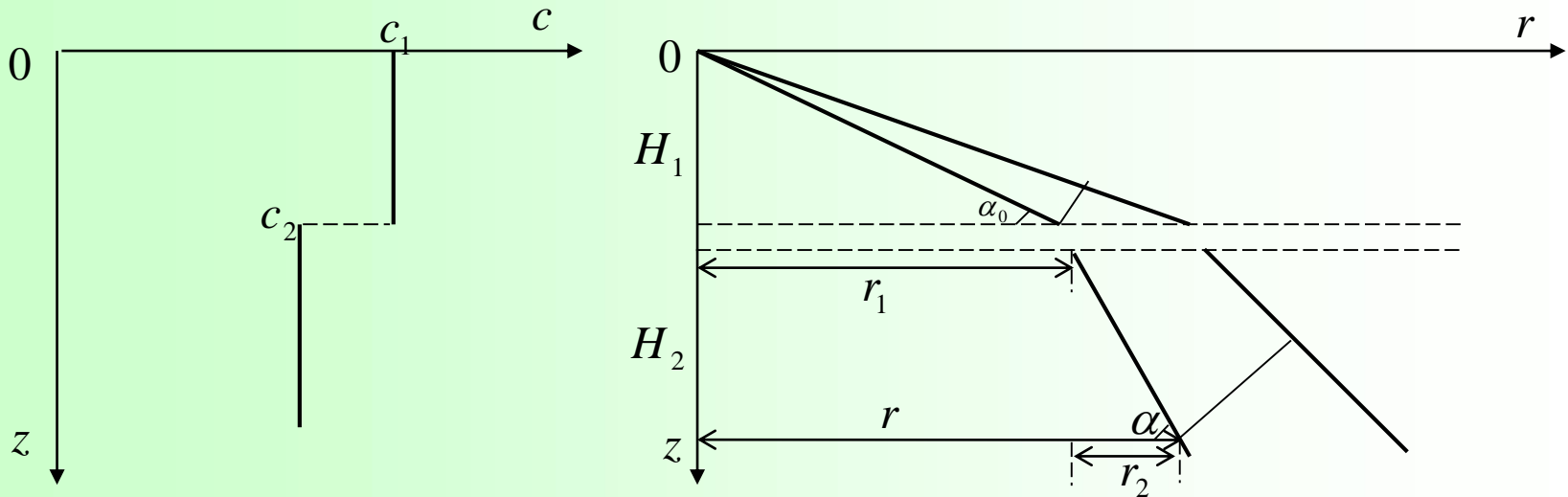
$$\because R \gg z_1 \quad \therefore r_1 \approx \sqrt{2Rz_1} = \sqrt{\frac{2z_1}{a}} \quad r_2 \approx \sqrt{2Rz} = \sqrt{\frac{2z}{a}}$$

$$\therefore D = \frac{\sqrt{2z_1} + \sqrt{2z}}{\sqrt{a}} \quad 4-60$$

当声速梯度不为常数时，可按声速梯度剖面特点由与海面相切声线确定几何作用距离。

## 四、典型海洋环境下的声场——深海负梯度与深海负跃层

### (二) 深海负跃层



负跃层上、下水层内声线近似为直线，跃层上声速为 $c_1$ ，跃层下声速为 $c_2$ ，由图可见：

$$r = \frac{H_1}{\tan \alpha_0} + \frac{H_2}{\tan \alpha}$$

4-61

由折射定律可得： $\frac{\partial \alpha}{\partial \alpha_0} = \frac{c_2 \sin \alpha_0}{c_1 \sin \alpha}$

## 四、典型海洋环境下的声场——深海负梯度与深海负跃层

$$\text{则 } \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} = - \left( \frac{H_1}{\sin^2 \alpha_0} + \frac{H_2 c_2 \sin \alpha_0}{c_1 \sin^2 \alpha} \right) \quad 4-62$$

代入声强计算公式得：

$$I = \frac{w \cos \alpha_0}{r \left( \frac{\partial r}{\partial \alpha_0} \right) \sin \alpha} = \frac{w \cos^2 \alpha_0}{r \left[ \frac{r_1 \sin \alpha}{r \sin \alpha_0} + \frac{r_2 \sin \alpha_0}{r \sin \alpha} \right]} \quad 4-63$$

当接收点位于负跃层下附近时， $r_2 \approx 0, r \approx r_1$ 于是有：

$$I_{\text{下}} = \frac{w \cos^2 \alpha_0}{r^2} \frac{\sin \alpha_0}{\sin \alpha} \quad 4-64$$

当接收点位于负跃层上附近时， $r_2=0, r=r_1, \alpha=\alpha_0$ 于是有：

$$I_{\text{上}} = \frac{w \cos^2 \alpha_0}{r^2} \quad 4-64'$$

则声波穿过负跃层后引起的声能损失为：

$$TL = 10 \lg \frac{I_{\text{上}}}{I_{\text{下}}} = 10 \lg \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_0}$$



## 四、典型海洋环境下的声场——浅海声场的虚源表示

对应绝对软的海面和绝对硬海底的浅海，由虚源原理得总声场为：

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{\exp[jkR_{n1}]}{R_{n1}} + \frac{\exp[jkR_{n2}]}{R_{n2}} - \frac{\exp[jkR_{n3}]}{R_{n3}} - \frac{\exp[jkR_{n4}]}{R_{n4}} \right] \quad 4-65$$

式中：  $R_{ni} = \sqrt{r^2 + z_{ni}^2} \quad n = 1, 2, \dots \quad i = 1, 2, 3, 4$

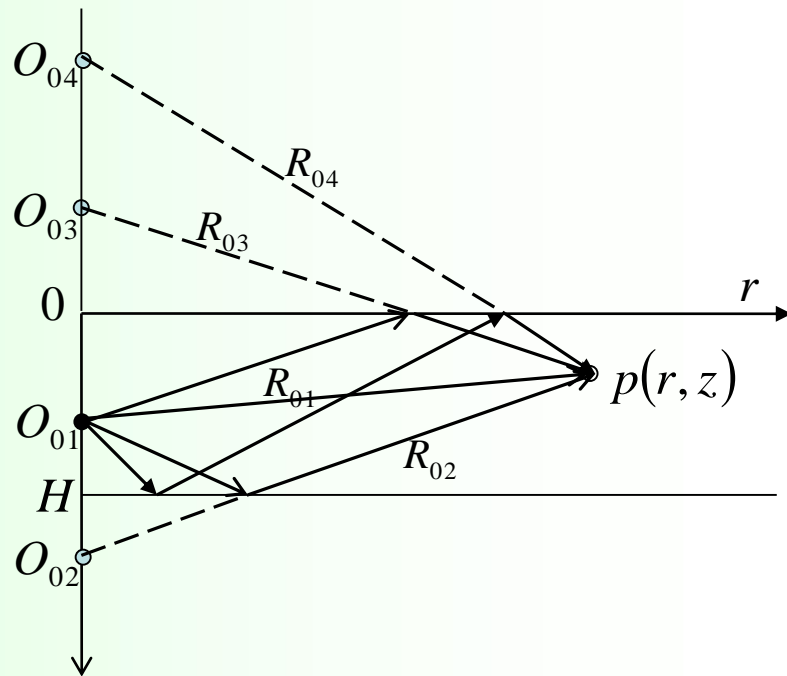
$$z_{n1} = 2Hn + z_0 - z$$

$$z_{n2} = 2H(n+1) - z_0 - z$$

$$z_{n3} = 2Hn + z_0 + z$$

$$z_{n4} = 2H(n+1) - z_0 + z$$

4-60



对一般界面则总声场为：

$$p = \sum_{n=0}^{\infty} (V_1 V_2)^n \left[ \frac{\exp[jkR_{n1}]}{R_{n1}} + V_1 \frac{\exp[jkR_{n2}]}{R_{n2}} + V_2 \frac{\exp[jkR_{n3}]}{R_{n3}} + V_1 V_2 \frac{\exp[jkR_{n4}]}{R_{n4}} \right] \quad 4-66$$

## 四、典型海洋环境下的声场——浅海声场的虚源表示

传播损失:

高声速海底:

$$TL = 10 \lg r + 10 \lg \frac{H}{2\alpha_c} \quad 4-67$$

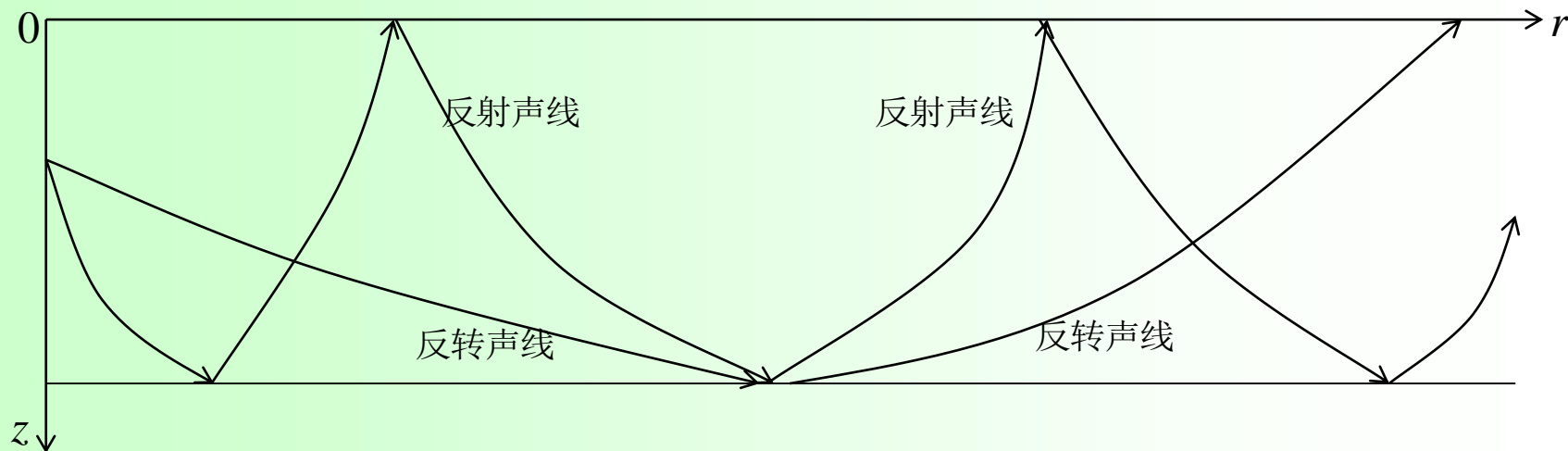
$\alpha_c$  为临近掠射角

低声速海底(有吸收):

$$TL = 15 \lg r + 5 \lg \frac{\gamma H}{\pi} \quad 4-68$$

$$\gamma = -\frac{\partial}{\partial \alpha} [\ln |V_1(\alpha)| + \ln |V_2(\alpha)|]$$

## 四、典型海洋环境下的声场——浅海表面声道



混合声道中考虑海底反射时声强:

$$I_1(r, z) = \frac{2c_0 c}{rc_s^2} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{sh}} \frac{\exp\left[\frac{2r}{D} \ln|V_2|\right] \sin(2\alpha_s)}{D(\alpha_s) \sin \alpha_0 \sin \alpha} d\alpha_s \quad 4-69$$

$$I_2(r, z) = \frac{2c_0 c}{rc_s^2} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{sh}} \frac{\exp\left[\frac{2r}{D} \ln|V_2| + \ln|V_1|\right] \sin(2\alpha_s)}{D(\alpha_s) \sin \alpha_0 \sin \alpha} d\alpha_s \quad 4-70$$

$\alpha_{sh}$  为对应在海底反转声线在海面的最大掠射角

## 四、典型海洋环境下的声场——浅海简正波与侧面波

(一) 分层介质中点源的积分表示

$$(1) \quad \Delta\phi + k^2(z)\phi = 4\pi\delta(r-r_0) \quad 0 < z < H$$

$$(2) \quad \Delta\phi + k_1^2(z)\phi = 0 \quad z > H$$

$$(3) \quad \phi|_{z=0} \quad \text{自由表面}$$

$$(4) \quad \sqrt{\rho}\phi|_{H-0}^{H+0} \quad \text{声压连续} \quad 4-71$$

$$\left[ \sqrt{\frac{1}{\rho}} \frac{\partial\phi}{\partial z} + \frac{\phi}{2\rho^{3/2}} \frac{\partial\rho}{\partial z} \right]_{H-0}^{H+0} \quad \text{法向振速连续}$$

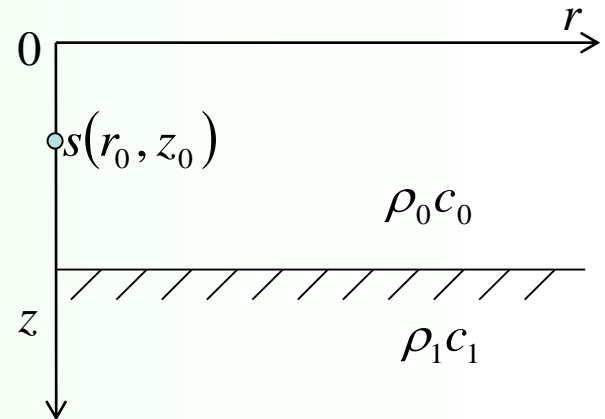
$$(5) \quad \phi|_{z \rightarrow \infty} = 0 \quad \text{熄灭条件}$$

对柱坐标系有：

$$\Delta = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

引入波函数 $\phi(r, z)$ 的零阶汉克尔变换：

$$\tilde{\phi}(\lambda, z) = \int_0^{\infty} r J_0(\lambda r) \phi(r, z) dr \quad 4-72$$



## 四、典型海洋环境下的声场——浅海简正波与侧面波

则波函数 $\phi(r, z)$ 可表示为:

$$\phi(r, z) = \int_0^{\infty} \lambda J_0(\lambda, r) \tilde{\phi}(\lambda, z) d\lambda \quad 4-73$$

将4-73式代入4-71式得:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} + [k_0^2(z) - \lambda^2] \tilde{\phi} = 0 \quad 0 < z < H$$

$$(2) \quad \frac{\partial^2 \tilde{\phi}}{\partial z^2} + [k_1^2(z) - \lambda^2] \tilde{\phi} = 0 \quad z > H$$

$$(3) \quad \tilde{\phi} \Big|_{z=0} \quad \text{海面边条件}$$

$$(4) \quad \tilde{\phi} \Big|_{z_0-0}^{z_0+0} = 0, \quad \frac{d\phi}{dz} \Big|_{z_0-0}^{z_0+0} = -2 \quad \text{奇性条件} \quad 4-74$$

$$(5) \quad \sqrt{\rho} \tilde{\phi} \Big|_{H-0}^{H+0} \left[ \frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{d\rho}{dz} + \frac{\tilde{\phi}}{2\rho} \frac{d\rho}{dz} \right] \Big|_{H-0}^{H+0} = 0 \quad \text{海底边条件}$$

$$(6) \quad \lim_{z \rightarrow \infty} |\tilde{\phi}| = 0 \quad I_m k_1 > 0 \quad \text{熄灭条件}$$

## 四、典型海洋环境下的声场——浅海简正波与侧面波

4—74式中第(1),(2)式的解为:

$$(1) \quad \tilde{\phi}(\lambda, z) = A_1 F_1(\lambda, z) + B_1 F_2(\lambda, z) \quad 0 \leq z \leq z_0$$

$$(2) \quad \tilde{\phi}(\lambda, z) = A_2 F_2(\lambda, z) + B_2 F_1(\lambda, z) \quad 0 \leq z \leq z_0$$

$$(3) \quad \phi(\lambda, z) = CG_1(\lambda, z) + DG_2 \quad z > H$$

由定解条件可得:

$$A_1 = 2 \frac{F_1(z_0) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z_0)}{\varpi(F_1, F_2) \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right)}$$

$$A_2 = 2 \frac{F_1(z_0) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z_0)}{\varpi(F_1, F_2) \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right)}$$

4-75

$$\frac{B_1}{A_1} = -\frac{F_1(0)}{F_2(0)}$$

$$\frac{B_2}{A_2} = \frac{\left[ \frac{F_1'(H)}{F_1(H)} + \frac{\rho'_0}{2\rho_0} \right] - \left[ \frac{G_1'(H)}{F_1(H)} + \frac{\rho'_1}{2\rho_1} \right]}{\left[ \frac{G_2'(H)}{F_2(H)} + \frac{\rho'_1}{2\rho_1} \right] - \left[ \frac{F_2'(H)}{F_2(H)} + \frac{\rho'_0}{2\rho_0} \right]}$$

## 四、典型海洋环境下的声场——浅海简正波与侧面波

其中 $\varpi(F_1, F_2) = [F_1(z)F_2'(z) - F_1'(z)F_2(z)]$ , 即为 $F_1, F_2$ 的朗斯基行列式。

将4—75式代入4—73式得到声场积分形式解:

$$\begin{aligned}\phi(r, z) &= 2 \int_0^\infty \frac{\left[ F_1(z, \lambda) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z, \lambda) \right] \left[ F_1(z_0, \lambda) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z_0, \lambda) \right]}{\varpi(F_1, F_2) \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right)} J_0(\lambda r) d\lambda & 0 < z < z_0 \\ \phi(r, z) &= 2 \int_0^\infty \frac{\left[ F_1(z, \lambda) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z, \lambda) \right] \left[ F_1(z_0, \lambda) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z_0, \lambda) \right]}{\varpi(F_1, F_2) \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right)} J_0(\lambda r) d\lambda & z_0 < z < H\end{aligned}\quad 4-76$$

$\frac{B_2}{A_2}$  与海底反射系数 $V_H$ 有关,  $\frac{B_1}{A_1}$  与海面反射系数 $V_s$ 有关:

## 四、典型海洋环境下的声场——浅海简正波与侧面波

### (二) 简正波与侧面波

场的积分表示很难看出声场的具体特征，  
利用复变函数处理方法进一步加以变换处理：

$$J_0(x) = \frac{1}{2} [H_0^{(1)}(x) + H_0^{(2)}(x)]$$

$$H_0^{(2)}(x)e^{-jx} = -H_0^{(1)}(x)$$

经变量代换有：

$$\phi(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left[ F_1(z, \lambda) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z, \lambda) \right] \left[ F_1(z_0, \lambda) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z_0, \lambda) \right]}{\varpi(F_1, F_2) \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right)} H_0^{(1)}(\lambda r) d\lambda \quad 0 < z < z_0$$

$$\phi(r, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\left[ F_1(z, \lambda) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z, \lambda) \right] \left[ F_1(z_0, \lambda) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z_0, \lambda) \right]}{\varpi(F_1, F_2) \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right)} H_0^{(1)}(\lambda r) d\lambda \quad z_0 < z < H$$



## 四、典型海洋环境下的声场——浅海简正波与侧面波

由复变函数理论知上述积分可变为对上半复平面的围线积分，则被积函数中的极点方程(频散方程)为：

$$\left[ \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right]_{\lambda_n} = 0 \quad 4-78$$

由于被积函数中含有多值函数，需采用稳相法求解，由柯西定理有：

$$\phi(r, z) = 2\pi j \sum \text{留数} + \int [F^L(z, z_0, \lambda) - F^R(z, z_0, \lambda)] H_0^{(1)}(\lambda r) d\lambda$$

$$\text{其中 } F(z, z_0, \lambda) = \frac{\left[ F_1(z, \lambda) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z, \lambda) \right] \left[ F_1(z_0, \lambda) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z_0, \lambda) \right]}{\varpi(F_1, F_2) \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right)} \quad 4-79$$

$F^L$ 和 $F^R$ 分别表示被积函数沿分支线左岸和右岸的值：

$$\sum \text{留数} = \sum_n \text{Res} \left\{ \frac{\left[ F_1(z, \lambda) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z, \lambda) \right] \left[ F_1(z_0, \lambda) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z_0, \lambda) \right]}{\varpi(F_1, F_2) \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right)} H_0^{(1)}(\lambda r) d\lambda \right\} \quad 4-80$$

## 四、典型海洋环境下的声场——浅海简正波与侧面波

上面留数和部分即为简正波解，而沿分支线的积分部分即为侧面波解，通常简正波是远场的主要贡献者，旁侧波衰减快，只对近场有贡献（采用越过路径法求解），若4—78式的极点为一阶极点，则简正波场为：

$$\phi(r, z) = 2\pi j \sum_n \left\{ \frac{\left[ F_1(z, \lambda_n) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z, \lambda_n) \right] \left[ F_1(z_0, \lambda_n) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z_0, \lambda_n) \right]}{\varpi(F_1, F_2) \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right) \Big|_{\lambda_n}} H_0^{(1)}(\lambda_n r) \lambda_n \right\} \quad 4-81$$

对于远场：  $H_0^{(1)}(\lambda r) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi \lambda r}} e^{j\left(\lambda r - \frac{\pi}{4}\right)}$

则有：

$$\phi(r, z) = 2\pi j \sum_n \left\{ \frac{\left[ F_1(z, \lambda_n) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z, \lambda_n) \right] \left[ F_1(z_0, \lambda_n) + \frac{B_2}{A_2} F_2(z_0, \lambda_n) \right]}{\varpi(F_1, F_2) \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right) \Big|_{\lambda_n}} \sqrt{\frac{2\lambda_n}{\pi r}} e^{j\left(\lambda_n r - \frac{\pi}{4}\right)} \right\} \quad 4-82$$

## 四、典型海洋环境下的声场——浅海简正波与侧面波

$$\therefore \left. \frac{B_1}{A_1} \right|_{\lambda_n} = \left. \frac{B_2}{A_2} \right|_{\lambda_n}$$

$$\therefore \phi(r, z) = \frac{\phi}{\sqrt{r}} \sum_n \sqrt{\lambda_n} \phi_n(z_0) \phi_n(z) e^{j\lambda_n r} \quad 4-83$$

其中：

$$\phi = 2\pi j \sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{j\frac{\pi}{4}}$$

$$\phi_n = \frac{F_1(z) + \frac{B_1}{A_1} F_2(z)}{\varpi(F_1, F_2) \frac{\partial}{\partial \lambda} \left( \frac{B_1}{A_1} - \frac{B_2}{A_2} \right) \Big|_{\lambda_n}} \lambda_n$$

由4—83式可见浅海声场特征的物理意义：

简正波沿水平方向为行波，振幅按  $\frac{1}{\sqrt{r}}$  衰减(柱面波)，沿垂直

方向为驻波，振幅由  $\phi_n$  给出，总声场是所有简正波迭加而成。

## 四、典型海洋环境下的声场——波动方程的WKB近似解

由4—74式有波动方程

$$\frac{d^2\phi}{dz^2} + [k^2(z) - \lambda^2]\phi = 0 \quad 4-84$$

其解形式为：

$$\phi(z) = A(z)e^{j\phi(z)} \quad 4-85$$

将4—85式代入4—84式得：

$$A'' + 2j\phi'A' + j\phi''A + [k^2(z) - \lambda^2 - (\phi')^2]A = 0$$

则有：

$$\begin{aligned} A'' + [k^2(z) - \lambda^2 - (\phi')^2]A &= 0 \\ 2\phi'A' + \phi''A &= 0 \end{aligned} \quad 4-85$$

$$\therefore \frac{d}{dz}(\ln A) = \frac{A'}{A} \quad \therefore \text{由4—86式的第二式有:}$$

$$A = c(\phi')^{-\frac{1}{2}}$$

## 四、典型海洋环境下的声场——波动方程的WKB近似解

其中 $c$ 为任意常数，对缓变介质有：

$$\left| \frac{A''}{A} \frac{1}{k^2(z) - \lambda^2} \right| \ll 1$$

由4-86式第一式有：

$$k^2(z) - \lambda^2 - (\phi')^2 = 0 \quad 4-87$$

$$\therefore \phi = \pm \int_{z_0}^z \sqrt{k^2(z) - \lambda^2} dz \quad 4-88$$

由此得波动方程的近似解(缓变介质)：

$$\phi(z) = \frac{d_1}{[k^2(z) - \lambda^2]^{\frac{1}{4}}} e^{j \int_{z_0}^z \sqrt{k^2(z) - \lambda^2} dz} + \frac{d_2}{[k^2(z) - \lambda^2]^{\frac{1}{4}}} e^{-j \int_{z_0}^z \sqrt{k^2(z) - \lambda^2} dz} \quad 4-88$$

这就是WKB近似(两项分别表示沿 $z$ 轴正、负方向传播的波)

## 五、海洋中声散射与目标反射——目标强度与反向散射截面

### (1) 目标强度

目标强度是将距离目标的“声学中心”一米处，由目标反射回来的声强在同方向上由远处入射到目标上的声强之比取10为的对数再乘以10，即：

$$TS = 10 \lg \frac{I_r}{I_{i0}} \quad 5-1$$

$I_r$  为距离目标“声学中心”1米处反射声强

$I_{i0}$  为入射波声强

所谓“声学中心”是指在目标体上选一参考点，看起来反射波好象从这一点发出来一样。

## 五、海洋中声散射与目标反射——目标强度与反向散射截面

假定球体是一个各向同性的反射体，它被一声强为 $I_{i0}$ 的平面波照射，则入射声功率为：

$$P_i = \pi a^2 I_{i0}$$

若球体将声能均匀地反射到各个方向，则有反射声强为：

$$I_r = \frac{P_i}{4\pi r^2} = \frac{a^2}{4r^2} I_{i0}$$

所以其目标强度为：

$$TS = 10 \lg \left. \frac{I_r}{I_{i0}} \right|_{r=1} = 10 \lg \frac{a^2}{4} \quad 5-2$$

当目标半径为2米时，其目标强度刚好为0分贝。实际工作中常取半径为2米的理想球体为参考目标。

## 五、海洋中声散射与目标反射——目标强度与反向散射截面

### (2) 反向散射截面

当散射体(障碍物)的尺寸较入射波波长大很多时, 散射声能主要集中在散射体入射方向上, 这种散射称为反向散射。

反向散射截面: 目标散射的声功率 $w_s$ 与作用到散射体上的入射声强之比叫做“反向散射截面”。反向散射截面是描写散射体散射能力的物理量。

$$\text{即 } \sigma_s = \frac{w_s}{I_{i0}} \quad 5-3$$

反向散射截面的物理意义:

散射体散射的声功率刚好等于入射波在截面积 $\sigma_s$ 上透射的声功率。

反向散射截面与目标强度的关系:

在距离足够远的 $r$ 处, 散射体可看作点源(二次辐射), 所以散射声强为:

$$I_r = \frac{w_s}{4\pi r^2} = \frac{\sigma_s I_{i0}}{4\pi r^2} \quad 5-4$$



## 五、海洋中声散射与目标反射——目标强度与反向散射截面

而目标强度为：

$$T_s = 10 \lg \frac{I_r}{I_{i0}} \bigg|_{r=1\text{米}} = 10 \lg \frac{\sigma_s}{4\pi} \quad 5-5$$

反之有：

$$\sigma_s = 4\pi \cdot 10 \frac{T_s}{10} \quad 5-6$$

可见，二者知其一可求得另一物理量。

例如对于半径为 $a$ 的刚性球有：

$$TS = 10 \lg \frac{a^2}{4}$$

$$\therefore \sigma_s = \pi a^2$$

即半径为 $a$ 的刚性球的反向散射截面为 $\pi a^2$

## 五、海洋中声散射与目标反射——海洋中声散射的基本概念

海洋中的气泡、悬浮粒子、生物及海水介质的不均匀性等形成了声传播介质物理性质上(特性阻抗 $\rho c$ )的不连续性。因而阻挡了照射到它上面的一部分声能沿原方向传播而把这部分声能再辐射出去,这种声波再辐射被称为散射。

### (1) 散射截面

散射截面描述了单个散射体的散射能力,即

$$\sigma_s = \frac{W_s}{I_{i0}}$$

当散射体的尺寸远大于入射波波长时称为反向散射截面。

### (2) 散射系数

单位体积内介质散射声功率 $P_s$ 与入射声波声强 $I_{i0}$ 之比称为散射系数,它描述了介质散射区域的散射能力。

## 五、海洋中声散射与目标反射——目标强度与反向散射截面

$$\alpha_v = \frac{P_s}{I_{i0}} \quad \text{或} \quad P_s = \alpha_v I_{i0} \quad 5-7$$

### (3) 散射强度

单位体积或面积的散射体在单位距离处的散射声强与入射平面波声强 $I_{i0}$ 之比值取分贝即是散射强度：

$$S = 10 \lg \frac{I_s}{I_{i0}}$$

当散射声强均匀分布在一球面或半球面上时有：

$$S_v = 10 \lg \frac{P_s}{4\pi r^2 I_{i0}} \bigg|_{r=1} = 10 \lg \frac{P_s}{4\pi I_{i0}} \quad 5-8$$

$$S_v = 10 \lg \frac{P_s}{2\pi r^2 I_{i0}} \bigg|_{r=1} = 10 \lg \frac{P_s}{2\pi I_{i0}} \quad 5-9$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 一、刚性球体的散射声场

设有一平面波 $p_0 e^{j(kx - \omega t)}$ 入射到半径为 $a$ 的表面光滑刚性不动球上，取球心为坐标原点的球坐标系，则入射平面波可表示为(省略时间因子 $e^{-j\omega t}$ ):

$$p = p_0 e^{j(kr \cos \theta)} \quad 5-10$$

散射声场应满足波动方程:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p_s}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 p_s}{\partial \phi^2} + k^2 p_s = 0 \quad 5-11$$

声场对 $x$ 轴对称，所以散射场与 $\phi$ 无关，上式简化为:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p_s}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial p_s}{\partial \theta} \right) + k^2 p_s = 0 \quad 5-12$$

用分离变量法求解上式，设方程解为:

$$p = R(r)\Theta(\theta) \quad 5-13$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

代入方程5—12后可得：

$$\frac{1}{\Theta \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial \Theta}{\partial \theta} \right) = -m \quad 5-14$$

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R}{\partial r} \right) + k^2 r^2 - m = 0 \quad 5-15$$

5—14式为勒让德方程，所以其解为：

$$\Theta(\theta) = a'_m P_m(\cos \theta) \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 5-16$$

5—15式为球贝塞尔方程，所以其解为：

$$R_m(r) = b'_m h_m^{(1)}(kr) + c'_m h_m^{(2)}(kr) \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 5-17$$

则散射场解(由熄灭条件有 $c'_m = 0$ )为：

$$p_s = \sum_{m=0}^{\infty} a_m P_m(\cos \theta) h_m^{(1)}(kr) \quad 5-18$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

刚性球的边界条件为：

$$u_r \Big|_r = \frac{j}{\rho_0 \omega} \frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=a} \quad 5-19$$

式中 $p$ 和 $u_r$ 是总声场声压和质点径向振速：

$$\begin{aligned} \therefore p &= p_i + p_s \\ u_r &= u_{ir} + u_{sr} \end{aligned} \quad 5-20$$

为了应用边界条件来确定待定系数 $a_m$ ，要将入射波表示为无穷多球面波之和：

$$e^{jk \cos \theta} = \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) j^m J_m(kr) P_m(\cos \theta) \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad 5-21$$

代入5—19和5—20式可得：

$$a_m = \left[ j^m (2m+1) \rho_0 \frac{\partial}{\partial r} J_m(kr) \Big/ \frac{\partial}{\partial r} h_m^{(1)}(kr) \right] \Big|_{r=a} \quad 5-22$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

则，散射场的最终表达式为：

$$p_s = \sum_0^{\infty} -j^m (2m+1) \rho_0 \left. \frac{\frac{d}{dr} J_m(kr)}{\frac{d}{dr} h_m^{(1)}(kr)} \right|_{r=a} P_m(\cos \theta) h_m^{(1)}(kr) e^{-j\omega t} \quad 5-23$$

对于远场  $kr \gg 1$  则有：

$$h_m^{(1)}(kr) \approx \frac{1}{kr} e^{j\left(kr - \frac{m+1}{2}\pi\right)} \quad 5-24$$

则散射声压的远场表示为：

$$p_s = \frac{\rho_0}{kr} e^{j(kr - \omega t)} \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) j^m \left. \frac{\frac{d}{dr} J_m(kr)}{\frac{d}{dr} h_m^{(1)}(kr)} \right|_{r=a} e^{-j\frac{m+1}{2}\pi} P_m(\cos \theta) \quad kr \gg 1 \quad 5-25$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

记:

$$b_m = j^m (2m+1) \frac{\frac{d}{dr} J_m(kr)}{\frac{d}{dr} h_m^{(1)}(kr)} \bigg|_{r=a}$$
$$D(\theta) = \frac{1}{ka} \sum_{m=0}^{\infty} b_m e^{-j \frac{m+1}{2} \pi} P_m(\cos \theta)$$

则散射场声压为:

$$p(r, \theta) = -\rho_0 a \frac{1}{r} D(\theta) e^{j(kr - \omega t)} \quad 5-26$$

散射场具有指向性 $D(\theta)$ , 按球面波扩展衰减。

对于微小球有:  $ka \ll 1$  取前两项可得:

$$p_s = \frac{\rho_0}{kr} e^{j(kr - \omega t)} \frac{(ka)^3}{3} \left( 1 - \frac{3}{2} \cos \theta \right) \quad 5-27$$

对应声强为:

$$I_r(r, \theta) = \frac{I_i}{r^2} \frac{k^4 a^6}{9} \left( 1 - \frac{3}{2} \cos \theta \right)^2 \quad 5-28$$



## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 二、基于惠更斯原理的亥姆霍兹—基尔霍夫方法

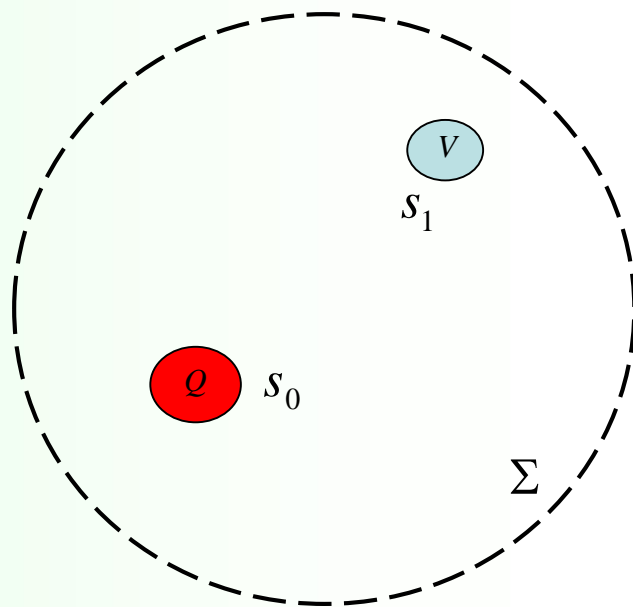
惠更斯原理指出，散射波的本质是声波的二次辐射，设 $V$ 为一散射体，其表面积为 $s_1$ ，在 $P$ 点有一辅助点源 $Q$ ，其辐射场势函数为 $\psi = \frac{e^{-jkr}}{r}$ ， $\Sigma$ 为波函数 $\psi$ 的波阵面，在 $P$ 点 $\psi \rightarrow \infty$ ，用一无穷小球面 $s_0$ 包围点源 $Q$ ，则在 $\Sigma$ 内， $s_0$ ， $s_1$ 外的区域有：

$$\Delta\psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \nabla^2 \psi + k^2 \psi = 0 \quad 5-29$$

$$\Delta\phi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \nabla^2 \phi + k^2 \phi = 0 \quad 5-30$$

由5—29式乘以 $\phi$ 减去5—30式乘以 $\psi$ 可得：

$$\phi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \phi = 0$$



## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

对上式在曲面 $\Sigma$ ,  $s_0$ ,  $s_1$ 之间的区域做体积分并利用格林定理有:

$$\iiint_V [\phi \nabla^2 \psi - \psi \nabla^2 \phi] dv = \oiint_{\Sigma+s_0+s_1} \left( \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) ds = 0 \quad 5-31$$

由熄灭条件知对 $\Sigma$ 积分为零, 则上式变为:

$$\oiint_{s_0} \left( \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) ds = - \oiint_{s_1} \left( \psi \frac{\partial \phi}{\partial n} - \phi \frac{\partial \psi}{\partial n} \right) ds$$

先计算等式左侧积分:

$ds_0 = a^2 d\Omega$   $\Omega$ 为 $ds_0$ 所张立体角, 将 $\psi = \frac{e^{-jka}}{r}$ 代入后得左侧积分为:

$$-4\pi\phi(p) \quad a \rightarrow 0$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

因此得：

$$\phi(p) = -\frac{1}{4\pi} \iint_S \left[ \frac{e^{-jkr}}{r} \left( \frac{\partial \phi}{\partial n} \right)_s - (\phi)_s \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-jkr}}{r} \right) \right] ds \quad 5-32$$

这就是简谐点源的亥姆霍兹—基尔霍夫积分定理，它给出了惠更斯原理的数学描述，物理意义十分明确：声源作用于散射体界面，界面上每一小面元都成为惠更斯子波源，这些子波按照球面扩展传播并到达 $P$ 点， $P$ 点的散射场是所有子波的积分。

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 三、修正的惠更斯

5—32式中 $(\phi)_s$ 及 $\left(\frac{\partial\phi}{\partial n}\right)_s$ 均为未知量，应用边界条件可将

上述未知量变为已知量。设物体表面 $S$ 为刚性，则有：

$$\left(\frac{\partial\phi_i}{\partial n} + \frac{\partial\phi_s}{\partial n}\right)_s = 0 \quad 5-33$$

若入射波为平面波则有：

$$\phi_i = \frac{A}{r_1} e^{-jkr_1} \quad 5-34$$

于是：

$$\left(\frac{\partial\phi_s}{\partial n}\right)_s = -\left(\frac{\partial\phi_i}{\partial n}\right)_s = \frac{jkA}{r_1} \left(1 + \frac{1}{jkr_1}\right) \cos(\vec{r}_1, \vec{n}) e^{-jkr_1} \quad 5-35$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

对于远场 $kr_1 \gg 1$ 时有:

$$\left( \frac{\partial \phi_s}{\partial n} \right)_s = \frac{jkA}{r_1} \cos(\vec{r}_1, \vec{n}) e^{-jkr_1} \quad 5-36$$

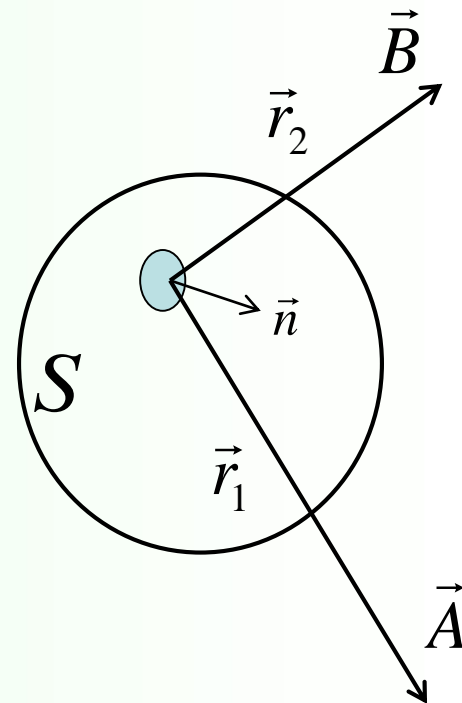
$$\frac{\partial \vec{r}_1}{\partial n} = \cos(\vec{r}_1, \vec{n})$$

同理有:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{-jkr_2}}{r_2} \right) \approx \frac{jkA}{r_2} \cos(\vec{r}_2, \vec{n}) e^{-jkr_2} \quad 5-37$$

对于完全刚性的物体, 可以认为在其表面的反射波等于入射波, 所以有:

$$\phi_s = \phi_i = \frac{A}{r_1} e^{-jkr_1} \quad 5-38$$



## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

将5—35,5—36,5—37及5—38代入5—32式得:

$$\phi_s = \iint_s \frac{jA}{2\lambda r_1 r_2} e^{-jk(r_1+r_2)} (\cos \theta_1 + \cos \theta_2) ds \quad 5-39$$

$\theta_1, \theta_2$  分别为矢径  $r_1, r_2$  与  $ds$  表面法线  $\bar{n}$  的夹角

当收发合置时有:

$$\cos \theta_1 = \cos \theta_2 = \cos \theta \quad r_1 = r_2 = r$$

因此(改为声压表示)有:

$$p_s = \iint_s \frac{jA}{\lambda r^2} \cos \theta e^{-2jkr} ds \quad 5-40$$

上式是建立在修正的惠更斯—菲涅耳原理上的, 称为修正惠更斯积分, 它描述了刚性散射体散射场的积分解。

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 四、菲涅耳半波带法

假设目标表面是刚性、平滑，目标半径比入射波波长大得多，并假设目标有简单几何形状，一般是凸形的，没有明显的突出和深凹部分。曲面方程已知则直接求5—40式积分可得散射场，但通常积分困难。对收发合置情况可采用菲涅耳半波带法：

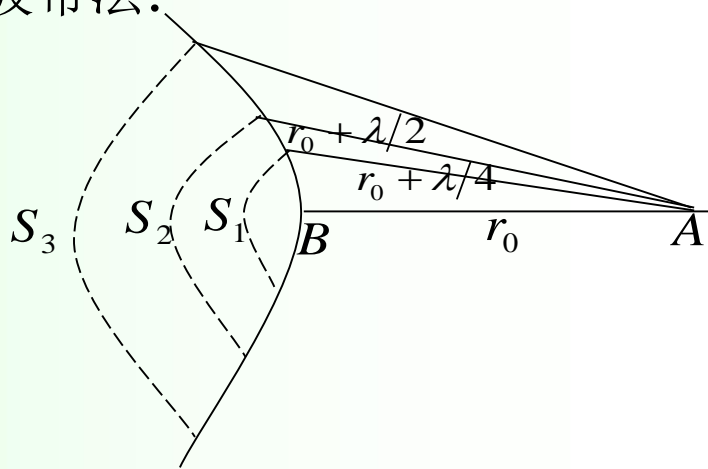
在目标体上找到距A点最近的B点，距离为 $r_0$ ，以A点为圆心， $r_0$ 为半径做球面与目标在B点相切， $S_3$

接着跳跃式增加球面半径，每次增加 $\frac{\lambda}{4}$ ，即：

$r_0 + \frac{\lambda}{4}$ ， $r_0 + \frac{\lambda}{2}$ ， $r_0 + \frac{3}{4}\lambda$ ，…这些不同半径的球面

把目标表面分割成许多环带， $s_1$ ， $s_2$ ， $s_3$ ，…（菲涅耳波带）。这样，相邻波带到

A点的声程差为 $\frac{\lambda}{2}$ ，即相位差 $\pi$ ，若目标表面共有 $N$ 个波带，则总散射声压为：



## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

$$p_s = p_1 - p_2 + \cdots + (-1)^{N-1} p_N \quad 5-41$$

而任意波带的散射声压为:

$$p_n = \iint_{s_n} \frac{jA}{\lambda r^2} \cos(\vec{r}, \vec{n}) e^{-2jkr} \quad 5-42$$

考虑到目标体比波长大得多, 其表面不太弯曲, 表面可划分出许多菲涅耳波带, 相邻波带的 $\cos \theta$ 变化不大, 波带面积也很接近, 这样可以认为第 $n$ 个波带产生的反射声压绝对值等于相邻两个波带反射声压绝对值的平均值, 即:

$$p_n = \frac{1}{2}(p_{n-1} + p_{n+1}) \quad 5-43$$

将5-43代入5-41式有:

$$p_s = p_1 - \frac{1}{2}(p_1 + p_3) + p_3 - \frac{1}{2}(p_3 + p_5) + p_5 - \cdots = \frac{1}{2}[p_1 + (-1)^{N-1} p_N] \quad 5-44$$



## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

则总反射声压为：

$$p_s = \iint_{s_1+s_2+\cdots+s_n} \frac{jA}{\lambda r^2} \cos(\vec{r}, \vec{n}) e^{-2jkr} \quad 5-45$$

由5—44式可知反射声压为第一个和最后一个菲涅耳波带产生的反射声压之和的一半，而最后一个波带有  $\vec{r} \bullet \vec{n} \rightarrow \frac{\pi}{2}$

$$\therefore \cos(\vec{r}, \vec{n}) = 0 \quad \text{第一个波带有 } \vec{r} \bullet \vec{n} = 0, \quad \therefore \cos(\vec{r} \bullet \vec{n}) = 1$$

因此5—45式变为：

$$p_s = \frac{1}{2} \iint_s \frac{jA}{\lambda r^2} e^{j(\omega t - 2kr)} ds \quad 5-46$$

被积函数中的  $r$  近似为  $r_0$ ,  $\therefore r - r_0 \leq \frac{\lambda}{4}$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

$$p_s = \frac{jA}{2\lambda r_0^2} \iint_{s_1} e^{-j(\omega t - 2kr)} ds \quad 5-47$$

入射到第一菲涅耳波带的入射波为:

$$p_i = \frac{A}{r} e^{-jkr}$$

如果设 $ds$ 上的散射波位相取 $B$ 点为参考则有:

$$\left| \frac{p_r}{p_i} \right| = \frac{1}{2\lambda r_0} \left| \iint_{s_1} e^{-2jk\Delta r} \right| \quad \Delta r = r - r_0 \quad 5-48$$

则目标强度为:

$$TS = 10 \lg \left. \frac{I_r}{I_i} \right|_{r=1} = 20 \lg \left. \frac{p_r}{p_i} \right|_{r=1} = 20 \lg \frac{1}{2\lambda} \left| \iint_{s_1} e^{-2jk\Delta r} ds \right| \quad 5-49$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 五、简单几何体的目标强度

取第一菲涅耳波带上的面元 $ds$ 则有：

$$ds = R_\phi dx d\phi = l dx d\phi \quad 5-50$$

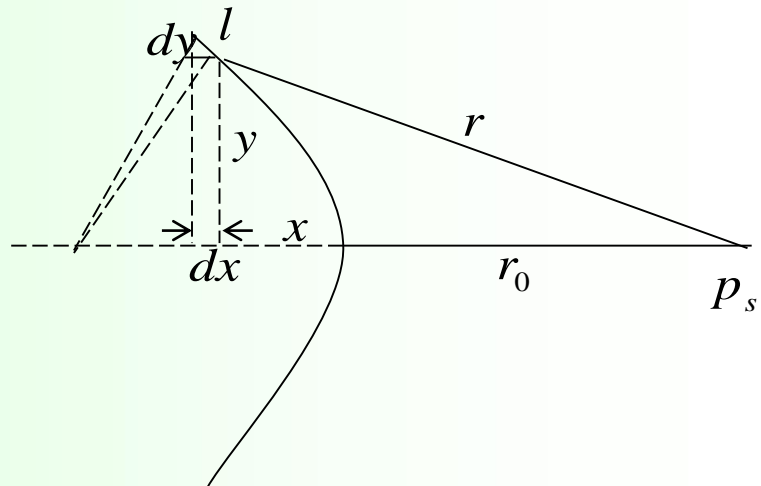
$$\because r^2 = (r_0 + x)^2 + y^2$$

两边微分得：

$$dx = \frac{r dr}{r_0 + x + y \frac{dy}{dx}}$$

由图中几何关系有：

$$r_0 + x + y \frac{dy}{dx} = R_\phi + r_0$$



## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

$R_\phi$ 是第一菲涅耳波带与 $r_0$ 为半径的波阵面相切点的曲率半径

$$\therefore ds = \frac{rdrd\phi}{1 + \frac{r_0}{R_\phi}} \quad 5-51$$

$\therefore$  第一菲涅耳波带很小,  $\therefore r \approx r_0 \quad l = R_\phi$

则目标强度为:

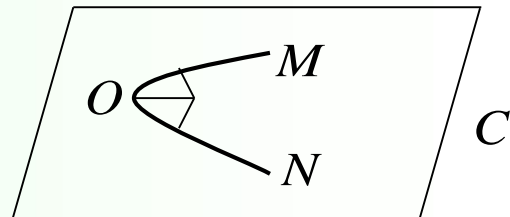
$$TS = 20 \lg \left[ \frac{r_0}{2\lambda} \left| \int_0^{\frac{\lambda}{4}} e^{-2jk\Delta r} d(\Delta r) \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{1 + \frac{r_0}{R_\phi}} \right| \right] \quad 5-52$$

$R_\phi$ 与 $\phi$ 有关, 若曲面主曲率半径为 $R_1, R_2$ 则由微分几何学关系有:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} \cos^2 \phi + \frac{1}{R_2} \sin^2 \phi \quad 5-53$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

主曲率半径：设 $O$ 点为目标体表面上某点， $OC$ 为表面 $O$ 点处的法线，经 $O$ 点的某一平面与目标表面相交与曲线 $MN$ ，曲线 $MN$ 在 $O$ 点处的曲率半径为 $R$ ，当以 $OC$ 为轴转动平面时，平面与目标表面相交曲线在 $O$ 点的曲率半径将连续变化，其中有一个极大值 $R_1$ 和一个极小值 $R_2$ ，根据微分几何学可知：与曲率半径 $R_1$ ， $R_2$ 对应的两个平面互相垂直(正交)，则称 $R_1$ ， $R_2$ 为主曲率半径，这两个平面为主曲率半径平面。



将5—53式代入5—52式有：

$$TS = 20 \lg \frac{r_0}{2\lambda} \left| \int_0^{\frac{\lambda}{4}} e^{-2jk\Delta r} d(\Delta r) \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{1 + r_0 \left( \frac{1}{R_1} \cos^2 \phi + \frac{1}{R_2} \sin^2 \phi \right)} \right| \quad 5-54$$

对 $\Delta r$ 积分得：

$$\frac{r_0}{2\lambda} \left| \int_0^{\frac{\lambda}{4}} e^{-2jk\Delta r} d(\Delta r) \right| = \frac{r_0}{4\pi}$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

对 $\phi$ 积分得:

$$\left| \int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{1 + r_0 \left( \frac{1}{R_1} \cos^2 \phi + \frac{1}{R_2} \sin^2 \phi \right)} \right| = \left| \int_0^{2\pi} \frac{\frac{1}{A} d(\operatorname{tg} \phi)}{1 + B \operatorname{tg}(2\phi)} \right| = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(1 + \frac{r_0}{R_1}\right) \left(1 + \frac{r_0}{R_2}\right)}}$$

式中:  $A = 1 + \frac{r_0}{R_1}$   $B = \left(1 + \frac{r_0}{R_2}\right) / \left(1 + \frac{r_0}{R_1}\right)$

将上述结果代入5—54式得:

$$TS = 20 \lg \frac{r_0}{2} \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{r_0}{R_1}\right) \left(1 + \frac{r_0}{R_2}\right)}} = 10 \lg \frac{r_0^2}{4} \frac{1}{\left(1 + \frac{r_0}{R_1}\right) \left(1 + \frac{r_0}{R_2}\right)} = 10 \lg \frac{1}{4} \frac{R_1 R_2}{\left(1 + \frac{R_1}{r_0}\right) \left(1 + \frac{R_2}{r_0}\right)} \quad 5-55$$

这就是简单目标体的目标强度公式。

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 六、简单几何体的目标强度

#### 1. 刚性球:

对球体目标  $R_1 = R_2 = a$   $a$ 为球半径

由5—55式可得目标强度为:

$$TS_{\text{球}} = 10 \lg \frac{1}{4} \frac{a^2}{\left(1 + \frac{a}{r_0}\right)^2} \quad 5-56$$

当声源离目标很远时有  $r_0 \gg a$

$$\therefore TS_{\text{球}} = 10 \lg \frac{a^2}{4} \quad 5-57$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 2. 无限长圆柱:

设圆柱半径为 $R$ , 圆柱长无限( $l \gg \lambda$  且  $l \gg r$ )

声波垂直柱轴入射时有:

$$R_1 = \infty \quad R_2 = R$$

因此无限长圆柱的目标强度为:

$$TS_{\text{长柱}} = 10\lg \frac{r_0^2}{4} \frac{1}{1 + \frac{r_0}{R}} = 10\lg \frac{1}{4 \left( \frac{1}{r_0^2} + \frac{1}{r_0 R} \right)} \quad 5-58$$

当 $r_0 \gg R$ 时有:

$$TS_{\text{长柱}} = 10\lg \frac{r_0 R}{4} \quad 5-59$$



## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 3. 无限大平面:

若平面的长和宽都远大于声波波长及声源距离时  
可视为无限大平面，当声波垂直平面入射时：

$$R_1 = R_2 = \infty$$

所以目标强度为：

$$TS = 10 \lg \frac{r_0^2}{4}$$

5-60

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

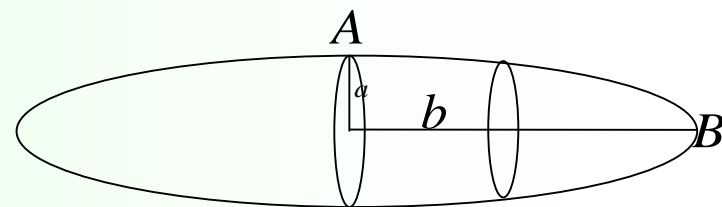
### 4. 旋转椭球体：

设旋转椭球体的长轴为 $b$ ，短轴为 $a$ 。声波以 $A$ 点为中心垂直长轴和以 $B$ 点为中心平行于长轴入射时，目标强度不同。

(1) 当目标平行于长轴入射时(首尾入射)

$$R_1 = R_2 = \frac{a^2}{b}$$

$$TS_{\text{椭}\perp a} = 10\lg \frac{1}{4} \frac{\left(\frac{a^2}{b}\right)^2}{\left(1 + \frac{a^2}{br_0}\right)^2}$$



当声源离目标很远时有： $r_0 \gg a, b$  所以：

$$TS_{\text{椭}\perp a} = 10\lg \frac{1}{4} \left(\frac{a^2}{b}\right)^2 = 20\lg \frac{a^2}{2b}$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

(2) 当目标垂直于长轴入射时(正横入射)

$$R_1 = \frac{b^2}{a} \quad R_2 = a$$

此时目标强度为:

$$TS_{\text{椭}\perp b} = 10\lg \frac{1}{4} \frac{b^2}{\left(1 + \frac{a}{r_0}\right) \left(1 + \frac{b^2}{ar_0}\right)}$$

当声源离目标很远时有:  $r_0 \gg a, b$  所以:

$$TS_{\text{椭}\perp b} = 10\lg \frac{b^2}{4} = 20\lg \frac{b}{2} \quad 5-62$$

例如对  $a = 4$  米,  $b = 40$  米的潜艇有:

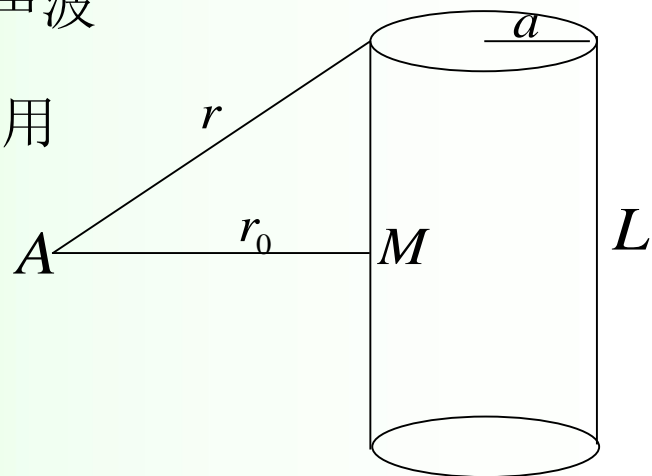
$$TS_{\text{正横}} = 20\lg \frac{b}{2} = 26\text{dB}$$

$$TS_{\text{首尾}} = 20\lg \frac{a^2}{2b} = -14\text{dB}$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

### 5. 有限长圆柱:

设长为 $L$ 半径为 $a$ 的圆柱,  $M$ 为其柱长中点, 声波垂直圆柱入射, 声源为 $A$ 。当 $r - r_0 \gg \frac{\lambda}{4}$ 时可用菲涅耳波带法求解, 由图可知:



$$r^2 = r_0^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$\therefore r - r_0 = \frac{1}{r + r_0} \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

当 $A$ 点与 $M$ 点较远时  $r \approx r_0$

$$\therefore r - r_0 \approx \frac{1}{2r_0} \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

由此可知圆柱可视为无限长的条件为：

$$\frac{1}{2r_0} \left( \frac{L}{2} \right)^2 \gg \frac{\lambda}{4} \quad \text{或} \quad r_0 \ll \frac{L^2}{2\lambda} \quad 5-63$$

当不满足上式时为有限长圆柱，可由修正惠更斯积分求解。

由5-40式及菲涅耳半波带法可得目标强度(只考虑第一波带)为：

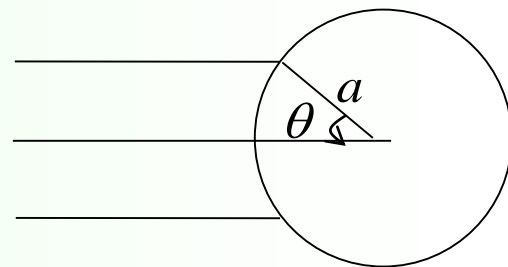
$$TS = 20 \lg \frac{1}{\lambda} \left| \iint_s e^{-2jk\Delta r} \cos \theta ds \right| \quad 5-64$$

由图可知：

$$\Delta r = a(1 - \cos \theta)$$

由于其它菲涅耳波带相互抵消，所以只有第一菲涅耳波带起作用，于是有：

$$TS = 20 \lg \frac{1}{\lambda} \left| \iint_{s_1} e^{-2jk\Delta r} \cos \theta ds \right|$$



## 五、海洋中声散射与目标反射——散射的基本理论

$$\because \theta \text{ 为小量} \quad \therefore \cos \vartheta = 1 - 2 \sin^2 \left( \frac{\theta}{2} \right) \approx 1 - \frac{\theta^2}{2} \approx 1$$

$$\Delta r = a(1 - \cos \theta) \approx a \frac{\theta^2}{2} \quad ds = aL d\theta$$

这样得目标强度为：

$$TS = 20 \lg \frac{aL}{\lambda} \left| \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^{-jka\theta^2} d\theta \right|$$

当只考虑第一菲涅耳波带时，其余波带相互抵消，所以积分上限可变为无穷：

$$TS = 20 \lg \frac{aL}{\lambda} \left| \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jka\theta^2} d\theta \right|$$

$$\because \int e^{-a^2 x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{a}$$

$$\therefore TS = 20 \lg \frac{aL}{\lambda} \sqrt{\frac{\pi}{ka}} = 20 \lg \sqrt{\frac{aL^2}{2\lambda}} = 10 \lg \frac{aL^2}{2\lambda}$$

## 六、海洋中的混响——混响的形成与分类

定义：声波在海洋中传播时，由于海水介质的不均匀性及海底、海面的不平整性而引起声波的散射。这些散射波将先后传到接收点。先是声源附近的，然后再由远处的散射波陆续传来，强度逐渐减弱的散射波。这样，如果在辐射器发送信号完结后，接收机将接收到强度逐渐下降的连续回声。这种来自所有散射体散射总和而形成的连续回声称为“回声混响”，简称“混响”，它是主动声纳工作性能的主要限制。

### 1. 体积混响：

无限均匀散射介质中的混响为体积混响。

体积混响 形成原因：

由于海水介质的不均匀性(如温度、盐度、密度的不均匀分布)以及海水中的气泡、悬浮粒子、浮游生物等散射体的散射形成了体积混响。

## 六、海洋中的混响——混响的形成与分类

### 2. 海面混响：

带有平面散射层(或面)的半无限均匀散射介质中的混响为海面(表面、边界层)混响。

海面混响 形成原因：

由于海面的不均匀、不平整性(海浪)及海面附近气泡层等的声散射而形成。

### 3. 海底混响：

带有平面散射边界的半无限均匀散射介质中的混响为海底混响。

海底混响 形成原因：

由于海底的不均匀性和不平整性引起的声散射而形成。

### 4. 三种混响的存在与海洋环境的关系：

三种混响在海洋中同时存在，不能截然分开，但在一定条件下，有一种或两种是主要的。



## 六、海洋中的混响——混响的形成与分类

典型海洋环境下的混响类型：

- 深海中，当声源位于远离边界的深处反射时，主要为体积混响干扰；
- 深海中，当声源位于海表面附近时，最初为海面混响干扰，而后主要是体积混响干扰；
- 浅海中，主要为海底、海面混响；
- 等温或正梯度层中，当声源位于深处时，先是体积混响，后为海面混响；
- 负梯度层中，先是体积混响，后为海底混响。

## 六、海洋中的混响——体积混响

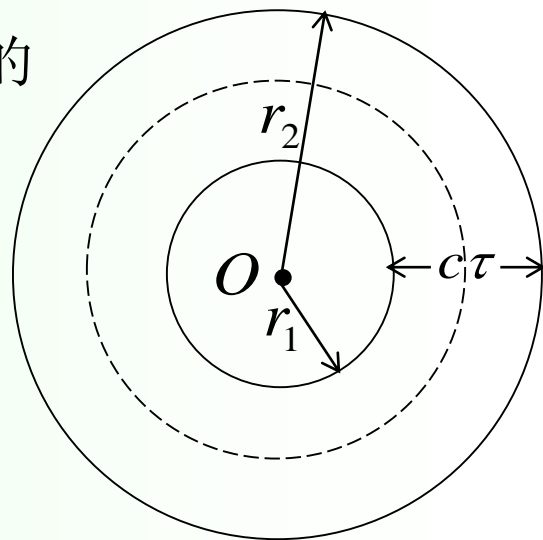
当声源位于深海深处时，其受海面、海底影响很小，这时产生混响的主要原因这是由于空间中均匀分布的散射体对声波散射引起，因此是体积混响。

在 $O$ 点发射一宽度为 $\tau$ 的脉冲波。该脉冲以厚度为 $c\tau$ 的球壳形式向外传播。我们考查声源发完脉冲

后 $\frac{\tau}{2}$ 时刻的瞬间情况。这时的声扰动为内半径

$r_1 = \frac{ct}{2}$ ，外半径为 $r_2 = \frac{ct}{2} + c\tau$ 的球壳空间。此瞬间球壳层内所有质点

都同时被声脉冲作用而扰动。当球层外表面的质点刚形成振动时，球层内表面质点立即停止振动。该瞬间位于 $c\tau$ 厚的球壳层内所有散射体(不均匀体)都是散射声源。该扰动层不断向外传播，也将以同样速度陆续不断地向接收点传播，所以传播的扰动是产生混响的散射源。



## 六、海洋中的混响——体积混响

在发射结束后 $\frac{t}{2}$ 的瞬间，在球壳层 $r_1 = \frac{ct}{2}$ 到 $r_2 = r_1 + c\tau$ 内的质点同时振动，

但这些振动的散射体所辐射的散射波不能同时到达接收点。内表层 $r_1 = \frac{ct}{2}$

的散射体即将停止扰动时，在 $r_0 = r_1 + \frac{c\tau}{2}$ 的球面层上的散射体已振动了 $\frac{\tau}{2}$

时间，即在 $\frac{t}{2} - \frac{\tau}{2}$ 时刻该层已开始振动， $r_0$ 和 $r_1$ 两球面之间的散射体分别在

$t_i$ 时刻 $\left( \text{其中} \frac{t}{2} > t_i > \frac{t}{2} - \frac{\tau}{2} \right)$ 振动所辐射的声波在 $\frac{t}{2}$ 时刻正好传播到内层 $r_1$ 处，

并于 $\frac{t}{2}$ 时刻内层的散射波迭加在一起向接收点传播。因此，在脉冲辐射完

毕后，过了时间 $t$ ，我们将在接收点收到的是许多散射波的迭加，这些迭加

的散射波来自内径为 $r_1 = \frac{ct}{2}$ ，外径为 $r_2 = r_1 + \frac{c\tau}{2}$ 的球壳层内的散射体。此

球壳层厚度为实际扰动厚度 $c\tau$ 的一半。

## 六、海洋中的混响——体积混响

设入射波为球面波，则入射声强为：

$$I_{i0} = \frac{W}{4\pi r^2} 10^{-0.1\beta r} \quad 6-1$$

则单位体积的散射声功率为(散射系数为 $\alpha_v$ )：

$$P_s = I_{i0} \alpha_v = \frac{W \alpha_v}{4\pi r^2} 10^{-0.1\beta r} \quad 6-2$$

若辐射器具有指向性，其方向性函数为 $R_1(\theta, \phi)$ ，辐射器最大值方向上声强为 $I_{0\max}$  则有：

$$I_{i0} = I_{0\max} R_1^2(\theta, \phi) \quad 6-3$$

此时散射功率为：

$$P_s = I_{i0} \alpha_v = I_{0\max} R_1^2(\theta, \phi) \alpha_v \quad 6-4$$

## 六、海洋中的混响——体积混响

同样设接收器的方向性函数为 $R_2(\theta, \phi)$ ，轴向灵敏度为 $\eta_w$  (瓦/单位声强)则接收到的散射声强为( $dv$ 散射体):

$$dI_v = \eta_w P_s R_2^2(\theta, \phi) dv 10^{-0.1\beta r} = \frac{\eta_w \alpha_v I_{0\max}}{4\pi r^2} R_1^2(\theta, \phi) R_2^2(\theta, \phi) 10^{-0.1\beta r} dv \quad 6-5$$

若 $\gamma_1$ 为辐射器的轴向集中系数，则有：

$$\gamma_1 = \frac{4\pi}{\int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi R_1^2(\theta, \phi) \sin \theta d\theta} \quad 6-6$$

$$\text{而: } I_{0\max} = \frac{w\gamma_1}{4\pi r^2} 10^{-0.1\beta r} \quad 6-7$$

所以6—5式变为:

$$dI_v = \frac{\eta_w \alpha_v w \gamma_1}{(4\pi r^2)^2} R_1^2(\theta, \phi) R_2^2(\theta, \phi) 10^{-0.2\beta r} dv \quad 6-8$$

## 六、海洋中的混响——体积混响

$$dv = r^2 \frac{c\tau}{2} d\Omega = r^2 \sin \theta \frac{c\tau}{2} d\theta d\phi dr \quad 6-9$$

∴ 混响声强为:

$$I_v = \frac{\eta_w \alpha_v w \gamma_1}{(4\pi)^2} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi R_1^2(\theta, \phi) R_2^2(\theta, \phi) \sin \theta d\theta \int_{r_1}^{r_1 + \frac{c\tau}{2}} \frac{e^{-0.2\beta r}}{r^2} dr \quad 6-10$$

若指向性图为  $b_1(\theta, \phi) = R_1^2(\theta, \phi)$ ,  $b_2(\theta, \phi) = R_2^2(\theta, \phi)$ ,

6—10式可表为:

$$I_v = \frac{\eta_w \alpha_v w \gamma_1}{(4\pi)^2} \int_0^{4\pi} b_1(\theta, \phi) b_2(\theta, \phi) d\Omega \int_{r_1}^{r_1 + \frac{c\tau}{2}} \frac{e^{-0.2\beta r}}{r^2} dr \quad 6-11$$

式中对  $r$  的积分为:

$$\int_{r_1}^{r_1 + \frac{c\tau}{2}} \frac{e^{-0.2\beta r}}{r^2} dr = \int_0^{\frac{c\tau}{2}} \frac{10^{-0.2\beta(r_1+x)}}{r_1^2 \left(1 + \frac{x}{r_1}\right)^2} dx = \frac{10^{-0.2\beta r_1}}{r_1^2} \int_0^{\frac{c\tau}{2}} \frac{10^{-0.2\beta x}}{\left(1 + \frac{x}{r_1}\right)^2} dx \approx \frac{c\tau}{2} \quad 6-12$$

## 六、海洋中的混响——体积混响

于是:

$$I_v = \frac{\eta_w \alpha_v w c \tau \gamma_1}{2(4\pi)^2 r^2} 10^{-0.2\beta r} \int_0^{4\pi} b_1(\theta, \phi) b_2(\theta, \phi) d\Omega \quad 6-13$$

设收发换能器的理想指向性图为 $\Psi$

$$\Psi = \int_0^{4\pi} b_1(\theta, \phi) b_2(\theta, \phi) d\Omega \quad 6-14$$

$$\begin{cases} b_1 b_2 = 1 & 0 < \Omega < \Psi \\ b_1 b_2 = 0 & \Psi < \Omega < 4\pi \end{cases}$$

因此散射声强为:

$$I_v = \frac{\eta_w w \gamma_1}{4\pi} \cdot \frac{\alpha_v}{4\pi} \frac{c \tau r^2}{2} \Psi \frac{10^{-0.2\beta r}}{r^4} \quad 6-15$$

将 $r = \frac{1}{2} ct$ 代入上式得:

$$I_v(t) = \frac{\eta_w w \gamma_1 \tau \Psi \alpha_v}{8\pi c} t^{-2} \cdot 10^{-0.2\beta r} \quad 6-16$$

## 六、海洋中的混响——体积混响

以上两式说明体积混响强度与辐射功率 $w$ ，脉冲宽度 $\tau$ 及散射系数成之比，传播损失遵从球面扩展加吸收衰减率。按等效平面波混响级定义有：

$$\begin{aligned} RL &= 10\lg \frac{I_i}{I_{ref}} = 10\lg \frac{I_v}{\eta_w I_{ref}} \\ &= 10\lg \frac{w\gamma_1}{4\pi I_{ref}} + 10\lg \frac{\alpha_v}{4\pi} + 10\lg \left( \frac{1}{2} c \tau r^2 \Psi \right) - 20\lg(r \cdot 10^{-0.2\beta r}) \\ &= SL + S_v + 10\lg V - 2TL \end{aligned} \quad 6-15$$

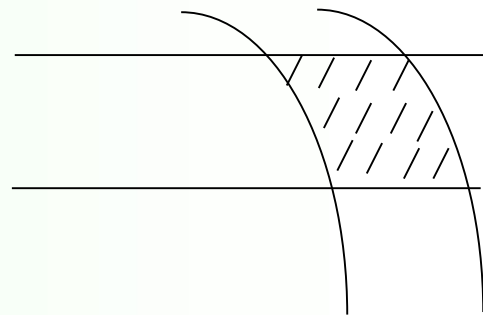
$SL \rightarrow$  声源级     $S_v \rightarrow$  散射强度     $V \rightarrow$  散射体积     $TL \rightarrow$  传播损失

$$V = \int dv = \int_0^\Psi r^2 \frac{c\tau}{2} d\Omega = \frac{1}{2} c \tau (r^2 \Psi) \quad 6-18$$



## 六、海洋中的混响——海面混响

海面混响是由近海面表层的不均匀性产生散射而引起的混响。设海面散射层厚度为 $H$ ，在小掠射角情况下空间散射体元为一环状体，内外表面的垂直距离为 $\frac{c\tau}{2}$ ，它实际上是球壳上相距为 $H$ 的两个平面所切割下的一部分，呈“井台状”。



当 $r \gg H$ 时，方向性函数中 $\theta \approx 90^\circ$ ，类似体积混响可推得：

$$dI_s = \frac{\eta_w \alpha_v I_{0\max}}{4\pi r^2} R_1^2(\theta, \phi) R_2^2(\theta, \phi) 10^{-0.1\beta r} dv \quad 6-19$$

$$dv = r dr d\phi H \quad 6-20$$

$$dI_s = \frac{H \eta_w \alpha_v w \gamma_1}{(4\pi r^2)^2} R_1^2(\theta, \phi) R_2^2(\theta, \phi) r 10^{-0.2\beta r} d\Omega dr \quad 6-21$$

## 六、海洋中的混响——海面混响

令  $\alpha_s = \alpha_v H$  称为海面散射系数，则有：

$$dI_s = \frac{\eta_w \alpha_s w \gamma_1}{(4\pi)^2 r^3} R_1^2(\theta, \phi) R_2^2(\theta, \phi) 10^{-0.2\beta r} d\Omega dr \quad 6-22$$

类似体积混响的积分计算方法可得：

$$I_s = \frac{\eta_w \alpha_s w \gamma_1}{16\pi^2 r^4} \cdot \frac{1}{2} c \tau \Psi 10^{-0.2\beta r} \quad 6-23$$

将  $r = \frac{1}{2} ct$  代入上式得：

$$I_s(t) = \frac{\eta_w \alpha_s w \gamma_1}{4\pi c^2} t^{-3} \tau \Psi \cdot 10^{-0.2\beta r} \quad 6-24$$

可见，海面混响与体积混响类似（与  $w$ ， $\tau$ ， $\alpha_s$  成正比），但传播损失则按3次方率衰减。

## 六、海洋中的混响——海面混响

同理可得海面混响级为：

$$RL_s = SL + S_s + 10\lg A - 2TL \quad 6-25$$

式中：

$$SL = 10\lg \frac{w\gamma_1}{4\pi I_{ref}}$$

$$S_s = 10\lg \frac{\alpha_s}{4\pi} = 10\lg \frac{\alpha_v}{4\pi} + 10\lg H = S_v + 10\lg H$$

为海面散射强度，当层内散射体不均匀时：

$$S_s = 10\lg \int_0^H \frac{\alpha_v(h)}{4\pi} dh$$

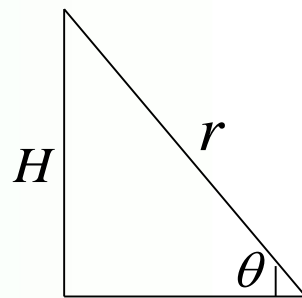
$$A = \frac{c\tau}{2} r\Psi \quad \text{为海面散射面积}$$

$$TL = 10\lg r^3 + \beta r \quad \text{为传播损失}$$

## 六、海洋中的混响——海底混响

海底混响是平面散射边界的不平整性引起的散射。  
其散射体元为圆环片。

设声源到海底深度为 $H$ ，按定义海底散射系数为：



$$\alpha_g = \frac{P_g}{I_0} = \frac{P_g}{I_{i0} \sin \theta} = \frac{P_g r}{I_{i0} H}$$

$$\therefore P_g = \alpha_g I_{i0} \frac{H}{r} \quad 6-26$$

类似体积混响的积分计算方法可得( $ds = r dr d\phi$ ):

$$dI_g = \frac{\eta_w w \gamma_1}{(4\pi)^2} \alpha_g H R_1^2(\theta, \phi) R_2^2(\theta, \phi) 10^{-0.2\beta r} \frac{1}{r^4} dv \quad 6-27$$

## 六、海洋中的混响——海底混响

$$\therefore I_g(v) = \frac{\eta_w w \alpha_g \gamma_1}{16\pi^2 r^4} Hc \tau \Psi \cdot 10^{-0.2\beta r} \quad 6-28$$

$$I_g(t) = \frac{\eta_w w \alpha_g \gamma_1}{\pi c^3} H \tau \Psi t^{-4} \cdot 10^{-0.2\beta ct} \quad 6-29$$

则海底混响级为:

$$RL_g = SL + S_g + 10\lg A - 2TL \quad 6-30$$

其中 $SL$ ,  $A$ ,  $TL$ 同前

$$S_g = 10\lg \frac{\alpha_g}{4\pi} \sin \theta \quad 6-31$$

## 六、海洋中的混响——混响强度与各参量关系

由前可知：

$$\left\{ \begin{array}{l} I_v = \frac{\eta_w w \gamma_1}{4\pi} \cdot \frac{\alpha_v}{4\pi} \cdot \frac{c \tau r^2}{2} \Psi \frac{10^{-0.2\beta r}}{r^4} \\ RL_v = SL + S_v + 10\lg V - 2TL \quad V = \frac{1}{2} c \tau r^2 \Psi \\ I_s = \frac{\eta_w w \gamma_1}{4\pi} \frac{\alpha_s}{4\pi} \cdot \frac{c \tau r}{2} \Psi \frac{10^{-0.2\beta r}}{r^4} \\ RL_s = SL + S_s + 10\lg A - 2TL \quad A = \frac{1}{2} c \tau r \Psi \\ I_g = \frac{\eta_w w \gamma_1}{4\pi} \frac{\alpha_g \sin \theta}{4\pi} \cdot \frac{c \tau r}{2} \Psi \frac{10^{-0.2\beta r}}{r^4} \\ RL_g = SL + S_g + 10\lg A - 2TL \quad A = \frac{1}{2} c \tau r \Psi \end{array} \right.$$

## 六、海洋中的混响——混响强度与各参量关系

### 1. 混响强度与辐射功率成正比：

这说明混响起因不同于噪声，它是由入射声波激发散射体引起再辐射迭加的结果，目标回波强度也与发射功率成正比。因此，在混响干扰为主情况下，以提高发射功率来改善信混比(混响是背景干扰噪声的一种)，那将是徒劳的。

### 2. 混响强度同发射脉冲宽度成正比：

由三种混响的计算式可看出，脉冲长短是反映对混响总和做贡献的散射体体积或面积的大小。

通常脉冲宽度 $\tau$ 愈大，混响强度越大，但当 $\tau$ 达到一定程度后，它不再与脉冲宽度有关。

## 六、海洋中的混响——混响强度与各参量关系

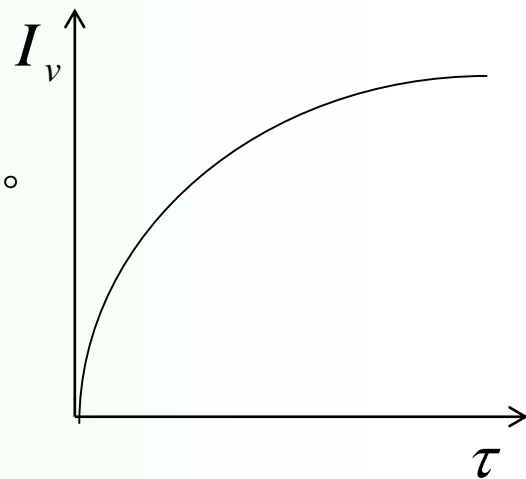
在推导混响强度公式6—15式时，对 $r$ 的积分时假设 $\frac{bc\tau}{2} \ll 1$ 时

得的积分结果 $\frac{c\tau}{2}$ ，若不满足上述条件，则可积分得混响强度同脉冲宽度的关系函数为：

$$y = \frac{1 - 10^{-0.2\beta\frac{c\tau}{2}}}{0.2\beta \ln 10} = \frac{1}{0.2\beta \ln 10} \quad \left( \frac{\beta c \tau}{2} \gg 1 \right) \quad 6-32$$

这表示信号脉冲宽度 $\tau$ 达到一定程度时，其远处散射强度由于衰减损失，对总混响贡献很小，因而这时混响强度不随脉冲宽度增大，出现饱和现象。

由上一章目标反射理论可知，当 $\frac{1}{4}c\tau \gg a$ 时（ $a$ 为目标反向散射截面的最大限度），回声强度与脉冲宽度无关，否则与脉冲宽度成正比。





## 六、海洋中的混响——混响强度与各参量关系

对于脉宽为 $\tau$ 的脉冲，其90%以上能量集中在 $\frac{1}{\tau}$ 带宽

内，因此，接收机带宽一般选 $\frac{1}{\tau}$ ，所以脉宽 $\tau$ 越窄，要

求接收机带宽越宽，则噪声干扰越大。因此，脉冲宽度 $\tau$ 的选择要根据各种因素综合考虑。

### 3. 混响强度同声系统指向性关系：

将混响强度公式中含有空间指向性因子突出而其它参数影响用 $A$ 表示有：。

$$\left\{ \begin{array}{l} I_v = A_v(\eta_w, w, c\tau, \beta, \alpha_v, r) \frac{\int_0^{4\pi} b_1(\theta, \phi) b_2(\theta, \phi) d\Omega}{\int_0^{4\pi} b_1(\theta, \phi) d\Omega} \\ I_s = A_s(\eta_w, w, c\tau, \beta, \alpha_s, r) \frac{\int_0^{2\pi} b_1(\theta, \phi) b_2(\theta, \phi) d\Omega}{\int_0^{4\pi} b_1(\theta, \phi) d\Omega} \\ I_g = A_g(\eta_w, w, c\tau, \beta, \alpha_g, r) \frac{\int_0^{2\pi} b_1(\theta, \phi) b_2(\theta, \phi) d\Omega}{\int_0^{4\pi} b_1(\theta, \phi) d\Omega} \end{array} \right.$$

## 六、海洋中的混响——混响强度与各参量关系

(1). 当 $b_2(\theta, \phi) = 1$ 时

体积混响与辐射器指向性无关，这是由于接收为全向，而声源指向性变化，若使声强增加(或减小)，对应散射体体积减小(或增加)，总散射功率不变，此时 $b_1(\theta, \phi)$ 也不是任意选取，因其受信混比影响，指向性越尖锐，信混比越大。但这时海面和海底混响仍与声源指向性 $b_1(\theta, \phi)$ 有关。

(2). 当 $b_1(\theta, \phi) = 1$ 时

此时体积、海面、海底混响受等效束宽 $\int_0^{4\pi} b_2(\theta, \phi) d\Omega$

$\int_0^{2\pi} b_2(\theta, \phi) d\Omega$ 控制。 $b_2(\theta, \phi)$ 越尖锐，混响越小。

## 六、海洋中的混响——混响强度与各参量关系

(3). 当 $b_1(\theta, \phi), b_2(\theta, \phi)$ 都不为1且有:

$$\int_0^{4\pi} b_2(\theta, \phi) d\Omega < \int_0^{4\pi} b_1(\theta, \phi) d\Omega$$

当 $b_2(\theta, \phi)$ 一定时, 随声源指向性 $b_1(\theta, \phi)$ 增加, 入射声强增加, 而 $b_2(\theta, \phi)$ 对应散射体积或面积变化不大, 所以总混响强度增加, 但信混比变化不大。

以上分析表明, 一般提高接收器指向性是抑制混响, 提高信混比的有效措施。

### 4. 混响强度随距离变化的规律

三种混响随距离的增加而减小, 一方面随距离增加, 散射体体积或面积增大, 但另一方面传播损失增大, 总效应使三者分别按2、3、4次方率衰减。

## 六、海洋中的混响——混响强度与各参量关系

### 5. 散射系数

对于几十kHz信号，散射系数典型值为：

$$\begin{cases} \alpha_v \rightarrow 10^{-4} \sim 10^{-7} \\ \alpha_s \rightarrow 10^{-3} \sim 10^{-4} \\ \alpha_g \rightarrow 10^{-1} \sim 10^{-3} \end{cases}$$

对不存在鱼群等局部海水  $\alpha_v \rightarrow 10^{-5} \sim 10^{-9}$

可见，在同样距离上强度， 体积混响 < 海面混响 < 海底混响

但在衰减速度上有： 体积混响 < 海面混响 < 海底混响

这说明在远程主要是体积混响干扰。

# 六、海洋中的混响——混响强度与各参量关系

## 6. 三种混响比较

	体积混响	海面混响	海底混响
产生原因	海水介质不均匀性，气泡，悬浮粒子，生物散射等	海面下气泡层散射，海浪散射等	海底界面的不平整性和不均匀性
无指向性散射体元、面元形状	球壳	井台状	圆环片
衰减规律	$\frac{1}{r^2}$ 或 $\frac{1}{t^2}$	$\frac{1}{r^3}$ 或 $\frac{1}{t^3}$	$\frac{1}{r^4}$ 或 $\frac{1}{t^4}$
强度	小	中	大

## 七、海洋噪声

- 海洋环境噪声
- 辐射噪声
- 自噪声
- 噪声级
- 噪声谱级
- 海洋环境噪声谱特性
- 海洋环境噪声指向性

## 八、声纳方程的应用——检测概率，虚警概率及检测阈

在相同输出信噪比条件下，不同的检测阈对应着不同的检测概率和虚警概率。

$$DT = 5 \lg \left( \frac{dB}{t} \right) \quad 7-1$$

其中 $d$ 为接收特性值，它与检测概率和虚警概率有关，可由接收工作特性曲线求得。 $B$ 为工作带宽， $t$ 为检测时间。

## 八、声纳方程的应用——应用实例

1. 已知驱逐舰上声纳功率 $w = 1000$ 瓦，工作频率为 $8kHz$ ，收发指向性指数 $DI = 20dB$ ，探测脉冲宽度 $\tau = 0.1$ 秒，接收带宽 $\Delta f = 500Hz$ ，求其在15节航速下，探测100厚混合层中下潜深度为250米正横方位的潜艇(目标强度为 $25dB$ )的距离，检测概率为50%，回波宽度内虚警概率为0.01%，已知 $25kHz$ 噪声谱级为 $27dB$ 。

解：由主动声纳方程可得

$$TL = \frac{1}{2}(SL + TS - NL + DI - DT)$$

$$SL = 171.5 + 10\lg w + DI_r = 172 + 30 + 20 = 222(dB)$$

$$TS = 25dB$$



## 八、声纳方程的应用——应用实例

已知 $25kHz$ 噪声谱级为 $27dB$ ，则 $8kHz$ 噪声谱级为：

$$NL_p = 27 + 20\lg\left(\frac{25}{8}\right) = 37 dB/Hz$$

$$\therefore NL = NL_p + 10\lg B = 37 + 10\lg 500 = 64dB$$

$$\therefore \text{检测概率 } P(D) = 50\% \quad \text{虚警概率 } F(D) = 0.01\%$$

由接收工作特性曲线可得：  $d = 15$

$$\therefore DT = 5\lg\left(15 \cdot \frac{500}{0.1}\right) \approx 24dB$$

最后得：

$$TL = \frac{1}{2}(222 + 25 - 64 + 20 - 24) \approx 90dB$$

由传播损失规律可得作用距离。

## 八、声纳方程的应用——应用实例

2. 已知一潜艇在会聚区中以 $168dB$ 辐射噪声级辐射出 $500Hz$ 线谱，另一潜艇在30海里处用无指向性水听器听测，海洋背景噪声谱级为 $55dB$ ，接收带宽为 $100Hz$ ，检测概率50%，虚警概率1% ( $d = 6$ )则需要观察多长时间。

解：由被动声纳方程得

$$DT = SL - TL - NL + DI$$

$$TL = 20\lg(30 \times 1853) - 10\lg \frac{4r}{\Delta r} = 85(dB) \quad SL = 168dB$$

$$NL = NL_p + 10\lg B = 55 + 10\lg 100 = 75(dB)$$

$$DI = 0 \quad \therefore DT = 8(dB)$$

$$\therefore DT = 5\lg\left(\frac{dB}{t}\right)$$

$$\therefore t = \frac{dB}{10^{\frac{DT}{5}}} = \frac{6 \times 100}{10^{\frac{8}{5}}} \approx 15(\text{秒})$$

敬请批评指正

谢谢