

תרגיל רטוב 2 – החלק היבש

שרה גריפית – ת"ז: 341312304
ליאור בר יוסף – ת"ז: 207022443

תיאור מבנה הנתונים:

עבור אפליקצית "מאחורי הקלעים" של פיפ"א, נבנה מבנה נתונים המורכב משני עצי AVL מרכזיים של קבוצות:

- `m_teamsByID` – כל הקבוצות שמשתתפות בגביע העולם, מסודרות לפי מזהה הקבוצה.
- `m_teamsByAbility` – כל הקבוצות המשתתפות בגביע העולם, מסודרות לפי היכולת של כל קבוצה (השווה לסכום היכולות של כל השחקנים). חשוב לציין כי זהו עץ AVL שהוא גם עץ דרגות כפי שנלמד בהרצאה.

בגביע העולם יש גם משתנה נוסף הסוכם את כמות השחקנים שמשתתפים בכל גביע העולם (`m_numTotalPlayers`), ועוד משתנה הסוכם את כמות הקבוצות המשתתפות בגביע העולם (`m_numTeams`).

כמו כן, בגביע העולם יש טבלת ערבול (Hash Table), כך שכל תא בטבלה מכיל מצביע לעץ AVL של שחקני גביע העולם (`m_playersHashTable`). כלומר, במקום רשימות מקושרות כפתרון להתנגשויות בטבלת הערבול, יש עצי AVL. בהתאם לכך, יש משתנה נוסף במערכת השומר את גודל טבלת הערבול הנוכחי (`m_currentHashSize`).

כדי לממש את מבנה הנתונים הנ"ל, הוספנו שתי מחלקות: `Team` ו-`Player` אשר מכילות את הפרטים של השחקנים ושל הקבוצות כדורגל בגביע העולם.

- **מחלקת `Team`** תכיל את הפרטים הבסיסיים של אותה קבוצה: מזהה קבוצה, מספר הנקודות של הקבוצה, מספר השחקנים בקבוצה, מספר השוערים בקבוצה, מספר המשחקים שהקבוצה שיחקה, וסך כל היכולות של שחקני הקבוצה. בנוסף, יש לכל קבוצה משתנה מטיפוס `permutation_t` השומר את "רוח" הקבוצה (כפל הרוחות של שחקני הקבוצה לפי סדר הוספתם לקבוצה).
 - כמו כן, יש לכל קבוצה מצביע לשחקן שמשחק בקבוצה. חשוב לציין:
 - השחקנים של אותה קבוצה מסודרים ב"עץ הפוך", בו כל שחקן מצביע על שחקן אחר "מעליו" עד הגעה לשורש העץ ההפוך. "השאיפה" (לפי אלגוריתם Union-Find הנלמד בכיתה) היא שיהיה שחקן שהוא שורש ה"עץ ההפוך", וכל יתר השחקנים באותה קבוצה יצביעו אליו.
 - השחקן שהוא שורש ה"עץ ההפוך" מצביע על הקבוצה בה משחק, והקבוצה בה משחק מצביע על השחקן שהוא השורש (בעצם הקבוצה ושורשת ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה מצביעים אחד על השני).
 - חשוב לציין כי ה"עץ ההפוך" ממומש בעזרת מצביעים בין השחקנים עצמם.

- **מחלקת `Player`** תכיל את כל הפרטים הבסיסיים של אותו השחקן: מזהה שחקן, מספר המשחקים שהשחקן שיחק (עם התאמה לפי מיקומו בעץ ההפוך – הסבר בפעולה `"add_player()"` ו-`"num_played_games_for_player()"`), היכולת של השחקן, מספר הכרטיסים שקיבל והאם יכול לשחק כשוער. יש לשחקן גם שני משתנים מטיפוס `permutation_t` – אחד המכיל את ה"רוח" של אותו שחקן, ואחד המכיל את ה"רוח" החלקי של אותו השחקן. ה"רוח" החלקי הוא כפל ה"רוחות" של שחקני הקבוצה שהצטרפו לפני השחקן הנוכחי, לפי סדר הוספתם לקבוצה. בנוסף, כל שחקן יכול מצביע לקבוצה בה משחק (אשר יצביע לקבוצה אמיתית ולא `nullptr` רק כאשר אותו השחקן הוא שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה. עבור יתר שחקני הקבוצה המצביע הזה לא יהיה בשימוש). כל שחקן מכיל מצביע לשחקן אחר ש"מעליו" ב"עץ ההפוך" של השחקנים שמשחקים איתו באותה קבוצה.

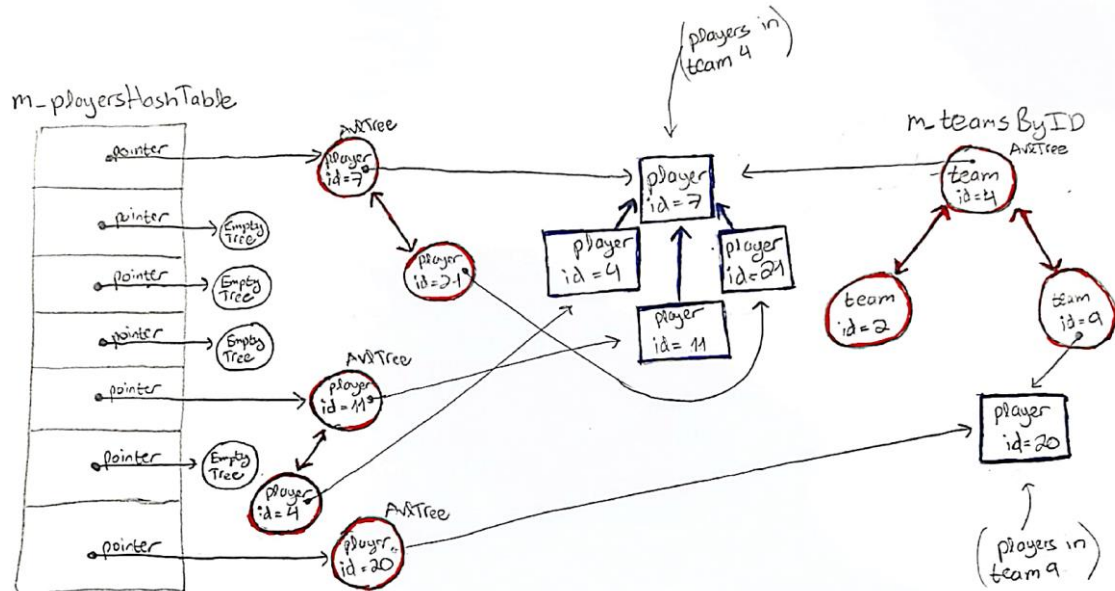
נשים לב כי נוצר עותק אחד בלבד של כל שחקן וקבוצה המשתתפים בגביע העולם, והעצים/המצביעים השונים מצביעים לאותם העותקים.

סיבוכיות מקום: בכל פעולה, אין הוספה של סיבוכיות מקום מעבר לנדרש לכלל התרגיל. לכן סיבוכיות המקום נשאר $O(n+k)$, כאשר n הוא כמות השחקנים ו- k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם.

סרטוט להמחשה:

בסרטוט ניתן לראות כי גודל טבלת הערבול הוא 7, ולכן השחקנים של גביע העולם מסודרים בו לפי $\text{id} \pmod{7}$. לדוגמא, שחקן 20 ממוקם בתא מספר 6, כי $20 \pmod{7} = 6$.

מימין יש את עץ ה-AVL של קבוצות הטורניר. כל קבוצה מצביעה לשורש של "עץ הפוך" של שחקני הקבוצה. נשים לב כי השחקן בעץ ה-AVL של טבלת הערבול והשחקן ב"עץ הפוך" של שחקני הקבוצה זהו אותו אובייקט!



להלן רשימת הפעולות הנדרשות לממשק והסבר למימושם והסיבוכיות שלהם:

– world_cup_t

נאתחל את שני עצי ה-AVL של הקבוצות בעזרת קריאה לconstructor-ים שלהם. נאתחל את ספירת כמות השחקנים והקבוצות ל-0, ואת גודל טבלת הערבול להתחלתי ל-7.
 נאתחל את טבלת הערבול לפי הגודל המוגדר לעיל (7), ונעבור על כל תא של המערך ונאתחל אותו לעץ AVL ריק מטיפוס שחקנים בעזרת קריאה לconstructor של העץ.

סיבוכיות זמן:

נאתחל את כל המשתנים ל-int-ים או לערכים דיפולטים בסיבוכיות $O(1)$. עבור העצים – עץ ריק מכיל רק node אחד, וסיבוכיות הזמן ליצירתו הוא $O(1)$. לכן סך סיבוכיות הזמן הוא $O(1)$.
 נשים לב כי המערך בהתחלה הוא בגודל 7 ולכן בעל סיבוכיות מקום של $O(7) = O(1)$.

– ~world_cup_t

ראשית נשחרר את ה-data של כל השחקנים והקבוצות בגביע העולם. נעשה זאת ע"י שחרור הזכרון של ה-data בעץ m_teamsByID ובטבלת הערבול m_playersHashTable שמכילים את כל הקבוצות וכל השחקנים. כמו כן, נמחוק את כל העצים בטבלת הערבול.
 לאחר מכן, נמחוק את טבלת הערבול. בסוף, יקראו ה-destructor-ים של עצי השחקנים, וישחררו את הזיכרון של ה-nodes של העצים, ובכן יקראו ה-destructor-ים של המשתנים שנותרו.

סיבוכיות זמן:

כדי לשחרר את ה-data, נעבור על כל הקבוצות והשחקנים שקיימים בגביע העולם, ונשחרר את הזיכרון. שחרור הזיכרון של הקבוצות נעשה במעבר על כלל ה-nodes בעץ הקבוצות, כאשר יש מקסימום k nodes, כאשר k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם. לכן השחרור הוא בסיבוכיות של $O(k)$. בשחרור הזיכרון של השחקנים, נעבור על כל תא בטבלת הערבול, כאשר בכל תא נעבור על כלל השחקנים בעץ AVL של אותו התא ונמחוק אותם. לאחר מכן, נשחרר את זכרון העצי AVL של השחקנים במעבר נוסף על כל ה-nodes של העצים. בתהליך זה נעבור על n תאים בטבלת הערבול כאשר n הוא כמות השחקנים בגביע העולם, ונעבור סך הכל על

n nodes בסכום כל העצי AVL בטבלת הערובל. מעבר על n nodes נעשה פעמיים, ולכן סך סיבוכיות הזמן הוא $O(3n) = O(n)$.
לאחר מכן, יקראו ה-destructor-ים הדיפולטים של עצי הקבוצות, אשר עוברים על כל ה-nodes בגביע העולם. יש לנו שני עצים של קבוצות, ולכן עבור k קבוצות, יש לכל עץ k nodes. לכן סיבוכיות הזמן של מעבר על העצים הללו הוא $O(2k) = O(k)$. לכן סיבוכיות הזמן סך הכל הוא $O(n+k)$.

– add_team

נוסיף קבוצה חדשה לגביע העולם.
ראשית, אם התקבל מזהה קבוצה קטן או שווה ל-0 נחזיר INVALID_INPUT. אם לא, אז ניצור קבוצה חדשה ונכניס אותה לעץ הקבוצות המסודר לפי מזהה קבוצה ועץ הקבוצות המסודר לפי יכולת הקבוצה. במקרה שכבר קיימת קבוצה עם מזהה זה נחזיר FAILURE, ובמקרה של בעיה בהקצאה זיכרון נחזיר ALLOCATION_ERROR. נוסיף אחד למשתנה שסופר את כמות הקבוצות בגביע העולם ובסוף נחזיר SUCCESS.

סיבוכיות זמן:

נעשה חיפוש לפי מזהה קבוצה בעץ AVL m_teamsByID כדי להכניס את הקבוצה החדשה, בסיבוכיות של $O(\log(k))$ כאשר k היא כמות הקבוצות בגביע העולם. לאחר ההכנסה, נבצע גלגולים בעץ כדי לאזן אותו בחזרה, בסיבוכיות של $O(1)$ לגלגול כפי שנלמד בהרצאה. עבור כל ה-nodes במעלה העץ (מקסימום $\log(k)$ nodes) עד השורש עם עדכון גובה העץ וה-balance factor, ולכן איזון העץ הוא בסיבוכיות $O(\log(k))$. את אותו התהליך נעשה גם בהכנסת הקבוצה לעץ m_teamsByAbility, ולכן סיבוכיות ההכנסה עבורו גם $O(\log(k))$. לכן סך סיבוכיות הזמן של הפעולה היא $O(\log(k))$.

– remove_team

נסיר את הקבוצה מגביע העולם.
ראשית נוודא את תקינות הקלט, ונחזיר INVALID_INPUT אם התקבל מזהה קבוצה קטן או שווה ל-0. נחפש בעץ AVL של הקבוצות המסודרות לפי מזהה קבוצה - m_teamsByID, ונחזיר FAILURE במקרה שהקבוצה לא קיימת. אחרת, נסיר את הקבוצה על ידי הסרת node מהעצי AVL m_teamsByID - i. m_teamsByAbility. כאשר מסירים את הקבוצה מהעץ דרגות m_teamsByAbility, מעדכנים את הדרגה של כל node בעליה במסלול החיפוש. אם לקבוצה קיימים שחקנים, אז נוסיף את כמות המשחקים שהקבוצה שיחקה לשחקן אשר הוא השורש ב"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה. כמו כן, "ננתק" את השחקנים מהקבוצה על ידי כך שהשחקן שהוא שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה כעת יצביע ל- nullptr (במקום לקבוצה שאותה מסירים). נשחרר את הזכרון של הקבוצה הזו, נחסיר 1 מספירת כלל הקבוצות בגביע העולם, ובסוף נחזיר SUCCESS.

סיבוכיות זמן:

בפעולה זו אנו מחפשים את הקבוצה המבוקשת כמה פעמים: פעם אחת לבדוק אם קיימים שחקנים בקבוצה – חיפוש בעץ m_teamsByID ועוד פעמיים כדי להסיר את הקבוצה מ-m_teamsByID ו-m_teamsByAbility. בשני המקרים, סיבוכיות הזמן של החיפוש הוא $O(\log(k))$ כי יש מקסימום k קבוצות בעצים הללו. ההסרה מהעץ כוללת גלגולים בשיטה שנלמדה בהרצאה – בסיבוכיות $O(1)$ לכל גלגול. בפוטנציאל יש $\log(k)$ גלגולים כי עוברים על כל nodes במעלה העצים. נשים לב כי עדכון הדרגה של ה-nodes בעץ הדרגות m_teamsByAbility לאחר הסרת הקבוצה, מתבצע לאורך מסלול החיפוש חזרה לשורש, ולכן מתבצע בסיבוכיות של $O(\log(k))$. לכן סך סיבוכיות ההסרה של הקבוצה משני העצים הוא $O(\log(k))$. עדכון השחקן שהוא שורש ה"עץ ההפוך" של אותה קבוצה נעשה ישירות דרך המשתנים הרלוונטיים ולכן בסיבוכיות זמן של $O(1)$. כמו כן גם מחיקת הקבוצה ועדכון כמות הקבוצות בגביע העולם. לכן סך סיבוכיות הזמן הוא $O(\log(k))$.

– add_player

נוסיף שחקן לגביע העולם.
ראשית נוודא את תקינות הקלט, ונחזיר INVALID_INPUT אם התקבלו ערכים לא תקינים. בדומה לכך, נחזיר FAILURE במקרה ששחקן כבר קיים עם אותו מזהה שחקן, או אם לא קיימת קבוצה עם מזהה הקבוצה הנתונה. נחשב את כמות המשחקים שישחק השחקן ואת ה"רוח" החלקי שלו:
○ לערך של כמות המשחקים שהשחקן שיחק, נחסיר את כמות המשחקים שהקבוצה שלו שיחקה לפני שהצטרף, ובכן את כמות המשחקים ששיחק השחקן שהוא שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה.

- נעשה תהליך דומה עם ה"רוח" החלקי של אותו שחקן: נקח את ה"רוח" הקבוצתי אשר הוא כפל "רוחות" השחקנים של הקבוצה עד הצטרפותו של השחקן החדש, ונכפיל אותו ב"רוח" של השחקן החדש. נכפיל את הערך המתקבל בהפיך של הרוח החלקי של השחקן שהוא שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה.
- החישובים הנ"ל מאפשרים עדכון והחזרת כמות המשחקים של השחקן וה"רוח" החלקי של השחקן בסיבוכיות זמן הנדרשת במהלך ריצת המערכת.
ניצור שחקן חדש עם הפרטים הנתונים והחדשים שחישבנו לעיל.
נכניס את השחקן לטבלת הערבול בדרך הבאה:
- אם פקטור העומס של טבלת הערבול שווה ל-1 (כולל השחקן החדש שכעת הצטרף), נגדיל את טבלת הערבול כפי שראינו בהרצאה (בעצם אם כמות השחקנים בגביע העולם שווה לגודל טבלת הערבול).
 - במקרה הזה, נכניס מחדש את כלל השחקנים בגביע העולם לטבלת הערבול הגדול יותר בעזרת פונקציית האש המעודכנת (פונקציית האש כאשר k הוא גודל טבלת האש $f(x) = x \bmod k$).
 - נשחרר את הזיכרון של הטבלה הישנה.
 - נעדכן את פונקציית האש בהתאם לגודל החדש של טבלת הערבול.
- נכניס את השחקן החדש לטבלת הערבול לפי פונקציית האש.
אם השחקן הוא הראשון בקבוצה, אז השחקן הזה הופך לשורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה. נעדכן בהתאם את המצביע לשורש ה"עץ ההפוך" של הקבוצה ואת המצביע לקבוצה של השחקן.
נסיר את הקבוצה בה השחקן משחק מעץ הדרגות `m_teamsByAbility` כדי שנוכל להכניסו למיקומו החדש בעץ לאחר עדכון הקבוצה. נעדכן את הקבוצה בפרטים של השחקן: נעדכן את "רוח" הקבוצה, יכולת הקבוצה, כמות השחקנים בקבוצה וכמות השוערים בקבוצה. נכניס מחדש את הקבוצה המעודכנת לעץ `m_teamsByAbility`, ונוסיף אחד לספירת כמות השחקנים בגביע העולם. במקרה של כישלון בהקצאת זיכרון בכל שלב בפעולה, נחזיר `ALLOCATION_ERROR`. אחרת נחזיר `SUCCESS` בסוף הפעולה.

סיבוכיות זמן:

כדי לבדוק אם השחקן קיים, נחשב את מיקומו בטבלת הערבול בעזרת פונקציית האש בסיבוכיות $O(1)$, ואז ניגש ישירות לעץ השחקנים בתא זה בטבלת הערבול – גם בסיבוכיות $O(1)$. נחפש את השחקן בעץ הזה. לפי הנחת הפיזור האחיד, כמות השחקנים בכל תא בטבלת הערבול הוא בממוצע 1 (כלומר, גודל העץ AVL של כל תא בטבלת הערבול הוא בממוצע 1), ולכן החיפוש הוא בסיבוכיות משוערכת בממוצע על הקלט של $O(1)$. חיפוש הקבוצה בעץ AVL של הקבוצות המסודר לפי מזהה קבוצה הוא בסיבוכיות $O(\log(k))$ כאשר k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם (כפי שנלמד בכיתה).
החישובים של כמות המשחקים שהשחקן שיחק וה"רוח" החלקי שלו נעשה בגישה ישירה למשתנים הרלוונטיים ולכן בסיבוכיות של $O(1)$ (גם החישוב של `permutation_t` וההפיך וכפל `permutation_t` הוא בעזרת לולאה באורך קבוע (5) ולכן בסיבוכיות $O(1)$).
במקרה הצורך, נגדיל את טבלת הערבול. גודל הטבלה החדשה הוא כעת $2n$ כאשר n הוא כמות השחקנים בגביע העולם. ניצור עצים חדשים בכל תא בטבלה החדשה בעזרת ה-`constructor` של עצי AVL – בסיבוכיות $O(n) = O(2n)$. ניצור מערך בגודל n ונאתחל את איבריו ל-`nullptr` בסיבוכיות זמן של $O(n)$. נעבור על כל התאים בטבלת הערבול הישן (בגודל n), ונאסוף את כל השחקנים במערך שיצרנו. סה"כ נעבור על n תאים בטבלת הערבול, וסך הכל על n שחקנים בסוף כל עצי AVL של טבלת הערבול. לכן סיבוכיות פעולה זו היא גם $O(n) = O(2n)$. עבור כל שחקן, נחשב בעזרת פונקציית האש את מיקומו החדש בטבלת הערבול (סיבוכיות של $O(1)$), ונכניס כל אחד מהשחקנים לטבלת ערבול החדשה. לפי הנחת הפיזור, כמות השחקנים בכל תא בטבלת הערבול הוא בממוצע 1 (כלומר, גודל העץ הממוצע הוא 1), ולכן גם ההכנסה הוא בסיבוכיות משוערכת בממוצע על הקלט של $O(1)$. בסוף התהליך נעבור על כל תא בטבלת הערבול הישן (בגודל n) ונשחרר את הזיכרון של העצים – סך הכל נעבור על n nodes בעצי AVL (כי יש סך הכל n שחקנים בכל הטבלת ערבול) ולכן סיבוכיות פעולה זו היא גם $O(n) = O(2n)$. סך סיבוכיות הזמן של הגדלת הטבלה היא $O(n)$.
נשים לב כי פעולה זו של הגדלת הטבלת ערבול מתרחשת רק כאשר פקטור העומס שווה ל-1 (כמות השחקנים בגביע העולם שווה לגודל טבלת הערבול), אשר קורה כל n פעולות של הכנסת שחקן חדש. לכן הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט עבור הגדלת הטבלה הוא $O(1)$ כפי שנלמד בהרצאה.
נכניס את השחקן החדש לטבלת הערבול. כפי שמתואר למעלה, פעולה זו היא בסיבוכיות משוערכת $O(1)$.
עדכון המצביעים של השחקן והקבוצה נעשה בגישה ישירה למשתנים הרלוונטיים ולכן בסיבוכיות של $O(1)$.
הסרת הקבוצה מהעץ דרגות `m_teamsByAbility` והכנסתו בחזרה כוללת חיפוש הקבוצה הרלוונטית בסיבוכיות $O(\log(k))$ וגלגולים בשיטה שנלמדה בהרצאה – בסיבוכיות $O(1)$ לכל גלגול. בפוטנציאל יש $\log(k)$ גלגולים כי עוברים על כל nodes במעלה העצים. נשים לב כי עדכון הדרגה של ה-`nodes` בעץ הדרגות `m_teamsByAbility` לאחר הסרת והוספת הקבוצה, מתבצע לאורך מסלול החיפוש חזרה לשורש, ולכן מתבצע

בסיבוכיות של $O(\log(k))$. לכן ההסרה וההכנסה כל אחת בסיבוכיות $O(\log(k))$. עדכון פרטי הקבוצה נעשה ישירות בעזרת המשתנים של הקבוצה ולכן בסיבוכיות של $O(1)$ (גם החישוב כפול permutation_t הוא בעזרת לולאה באורך קבוע (5) ולכן בסיבוכיות $O(1)$). עדכון כמות השחקנים בגביע העולם גם נעשה ישירות דרך המשתנה הרלוונטי לכן בסיבוכיות $O(1)$.
לכן סך הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט הוא $O(\log(k))$.

– play_match

שתי קבוצות ישחקו משחק.
ראשית נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר `INVALID_INPUT` אם התקבלו מזהי קבוצות קטנים או שווים ל-0 או מזהי קבוצות שוות. נחזיר `FAILURE` אם לא קיימים קבוצות עם המזהים הנתונים בגביע העולם או אם אחת הקבוצות לא כשרות לשחק (בעלי לפחות שוער אחד). הקבוצה המנצחת היא הקבוצה בעלת היכולת הגבוהה ביותר, אשר היא סכום בין מספר הנקודות + סכום היכולות של כלל שחקני הקבוצה. לקבוצה המנצחת נוסף 3 נקודות. אם יש שוויון, נחשב את ה"כוח הרוחני" של הקבוצות, והקבוצה בעלת ה"כוח הרוחני" הגדול ביותר תנצח ב-3 נקודות. במקרה של תיקו אז כל קבוצה תזכה בנקודה אחת. בסוף נוסף 1 מספר המשחקים ששיחק כל קבוצה ונחזיר את ערכי החזרה כפי שנדרש בתרגיל.

סיבוכיות זמן:

חיפוש הקבוצות בעץ AVL של `m_teamsByID` הוא בסיבוכיות $O(\log(k))$ לכל קבוצה כפי שנלמד בהרצאה, כאשר k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם. הבדיקה אם הקבוצות כשרות נעשה באופן ישיר דרך משתנים של הקבוצות ולכן בעל סיבוכיות זמן של $O(1)$, בדומה גם לחישוב היכולת של הקבוצות. חישוב ה"כוח הרוחני" של כל קבוצה נעשה בעזרת לולאה באורך קבוע (5) ולכן גם בעלת סיבוכיות זמן של $O(1)$. עדכון הנקודות לקבוצות הזוכות או במקרה של תיקו וכמו כן עדכון כמות המשחקים ששיחקו כל קבוצה נעשה באופן ישיר בעזרת גישה למשתני הקבוצות ולכן גם בסיבוכיות של $O(1)$. לכן סך הכל, סיבוכיות הזמן של פעולה זו היא $O(\log(k))$.

– num_played_games_for_player

נחזיר את כמות המשחקים ששחקן שיחק.
ראשית נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר `INVALID_INPUT` במקרה שהתקבל מזהה שחקן הקטן או שווה ל-0. נחשב את מיקום השחקן בטבלת הערבול בעזרת הפונקציית `hash`, ניגש לתא זה ישירות בטבלה ונחפש את השחקן בעץ AVL המתאים, כדי לבדוק אם השחקן נמצא ולהחזירו במקרה שכן. במקרה שלא נחזיר `FAILURE`. במקרה שהשחקן לא מחובר ישירות לשורש ה"עץ ההפוך" של השחקנים באותה קבוצה, נבצע פעולת `find()` לפי אלגוריתם `UNION-FIND` שנלמדה בהרצאה:
○ נעדכן שלושה משתנים: כמות המשחקים שהשחקן שיחק, ה"רוח" החלקי שלו ואת המצביע לשחקן מעליו ב"עץ ההפוך" באותה שיטה של רקורסיה:
▪ נעבור על השחקנים מהשחקן הנוכחי עד השורש, ו"נשטח" אותם כך שיצביעו ישירות על השורש.
▪ נעדכן את הנתונים של כמות המשחקים וה"רוח" החלקי כך שיהיו תלויים אך ורק בשורש בלא בשחקנים האחרים ביניהם.
כעת השחקן מצביע ישירות על שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה, שהוא מצביע על הקבוצה המתאימה. נוסף לכמות המשחקים של השחקן, את כמות המשחקים של השחקן בשורש ה"עץ ההפוך" (אם הוא קיים) ואת כמות המשחקים של הקבוצה בה משחק (אם לא הודחה). נשים לב שאנו מוסיפים את הערכים הללו כי החסרנו אותם בתהליך הכנסת השחקן (פעולה `add_player`). נחזיר את הערך המתקבל.

סיבוכיות זמן:

חישוב מיקום השחקן בטבלת הערבול נעשה בסיבוכיות $O(1)$, והגישה למיקום זה בטבלה הוא בסיבוכיות $O(1)$. נחפש את השחקן בעץ הזה. לפי הנחת הפיזור, כמות השחקנים בכל תא בטבלת הערבול הוא בממוצע 1 (כלומר, גודל העץ הממוצע הוא 1), ולכן החיפוש הוא בסיבוכיות משוערכת בממוצע על הקלט הוא $O(1)$. פעולת `find` עוברת על כל השחקנים מהשחקן הנוכחי עד שורש העץ 3 פעמים. בפעולת `find`, עושים חישובים של חיבור משתנים מטיפוס `int` בסיבוכיות $O(1)$, כפול משתנים מטיפוס `permutation_t` (חישוב הכפול נעשה בעזרת לולאה באורך קבוע (5)) בסיבוכיות $O(1)$, ועדכון מצביעים בסיבוכיות $O(1)$. כפי שראינו בהרצאה, הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט של כל פעולות ה-`find()` ו-`union()` בכל הפעולות (חוץ מ-`add_player`) הוא $\log^*(n)$ כאשר n הוא כמות השחקנים בגביע העולם. לכן סך סיבוכיות פעולת `find` במשוערכת בממוצע על הקלט הוא $\log^*(n)$. עדכון הערך של כמות המשחקים שהשחקן שיחק נעשה באופן ישיר דרך המשתנים של

השחקנים והקבוצה - בסיבוכיות של $O(1)$. לכן סך הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט עבור פעולה זו היא $O(\log^*(n))$.

– add_player_cards

- נעדכן את כמות הכרטיסים ששחקן קיבל.
- ראשית נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר `INVALID_INPUT` במקרה שהתקבל מזהה שחקן הקטן או שווה ל-0 או אם כמות הכרטיסים שלילי. נבדוק אם השחקן הודח מגביע העולם על ידי הפעולות הבאות:
- נחשב את מיקום השחקן בטבלת הערבול בעזרת הפונקציית `hash`, ניגש לתא זה ישירות בטבלה ונחפש את השחקן בעץ ה-AVL המתאים, כדי לבדוק אם השחקן נמצא. במקרה שלא נחזיר `FAILURE`.
 - במקרה שהשחקן לא מחובר ישירות לשורש ה"עץ ההפוך" של השחקנים באותה קבוצה, נבצע פעולת `find()` לפי אלגוריתם ה-`UNION-FIND` שנלמדה בהרצאה:
 - נעדכן שלושה משתנים: כמות המשחקים שהשחקן שיחק, ה"רוח" החלקי שלו ואת המצביע לשחקן מעליו ב"עץ ההפוך" באותה שיטה של רקורסיה:
 - נעבור על השחקנים מהשחקן הנוכחי עד השורש, ו"נשטח" אותם כך שיצביעו ישירות על השורש.
 - נעדכן את הנתונים של כמות המשחקים וה"רוח" החלקי כך שיהיו תלויים אך ורק בשורש בלא בשחקנים האחרים ביניהם.
 - כעת השחקן מצביע ישירות לשורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה, שהוא מצביע על הקבוצה המתאימה, או שהוא השורש עצמו, ואז הוא מצביע ישירות על הקבוצה המתאימה. נבדוק אם שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה מצביע ל-`nullptr` במקום לקבוצה קיימת. במקרה שכן סימן שהקבוצה הודחה מהטורניר, ובהתאם לכך גם השחקן הזה הודח, ונחזיר `FAILURE` בהתאם.
- אחרת, נחשב את מיקום השחקן בטבלת הערבול בעזרת הפונקציית `hash`, ניגש לתא זה ישירות בטבלה ונחפש את השחקן בעץ ה-AVL המתאים. נעדכן את כמות הכרטיסים שלו ונחזיר `SUCCESS`.

סיבוכיות זמן:

חישוב מיקום השחקן בטבלת הערבול נעשה בסיבוכיות $O(1)$, והגישה למיקום זה בטבלה הוא בסיבוכיות $O(1)$. נחפש את השחקן בעץ הזה. לפי הנחת הפיזור, כמות השחקנים בכל תא בטבלת הערבול הוא בממוצע 1 (כלומר, גודל העץ הממוצע הוא 1), ולכן החיפוש הוא בסיבוכיות משוערכת בממוצע על הקלט הוא $O(1)$. פעולת `find` עוברת על כל השחקנים מהשחקן הנוכחי עד שורש העץ 3 פעמים. בפעולת `find`, עושים חישובים של חיבור משתנים מטיפוס `int` בסיבוכיות $O(1)$, כפל משתנים מטיפוס `permutation_t` (חישוב הכפל נעשה בעזרת לולאה באורך קבוע 5) בסיבוכיות $O(1)$, ועדכון מצביעים בסיבוכיות $O(1)$. כפי שראינו בהרצאה, הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט של כל פעולות ה-`find()` ו-`union()` בכל הפעולות (חוץ מ-`add_player`) הוא $O(\log^*(n))$ כאשר n הוא כמות השחקנים בגביע העולם. לכן סך סיבוכיות פעולת `find` במשוערכת בממוצע על הקלט הוא $O(\log^*(n))$. הבדיקה אם הקבוצה הודחה נעשית באופן ישיר דרך מצביעים של השחקנים הרלוונטיים, וכמו כן גם עדכון כמות הכרטיסים של השחקן. לכן סך הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט עבור פעולה זו היא $O(\log^*(n))$.

– get_player_cards

נחזיר את כמות הכרטיסים ששחקן קיבל.

ראשית נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר `INVALID_INPUT` במקרה שהתקבל מזהה שחקן הקטן או שווה ל-0. נחשב את מיקום השחקן בטבלת הערבול בעזרת הפונקציית `hash`, ניגש לתא זה ישירות בטבלה ונחפש את השחקן בעץ ה-AVL המתאים. אם השחקן לא נמצא נחזיר `FAILURE`. אחרת, נחזיר את כמות הכרטיסים של השחקן.

סיבוכיות זמן:

חישוב מיקום השחקן בטבלת הערבול נעשה בסיבוכיות $O(1)$, והגישה למיקום זה בטבלה הוא בסיבוכיות $O(1)$. נחפש את השחקן בעץ הזה. לפי הנחת הפיזור, כמות השחקנים בכל תא בטבלת הערבול הוא בממוצע 1 (כלומר, גודל העץ הממוצע הוא 1), ולכן החיפוש הוא בסיבוכיות משוערכת בממוצע על הקלט הוא $O(1)$. משיכת כמות הכרטיסים של השחקן נעשית באופן ישיר דרך משתני השחקן, לכן סך סיבוכיות הזמן עבור פעולה זו בממוצע על הקלט היא $O(1)$.

– get_team_points

נחזיר את כמות הנקודות של הקבוצה.

ראשית נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר INVALID_INPUT במקרה שהתקבל מזהה קבוצה הקטן או שווה ל-0. נחפש את הקבוצה בעץ `m_teamsByID`, ואם השחקן לא נמצא נחזיר FAILURE. אחרת נחזיר את כמות הנקודות של הקבוצה.

סיבוכיות זמן:

חיפוש הקבוצה בעץ AVL נעשה בסיבוכיות $O(\log(k))$ כפי שנלמד בהרצאה, כאשר k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם. משיכת כמות הנקודות של הקבוצה נעשית באופן ישיר דרך הקבוצה, לכן סך סיבוכיות הזמן עבור זה הוא $O(1)$. סך סיבוכיות הזמן עבור פעולה זו היא $O(\log(k))$.

– get_ith_pointless_ability

נחזיר את המזהה של השחקן בעל היכולת ה- i . ראשית נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר FAILURE אם התקבל אינדקס i שלילי, אם אין קבוצות בגביע העולם כלל, או אם האינדקס i שהתקבל גדול מכמות הקבוצות בגביע העולם. נתחיל בחיפוש אחר האינדקס הזה בעץ `m_teamsByAbility`, שהוא עץ דרגות בו הקבוצות מסודרות לפי היכולת של הקבוצה (אשר היא סכום היכולות של כלל שחקניה). נרד בעץ דרגות עד הגעה ל-`node` עם האינדקס המתאים, ונחזיר את ה-`node` שנמצא. בקבלת ה-`node`, נשלוף את הקבוצה שאליו מצביע ואז את מזהה הקבוצה אותו נחזיר.

סיבוכיות זמן:

נחפש את ה-`node` בעץ הדרגות של `m_teamsByAbility` בסיבוכיות של $O(\log(k))$ כפי שנלמד בהרצאה, כאשר k היא כמות הקבוצות בגביע העולם. לאחר מציאת ה-`node` המתאים בעץ, הגישה לקבוצה ולמזהה שלו הוא באופן ישיר, ולכן בסיבוכיות של $O(1)$. לכן סך סיבוכיות הזמן עבור פעולה זו היא $O(\log(k))$.

– get_partial_spirit

נחזיר את ה"רוח" החלקי של השחקן. ראשית נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר INVALID_INPUT במקרה שהתקבל מזהה שחקן הקטן או שווה ל-0. נבדוק אם השחקן הודח מגביע העולם על ידי הפעולות הבאות:

- נחשב את מיקום השחקן בטבלת הערבוד בעזרת הפונקציית האש, ניגש לתא זה ישירות בטבלה ונחפש את השחקן בעץ המתאים, כדי לבדוק אם השחקן נמצא. במקרה שלא נחזיר FAILURE.
- במקרה שהשחקן לא מחובר ישירות לשורש ה"עץ ההפוך" של השחקנים באותה קבוצה, נבצע פעולת `find()` לפי אלגוריתם UNION-FIND שלמדה בהרצאה:
- נעדכן שלושה משתנים: כמות המשחקים שהשחקן שיחק, ה"רוח" החלקי שלו ואת המצביע לשחקן מעליו ב"עץ ההפוך" באותה שיטה של רקורסיה:
 - נעבור על השחקנים מהשחקן הנוכחי עד השורש, ו"נשטח" אותם כך שיצביעו ישירות על השורש.
 - נעדכן את הנתונים של כמות המשחקים וה"רוח" החלקי כך שיהיו תלויים אך ורק בשורש בלא בשחקנים האחרים ביניהם.
- כעת השחקן מצביע ישירות על שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה, שהוא מצביע על הקבוצה המתאימה. נבדוק אם שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה מצביע ל-`nullptr`. במקרה שכן סימן שהקבוצה הודחה מהטורניר, ובהתאם לכך גם השחקן הזה הודח, ונחזיר FAILURE בהתאם.

אחרת, נחשב את מיקום השחקן בטבלת הערבוד בעזרת הפונקציית האש, ניגש לתא זה ישירות בטבלה ונחפש את השחקן בעץ המתאים.

במקרה שהשחקן לא מחובר ישירות לשורש ה"עץ ההפוך" של השחקנים באותה קבוצה, נבצע פעולת `find()` לפי אלגוריתם UNION-FIND שלמדה בהרצאה:

- נעדכן שלושה משתנים: כמות המשחקים שהשחקן שיחק, ה"רוח" החלקי שלו ואת המצביע לשחקן מעליו ב"עץ ההפוך" באותה שיטה של רקורסיה:
 - נעבור על השחקנים מהשחקן הנוכחי עד השורש, ו"נשטח" אותם כך שיצביעו ישירות על השורש.
 - נעדכן את הנתונים של כמות המשחקים וה"רוח" החלקי כך שיהיו תלויים אך ורק בשורש בלא בשחקנים האחרים ביניהם.

כעת השחקן מצביע ישירות על שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה. נכפיל את ה"רוח" החלקי של השחקן הנוכחי, ב"רוח" החלקי של שורש ה"עץ ההפוך" של שחקני הקבוצה (אם הוא קיים). נשים לב נכפיל ערך זה כי הכפלנו את ההפוך שלו בהוספת השחקן (פעולה `add_player`). נחזיר את הערך המתקבל.

סיבוכיות זמן:

חישוב מיקום השחקן בטבלת הערבול נעשה בסיבוכיות $O(1)$, והגישה למיקום זה בטבלה הוא בסיבוכיות $O(1)$. נחפש את השחקן בעץ הזה. לפי הנחת הפיזור, כמות השחקנים בכל תא בטבלת הערבול הוא בממוצע 1 (כלומר, גודל העץ הממוצע הוא 1), ולכן החיפוש הוא בסיבוכיות משוערכת בממוצע על הקלט הוא $O(1)$. פעולת הfind עוברת על כל השחקנים מהשחקן הנוכחי עד שורש העץ 3 פעמים. בפעולת הfind, עושים חישובים של חיבור משתנים מטיפוס int בסיבוכיות $O(1)$, כפל משתנים מטיפוס permutation_t (חישוב הכפל נעשה בעזרת לולאה באורך קבוע 5) בסיבוכיות $O(1)$, ועדכון מצביעים בסיבוכיות $O(1)$. כפי שראינו בהרצאה, הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט של כל פעולות הfind והunion בכל הפעולות (חוץ מ-add_player) הוא $\log^*(n)$ כאשר n הוא כמות השחקנים בגביע העולם. לכן סך סיבוכיות פעולת הfind במשוערכת בממוצע על הקלט הוא $\log^*(n)$. שליפת ה"רוח" החלקי של השחקן נעשה באופן ישיר דרך המשתנים המתאימים, וכפל ה"רוח" החלקי נעשה בעזרת לולאה בגודל קבוע 5). לכן סיבוכיות הזמן עבור פעולות אלו הוא $O(1)$. לכן סך הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט עבור פעולה זו היא $O(\log^*(n))$.

– buy_team

קבוצה אחת קונה את השנייה.
ראשית נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר INVALID_INPUT אם התקבל מזהי קבוצה קטנים או שווים ל-0 או אם מזהי הקבוצה שווים. נחפש את הקבוצות בעץ m_teamsByID, ואם הן לא נמצאות אז נחזיר FAILURE. אם לשתי הקבוצות יש שחקנים, נעשה את הפעולות הבאות:
○ נעדכן את כמות המשחקים שכל קבוצה שיחקה אצל השחקנים שהם השורשים של "עץ ההפוך" של שחקני שתי הקבוצות.
○ נבצע פעולת union(), כחלק מאלגוריתם Union-Find שנלמדה בהרצאה, בין ה"עצים ההפוכים" של הקבוצות הנדרשות:
▪ נאחד את הקבוצה הקטנה לקבוצה הגדולה.
▪ נעדכן את המצביעים בין השחקנים והקבוצות בהתאם לאיזו קבוצה היא קטנה יותר.
▪ נעדכן בהתאם את ה"רוח" החלקי של שורשי ה"עצים ההפוכים".
▪ נעדכן את כמות המשחקים ששיחקו השחקנים שהם שורשי ה"עצים ההפוכים".
○ נעדכן את המצביע של הקבוצה שקנתה להצביע על שורש ה"עץ ההפוך" המאוחד של השחקנים, ונעדכן את המצביע של השורש להצביע על הקבוצה שקנתה (כעת הם מצביעים אחד על השני).
אחרת, אם לאחת מהקבוצות יש שחקנים ולשנייה אין, נעדכן את נתוני כמות המשחקים שהקבוצות שיחקו בשורשי ה"עצים ההפוכים" הרלוונטיים, ונעדכן גם את המצביעים בין הקבוצה שקנתה לבין שורש ה"עץ ההפוך" החדש במקרה הצורך. נעדכן את נתוני הקבוצה החדשה להיות איחוד הנתונים של הקבוצות שהתאחדו – כולל כפל ה"רוח" של הקבוצות שהתאחדו, חיבור מספר הנקודות של הקבוצות שהתאחדו, חיבור מספר השחקנים והשוערים של הקבוצות שהתאחדו, ובכן חיבור היכולת הקבוצתית של הקבוצות שהתאחדו. בנוסף לכך, נאתחל את כמות המשחקים של הקבוצה החדשה ל-0.
נסיר את הקבוצה שנקנתה על ידי פעולת remove_team המתוארת למעלה, ונסיר ונכניס מחדש את הקבוצה שקנתה לעץ הדרגות m_teamsByAbility כדי למקם אותו מחדש עם הנתונים העדכניים.
במקרה של בעיה בהקצאת זיכרון בכל שלב בפעולה, נחזיר ALLOCATION_ERROR. בסוף נחזיר SUCCESS.

סיבוכיות זמן:

חיפוש הקבוצות בעץ AVL של m_teamsByID הוא בסיבוכיות $O(\log(k))$ כפי שנלמד בהרצאה, כאשר k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם. איחוד ה"עצים ההפוכים" נעשה בשיטה שנלמדה בהרצאה, כחלק מאלגוריתם Union-Find. לכן הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט עבור כל פעולות הfind והunion בכל הפעולות (חוץ מ-add_player) הוא $O(\log^*(n))$ כפי שנלמד בהרצאה, כאשר n הוא כמות השחקנים בגביע העולם. בפעולת הunion ובאיחוד עצמו בין הקבוצות, מתבצע עדכון נתונים שונים (כמו כמות המשחקים שהקבוצות שיחקו או ה"רוח" החלקי של השחקנים), ועדכון מצביעים שונים (בין השחקנים לקבוצות). זהו נעשה באופן ישיר באמצעות משתנים של הקבוצות והשחקנים ולכן כל העדכונים נעשה בסיבוכיות $O(1)$. כמו כן, מתבצע כפל וחישוב הפיך של משתנים מטיפוס permutation_t הנעשה בעזרת לולאות באורך קבוע 5) ולכן גם בסיבוכיות זמן של $O(1)$. הסרת הקבוצה בעזרת פעולת remove_team הוא בסיבוכיות $O(\log(k))$ כפי שחושב למעלה. הסרת הקבוצה מהעץ דרגות m_teamsByAbility והכנסתו בחזרה כוללת חיפוש הקבוצה הרלוונטית בסיבוכיות $O(\log(k))$ וגלגולים בשיטה שנלמדה בהרצאה – בסיבוכיות $O(1)$ לכל גלגול. בפוטנציאל יש $\log(k)$ גלגולים כי עוברים על כל nodes במעלה העצים. נשים לב כי עדכון הדרגה של ה-nodes בעץ הדרגות m_teamsByAbility לאחר הסרת והוספת הקבוצה, מתבצע לאורך מסלול החיפוש חזרה לשורש, ולכן מתבצע בסיבוכיות של $O(\log(k))$. לכן ההסרה וההכנסה כל אחת מתבצעת בסיבוכיות $O(\log(k))$.
לכן סך הסיבוכיות המשוערכת בממוצע על הקלט עבור פעולה זו היא $O(\log(k) + \log^*(n))$.