Programowanie w Logice - powtórzenie (v1.5)

Mikołaj Pietrek, Szymon Wróbel

korekta: Adam Friedensberg, Alek Lasecki, Damian Nowak, Szymon Wróbel

> Jak w poniedziałek mam sześć grup laboratoryjnych i wieczorem patrzę na Prologa, to się zastanawiam, co mi się w nim przez trzydzieści lat podobało.
>
> dr Przemysław Kobylański

1 Wprowadzenie[1]

1.1 Termy

Term oznacza dowolne wyrażenie.

1.1.1 Termy proste (stałe, zmienne)

Stałe to liczby lub ciągi liter i cyfr rozpoczynające się małą literą: `null`, `p1`, `kwadrat`, `10`, `3.14`, `1e-6`.
Zmienne to ciągi liter i cyfr rozpoczynające się wielką literą: `X`, `WysProst`, `P123`.
Zmienna o nazwie `_` wyraża dowolną (nieistotną) wartość.
Ciągi znaków (np. `'string'`) i stałe niebędące liczbami są określane jako atomy.

1.1.2 Termy złożone

Termy złożone powstają z połączenia termów *funktorami*, które (jak stałe) są ciągami liter i cyfr rozpoczynającymi się od małej litery, np: `para(a, b)`, `para(a, para(b, c))`.

1.2 Predykaty wbudowane

Podstawowym predykatem jest unifikacja `A = B`. Dostępne są też m.in. predykaty sprawdzające „typ".

- `var(T)` - zmienna (bez wartości)
- `nonvar(T)` - zmienna posiadająca wartość lub stała
- `atom(T)` - stała, ale nie liczba
- `number(T)` - liczba
- `compound(T)` - term złożony

[1] gr. *prologos*

1.3 Definiowanie predykatów

Predykaty zapisuje się w postaci klauzul czyli zdań zakończonych kropką. Rodzaje predykatów:

- fakty, np. `rodzice(uranus, gaia, rhea).`
- reguły, np. `ojciec(X, Y) :- rodzice(X, _, Y).`

1.3.1 Alteratywa

W standardowych przypadkach (m.in. bez `freeze`) zamiast

```
rodzic(X, Y) :- ojciec(X, Y); matka(X, Y).
```

lepiej jest pisać

```
rodzic(X, Y) :- ojciec(X, Y).
rodzic(X, Y) :- matka(X, Y).
```

1.3.2 Warunki termów złożonych

Jeśli w programie są termy (złożone) określające pary, można zdefiniować predykat spełniony przez element pary.

```
element(X, Y) :-
    Y = para(X, _).
element(X, Y) :-
    Y = para(_, X).
```

Lepszy, krótszy zapis:

```
element(X, para(X, _)).
element(X, para(_, X)).
```

1.4 Listy

Szczególny przypadek termów złożonych to listy. Składają się z głowy (pierwszego elementu) i ogona (listy pozostałych). W klasycznej notacji funktor `.` (kropka) łączy głowę z ogonem. Natomiast wygodniejsze w użyciu jest zapisanie elementów między nawiasami kwadratowymi.

notacja tradycyjna	**notacja uproszczona**
`[]`	`[]`
`.(a, [])`	`[a]`
`.(a, .(b, []))`	`[a, b]`
`.(.(a, []), .(.(a, .(b, [])), []))`	`[[a], [a, b]]`

1.4.1 Rozdzielanie elementów

Tradycyjny zapis listy umożliwiałby „naturalny”[2] wybór. Przykład dla drugiego elementu: `.(_, .(X, _))`
Natomiast w powszechnie stosowanej notacji z nawiasami potrzebny jest dodatkowy operator `|` (pionowa kreska), który oddziela początkowe elementy od pozostałych: `[_, X | _]`.

1.4.2 Predykaty operujące na listach

- `member(X, L)` $\rightarrow X \in L$
- `append(L1, L2, L3)` $\rightarrow L1 + L2 = L3$

[2] ale niekoniecznie „humanitarny” oraz „posiadający jakiekolwiek praktyczne zastosowanie”

- `select(X, L1, L2)` $\rightarrow X + L1 = L2$

`select` i `append` działają w obie strony - mogą zarówno dodawać, jak też usuwać.

2 Jak działa Prolog?[3]

2.1 Reguły rozwiązywania równań

2.1.1 Decomposition

$$\frac{f(s_1, ..., s_n) = f(t_1, ..., t_n)}{s_1 = t_1, \cdots, s_n = t_n}$$

Gdy funktory mają te same nazwy i tyle samo argumentów, Prolog unifikuje parami kolejne zmienne.
`f(s1, ..., sn) = f(t1, ..., tn)` $\rightarrow$ `( s1 = t1, ..., sn = tn )`

2.1.2 Deletion

$$\frac{X = X}{\top}$$

Zmienna jest zawsze równa samej sobie.
`X = X` $\rightarrow$ `true`

2.1.3 Transposition

$$\frac{t = X}{X = t}$$

Jeśli t nie jest zmienną:
`t = X` $\rightarrow$ `X = t`

2.1.4 Substitution

$$\frac{X = t, E}{X = t, EX/t}, X \notin \mathrm{Var}(t), X \in \mathrm{Var}(E)$$

Zmienna unifikowana ze stałą zostaje zastąpiona tą stałą w dalszej części równania.
`( X = t, E )` $\rightarrow$ `( X = t, E{X/t} )`

2.2 Łączenie reguł

Prolog pozostawia termy możliwie ogólnymi, żeby pasowały do możliwie dużej ilości innych termów.

Zadanie 1. `k( Z, f( X, b, Z ) ) = k( h( X ), f( g( a ), Y, Z ) )`

Rozwiązanie.

$$\begin{cases} Z = h(x), \\ f(X, b, Z) = f(g(a)), \\ Y, \\ Z \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z = h(X), \\ X = g(a), \\ Y = b, \\ Z = Z \end{cases}$$

[3] oraz dlaczego zdecydowanie lepiej niż ANSI C

$$\begin{cases} Z = h(g(a)), \\ X = g(a), \\ Y = b \end{cases}$$

Zadanie 2. Czy istnieją takie termy `s`, `t`, `u`, że:

```
s = t,
s = u,
t \= u.
```

Rozwiązanie.

```
s = X,
t = b,
u = a.
```

Rozwiązanie.

```
s = f(X, Y),
t = f(a, b),
u = f(X, X).
```

2.3 Przypadki zakończenia

2.3.1 Failure 1

$$\frac{f(s_1, ..., s_n) = g(t_1, ..., t_k)}{\perp}, \text{if } f \neq g \text{ or } n \neq k$$

Porównanie termów złożonych kończy się niepowodzeniem, jeśli różni się funktor lub liczba termów prostych.

```
f(s1, ..., sn) = g(t1, ..., tn)     false.
f(s1, s2, s3) = f(t1)     false.
```

2.3.2 Failure 2

$$\frac{X = t}{\perp}, X \in \text{Var}(t), X \neq t$$

Wartość każdej zmiennej (w ramach danej ścieżki rozwiązania) może zostać określona tylko jeden raz.

```
X = a, X = b     false.
```

2.4 Unifikacja i równość

$$s = t \mapsto X_1 = u_1, X_2 = u_2, ..., X_n = u_n, \forall i, \forall j, X_i \notin \text{Var}(u_j)$$

- `A = B` → unifikacja A z B
- `A == B` → A jest dokładnie tym samym co B (czyli $X == X$, ale nie $X == Y$)
- `A is B` → unifikacja wartości wyrażenia B z A
- `A =:= B` → równość (matematyczna) wartości wyrażenia B z wartością wyrażenia A

2.4.1 Porównania niezainicjalizowanych zmiennych

Wyjaśnienie bardzo nie*formalne*[4]: różnica między pojedynczą a podwójną równością podobna jak w C/C++.

[4] gramatyki są później

INPUT	OUTPUT
`X = X`	`true.`
`X == X`	`true.`
`X is X`	`ERROR`
`X =:= X`	`ERROR`

(a) ta sama zmienna

INPUT	OUTPUT
`X = Y`	`true.`
`X == Y`	`false.`
`X is Y`	`ERROR`
`X =:= Y`	`ERROR`

(b) różne zmienne

Tablica 1: Przykłady porównań zmiennych niezainicjalizowanych

Pojedyncza równość zadziała w obu przypadkach, ponieważ niezainicjalizowany `X` można zunifikować zarówno z `X`, jak też z `Y`. Natomiast podwójny znak równości zwróci `false` w drugim przypadku, ponieważ `X` nie jest dokładnie tym samym co `Y`. Pozostałe dwa zwrócą błąd (niezainicjalizowana zmienna nie może zostać obliczona).

Jeśli `A == B` jeden raz zwróci `true`, to do końca rozwiązania wartość `A == B` będzie równa `true`. Nie gwarantuje tego predykat `=`, ponieważ sprawdzenie warunku bez podstawienia jest możliwe za pomocą podwójnej negacji: `\+ \+ A = B`. Pierwsza negacja powoduje „zapomnienie" podstawienia, a druga przywraca wartość `true`.

2.4.2 Obliczanie wyrażeń arytmetycznych

Pojedyncza i podwójna równość są tu praktycznie nieprzydatne (traktują wyrażenie jako całość), operator `is` podstawia wartość wyrażenia z PRAWEJ strony (lewa może być nieznana), a operator `=:=` oblicza obie strony.

INPUT	OUTPUT
`X = 1 + 2`	`X = 1+2.`
`1 + 2 = X`	`X = 1+2.`
`X == 1 + 2`	`false.`
`1 + 2 == X`	`false.`
`X is 1 + 2`	`X = 3`
`1 + 2 is X`	`ERROR.`
`X =:= 1 + 2`	`ERROR.`
`1 + 2 =:= X`	`ERROR.`

Tablica 2: Przykłady zastosowania predykatów do wyrażenia arytmetycznego

Zgodnie z regułą transpozycji, kolejność nie ma znaczenia przy znakach równości. Zachowanie analogiczne do powyższego, pojedynczy postawił całe wyrażenie, podwójny zwrócił fałsz. Natomiast poprawną wartość wyrażenia obliczył tylko predykat `X is 1 + 2`. Ostatnie trzy przykłady zakończyły się błędem przez brak inicjalizacji.

2.4.3 Porównywanie wyrażeń arytmetycznych

INPUT	OUTPUT
`0 is 0.0`	`false.`
`0 =:= 0.0`	`true.`

Tablica 3: Przykłady porównań

Predykat `is` oblicza tylko jedną stronę wyrażenia, natomiast samo porównanie odbywa się jak dla stałych Prologa, dlatego porównanie liczby rzeczywistej z całkowitą zwróci `false`. Predykat `=:=` porównuje w sensie matematycznym.

2.4.4 Nierówności

Dostępne są predykaty `>`, `<`, `>=`, `=<`, `=\=`. Ich działanie nie wymaga osobnego omówienia, zachowują się analogicznie jak `=:=`. Wskazówka do zapamiętania: operatory `>=` oraz `=<` mają być tak zapisane, aby nie tworzyły strzałki.

3 Gramatyki

Info od autora:
nawet nie próbuję udawać że coś o tym wiem, 4 semestr here. Jak ktoś ma czas i chęci, to wyślę link edycyjny.

Zadanie 1. Słowa postaci $a^n b^n$.

Rozwiązanie. Słowo puste spełnia warunki. Po obu stronach ma być tyle samo a oraz b.

```
s -> [].
s -> [a], s, [b].
```

Zadanie 2. Język składa się z listy, środkowy element ma być a.

Rozwiązanie. Słowo a spełnia warunki. Po obu stronach ma być tyle samo dowolnych znaków.

```
s --> [a].
s --> [_], s, [_].
```

Zadanie 3. Palindromy.

Rozwiązanie. Palindromem jest słowo puste, słowo składające się z jednego znaku oraz słowo powstałe poprzez „dołączenie" tego samego znaku po obu stronach palindromu.

```
s --> []
s --> [_]
s --> [X], s, [X]
```

4 Niedeterminizm

Niedeterminizm to wiele możliwych ścieżek osiągnięcia klauzuli pustej (czyli prawidłowego rozwiązania). Niedeterminizm nie oznacza losowości!

Zadanie 1. Opisz X:

```
p(a, s(X)).
p(s(X), s(Y)) :- p(X,Y).
?- p(X, s(s(s(a)))).
```

Rozwiązanie. Są to termy izomorficzne z kolejnymi liczbami naturalnymi mniejszymi od 3:

```
X = a;
X = s(a);
X = s(s(a));
false.
```

Rozwiązanie. Wnioskowanie można zapisać również w postaci SLD-drzewa:

```
:- P(X, s(s(s(a))))
>   { X = a, X1 = s(s(a)) }
    []
>   { X = s(X1), Y1 = s(s(a))}
    p(s(X1), s(Y1)) :- p(X1, Y1)
    >   { X1 = a, X2 = s(a) }
        []
```

```
>   { X1 = s(X2), Y2 = s(a) }
    p(s(X2), s(Y2)) :- p(X2, Y2)
    >   { X2 = a, X3 = a }
        []
    >   { X2 = s(X3), Y3 = a }
        :- p(x3, a)
```

4.1 Predykaty niedeterministyczne

Deterministyczny predykat `true` jest prawdziwy na dokładnie jeden sposób. Odpowiednikiem (skrajnie) niedeterministycznym jest `repeat`, prawdziwy na nieskończenie wiele sposobów. Przykład wykorzystania:
`repeat, czytaj(X), oblicz(X,Y), print(Y), fail`.
Prolog odczytuje wartość `X`, wykonuje predykat `oblicz` i wypisuje wynik. Predykat fail powoduje przerwanie ścieżki, następuje nawrót do `repeat`, co umożliwia odczytanie dowolnej liczby wartości..

5 Programowanie współbieżne

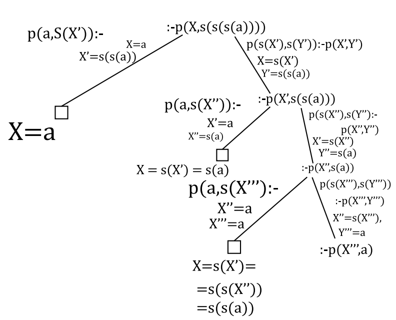
Metapredykat `freeze(term, cel)` pozwala na zamrożenie celu, aż będzie znana wartość termu. Cel zostanie wykonany „niezwłocznie" po określeniu wartości termu. Reguły z wykorzystaniem `freeze` muszą być deterministyczne oraz zapisane jako jeden predykat (info od doktora - tutaj użycie alternatywy jest dozwolone, a nawet konieczne).

Wskazówki przed kolokwium

- Ważniejsza jest znajomość działania Prologu, niż samo programowanie.
- Jeżeli pojawią się zadania z gramatyki, wyżej będą punktowane proste rozwiązania.
- Zamiast pisania „predykatu który robi coś", trzeba będzie określić, jakie odpowiedzi zostaną znalezione.
- Jeśli jest pytanie „podaj gramatykę, która akceptuje tylko listy złożone z termów...", to nie kombinować.
- Raczej nie pojawi się analiza negacji[5] oraz odcięcia.
- Oceny będą zróżnicowane, bo trzeba docenić tych, którzy potrafią zadziałać jak Prolog.

Dodatek graficzny[6]

SLD-drzewo



Powodzenia!

[5] nadal nie udało się zdefiniować „podnegacji", koniecznej do zapisania podstawowego twierdzenia Programowania w Analizie
[6] o przepraszam, to nie ten kurs!