

Politechnika Gdańska

Wydział Oceanotechniki i Okrętownictwa

Optymalizacja wytrzymałościowa metalowych konstrukcji cienkościennych - laboratorium

SPRAWOZDANIE

ZADANIE 1 - Optymalizacja kratownicy

prowadzący laboratorium:
mgr inż. Jakub Baurycza

Sprawozdanie wykonała:
Sławomir Gwizdała
Semestr: 4 magisterski
Kierunek: Oceanotechnika i Okrętownictwo
Specjalność: Projektowanie statków specjalnych
i urządzeń oceanotechnicznych
Typ studiów: niestacjonarne
Rok akademicki: 2016/2017

Nr zadania: 11

Spis treści

Spis treści.....	2
1. Wstęp.....	3
1.1. Schemat kratownicy.....	3
1.2. Dane wejściowe.....	3
1.3. Model obliczeniowy.....	4
2. Analiza numeryczna.....	4
2.1. Siły normalne w prętach kratownicy.....	4
2.2. Wariant A1.....	4
1.1. Wariant B1.....	8
2.3. Wariant A2.....	10
2.4. Wariant B2.....	13
3. Analiza analityczna.....	17
3.1. Obliczenia sił osiowych kratownicy.....	17
3.2. Obliczenia wartości funkcji celu dla 4 wariantów.....	19
4. Porównanie wyników.....	20
4.1. Wariant A1 i B1.....	20
4.2. Wariant A2 i B2.....	21
5. Wnioski.....	21

1. Wstęp

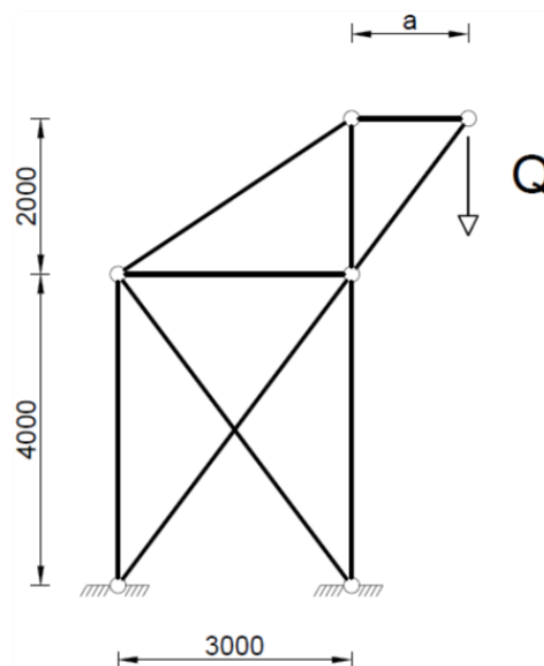
Zadaniem w ćwiczeniu 1 był dobór pola przekroju prętów kratownicy płaskiej (pkt. 1.1) , tak aby jej masa była minimalna, dla dwóch wariantów dodatkowych wymagań

- a) maksymalne ugięcie dowolne
- b) maksymalne ugięcie mniejsze o 50% od wartości uzyskanej w wariancie a)

W ramach zadania należało wykonać analizy numeryczne z wykorzystaniem modułu optymalizacji w programie FEMAP. Dla każdego wariantu został sformułowany problem optymalizacji oraz w celu sprawdzenia poprawności i wiarygodności wyników uzyskanych z programu – wykonano obliczenia analityczne wartości funkcji celu, a także ocenę stanu naprężeń i stanu przemieszczeń. Na koniec zostały porównane wyniki z wariantu A1 z B1 oraz A2 z B2. Wartości sił podłużnych dla kratownicy zostały sprawdzone za pomocą metody przecięć Rittera.

1.1. Schemat kratownicy

Rys.1. Schemat kratownicy



1.2. Dane wejściowe

$$N = 11$$

$$a = (1,5 + 0,1 \cdot N) = 2,8 \text{ [m]} = 2600 \text{ [mm]}$$

$$Q = (80 - 1,5 \cdot N) = 60,5 \text{ [kN]} = 63500 \text{ [N]}$$

$$\max \sigma \leq 60 \text{ MPa}$$

$$\min \sigma \geq -30 \text{ MPa}$$

pole przekroju każdego z prętów: $A = 0,1 \text{ cm}^2$

materiał: aluminium

moduł Younga = $70000 \text{ [N/mm}^2\text{]}$

współczynnik Poissona = $0,33 \text{ [-]}$

1.3. Model obliczeniowy

Model obliczeniowy został wykonany wg schematu kratownicy (rys1.) oraz zadanych danych wejściowych (pkt. 1.2) w programie FEMAP

2. Analiza numeryczna

Analiza numeryczna została wykonana w programie FEMAP, który do obliczeń wykorzystuje Metodę Elementów Skończonych (MES). Jest to jedna z metod numerycznych rozwiązywania problemów przy pomocy równań różniczkowych sprowadzanych do działań na macierzach z wykorzystaniem komputerów.

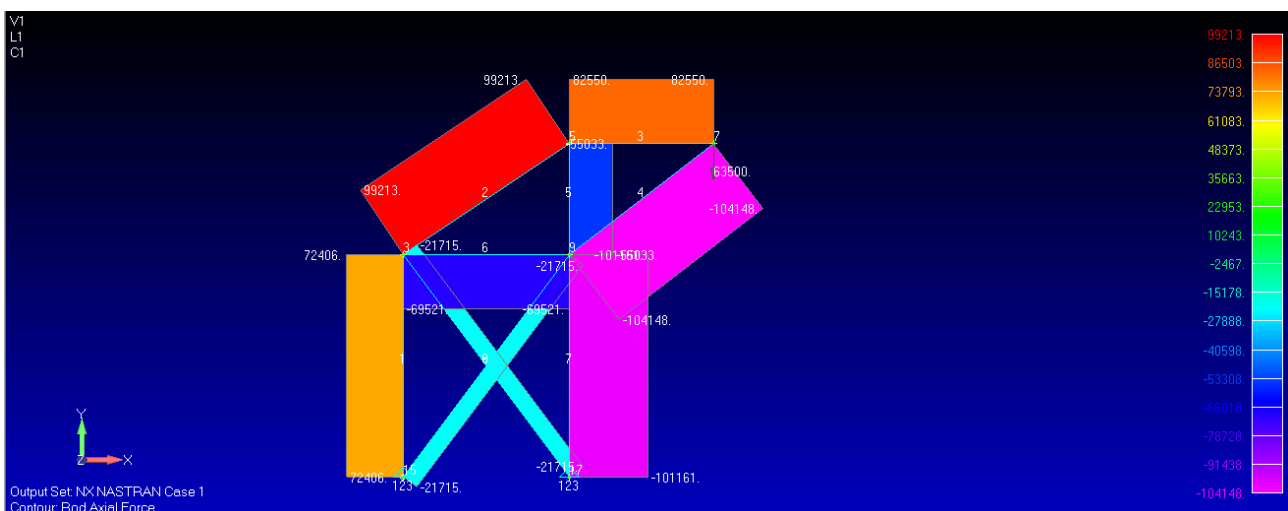
Główną cechą tej metody jest stworzenie w programie i podzielenie badanego obiektu na siatkę niewielkich elementów tzw. elementów skończonych, które są połączone w punktach zwanych węzłami. Przemieszczenia punktów wewnątrz elementu są wyznaczane na podstawie przemieszczeń węzłów i mogą być ograniczane przez utwierdzenia, przeguby tzw. więzy kinematyczne. Przemieszczenia węzłów wyznaczane są z równań równowagi przy uwzględnieniu więzów i odkształcalności materiału.

W poniższych podpunktach zostały przedstawione warianty według, których należało wykonać analizę kratownicy, oraz wyniki.

2.1. Siły normalne w prętach kratownicy

Przy pomocy programy FEMAP oraz na podstawie stworzonego modelu zostały wyliczone siły normalne w kratownicy dla poszczególnych prętów (Rys.3.) Siły te są jednakowe dla każdego wariantu ćwiczenia.

Rys.3. Siły normalne w kratownicy [N]



2.2. Wariant A1

W wariantcie A1 należało dobrać pole przekroju poprzecznego wszystkich prętów o jednakowym przekroju.

Funkcja celu i wektor zmiennych projektowych:

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i * l_i * \rho$$

$$-x = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \\ A_9 \end{pmatrix} = A_i = A = const$$

Ograniczenia:

- stan wyężenia materiału $-30 MPa \leq \sigma_i \leq 60 MPa$

Dla wyznaczonej wartości $A=const$ zidentyfikować wartość maksymalnego przemieszczenia, jego kierunek oraz numer odpowiadajęcemu mu węzła

$\delta_{mk} = \delta_{max}$,

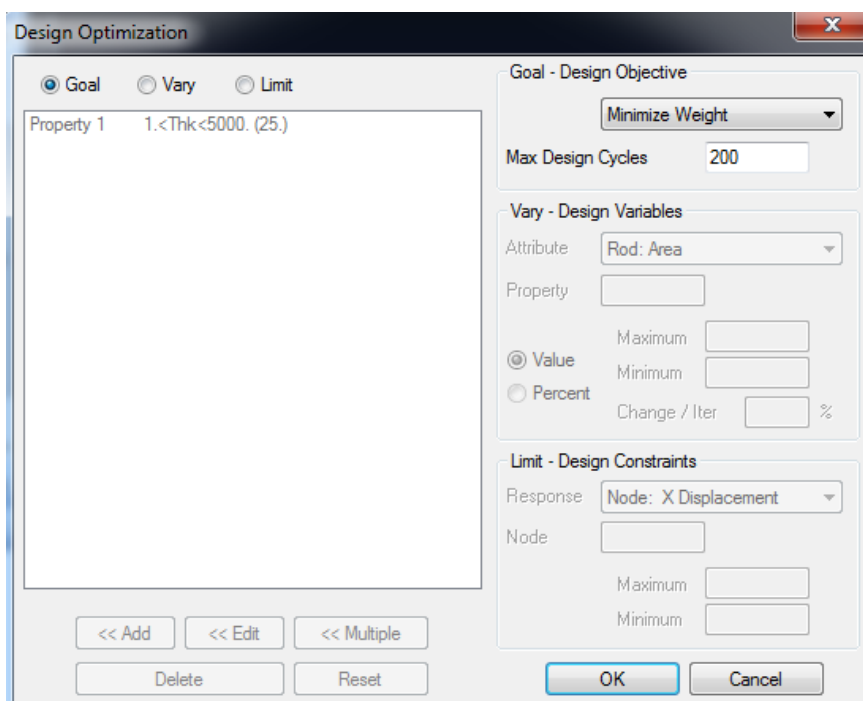
m - numer węzła,

k - indeks kierunku

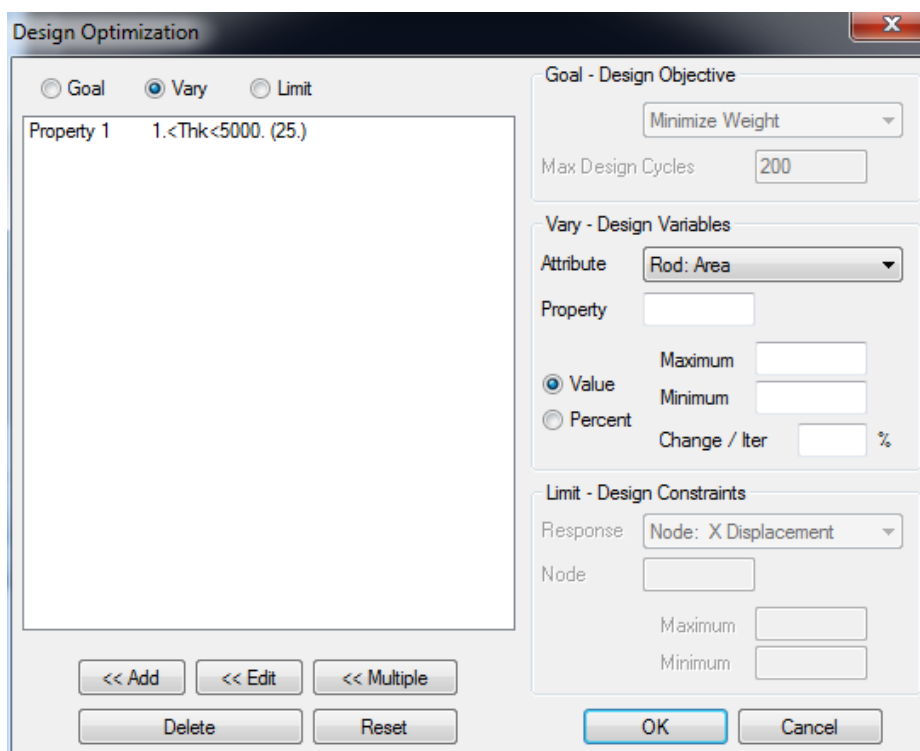
Ustawienia optymalizacji

Na poniższych rysunkach zostały przedstawione ustawienia optymalizacji w programie.

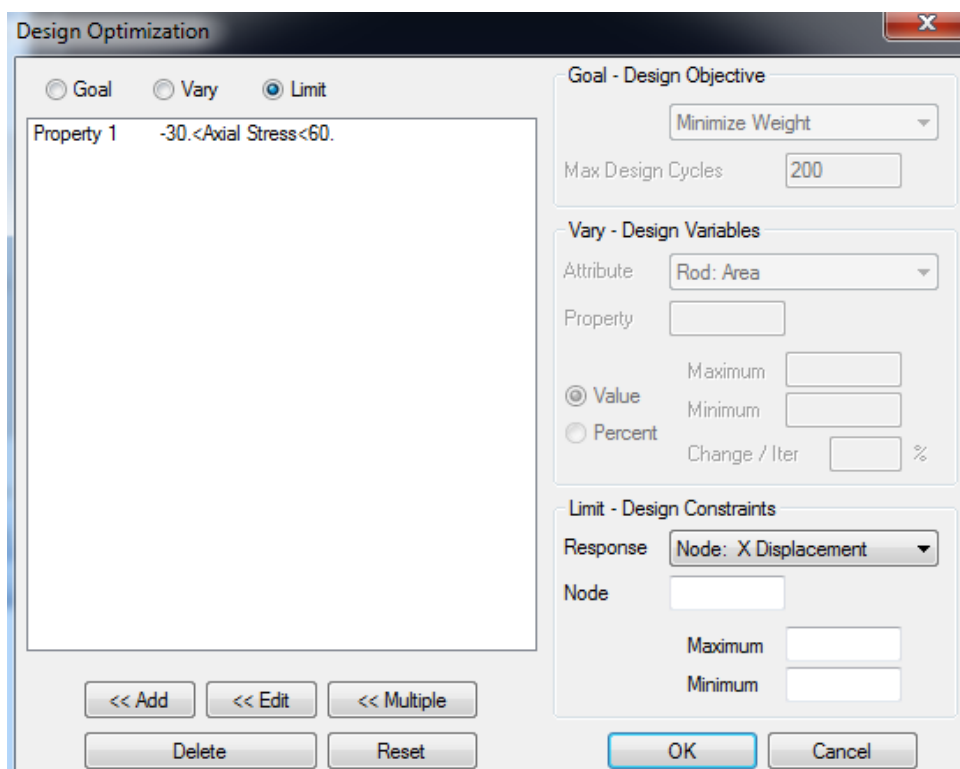
Rys. 4. Funkcja celu –wariorat A1



Rys.5. Zmienna oraz jej zakres – wariorat A1



Rys. 6. Ograniczenia naprężeniowe -wariant A1

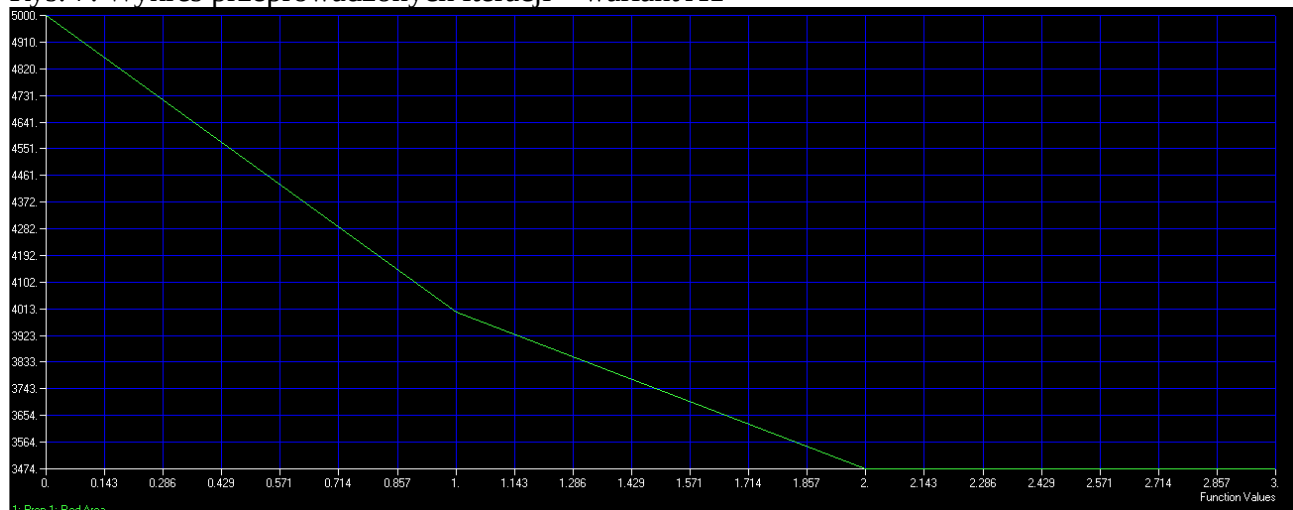


Wyniki optymalizacji

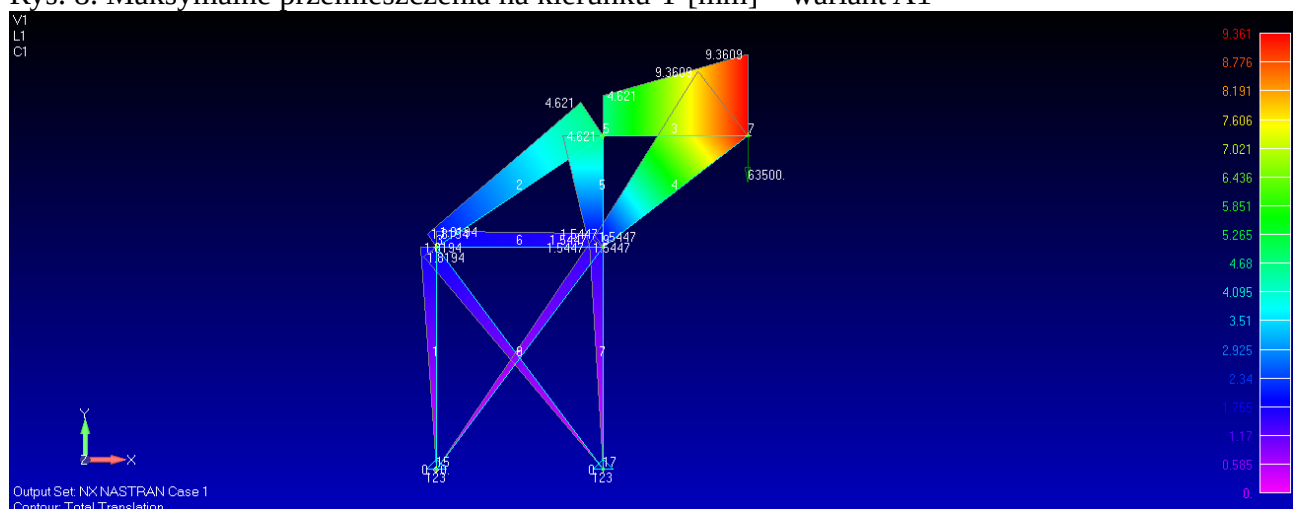
Optymalne pole przekroju pręta wynosi $A = 3472 \text{ mm}^2$

Największe przemieszczenie zaobserwowano, w węźle nr 7 i wynosi $-9,361 \text{ mm}$

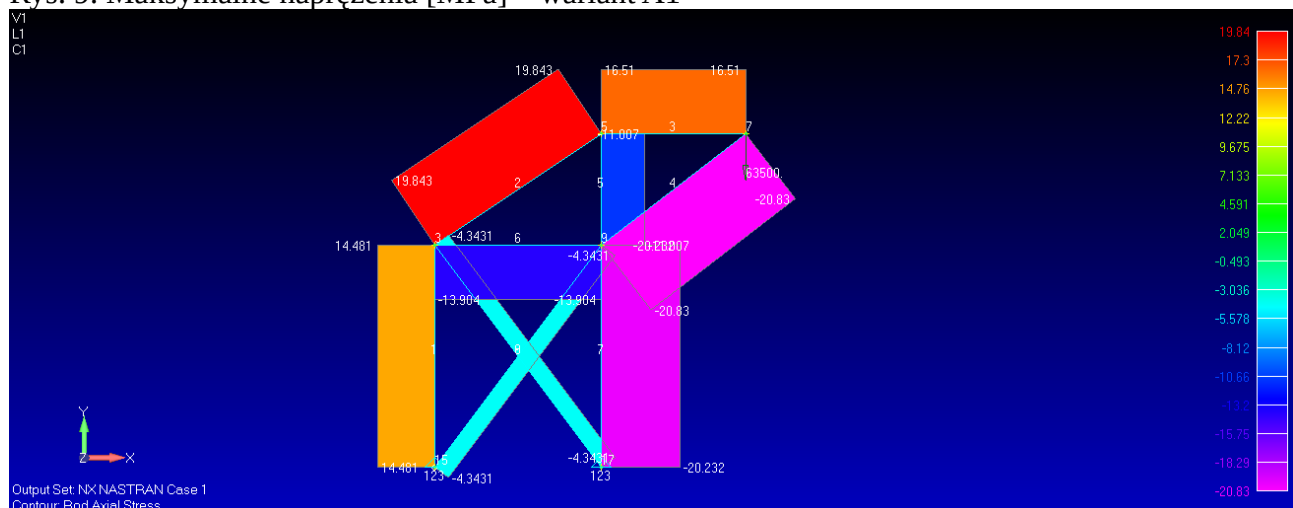
Rys. 7. Wykres przeprowadzonych iteracji – wariant A1



Rys. 8. Maksymalne przemieszczenia na kierunku Y [mm] – wariant A1



Rys. 9. Maksymalne naprężenia [MPa] – wariant A1



1.1. Wariant B1

Dobrać pole przekroju poprzecznego wszystkich prętów o jednakowym przekroju.

Funkcja celu i wektor zmiennych projektowych:

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i * l_i * \rho$$

$$-x = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \\ A_9 \end{pmatrix} = A_i = A = const$$

Ograniczenia

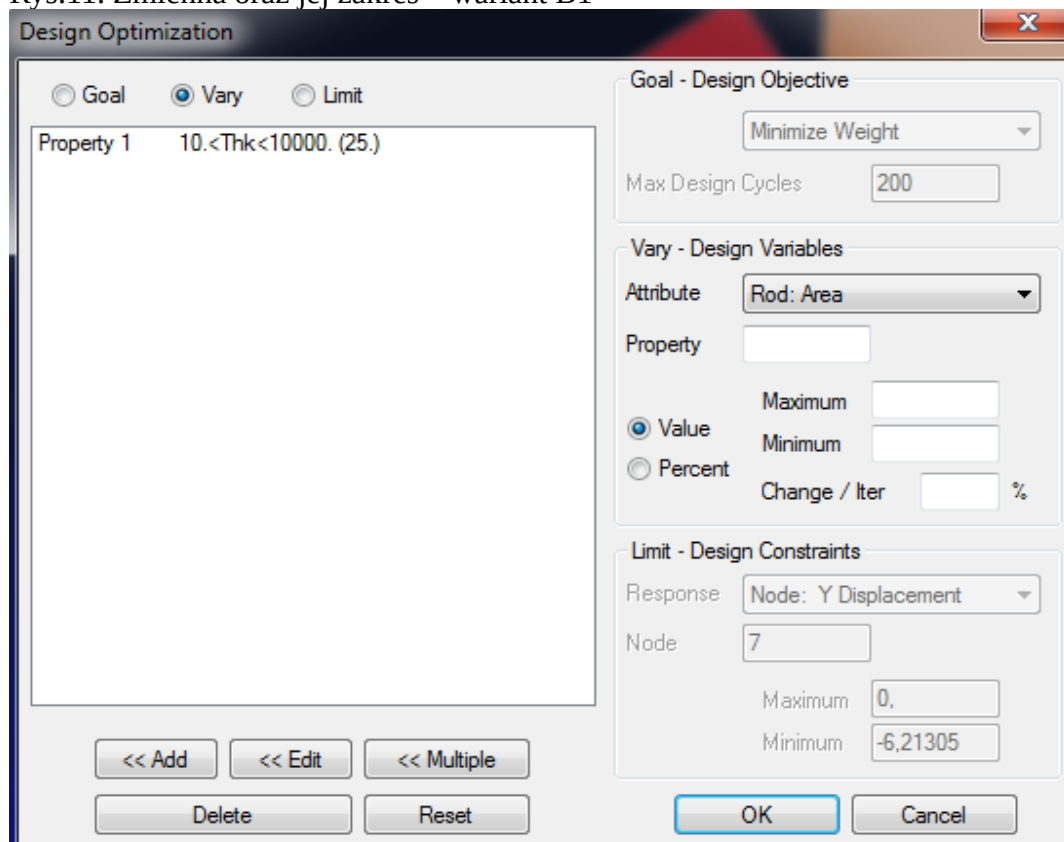
- stan wyężenia materiału $-30 MPa \leq \sigma_i \leq 60 MPa$
- stan użytkowania (przemieszczeń) $\delta_{mk} \leq \delta_{max} = \frac{\delta_{max}}{2} = \frac{-9,361}{2} = -4,7 [mm]$

(δ_{max} - wartość z wariantu A1)

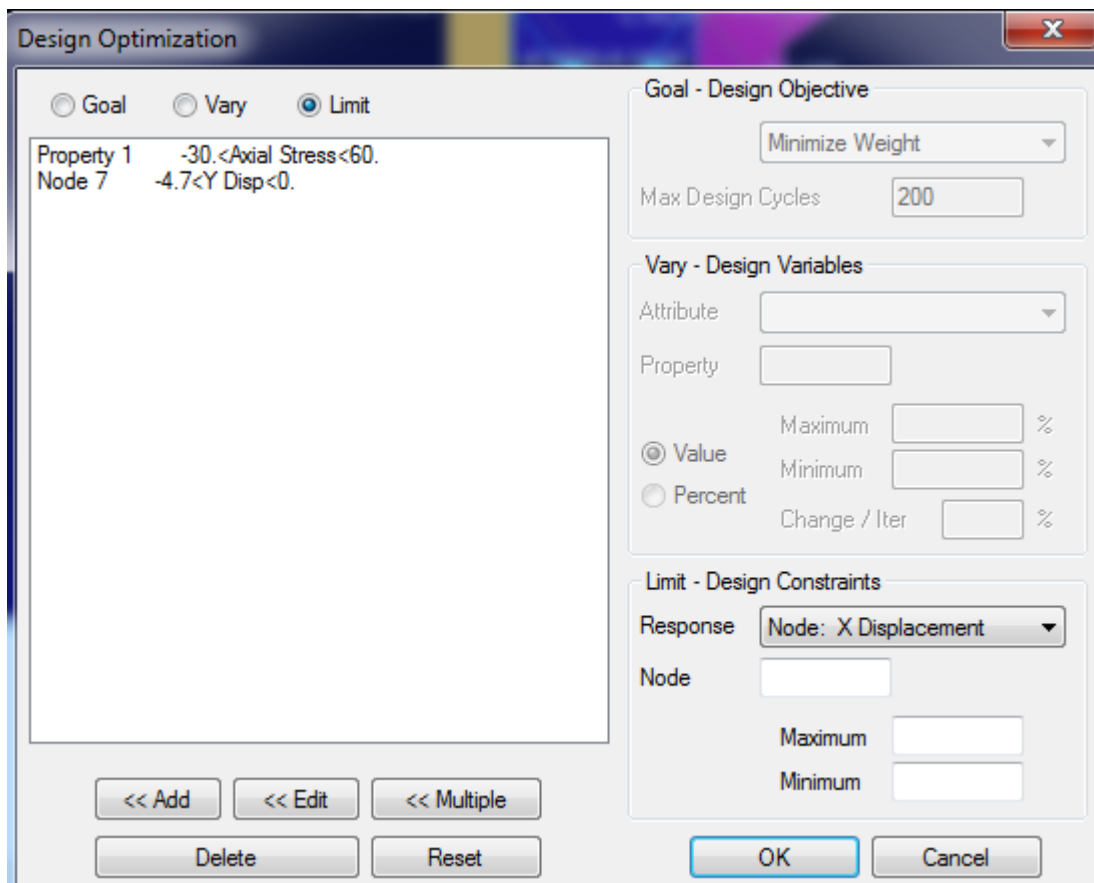
Ustawienia optymalizacji

Na poniższych rysunkach zostały przedstawione ustawienia optymalizacji w programie.

Rys.11. Zmienna oraz jej zakres – wariant B1



Rys. 12 Ograniczenia naprężeniowe i przemieszczeniowe-wariant B1

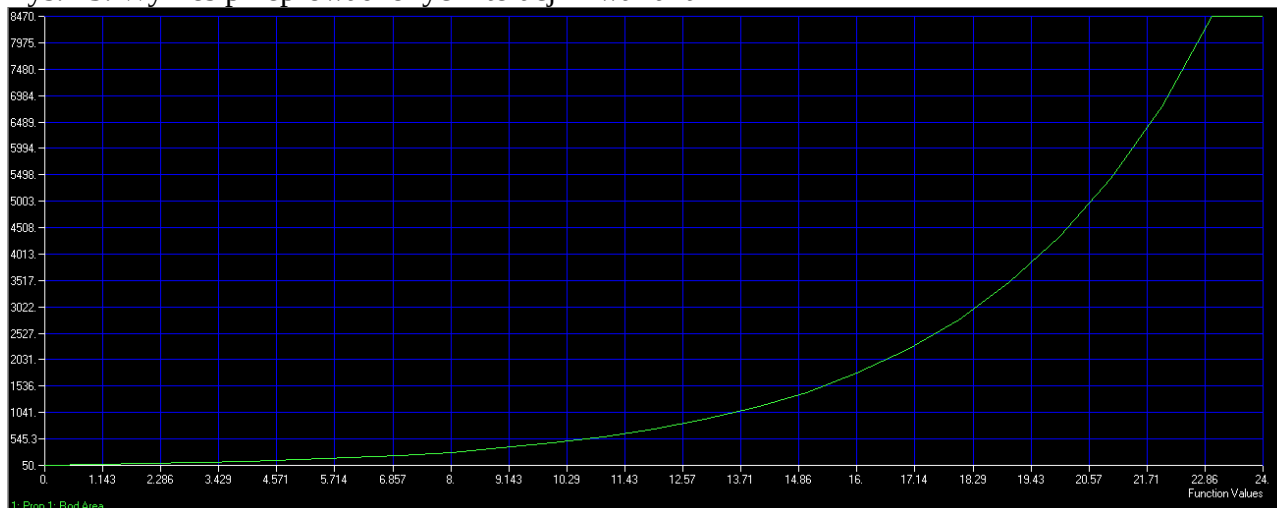


Wyniki optymalizacji

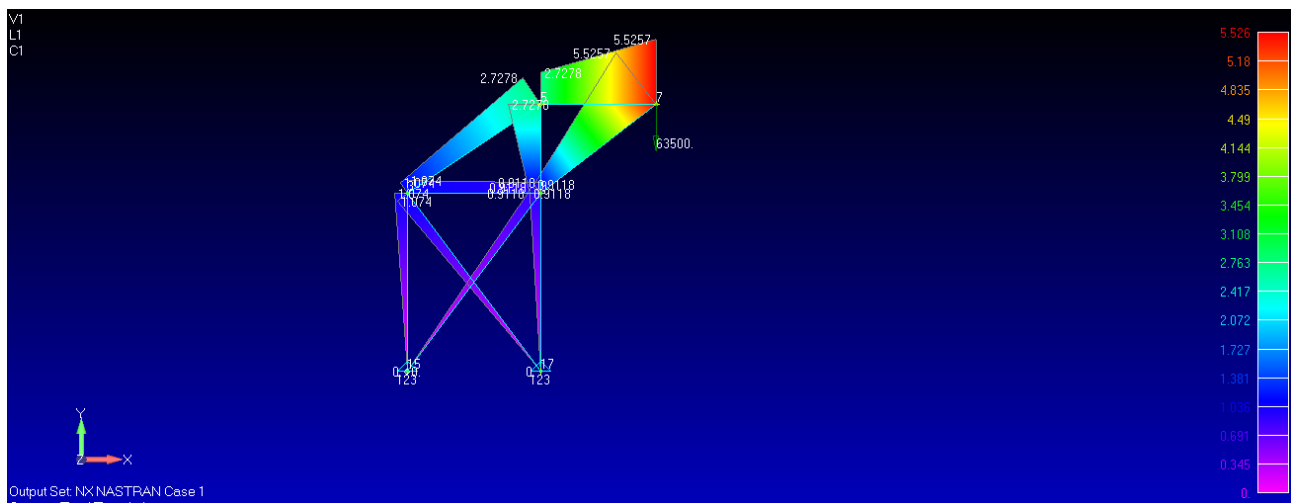
Optymalne pole przekroju pręta wynosi $A = 8470 \text{ mm}^2$

Największe przemieszczenie zaobserwowano na kierunku Y, w węźle nr7 i wynosi $-5,526 \text{ mm}$

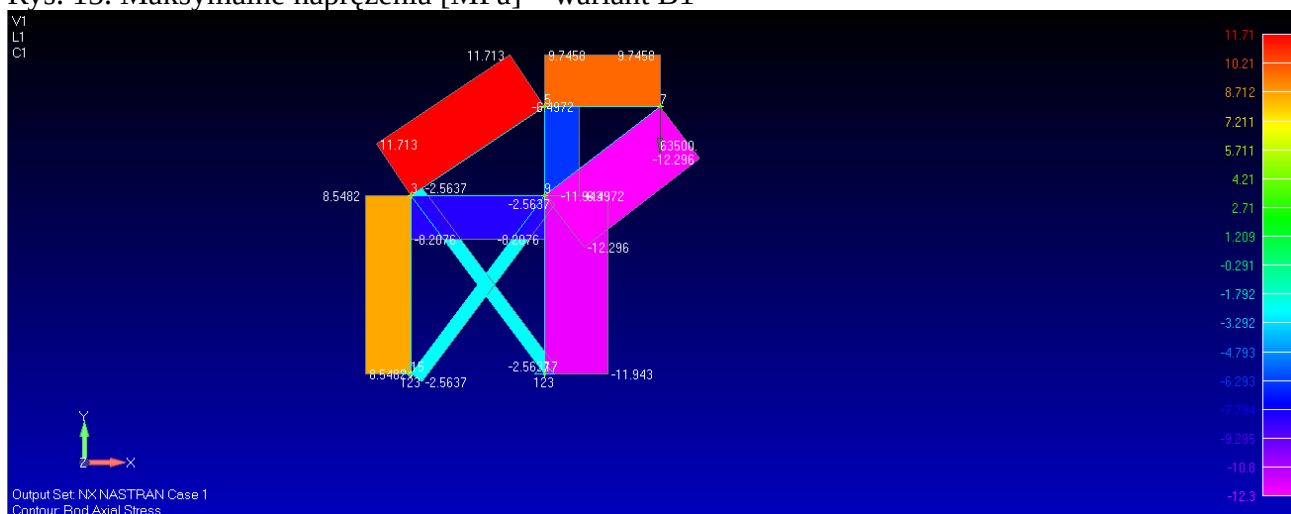
Rys. 13. Wykres przeprowadzonych iteracji – wariant B1



Rys. 14. Maksymalne przemieszczenia [mm] – wariant B1



Rys. 15. Maksymalne naprężenia [MPa] – wariant B1



1.1. Wariant A2

Dobrać pola przekroju poprzecznego wszystkich prętów.

Funkcja celu i wektor zmiennych projektowych:

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i * l_i * \rho$$

$$-x = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \\ A_9 \end{pmatrix} A_s$$

Ograniczenia:

- stan wyężenia materiału $-30 \text{ MPa} \leq \sigma_i \leq 60 \text{ MPa}$

Ustawienia optymalizacji

Na poniższych rysunkach zostały przedstawione ustawienia optymalizacji w programie.

Rys.17. Zmienna oraz jej zakres – wariant A2

Design Optimization

☐ Goal ☒ Vary ☐ Limit

Property 2 1.<Thk<10000. (50.)
 Property 3 1.<Thk<10000. (50.)
 Property 4 1.<Thk<10000. (50.)
 Property 5 1.<Thk<100. (1.)
 Property 6 1.<Thk<100. (1.)
 Property 7 1.<Thk<100. (1.)
 Property 8 1.<Thk<100. (1.)
 Property 9 1.<Thk<100. (1.)
 Property 10 1.<Thk<100. (1.)

<< Add << Edit << Multiple
 Delete Reset

Goal - Design Objective
 Minimize Weight
 Max Design Cycles 500

Vary - Design Variables
 Attribute Rod: Area
 Property
☒ Value Maximum
☐ Percent Minimum
 Change / Iter %

Limit - Design Constraints
 Response
 Location
 Maximum
 Minimum

OK Cancel

Rys. 18. Ograniczenia naprężeniowe -wariant A2

Design Optimization

☐ Goal ☐ Vary ☒ Limit

Property 2 -30.<Axial Stress<60.
 Property 3 -30.<Axial Stress<60.
 Property 4 -30.<Axial Stress<60.
 Property 5 -30.<Axial Stress<60.
 Property 6 -30.<Axial Stress<60.
 Property 7 -30.<Axial Stress<60.
 Property 8 -30.<Axial Stress<60.
 Property 9 -30.<Axial Stress<60.
 Property 10 -30.<Axial Stress<60.

<< Add << Edit << Multiple
 Delete Reset

Goal - Design Objective
 Minimize Weight
 Max Design Cycles 500

Vary - Design Variables
 Attribute Rod: Area
 Property
☒ Value Maximum
☐ Percent Minimum
 Change / Iter %

Limit - Design Constraints
 Response Node: X Displacement
 Node
 Maximum
 Minimum

OK Cancel

Wyniki optymalizacji

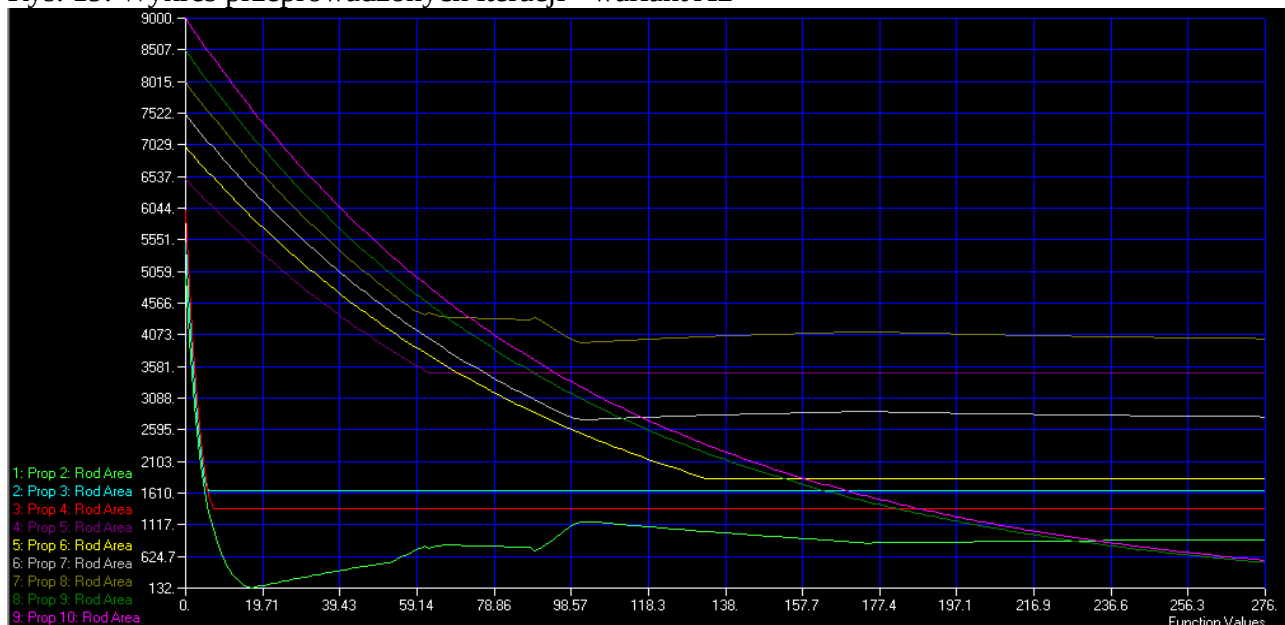
Optymalne pole przekroju prętów:

Nr pręta	A [mm ²]
----------	----------------------

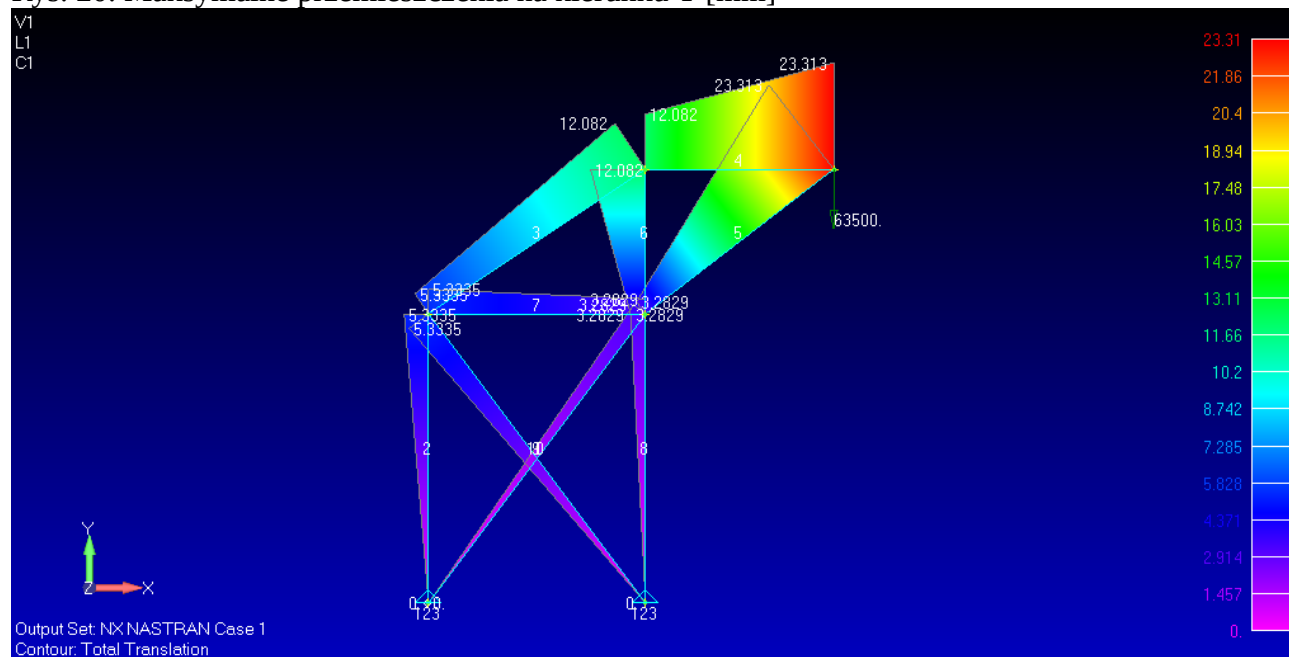
1	886,65
2	1649,80
3	1375,80
4	3486,20
5	1841,70
6	2797,50
7	4012,20
8	531,05
9	561,85

Największe przemieszczenie zaobserwowano na kierunku Y , w węźle nr7 i wynosi -23,31 mm

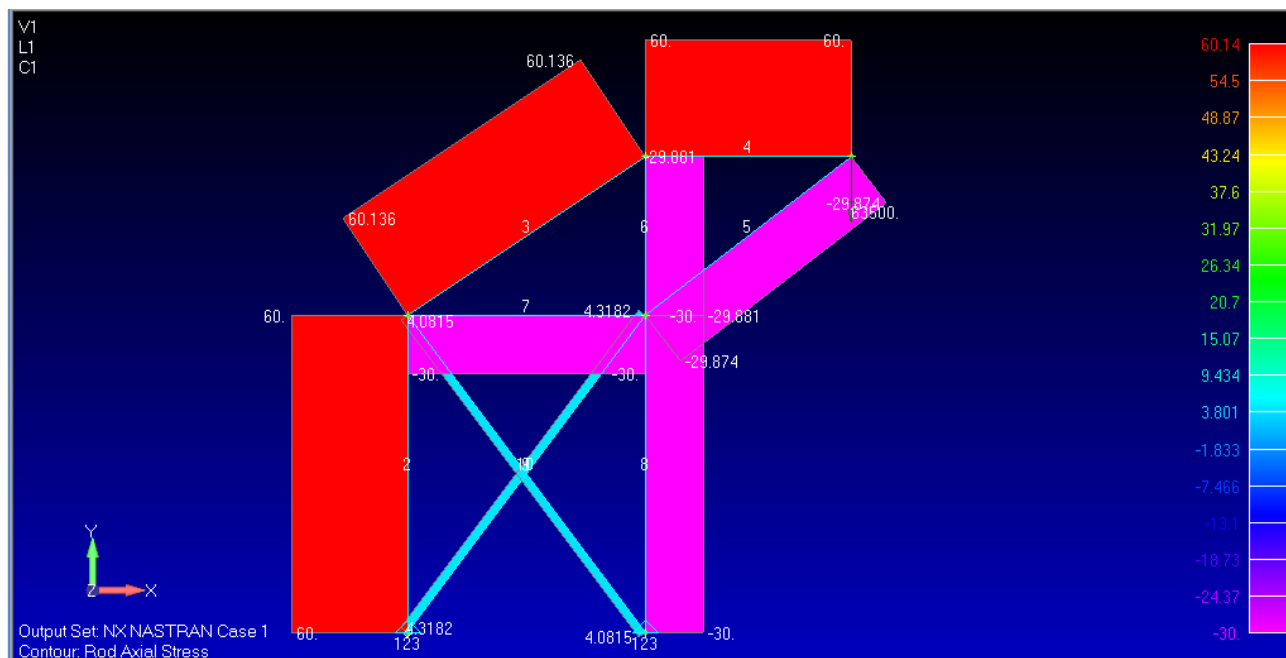
Rys. 19. Wykres przeprowadzonych iteracji - wariant A2



Rys. 20. Maksymalne przemieszczenia na kierunku Y [mm]



Rys. 21. Maksymalne naprężenia [MPa] – wariant A2



2.4. Wariant B2

Dobrać pola przekroju poprzecznego wszystkich prętów.

Funkcja celu i wektor zmiennych projektowych:

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i * l_i * \rho$$

$$-x = \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \\ A_5 \\ A_6 \\ A_7 \\ A_8 \\ A_9 \end{pmatrix}$$

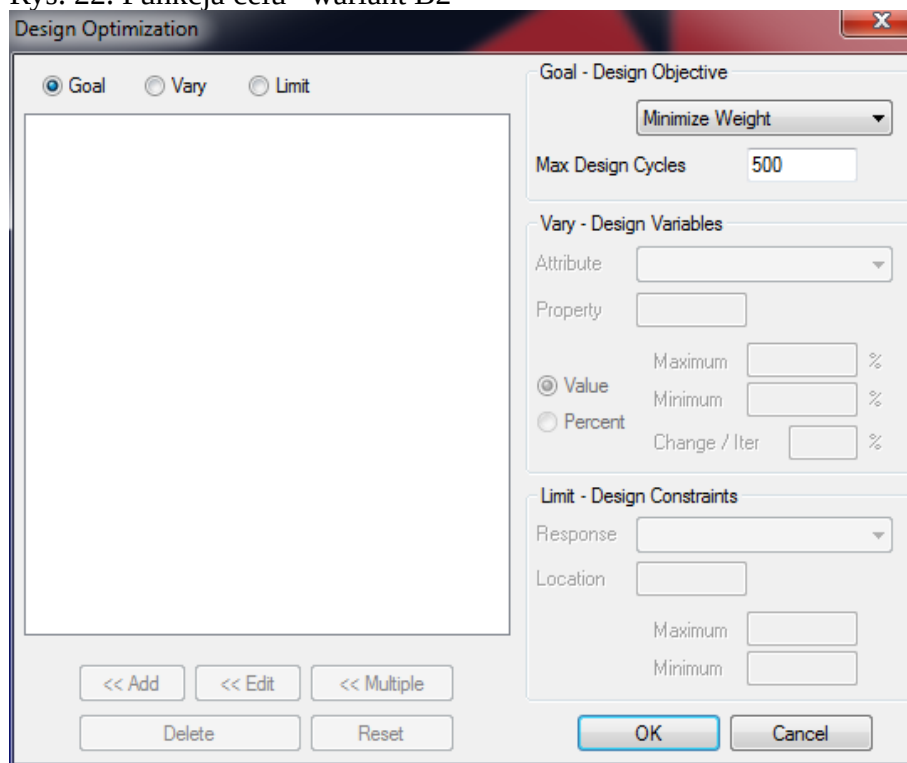
Ograniczenia

- stan wyężenia materiału $-30 \text{ MPa} \leq \sigma_i \leq 60 \text{ MPa}$
- stan użytkowania (przemieszczeń) $\delta_{mk} \leq \delta_{max} = \frac{\delta_{max}}{2} = \frac{-9.3005}{2} = -4,7 [\text{mm}]$

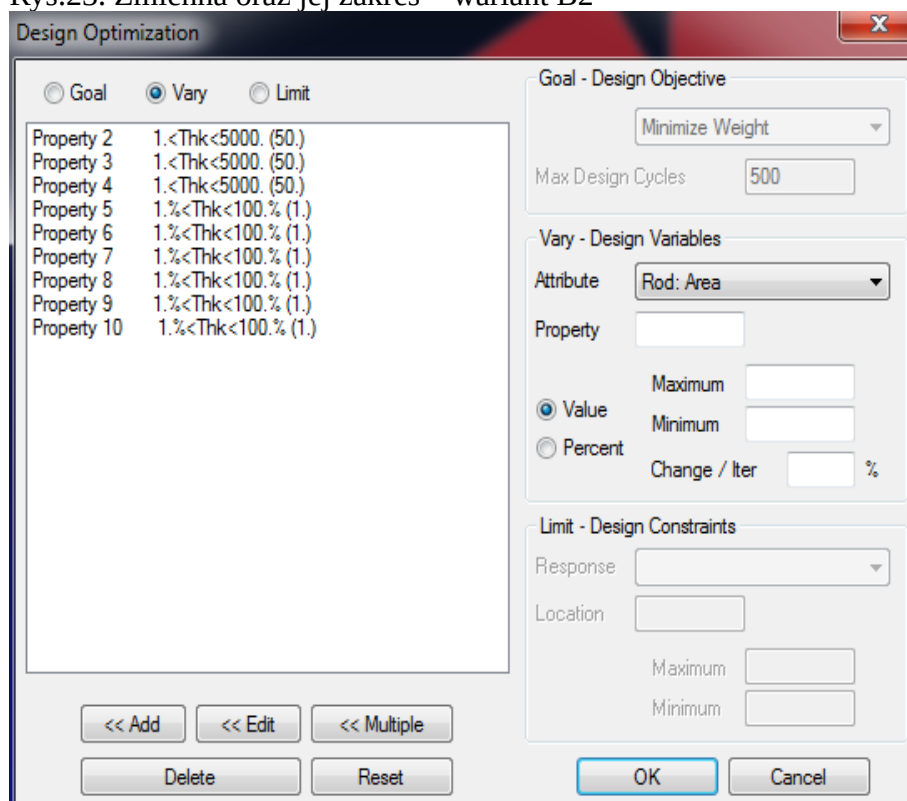
Ustawienia optymalizacji

Na poniższych rysunkach zostały przedstawione ustawienia optymalizacji w programie.

Rys. 22. Funkcja celu –warient B2



Rys.23. Zmienna oraz jej zakres – warient B2



Rys. 24. Ograniczenia naprężeniowe i przemieszczeniowe-warient B2

Design Optimization

☐ Goal
 ☐ Vary
 ☒ Limit

Node 7 -4.7<Y Disp<0.
 Property 2 -30.<Axial Stress<60.
 Property 3 -30.<Axial Stress<60.
 Property 4 -30.<Axial Stress<60.
 Property 5 -30.<Axial Stress<60.
 Property 6 -30.<Axial Stress<60.
 Property 7 -30.<Axial Stress<60.
 Property 8 -30.<Axial Stress<60.
 Property 9 -30.<Axial Stress<60.
 Property 10 -30.<Axial Stress<60.

<< Add << Edit << Multiple
 Delete Reset

Goal - Design Objective
 Minimize Weight
 Max Design Cycles 500

Vary - Design Variables
 Attribute
 Property
 Value
 Percent
 Maximum
 Minimum
 Change / Iter

Limit - Design Constraints
 Response Node: X Displacement
 Node
 Maximum
 Minimum

OK Cancel

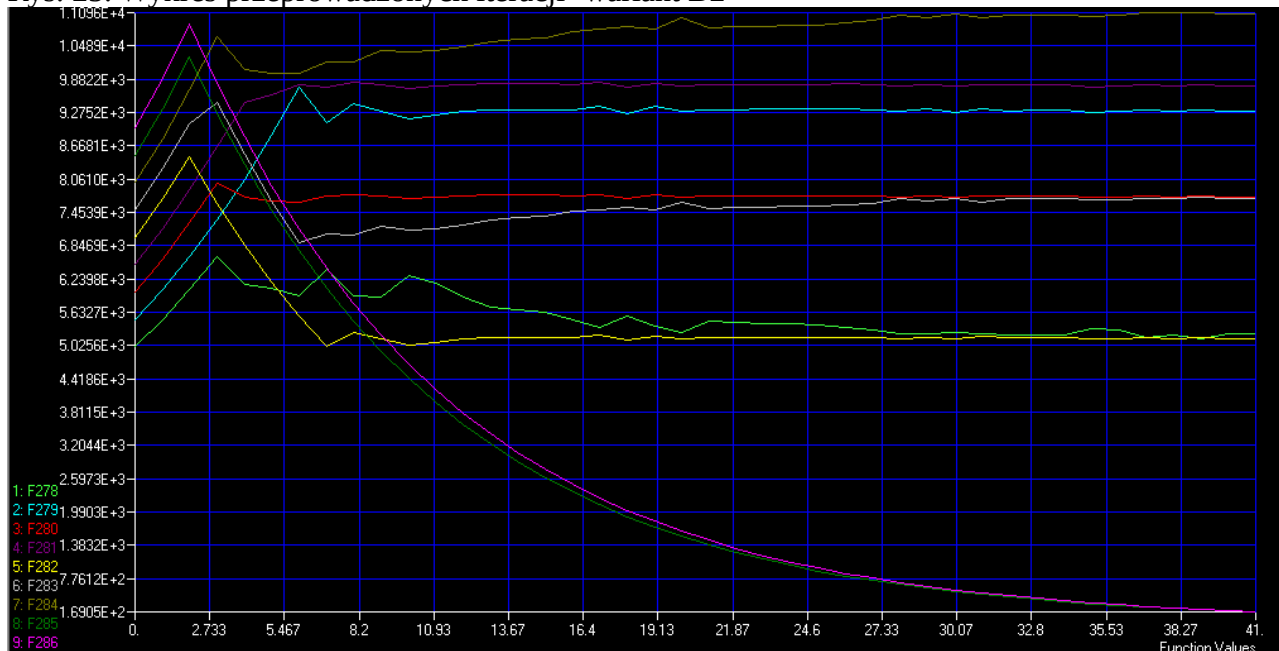
Wyniki optymalizacji

Optymalne pole przekroju prętów wynosi

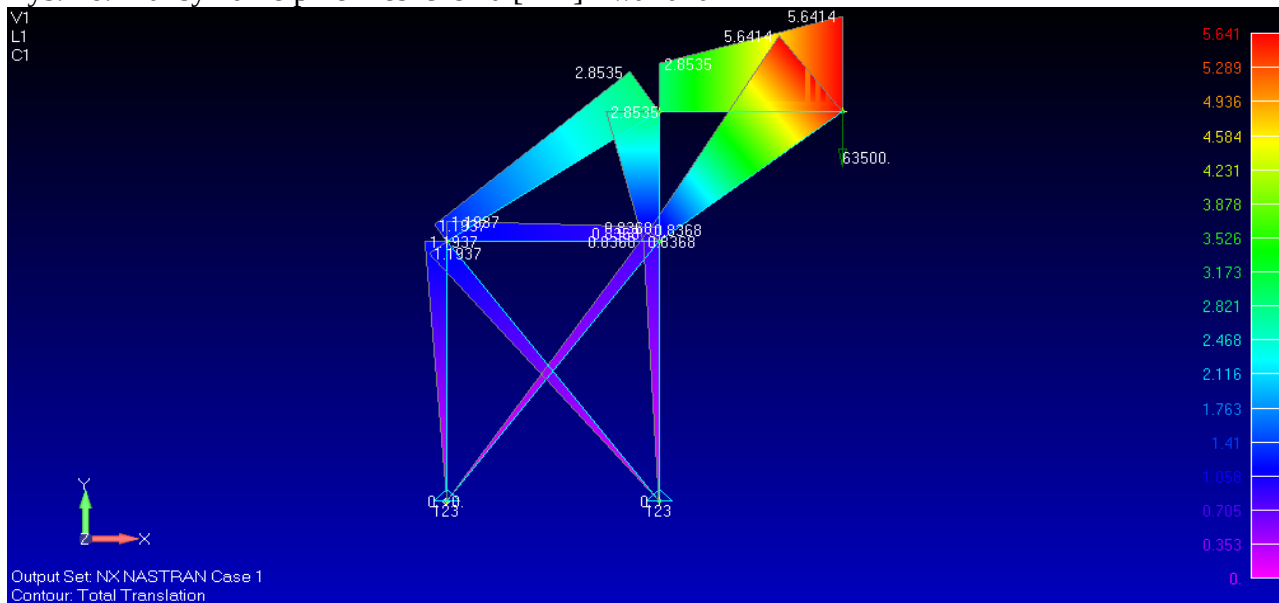
Nr pręta	Pole
1	5244,80
2	9295,60
3	7737,90
4	9762,40
5	5156,30
6	7712,90
7	11079,00
8	169,05
9	178,97

Największe przemieszczenie zaobserwowano w węźle nr7 i wynosi -5,641 mm

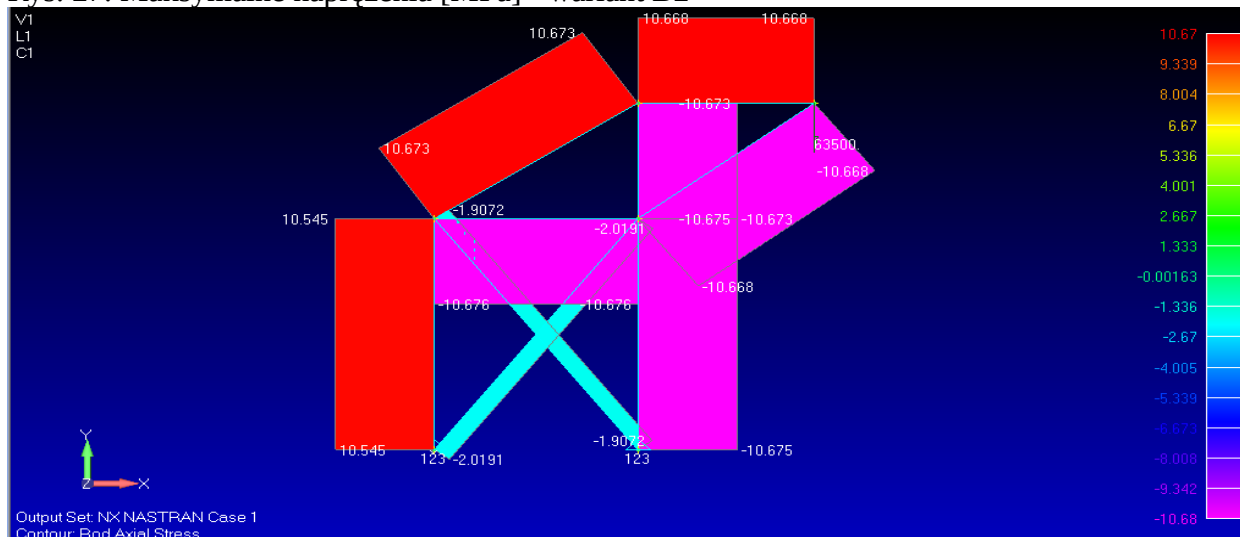
Rys. 25. Wykres przeprowadzonych iteracji- wariant B2



Rys. 26. Maksymalne przemieszczenia [mm] - wariant B2



Rys. 27. Maksymalne naprężenia [MPa] - wariant B2



1. Analiza analityczna

Analizę analityczną wykonano w oparciu o wiedzę z przedmiotu Mechanika Techniczna oraz Wytrzymałość Materiałów.

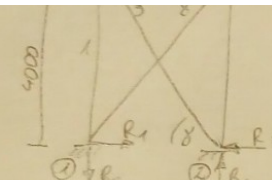
1.1. Obliczenia sił osiowych kratownicy

Siły osiowe w kratownicy obliczono za pomocą analitycznej metody rozwiązania kratownic- metody Rittera oraz z kryterium sumy sił w węźle. Metoda Rittera pozwala bezpośrednio wyznaczyć siłę w określonym przęcie lub kilku prętach kratownicy, niezależnie od sił w pozostałych prętach

Etapy obliczeń - metoda Rittera:

- a) wyliczenie i sprawdzenie reakcji podporowych przy pomocy metody równań węzłów (w naszym przypadku wartości sił zostały „wyciągnięte” z programu)
- b) przecięcie kratownicy przez co najwyżej trzy pręty, tak aby wśród „przeciętych” prętów był pręt, dla którego poszukujemy działającej siły osiowej. Liczba przeciętych prętów nie może być większa od 3, ponieważ dla dowolnego płaskiego układu sił można napisać co najwyżej trzy równania równowagi statycznej
- c) jedną z części kratownicy „odrzucaamy” i w miejsce „odrzuconych” prętów przykładamy siły wewnętrzne w tych prętach - zakładamy, że pręty są rozciągane
- d) Sformułowanie równań równowagi statycznej sił działających na prawą/lewą część kratownicy oraz wyznaczenie na ich podstawie sił w wybranych prętach kratownicy

Druga część kratownicy została obliczona z wykorzystaniem kryterium o sumie sił w węźle. Wszystkie obliczenia analityczne zostały przedstawione poniżej.



$R_1 = 13023 \text{ N}$ $R_3 = 13023 \text{ N}$
 $R_2 = 55033 \text{ N}$ $R_4 = 118533 \text{ N}$

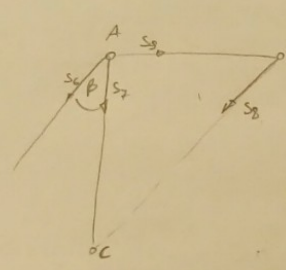
$\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{2^2 + 2,6^2}} = 0,610$
 $\sin \alpha = \frac{2,6}{\sqrt{2^2 + 2,6^2}} = 0,792$
 $\sin \beta = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = 0,832$
 $\cos \beta = \frac{2}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = 0,555$

$\Sigma P_x \text{ w P2}$
 $s_3 \cdot \cos \gamma + R_3 = 0$
 $s_3 = -\frac{13023 \cdot 5}{3} = -21,72 \text{ kN}$

$\Sigma P_y \text{ w P2}$
 $s_4 + R_4 - s_3 \cdot \sin \gamma = 0$
 $s_4 = -118,533 + (-21,72 \cdot \frac{4}{5})$
 $s_4 = -135,909 \text{ kN}$

$\Sigma P_x \text{ w P3}$ $\cos \gamma = \cos \beta$
 $-s_3 \cos \gamma + s_5 + s_6 \cos \alpha = 0$
 $s_5 = -21,72 \cdot \frac{5}{3} - 99,22 \cdot 0,555$
 $s_5 = -68,089 \text{ kN}$

Metoda Rittera



$\Sigma M_A = 0$ $Q \cdot Q + Q \cdot s_8 \cdot \cos \alpha = 0$
 $2,6 \cdot 63,5 + 2,6 \cdot s_8 \cdot \cos \alpha = 0$
 $s_8 = -\frac{2,6 \cdot 63,5}{2,6 \cdot \cos \alpha}$
 $s_8 = -104,10 \text{ kN}$

$\Sigma M_C = 0$
 $2 \cdot s_6 \cdot \sin \beta - Q \cdot 2,6 = 0$
 $s_6 = \frac{63,5 \cdot 2,6}{2 \cdot \sin \beta}$
 $s_6 = 99,22 \text{ kN}$

ΣF_y
 $s_8 \cdot \cos \alpha + s_7 + Q + s_6 \cdot \cos \beta = 0$
 $s_7 = -63,5 - 99,22 \cdot \cos \beta + 104,1 \cdot \cos \alpha$
 $s_7 = -55,07 \text{ kN}$

$\textcircled{s_9}$ $s_8 \cdot \sin \alpha + s_9 = 0$
 $s_9 = 104,1 \cdot 0,792 = 82,45 \text{ kN}$

3.2. Obliczenia wartości funkcji celu dla 4 wariantów

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i \cdot l_i \cdot \rho$$

gęstość aluminium $\rho = 2,8 \left[\frac{\text{t}}{\text{m}^3} \right]$

Wariant A1

Nr pręta	L [mm]	A [mm ²]	masa [kg]
1	4000,00	3472	38,89
2	3605,55	3472	35,05

3	2800,00	3472	27,22
4	3440,93	3472	33,45
5	2000,00	3472	19,44
6	3000,00	3472	29,16
7	4000,00	3472	38,89
8	5000,00	3472	48,61
9	5000,00	3472	48,61

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i * l_i * \rho = 315,81 \text{ [kg]}$$

Wariant B1

L.p	L [mm]	A [mm ²]	masa [kg]
1	4000,00	8470	94,86
2	3605,55	8470	85,51
3	2600,00	8470	61,66
4	3280,24	8470	77,79
5	2000,00	8470	47,43
6	3000,00	8470	71,15
7	4000,00	8470	94,86
8	5000,00	8470	118,58
9	5000,00	8470	118,58

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i * l_i * \rho = 770,43 \text{ [kg]}$$

Wariant A2

L.p	L [mm]	A [mm ²]	masa [kg]
1	4000,00	886,65	9,93
2	3605,55	1649,8	16,66
3	2600,00	1375,8	10,02
4	3280,24	3486,2	32,02
5	2000,00	1841,7	10,31
6	3000,00	2797,5	23,50
7	4000,00	4012,2	44,94
8	5000,00	531,05	7,43
9	5000,00	561,85	7,87

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i * l_i * \rho = 162,67 \text{ [kg]}$$

Wariant B2

L.p	L [mm]	A [mm ²]	masa [kg]
1	4000,00	5244,8	58,74
2	3605,55	9295,6	93,84
3	2600,00	7737,9	56,33
4	3280,24	9762,4	89,66
5	2000,00	5156,3	28,88
6	3000,00	7712,9	64,79
7	4000,00	11079	124,08
8	5000,00	169,05	2,37
9	5000,00	178,97	2,51

$$F(x) = \sum_{i=1}^9 A_i * l_i * \rho = 521,20 [kg]$$

4. Porównanie wyników

4.1. Wariant A1 i B1

- Największe przemieszczenia zarówno dla wariantu A1 jaki i B1 znajdują się w węźle nr 7, na kierunku Y
- Optymalny przekrój pręta dla Wariantu A1 wynosi $A=3472 \text{ mm}^2$, zaś dla wariantu B1 - $A=8470 \text{ mm}^2$ jest on o ponad połowę mniejszy od wariantu A1
- Wartość największego przemieszczenia po procesie optymalizacji dla wariantu A1 wynosi -12,43mm, zaś dla wariantu B1 wynosi -5,526 mm
- Największe, maksymalne naprężenia występują w wariacie A1 i wynoszą -20,83 MPa, dla wariantu B1 są one o połowę mniejsze i wynoszą -12,296 MPa
- Masa całkowita kratownicy jest o połowę mniejsza dla wariantu A1 i wynosi 315,81 kg, zaś dla wariantu B1 = 770,43 kg

1.1. Wariant A2 i B2

- Największe przemieszczenia zarówno dla wariantu A2 jaki i B2 znajdują się w węźle nr 7, na kierunku Y
- Optymalny przekrój prętów dla Wariantu A2 znajduje się pomiędzy 531 a 3486 mm^2 , zaś dla wariantu B2 - $A=178$ do 9762 mm^2
- Wartość największego przemieszczenia po procesie optymalizacji dla wariantu A2 wynosi -23,31 mm, zaś dla wariantu B2 wynosi -10,67 mm
- Największe, maksymalne naprężenia na kierunku Y występują w wariacie A2 i wynoszą 60MPa, dla wariantu B2 wynoszą 60,111 MPa
- Masa całkowita kratownicy jest o połowę mniejsza dla wariantu A2 i wynosi 162,67 kg, zaś dla wariantu B2 = 521,2 kg

1. Wnioski

- Wprowadzenie ograniczenia w postaci maksymalnych naprężeń o połowę mniejszych

spowodowało zwiększenie optymalnego pola przekroju prętów, co równoważne jest ze zwiększeniem masy całkowitej kratownicy

- Zwiększone pola przekrojów prętów kratownicy wpłynęły na zmniejszenie największych maksymalnych naprężeń oraz zmniejszenie wartości maksymalnego przemieszczenia w węźle nr 7
- Wartości uzyskane z analitycznych obliczeń sił osiowych kratownicy z wykorzystaniem Metody Rittera i kryterium o sumie sił w węźle są bardzo zbliżone do analizy MES z programu FEMAP, co świadczy o poprawności obliczeń
- Dobór prętów w kratownicy o różnych przekrojach prowadzi do zmniejszenia masy konstrukcji, co jest jednoznaczne z lepszym wykorzystaniem materiału (stworzenie konstrukcji lżejszej oraz tańszej) niż w przypadku prętów o jednakowych polach przekrojów
- Aby stworzyć najbardziej optymalną konstrukcję kratownicy (pod względem masy) należałoby zaprojektować ją z prętami o różnych przekrojach bez wprowadzania ograniczeń przemieszczeniowych