
Ασκήσεις μελέτης Analysis- Lab 4

[Monte Carlo] WarmUp - warmup.py

Η ιδέα είναι να κάνουμε δειγματοληψία πολλών σημείων στο εύρος $[0,1]$ και να δούμε πόσα από αυτά ανήκουν εντός του μοναδιαίου κύκλου.

Γνωρίζουμε ότι $A_{circle} = \pi r^2 = \pi$ για $r = 1$.

Για να καταλήξουμε στον τύπο υπολογισμού του εμβαδού μπορούμε να πάρουμε την παρακάτω αναλογία του μοναδιαίου κύκλου με ένα τετράγωνο που έχει πλευρά $2r$.

$$\frac{A_{circle}}{A_{square}} = \frac{|inCircle|}{|points|}$$

$$E_{square} = (2r)^2 = 4$$

άρα

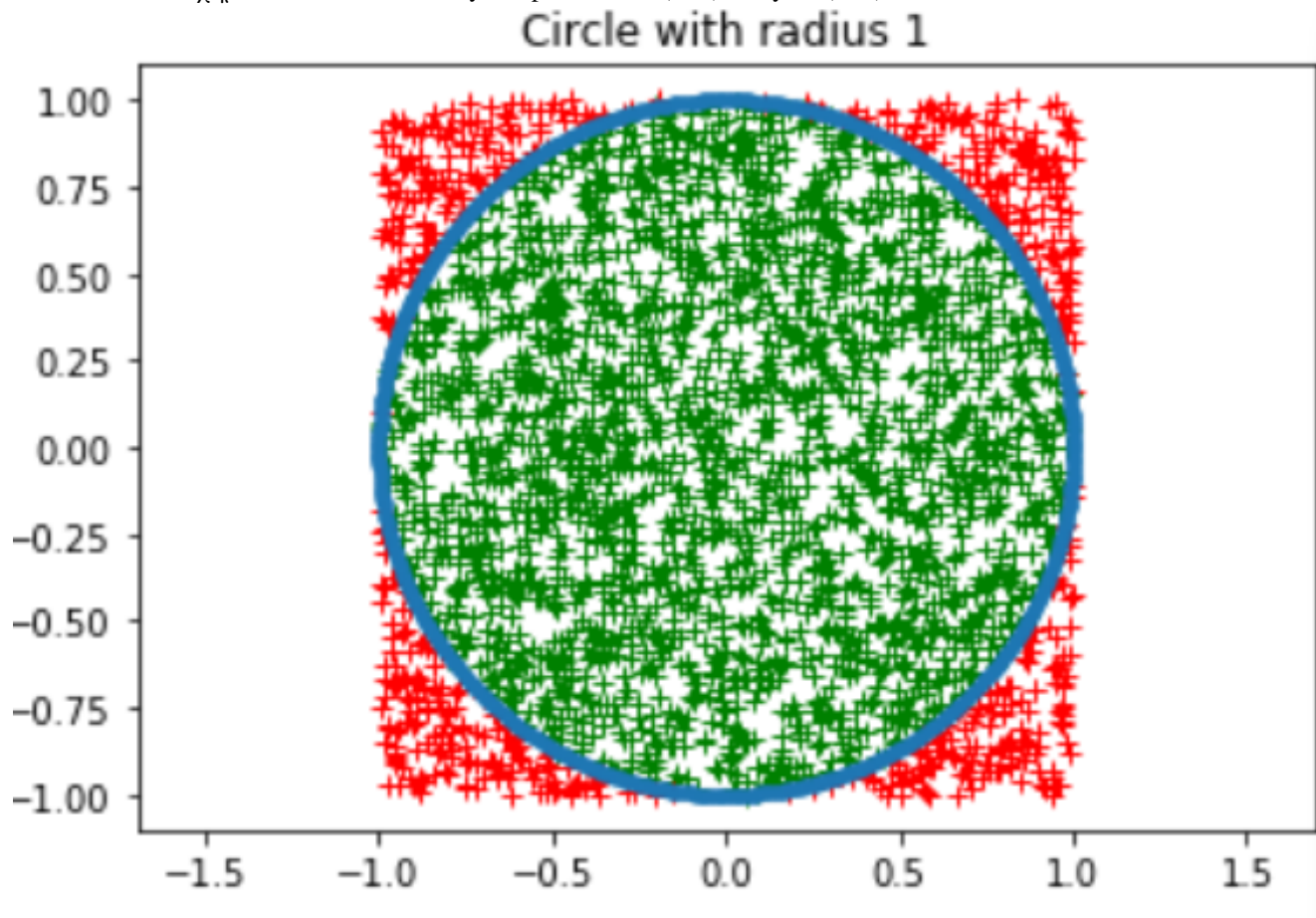
$$A_{circle} = 4 \frac{|inCircle|}{|points|} = \pi$$

όπου το σύνολο

- `inCircle` δηλώνει το σύνολο των σημείων εντός του μοναδιαίου κύκλου
- `points` όλα τα σημεία που δημιουργήσαμε.

Το παρακάτω σχήμα κάνει δειγματοληψία σημείων στο διάστημα $[-1,1]$, παρόλα αυτά ο υπολογισμός είναι ισοδύναμος με τη δειγματοληψία στο εύρος $[0,1]$, διότι η αλλαγή προσήμου σε κάποια συντεταγμένη δεν επιφέρει αλλαγή της απόστασης των σημείων από το κέντρο $(0,0)$.

Σχήμα 1: Points uniformly sampled at $x \sim U(-1,1)$ and $y \sim U(-1,1)$

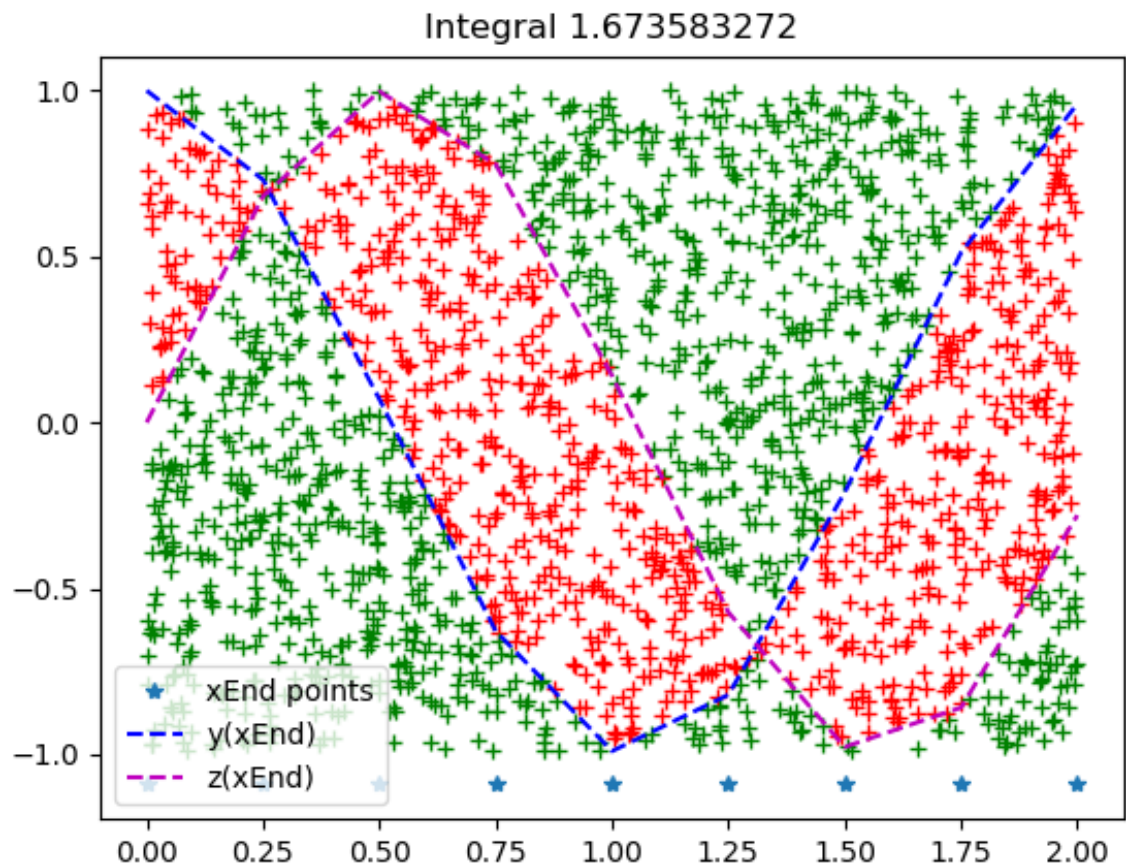


[Monte Carlo] Trouble - montecarlo.py

Η άσκηση αυτή είναι παρόμοια με την προηγούμενη με τη μόνη διαφορά ότι πρέπει να ελέγξουμε ότι τα παραγόμενα σημεία είναι εντός των γραμμικών splines που κατασκευάζουμε.

Στο παρακάτω σχήμα απεικονίζονται πιο καθαρά οι γραμμικές splines των διανυσμάτων y και z καθώς και τα σημεία $xEnd$ που αποτελούν τα άκρα των υποδιαστημάτων μας.

Σχήμα 2: Monte Carlo with linear splines and 2000 random points for estimating the area between F and G . Red points are within our estimated area. Blue and magenta lines corresponds to the given values of y and z vectors.



Η όλη διαδικασία σε ψευδοκώδικα θα μπορούσε να εκφραστεί ως εξής:

```

 $xEnd = |len_y|$  σημεία χωρισμένα στο  $[0,2]$  ομοιόμορφα
 $minFG = \min(\min(y), \min(z))$ 
 $maxFG = \max(\max(y), \max(z))$ 
 $cntIn \leftarrow 0$ 
 $totalPoints \leftarrow 0$ 
function  $Spline(x, \dots)$  :
    η συνάρτηση  $spline$  είναι με βάση τον τύπου εξίσωσης ευθείας που διέρχεται
    από 2 σημεία. Για το σημείο  $x$ , επιστρέφει την τιμή  $y$  που θα είχε εντός της γραμμής

    που ορίζουν τα σημεία των άκρων  $xEnd[i], xEnd[i + 1]$ 
function_end
για τον κορμό της διαδικασίας του Monte Carlo
for  $i = 0 \dots N$ 
    Κατασκεύασε ένα σημείο  $p$  τέτοιο ώστε  $p_x \sim U(0, 2)$ 
    και  $p_y \sim U(minFG, maxFG)$ 
    Βρες σε ποιο υποδιάστημα ανήκει το σημείο  $(p_x, p_y)$ 
     $spline_y \leftarrow$  Βρες την εκτίμηση  $spline$  για το  $p_x$  με βάση το διάστημα  $y$  και το υποδιάστημα
     $spline_z \leftarrow$  Βρες την εκτίμηση  $spline$  για το  $p_x$  με βάση το διάστημα  $z$  και το υποδιάστημα
    if  $\min(spline_y, spline_z) < p_y < \max(spline_y, spline_z)$ 
         $cntIn \leftarrow cntIn + 1$ 
        plot πράσινο σημείο  $(p_x, p_y)$ 
    else
        plot κόκκινο σημείο  $(p_x, p_y)$ 
    endif
end_for

 $ratio \leftarrow \frac{cntIn}{totalPoints}$ 

 $area_{rect} \leftarrow 2(maxFG - minFG)$ 

 $integral \leftarrow area_{rect} \times ratio$ 

```