Ασκήσεις μελέτης - **Lab 2**

Horner - horner.py

Υλοποιήστε μια συνάρτηση η οποία θα εκτελεί τον αλγόριθμο Horner για να υπολογίζει την τιμή ενός πολυωνύμου p.

Είσοδος

Η συνάρτηση θα δέχεται ως όρισμα:

- ένα διάνυσμα $coef$ που περιέχει τους συντελεστές του πολυωνύμου (ξεκινώντας από τον συντελεστή του μεγιστοβάθμιου όρου καταλήγοντας στον σταθερό όρο)
- ένα διάνυσμα x με τα σημεία για τα οποία θα υπολογίσουμε τις τιμές του πολυωνύμου.

Έξοδος

Η συνάρτηση θα επιστρέφει ένα διάνυσμα που θα περιέχει τις τιμές του πολυωνύμου στα σημεία του x

$$\begin{bmatrix} p(x_n) \\ p(x_{n-1}) \\ \dots \\ p(x_0) \end{bmatrix}.$$

Bonus

Χρησιμοποιώντας την προηγούμενη υλοποίηση εκτελέστε τον αλγόριθμο Horner για τον υπολογισμό της παραγώγους τάξης k, $p^{(k)}(x)$.

Uniform numbers - uninum.py

Συζητήστε πως παράγονται τυχαίοι αριθμοί, κατανεμημένοι ομοιόμορφα στο διάστημα $[0, 1]$. Κατόπιν το ίδιο σε

- οποιοδήποτε διάστημα $[a, b]$.
- οποιοδήποτε ορθογώνιο $[a, b] \times [c, d]$.
- Το ίδιο για ακέραιους σε ένα διάστημα $[n, m]$

Triangular Matrix - trimax.py

Υλοποιήστε μία συνάρτηση η οποία θα δέχεται ως όρισμα έναν πίνακα A και επιστρέφει

- -1, αν ο πίνακας δεν είναι τετραγωνικός
- 1, αν είναι άνω τριγωνικός
- 2, αν είναι κάτω τριγωνικός
- 3, αν είναι διαγώνιος
- 0, αν είναι απλά τετραγωνικός

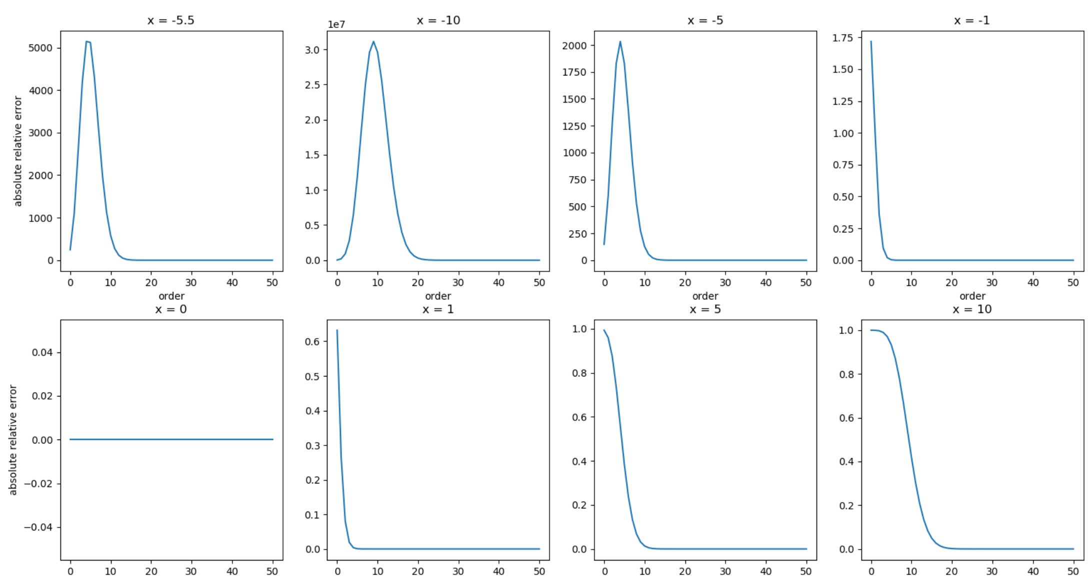
Για την πραγματοποίηση των παραπάνω ελέγχων θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε/υλοποιήσετε μία συνάρτηση isUpperTrig που ελέγχει εάν ο πίνακας είναι άνω τριγωνικός.

Taylor - taylor.py

Υλοποιήστε μια διαδικασία που θα υπολογίζει την τιμή και το απόλυτο σχετικό σφάλμα, του πολυωνύμου Taylor τάξης από 1 έως 50, της συνάρτησης e^x, για $x = [-10, -5, -1, 0, 1, 5, 10]$. Για κάθε σημείο του x να κάνετε την γραφική παράσταση του σφάλματος ως συνάρτηση της τάξης του πολυωνύμου.

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + ...$$

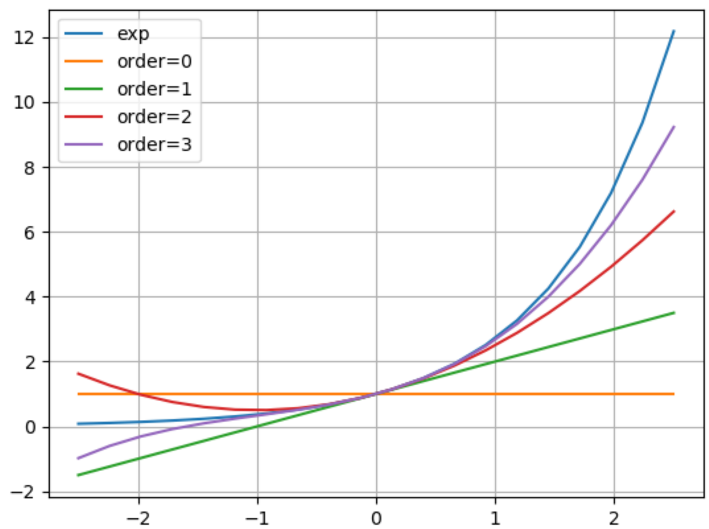
Σχήμα 1: Absolute relative error of e^x for various x



Bonus:

Απεικονίστε στο διάστημα $[-2.5, 2.5]$ τις τάξεις 0 έως 4 του πολυωνύμου Taylor.

Σχήμα 2: Taylor order from 0 to 4



Bonus Practice: Taylor Log - taylorLog.py

Υλοποιήστε μιά συνάρτηση η οποία θα λέγεται taylorLog, θα παίρνει ως ορίσματα ένα διάνυσμα x και έναν ακέραιο n. Ως έξοδο θα επιστρέφει την τιμή του πολυωνύμου taylor τάξης n της συνάρτησης $log(1+x)$ στο σημείο 0 και βαθμού για κάθε στοιχείο του x. Υπενθυμίζεται ότι

$$\log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + ...$$

Κατόπιν χρησιμοποιήστε την συνάρτηση που φτιάξατε για να κάνετε το γράφημα της συναρτησης log στο διάστημα σύγκλισης που είναι το $(-1, 1)$. Παρατηρήστε πως καθώς αυξάνουμε την τάξη του πολυωνύμου, η προσέγγιση έξω από το διάστημα σύγκλισης χειροτερευει.