**תרגיל רטוב 1 – החלק היבש**

שרה גריפית – ת"ז: 341312304

ליאור בר יוסף – ת"ז: 207022443

עבור האפליקציה של פיפ"א, נבנה מבנה נתונים המורכב מארבע עצי AVL מרכזיים:

* **m\_teamsByID** – כל הקבוצות שמשתתפות בגביע העולם, מסודרים לפי מזהה הקבוצה.
* **m\_qualifiedTeams** – כל הקובצות המשתתפות בגביע העולם אשר יכולים לשחק (בעלי לפחות 11 שחקנים שלפחות אחד יכול לשחק כשוער).
* **m\_playersByID** – כל השחקנים שמשתתפים בגביע העולם, מסודרים לפי מזהה השחקן.
* **m\_playersByScore** – כל השחקנים שמשתתפים בגביע העולם, מסודרים לפי כמות השערים שהבקיעו + הכרטיסים שקיבלו + מזהה השחקן (במקרה של שוויון).

נוסיף שתי מחלקות: Player ו-Team אשר מכילים את הפרטים של השחקנים ושל הקבוצות כדורגל המשתתפים בגביע העולם.

* **מחלקת Player** תכיל את כל הפרטים הבסיסיים על אותו השחקן: מזהה שחקן, מספר המשחקים שהשחקן שיחק (בנפרד למשחקים ששיחק עם קבוצתו הנוכחית), מספר השערים שהבקיע, מספר הכרטיסים שקיבל והאם יכול לשחק כשוער.
* **מחלקת Team** תכיל את הפרטים הבסיסיים של אותה קבוצה: מזהה קבוצה, מספר הנקודות של הקבוצה, מספר השחקנים בקבוצה, מספר השוערים בקבוצה, סה"כ השערים שהקבוצה הבקיעה, סה"כ כרטיסים שהקבוצה קיבלה ומספר המשחקים שהקבוצה שיחקה.
  + בנוסף לפרטים הבסיסיים, בקבוצה נחזיק שני עצי AVL – אחד של כל השחקנים באותה קבוצה מסודרים לפי מזהה שחקן, והשני של כל השחקנים באותה קבוצה מסודרים לפי כמות השערים שהבקיעו + הכרטיסים שקיבלו + מזהה השחקן (במקרה של שוויון).

**להלן רשימת הפעולות הנדרשות לממשק והסבר למימושם והסיבוכיות שלהם:**

**world\_cup\_t –**

נאתחל את ארבעת עצי הAVL, וגם אתחול מצביע נוסף לPlayer אשר מצביע על השחקן עם הכמות השערים הכי גדול. כמו כן, נאתחל משתנה שסופר את כל השחקנים המשתתפים בגביע העולם ל-0.

סיבוכיות זמן:

נאתחל את כל המשתנים ל-null או לערכים דיפולטים, ולכן סיבוכיות הזמן הוא O(1).

סיבוכיות מקום:

העצים בשלב זה ריקים, והמצביע לשחקן הוא nullptr. לכן סך סיבוכיות המקום הוא O(1).

**world\_cup\_t~ –**

נשחרר את הזיכרון עבור ארבעת עצי הAVL המרכזיים, העצים שנמצאים בתוך האיברים בעצים המרכזיים, המצביע הנוסף לשחקן שהבקיע הכי הרבה שערים, והמשתנה מטיפוס int שמחזיק את מספר השחקנים בגביע העולם.

ראשית נשחרר את ה-data של כל השחקנים והקבוצות בגביע העולם. נעשה זאת ע"י שחרור ה-data בעצים m\_teamsByID ו-m\_playersByID.

לאחר מכן, ה-destructor-ים הדיפולטים של העצים השונים יקראו, וישחררו את זיכרון ה-nodes של העצים. בנוסף, יקראו ה-destructor-ים הדיפולטים של שאר המשתנים של world\_cup\_t.

סיבוכיות זמן:

כדי לשחרר את ה-data, נעבר כל כל הקבוצות והשחקנים שקיימים בגביע העולם, ונשחרר את הזיכרון. זהו נעשה בסיבוכיות O(n+k) כאשר n הוא כמות השחקנים בגביע העולם, ו-k הוא כמות הקבוצות בגיע העולם. לאחר מכן, יקראו ה-destructor-ים הדיפולטים של העצים השונים, אשר עוברים על כל ה-nodes בגביע העולם:

* + יש לנו שני עצים של שחקנים, ולכן עבור n שחקנים, יש לכל עץ מקסימום n nodes. לכן סיבוכיות המקום של מעבר על העצים הללו הוא O(2n) = O(n).
  + יש לנו שני עצים של קבוצות, ולכן עבור k קבוצות, יש לכל עץ מקסימום k nodes. לכן סיבוכיות הזמן של מעבר על העצים הללו הוא O(k) O(2k) =.
    - בתוך כל קבוצה יש שני עצים של השחקנים המשחקים באותה קבוצה. סך כל השחקנים בעצים הללו בכל הקבוצות הוא 2n (n בכל סוג עץ) – זהו משום שכל שחקן משחק רק בקבוצה אחת.

לכן במעבר על כל הקבוצות ביחד, נעבר על עוד 2n nodes עבור כל עץ של קבוצות – סך הכל עוד 4n nodes.

לכן סיבוכיות הזמן סך הכל הוא O(2n+2k+4n)+O(n+k) = O(7n + 3k) = O(n+k).

סיבוכיות מקום:

בפעולה זו לא מקצים זיכרון נוסף ולכן אין הוספה לזיכרון של מבנה הנתונים, והוא נשאר בסיבוכיות של O(n+k).

**add\_team –**

ראשית נוודא את תקינות הקלט, ואם הוא אינו תקין אז נחזיר INVALID\_INPUT.

כמו כן, נוודא כי לא קיים כבר קבוצה עם המזהה הזה, אחרת נחזיר FAILURE.

נוסיף את הקבוצה לעץ AVL שמרכז את כל הקבוצות המסודרות לפי מזהה קבוצה - m\_teamsByID. נשים לב כי בהוספת קבוצה חדשה, מספר השחקנים בה הוא 0 ולכן הקבוצה לא מתווספת לעץ AVL של m\_qualifiedTeams.

בסוף נחזיר SUCCESS.

סיבוכיות זמן:

נעשה חיפוש לפי מזהה קבוצה בעץ AVL m\_teamsByID כדי להכניס את הקבוצה החדשה, בסיבוכיות של O(log(k)).

לאחר ההכנסה, נבצע גלגולים בעץ כדי לאזן אותו בחזרה, בסיבוכיות של O(1) כפי שנלמד בהרצאה.

לכן סך סיבוכיות הזמן של הפעולה היא O(log(k)).

סיבוכיות מקום:

בפעולה הזו אנו מקצים זכרון לעוד קבוצה אחת אשר מתווספת לעץ AVL קיים – ולכן סיבוכיות מקום הנוסף לקיים הוא O(1). לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**remove\_team –**

ראשית נוודא את תקינות הקלט, ואם הוא אינו תקין אז נחזיר INVALID\_INPUT.

נחפש בעץ AVL של הקבוצות המסודרות לפי מזהה קבוצה - m\_teamsByID, ונבדוק אם בקבוצה קיימים שחקנים. במקרה שיש שחקנים בקבוצה, או שהקבוצה לא קיימת, אז נחזיר FAILURE.

אחרת, נסיר את הקבוצה על ידי הסרת הnode בעץ AVL m\_teamsByID (נשים לב כי אם לקבוצה אין שחקנים, אז הוא לא ימצא בעץ m\_qualifiedTeams ולכן אין צורך להסיר אותו משם).

בסוף נחזיר SUCCESS.

סיבוכיות זמן:

בפעולה זו אנו מחפשים את הקבוצה המבוקשת פעמיים נפרדות: פעם אחת לבדוק אם קיימים שחקנים בקבוצה – חיפוש בעץ m\_teamsByID, ופעם שנייה כדי להסיר את הקבוצה מ-m\_teamsByID. השני המקרים, סיבוכיות הזמן של החיפוש הוא O(log(k)) כי יש מקסימום k קבוצות בעץ הזה.

לכן סך סיבוכיות הזמן הוא O(log(k)\*2) = O(log(k)).

סיבוכיות מקום:

בפעולה זו לא מקצים זיכרון נוסף ולכן אין הוספה לזיכרון של מבנה הנתונים, והוא נשאר בסיבוכיות של O(n+k).

**add\_player –**

ראשית נוודא את תקינות הקלט, ואם הוא אינו תקין אז נחזיר INVALID\_INPUT.

כמו כן, נוודא כי לא קיים כבר שחקן עם המזהה הזה וקיימת קבוצה עם המזהה הניתן, אחרת נחזיר FAILURE.

ניצור את השחקן עם הנתונים מהקלט חוץ מכמות המשחקים שהשחקן שיחק – כמות המשחקים ששחקן שיחק מחושב לפי כמות המשחקים שהקבוצה שיחקה + כמות המשחקים שהשחקן שיחק ללא הקבוצה. כדי לא להוסיף אליו משחקים לא רלוונטיים (שהקבוצה שיחקה לפני שהשחקן הצטרף), אז נחסיר מכמות המשחקים של השחקן את כמות המשחקים שהקבוצה שיחקה לפני הצטרפותו.

נכניס אותו לשני עצי AVL הכלליים של השחקנים: אחד המסודר לפי מזהה קבוצה, והשני מסודר לפי ועץ שני המסודר לפי ה-score של השחקן. נעדכן את המצביע של השחקן עם הכי הרבה שערים בהתאם.

נוסיף את השחקן גם לקבוצה מתאימה:

בכל קבוצה יש שני עצי AVL של השחקנים של אותה הקבוצה: עץ אחד המסודר לפי מזהה הקבוצה, ועץ שני המסודר לפי ה-score של שחקני הקבוצה. לכן נוסיף את השחקן לשני העצים הללו.

בנוסף לכך, נעדכן פרטים של הקבוצה בהתאם לנתונים של השחקן החדש: נוסיף את כמות השערים של השחקן לכמות סה"כ שהבקיעה הקבוצה, ונוסיף את כמות הכרטיסים של השחקן לכמות סה"כ כרטיסים שקיבלה הקבוצה. כמו כן, נוסיף 1 לכמות השוערים של הקבוצה אם השחקן החדש יכול לשחק כשוער.

לאחר מכן, נוסיף את הקבוצה לm\_qualifiedTeams במקרה שכעת הקבוצה בעלת לפחות 11 שחקנים ויש לפחות שוער אחד.

בסוף, נוסיף 1 לכמות השחקנים שיש סה"כ בגביע העולם, ונחזיר SUCCESS.

סיבוכיות זמן:

בפעולה זו, מחפשים אם השחקן כבר קיים ומכניסים אותו לשני עצי AVL של שחקני המשחק בסיבוכיות של O(log(n)) כאשר n היא כמות השחקנים סה"כ בגביע העולם ובכן כמות השחקנים המקסימלית בכל אחד מהעצים הללו. כמו כן, מחפשים ומעדכנים את שני עצי AVL של הקבוצות במשחק בסיבוכיות של O(log(k)) כאשר k היא כמות הקבוצות סה"כ בגביע העולם, ובכן הכמות המקסימלית של קבוצות בשני העצים.

כמו כן, בקבוצה הספציפית של השחקן, מכניסים את השחקן לשני העצים של שחקני הקבוצה. בכל אחד מהעצים יש מקסימום n שחקנים, ולכן סיבוכיות החיפוש וההכנסה של כל אחד מהעצים הוא O(log(n)). מאזנים את כל אחד מהעצים הללו בעזרת גלגולים בשיטה שנלמדה בהרצאה, בסיבוכיות O(1).

גם מתעדכן המצביע לשחקן שהבקיע הכי הרבה שערים – גם של המשחק כולו וגם של הקבוצה. פעולה זו דורשת חיפוש בעצים של השחקנים עם מקסימום n שחקנים ובכן בסיבוכיות של O(log(n)).

לכן סך הכל סיבוכיות הזמן הוא: O(log(n)\*6 + log(k)\*2) = O(log(n)+log(k)).

סיבוכיות מקום:

בפעולה הזו אנו מקצים זכרון לעוד שחקן אחד אשר מתווסף ל-4 עצי AVL קיימים של שחקנים (שניים כללים, שניים של הקבוצה של השחקן), וגם במקרה הגרוע מוסיפים את הקבוצה של השחקן לעוד עץ AVL של m\_qualifiedTeams– ולכן סיבוכיות מקום הנוסף לקיים הוא O(5) = O(1). לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**remove\_player-**

בפעולה זו, נסיר את השחקן מגביע העולם כולו.

ראשית, נבדוק את תקינות הקלט, ונחזיר INVALID\_ID אם התקבל מזהה שחקן קטן או שווה ל-0. נחפש את השחקן בעץ כל השחקנים המסודר לפי מזהה שחקן, ונחזיר FAILURE אם השחקן לא קיים. אחרת, ניגש ישירות לקבוצה בה משחק השחקן דרך מצביע אשר הוא member של מחלקת Player, ונסיר אותו מהקבוצה, על ידי הסרתו משני העצים של השחקנים של הקבוצה: אחד המסודר לפי מזהה שחקן, והשני לפי ה-score שלו. בנוסף לכך, אם השחקן היה שוער, נפחית ב-1 את כמות השוערים של הקבוצה, ואת סך השחקנים של הקבוצה. אם כעת הקבוצה כבר אינה כשרה למשחק (מכילה פחות מ-11 שחקנים או שאין בה שוערים) אז נסיר את הקבוצה מעץ הקבוצות הכשרות: m\_qualifiedTeams.

לאחר מכן, נסיר את השחקן משני העצים של שחקני גביע העולםף אחד המסודר לפי מזהה שחקן והשני לפי ה-score שלו. נעדכן את המצביעים של שני השחקנים שהיו הכי קרובים לשחקן שהסרנו מבחינת score, ובכן נעדכן את המצביעים לשחקן עם ה-score הכי הגבוה, גם של כלל גביע העולם וגם של הקבוצה בה השחקן שיחק. נחסיר 1 מספירת כלל שחקני גביע העולם, ובסוף נחזיר SUCCESS.

סיבוכיות הזמן:

בפעולה זו, אנו מחפשים את השחקן בעץ כל השחקנים בסיבוכיות O(log(n)) כאשר n היא סך כל השחקנים במערכת. בנוסף לכך, אנו מסירים את השחקן מארבע עצים שונים: שני העצים של שחקנים המסודרים לפי score: אחד של כלל גביע העולם, השני של הקבוצה של השחקן ושני העצים של שחקנים המסודרים לפי מזהה שחקן. בכל אחד מהעצים יש לכל היותר n שחקנים, ולכן סיבוכיות ההסרה היא O(log(n)) לכל עץ, שכולל חיפוש בעצים ואז גלגולים נדרשים כדי לאזן את העצים. עדכון המצביעים של השחקנים עם ה-score הגבוה ביותר הוא גם בסיבוכיות O(log(n)) לכל מצביע (אחד של כלל גביע העולם, השני של הקבוצה הספציפית).

אנו גם מסירים את הקבוצה מעץ הקבוצות הכשרות, אשר היא מכילה רק את הקבוצות עבורן יש לפחות 11 שחקנים – נסמן מספר זה כ-m. לכן בהכרח כמות הקבוצות (nodes) בעץ הזה הוא קטן ממש מכמות השחקנים במערכת: m < n. הסרת הקבוצה נעשה בסיבוכיות O(log(m)) סך הכל, אשר כולל גם גלגולים שנדרשים כדי לאזן את העץ. לכן פעולות אלו הן בסיבוכיות זמן של O(log(m)) = O(log(n)).

עדכון נתוני הקבוצה וגביע העולם נעשה באופן ישיר למשתנים אשר הם members של Team ושל world\_cup\_t ולכן מוסיפים סיבוכיות זמן של O(1). כמו כן, עדכון השחקנים שהכי קרובים לשחקן מבחינת score הוא בסיבוכיות O(1) משום שהעדכון הוא ישיר דרך המצביעים שהחזיק השחקן.

לכן סך סיבוכיות הזמן הוא: O(log(n))\*7 = O(log(n)).

**update\_player\_stats –**

בפעולה זו, נעדכן את נתוני השחקן.

ראשית נבדוק את הקלט, ונחזיר INVALID\_INPUT אם התקבל מזהה שחקן קטן או שווה ל-0, או שהתקבל נתון אחר שלילי. נחפש את השחקן בעץ כל השחקנים המסודר לפי מזהה שחקן, ונחזיר FAILURE אם השחקן לא קיים. אחרת, ניגש דרך השחקן לקבוצה שבה משחק, באמצעות מצביע לקבוצה אשר קיים באובייקט השחקן. נסיר את השחקן משני העצים של שחקנים המסודרים לפי score של השחקנים: אחד של כלל גביע העולם, והשני של הקבוצה בה השחקן משחק. נעדכן את השחקן לפי הנתונים מהקלט, ואז נחזיר חזרה את השחקן המעודכן לתוך שני העצים של שחקנים המסודרים לפי score של השחקנים: אחד של כלל גביע העולם, והשני של הקבוצה בה השחקן משחק. נעדכן את המצביעים לשחקן עם ה-score הכי גבוה בהתאם לכך. בסוף נעדכן את נתוני הקבוצה: נוסיף את השערים לסך כל השערים שהבקיעו כל שחקני הקבוצה, ונוסיף את כמות הקלפים לסך כל הקלפים של הקבוצה. בסוף נחזיר SUCCESS.

סיבוכיות הזמן:

בפעולה זו, אנו מחפשים את השחקן בעץ כל השחקנים בסיבוכיות O(log(n)) כאשר n היא סך כל השחקנים במערכת. בנוסף לכך, אנו מסירים ואז מכניסים את השחקן לשני העצים של שחקנים המסודר לפי score: אחד של כלל גביע העולם, השני של הקבוצה של השחקן. בכל אחד מהעצים יש לכל היותר n שחקנים, ולכן סיבוכיות ההכנסה וההסרה היא O(log(n)) לכל עץ, שכולל חיפוש בעצים ואז גלגולים נדרשים כדי לאזן את העצים. עדכון המצביעים של השחקנים עם ה-score הגבוה ביותר הוא גם בסיבוכיות O(log(n)) לכל מצביע (אחד של כלל גביע העולם, השני של הקבוצה הספציפית. עדכון נתוני השחקן והקבוצה נעשה באופן ישיר למשתנים אשר הם members של Player ו-Team ולכן מוסיפים סיבוכיות זמן של O(1). לכן סך סיבוכיות הזמן הוא: O(log(n))\*7 = O(log(n)).

סיבוכיות המקום:

בפעולה זו, יוצרים שני מצביעים לקבוצה ולשחקן, 6 מצביעים ל-nodes בעץ, ולכן מתווספת סיבוכיות מקום של O(1) כל אחד. לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**play\_match–**

בפעולה זו, שני שחקנים משחקים אחד מול השני.

ראשית נבדוק את הקלט, ונחזיר INVALID\_INPUT אם אחד ממזהי הקבוצות קטנים או שווים ל-0, או שהתקבלו מזהי קבוצות זהות. נחפש את שתי הקבוצות הללו בעץ m\_qualifiedTeams, אשר מכיל מלכתחילה את הקבוצות שכשרות למשחק – עם לפחות 11 שחקנים ושוער אחד. במקרה שלפחות אחת מהקבוצות לא כשרה או לקיימת, נחזיר FAILURE.

הקבוצה המנצחת בעלת הסכום הגבוה ביותר של: כמות הנקודות + כמות השערים של סך שחקניה – כמות הקלפים של סך שחקניה. הקבוצה המנצחת תזכה בעוד 3 נקודות, ובמקרה של תיקו, שתי הקבוצות יזכו בנקודה אחת. בסוף נחזיר SUCCESS.

סיבוכיות הזמן:

בפעולה זו, אנו מחפשים את שתי הקבוצות בעץ m\_qualifiedTeams, אשר מכיל מקסימום k קבוצות (מתוך סך k הקבוצות בכלל גביע העולם). לכן החיפוש היא בסיבוכיות O(log(k))\*2 = O(log(k)). הגישה לכל אחד מהנתונים של הקבוצות, כמו סך השערים שכל שחקניה הבקיעו היא ישירה דרך משתנים שהם members של מחלקת Team. ולכן גישה זו היא בסיבוכיות O(1) לכל משתנה. לכן סך סיבוכיות הזמן הוא O(log(k)).

סיבוכיות המקום:

בפעולה זו, אנו משתמשים בשלושה משתנים מקומיים מטיפוס int, ושני מצביעים לקבוצות ולכן מוסיף סיבוכיות מקום של O(1) כל אחד. לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**get\_num\_played\_games –**

בפעולה זו, נחזיר את כמות המשחקים שהשחקן שיחק סה"כ.

ראשית נבדוק את הקלט, ונחזיר INVALID\_INPUT אם התקבל מזהה שחקן שלילי. לאחר מכן, נחפש את השחקן בעץ כל השחקנים לפי מזהה שחקן (m\_playersByID). אם לא קיים שחקן כזה, נחזיר FAILURE. אחרת, ניגש דרך השחקן אל הקבוצה שבה הוא משחק (יש באובייקט השחקן מצביע ישירות לקבוצה). נשלוף מהקבוצה את כמות המשחקים שהקבוצה שיחקה סך הכל, ונוסיף את ערך זה לכמות המשחקים שהשחקן שיחק. נחזיר את הסכום שהתקבל.

סיבוכיות הזמן:

בפעולה זו, אנו מחפשים בעץ כל השחקנים בשיטה שנלמדה בהרצאה בסיבוכיות O(log(n)) כאשר n הוא כמות השחקנים בגביע העולם. בנוסף לכך, אנו ניגשים ישירות לקבוצה בה השחקן משחק דרך המצביע בשחקן – בסיבוכיות O(1). לכן סך הכל, סיבוכיות הזמן הוא O(log(n)) + O(1) = O(log(n)).

סיבוכיות המקום:

בפעולה זו, אנו משתמשים במשתנה מקומי נוסף מטיפוס int, ולכן מוסיף זיכרון של O(1). בנוסף, שומרים בצד מצביע לאותו שחקן הנדרש, אשר מוסיף סיבוכיות מקום של O(1). לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**get\_team\_points–**

בפעולה זו, נחזיר את כמות הנקודות השקבוצה צברה סה"כ.

ראשית נבדוק את הקלט, ונחזיר INVALID\_INPUT אם התקבל מזהה קבוצה שלילי. לאחר מכן, נחפש את הקבוצה בעץ כל הקבוצות לפי מזהה קבוצה (m\_teamsByID). אם לא קיימת קבוצה כזו, נחזיר FAILURE. אחרת, נחזיר את כמות הנקודות של אותה קבוצה.

סיבוכיות הזמן:

בפעולה זו, אנו מחפשים בעץ כל הקבוצות בשיטה שנלמדה בהרצאה בסיבוכיות O(log(k)) כאשר k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם. בקבוצה, אנו ניגשים ישירות למשתנה מטיפוס int אשר הוא member של מחלקת Team, ולכן בסיבוכיות הזמן של O(1). לכן סך הכל, סיבוכיות הזמן הוא O(log(k)) + O(1) = O(log(k)).

סיבוכיות המקום:

בפעולה זו, שומרים בצד מצביע לאותה קבוצה הנדרשת, אשר מוסיף סיבוכיות מקום של O(1). לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**unite\_teams –**

בפעולה זו, נאחד בין שתי קבוצות הנתונות לפי מספר ID אל תוך קבוצה חדשה.

ראשית, נבדוק את תקינות הקלט שקיבלנו - נבדוק שהמספרי ID תקינים לפי הגדרת מספרי ID. לאחר מכן, נחפש בעץ של הקבוצות (m\_teamsyID) לבדוק האם קיימת כבר קבוצה עם הID החדש שנתון לנו. אם קיימת קבוצה כזו, והיא לא אחת הקבוצות המתאחדות, פעולה זו לא חוקית ולכן נחזיר FAILURE. לאחר מכן, נבדוק שאכן שתי הקבוצות המתאחדות קיימות במערכת, על ידי חיפוש בעץ AVL שלנו m\_teamsByID. אם אחת הקבוצות לא נמצאות, נחזיר FAILURE.

אחרי בדיקת הקלט, נבנה את הקבוצה החדשה על ידי הconstructor של המחקלה Team. נקרא לפונקציית עזר unite\_teams המאחד את שתי הקבוצות על ידי הפעולות הבאות:

* חישוב הנתונים היבשים של הקבוצה החדשה על פי סכום הנתונים של שתי הקבוצות המתאחדות (numCards, numGames, etc.).
* איחוד של עצי השחקנים playersByID וplayersByScore על ידי הפעולה insert של העץ AVL.
* עדכון הtopScorer על ידי מעבר על העץ playersByScore החדש (search\_and\_return\_max).

לאחר איחוד שתי הקבוצות, נעדכן את הteam של כל שחקן באופן רקורסיבי על ידי מעבר על כל הnodes בעץ.

נסיר את שתי הקבוצות הישנות מהעץ qualifiedTeams (אם הן לא נמצאות, נתפוס את החריגה שנזרקה ונתקדם), ומהעץ teamsByID. את שתי הפועלות, עושים באמצעות remove של העץ AVL.

נכניס את הקבוצה החדשה שבנינו אל תוך העץ teamsByID על ידי פעולת insert של העץ AVL. נבדוק האם הקבוצה החדשה חוקית בשביל לשחק, ואם כן, נוסיף אותה לעץ qualifiedTeams.

סיבוכיות הזמן:

בפעולה זו, אנחנו מתחילים מ3 חיפושים בתוך העץ m\_teamsByID, הנעשו בשטיה הנלמדה בהרצאה, בסיבוכיות זמן של O(logk), כאשר k הוא מספר הקבוצות במערכת. יצירת הקבוצה החדשה וגישה לpoints של שתי הקבוצות הישנות נעשה בO(1). באיחוד של הקבוצות, גישה לנתונים של שתי הקבוצות הישנות וסכומם נעשה בO(1). פעולת הmergeNodes, הנעשה על כל שחקן בשני העצים playersByID וplayersByScore דורש מעבר על כל שחקן בתוך שתי הקבוצות. פעולת הinsert שנעשה על כל שחקן לוקח זמן של O(logn), כאשר n הוא מספר הnodes בעץ. לכן, בסך הכל, פעולת הmergeNodes לוקח זמן של O(log(n1+n2)+n1+n2), כאשר n1 וn2 זה כמות השחקנים בכל אחת משתי הקבוצות המתאחדות. פעולת update\_team\_id דורש מעבר על כל שחקן בעץ באופן רקורסיבי, ולכן בעל סיבוכיות זמן של O(n1+n2). פעולת הremove הנעשה לאחר מכן במקסימום 4 פעמים לוקח זמן של O(logk), כי הוא נעשה לפי השיטה הנלמדה בהרצאה. כמו כן, פעולת הinsert הנעשה במקסימום פעמיים לוקח זמן של O(logk). בדיקת תקינות הקבוצה נעשתה בזמן O(1). לכן בסך הכל, נקבל זמן של:

n1+n2) O(3logk+ log(n1+n2)+n1+n2+ n1+n2+4logk+2logk) = O(logk+

סיבוכיות מקום:

בפעולה זו, אנחנו שומרים שני מצביעים לקבוצות המתאחדות, הלוקחים סיבוכיות מקום של O(1). לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**get\_top\_scorer –**

בפעולה זו, נחזיר את מזהה השחקן עם ה-score הכי גבוה.

ה-score של השחקן נקבע לפי הפרמטרים הבאים: השחקן עם כמות השערים הגבוה ביותר ששחקן הבקיע. במקרה של שוויון, אז השחקן עם כמות הקלפים הנמוך ביותר. במקרה של שוויון, אז השחקן עם מזהה הקבוצה הכי גבוה.

ראשית נבדוק את הקלט, ונחזיר INVALID\_INPUT אם התקבל מזהה קבוצה השווה ל-0. כמו כן, אם אין שחקנים כלל המשתתפים בגביע העולם, נחזיר FAILURE.

* אם התקבל מזהה קבוצה הגדולה מ-0, אז נחפש את הקבוצה בעץ כל הקבוצות לפי מזהה קבוצה (m\_teamsByID). אם לא קיימת קבוצה כזו או אם בקבוצה זו אין שחקנים אז נחזיר FAILURE. אחרת, נחזיר את מזהה השחקן שמשחק בקבוצה זו עם ה-score הכי גבוה מתוך כלל השחקנים במשחקים בקבוצה זו.
* אחרת, התקבל מזהה קבוצה הקטנה מ-0, ולכן נחזיר את מזהה השחקן עם ה-score הכי גבוה מתוך כלל השחקנים בגביע העולם.

סיבוכיות הזמן:

בפעולה זו, במקרה שמזהה הקבוצה גדולה מ-0, אז מחפשים בעץ כל הקבוצות בשיטה שנלמדה בהרצאה בסיבוכיות O(log(k)) כאשר k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם. בקבוצה, ניגשים ישירות למצביע של השחקן עם ה-score הגבוה ביותר בין השחקנים באותה קבוצה, אשר הוא member של מחלקת Team, ולכן בסיבוכיות הזמן של O(1). לכן סך הכל, סיבוכיות הזמן הוא O(log(k)) + O(1) = O(log(k)).

במקרה שמזהה הקבוצה קטנה מ-0, אז ניגש ישירות למצביע לשחקן עם ה-score הגבוה ביותר בגביע העולם, אשר הוא member של מחלקת world\_cup\_t. לכן סיבוכיות הזמן סך הכל הוא O(1).

סיבוכיות המקום:

בפעולה זו, שומרים בצד מצביע לאותה קבוצה הנדרשת, אשר מוסיף סיבוכיות מקום של O(1). לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**get\_all\_players\_count -**

בפעולה זו, נחזיר את מספר השחקנים בקבוצה או בגביע העולם.

ראשית נבדוק את הקלט, ונחזיר INVALID\_INPUT אם התקבל מזהה קבוצה השווה ל-0.

* אם התקבל מזהה קבוצה הגדולה מ-0, אז נחפש את הקבוצה בעץ כל הקבוצות לפי מזהה קבוצה (m\_teamsByID). אם לא קיימת קבוצה כזו אז FAILURE. אחרת, נחזיר כמות השחקנים במשחקים באותה קבוצה.
* אחרת, התקבל מזהה קבוצה הקטנה מ-0, ולכן נחזיר את כמות השחקנים בגביע העולם.

סיבוכיות הזמן:

בפעולה זו, במקרה שמזהה הקבוצה גדולה מ-0, אז מחפשים בעץ כל הקבוצות בשיטה שנלמדה בהרצאה בסיבוכיות O(log(k)) כאשר k הוא כמות הקבוצות בגביע העולם. בקבוצה, ניגשים ישר למשתנה מטיפוס int שמחזיק את כמות השחקנים באותה קבוצה, אשר הוא member של מחלקת Team, ולכן בסיבוכיות הזמן של O(1). לכן סך הכל, סיבוכיות הזמן הוא O(log(k)) + O(1) = O(log(k)).

במקרה שמזהה הקבוצה קטנה מ-0, אז ניגש ישירות למשתנה מטיפוס int שמחזיק את כמות השחקנים בגביע העולם, אשר הוא member של מחלקת world\_cup\_t. לכן סיבוכיות הזמן סך הכל הוא O(1).

סיבוכיות המקום:

בפעולה זו, שומרים בצד מצביע לאותה קבוצה הנדרשת, אשר מוסיף סיבוכיות מקום של O(1). לכן סיבוכיות המקום נשאר O(n+k).

**get\_all\_players -**

**get\_closest\_player -**

**knockout\_winner -**

בפעולה זו, אנחנו מבצעים תחרות פנימית בין כמות קבוצות מסויימת, ונחזיר את מספר הID של המנצח.

קודם כל, נבדוק את תקינות הקלט: נבדוק בO(1) האם המספרי ID שקיבלנו כקלט תקינים. אם לא, נחזיר INVALID\_INPUT. לאחר מכן, נמצא את כמות הקבוצות התקינות שקיימות בטווח הנתון:

* נמצא את הקבוצה עם המספר ID הקטן ביותר בתוך לולאה. זה נעשה באופן דומה לחיפוש בינארי, ולכן לוקח סיבוכיות זמן של O(logm), כאשר m ≤ k, m < n כייון שלכל קבוצה תקינה m יש לפחות 11 שחקנים.
* ספירת הקבוצות הקיימות בטווח החל מהקבוצה הראשונה שנמצאה. פעולה זו דורש מעבר על כל קבוצה בנפרד, ולכן לוקח זמן של O(r), כאשר r הוא מספר הקבוצות בטווח.

אם לא נמצאה אף קבוצה שמתאימה לשחק, נחזיר FAILURE.

נקצה מערך בגודל המתאים ונכניס אליו עותק חלקי של כל קבוצה:

* נמצא את הקבוצה הראשונה התקינה בטווח כמו קודם: O(logm)
* נכניס עותק חלקי (עם הנתונים בלבד וללא השחקנים) של כל קבוצה אל תוך המערך שבנינו. זה דורש מעבר על כל קבוצה בטווח ולכן לוקח זמן של O(r).

נבצע את רצף המשחקים באופן רקורסיבי על המערך שבנינו:

* נעבור על המערך ונחלק את הקבוצות לזוגות – זמן של O(r/2)
* נקרא באופן רקורסיבי לפונקציה שוב עד שכל המערך חולק לזוגות
* כל זוג קבוצות משחק משחק – חישוב המנצח נעשה בO(1)
* הקבוצה המפסידה מתאחדת עם המנצחת. פעולה זו דורשת חישוב של כל הנתונים היבשים של שתי הקבוצות וקורה ללא מעבר פיזי של שחקנים. המיקום של הבקוצה הנפסלת במערך מסומן במינוס. לכן פעולה זו לוקחת זמן של O(1).
* חוזרים על תהליך זה עד שנשארה קבוצה בודדת במערך – במקסימום r/2 פעמים

לכן, בסך הכל, פעולה זו לקוחת זמן של O(r/2+r/2) = O(r)

לבוסף, מחזירים את ID של הקבוצה המנצחת.

לכן, בסך הכל, פונקציה זו לוקחת זמן של:

O(logm + logm + r + r + r) = O(logm + r)

כאשר m הוא מספר הקבוצות התקינות במערכת. עקב זאת, לכל קבוצה כזו יש לפחות 11 שחקנים, ולכן m < n, כאשר n הוא מספר השחקנים במערכת. בנוסף, מספר הקבוצות התקינות במערכת תמיד יהיה קטן או שווה לסך הכל קבוצות במערכת ולכן: m ≤ k. אם יש פחות שחקנים מאשר קבוצות, m יהיה קטן ממש ממספר השחקנים עדיין. להפך, אם יהיו פחות קבוצות מאשר שחקנים, m יהי קטן ממש מכמות הקבוצות. לכן:

לכן בסך הכל, נקבל כי פונקציה זו לוקחת זמן של: O(log(min{k,n}) + r).