Universidad de los Andes
Facultad de Economía

Economía Urbana
ECON 4683
Ignacio Sarmiento-Barbieri
2023-2

Taller 2: Modelo Monocéntrico

Entrega: Viernes 8 de Septiembre, 6p.m. Bloque Neón

Cuando escriba sus respuestas, tenga como objetivo (1) ser correctos y (2) convencer al lector de que su respuesta es correcta. Para ello es importante que su trabajo sea legible y si se presenten todos los pasos con al menos una línea de explicación. Las respuestas que no alcancen estos objetivos no recibirán crédito completo.

1 Ejercicio 1

En este ejercicio trabajaremos sobre un ejemplo del modelo monocéntrico. Asumamos que tenemos una ciudad lineal y abierta. Supongamos que $w = 3$, $l = 1$, $p_z = 1$, $\bar{R} = 0.5$, $\bar{u} = u_o$, y $A = 1$. Supongamos además que $u(z) = ln(z - 1)$.

1. Escriba el problema del hogar. Suponga que estamos en un equilibrio espacial, es decir, todos están optimizando y nadie quiere mudarse. LLamemos al consumo de equilibrio z^*. Encuentre $U(Az^*)$.
2. Encuentre z^*.
3. Utilizando la restricción del problema del problema del hogar, encuentre una expresión para x en términos de w, z^*, R, l y t.
4. Usando el supuesto que hay una unidad de tierra en cada x derive la expresión para N^* en términos de $\bar{x}$ y de $\bar{l}$.
5. Use la restricción presupuestaria del hogar en equilibrio y el tamaño en equilibrio de la ciudad para obtener el gradiente de renta de equilibrio $R^*(x)$.
6. Tomando derivadas de las expresiones para $\bar{x}$, N^*, y $R^*(x)$ con respecto a t. Como cambian el tamaño de la ciudad, la población, el gradiente de renta de equilibrio cuando aumentan los costos de transporte? Provea intuición del mismo.
7. Asuma que los costos de transporte aumentan de $t_0 = 1$ a $t_1 = 2$. Cuál es el límite de la ciudad ahora? Cual es $R^*(0)$? Usando estos tres puntos haga una gráfica de como cambia el gradiente cuando t aumenta. Etiquete en su gráfica $R^*(0)$, $\bar{R}$, y $\bar{x}$.
8. Como cambia la renta total de la tierra dentro de los límites de la ciudad si pasamos de $t_0 = 1$ a $t_1 = 2$?

Economía Urbana
ECON 4683
Ignacio Sarmiento-Barbieri
2023-2

2 Ejercicio 2

En este ejercicio analizaremos los impuestos a las propiedades en el modelo monocéntrico.

1. Asumamos que tenemos una ciudad lineal y abierta. Tenemos además impuestos a la propiedad τ_0. $R_0(x)$ es el gradiente de renta de esta ciudad. Plantee el problema del hogar.
2. Asuma que los impuestos aumentan de τ_0 a τ_1, donde $1 + \tau_1 = (1.10)(1 + \tau_0)$. Plantee el problema del hogar con este nuevo impuesto.
3. Utilizando lo que sabe sobre z^* en una equilibrio de ciudad abierta, encuentre $R_1(x)$ en términos de $R_0(x)$. Como cambia R^* cuando el impuesto a la propiedad aumenta?
4. Suponga ahora que los arrendatarios (landlords) son los responsables de pagar el impuesto a la propiedad. ¿Qué sugiere esto sobre la relación entre lo que los arrendatarios pagan y los impuestos a la propiedad?

3 Ejercicio 3

Supongamos que tiene un modelo monocéntrico con vivienda y ciudad abierta donde la utilidad de reserva es $\bar{u} = 3$. Asumamos también que la vivienda se produce en un mercado perfectamente competitivo.

Los hogares consumen un bien numerario z, con precio $p_z = 1$ y vivienda h con precio p. Tienen una función de utilidad de la forma $U(z, h) = z^{0.5}h^{0.5}$ y costos de transporte τ.

1. Encuentre el gradiente de precios de vivienda p^* y el consumo de los bienes en equilibrio z^* y h^*.
2. Suponga que el productor produce vivienda con la tecnología $H_s(S) = S^{\frac{2}{3}}$, donde S es el ratio de capital a tierra (k/l), y que la tasa de interés es $i = \frac{1}{33}$. Encuentre la oferta de vivienda, H_s^*, en términos del precio de la vivienda, p^*.
3. Encuentre la expresión de la densidad poblacional, $\frac{H_s^*}{h^*}$, en términos de los parámetros
4. Encuentre la densidad población en $x = 1$ y en $x = 2$. Compare que sucede con la densidad cuando los costos de transporte pasan de $\tau = 1$ a $\tau = 0.5$. ¿Qué sugieren estos cambios sobre la densidad en el centro de la ciudad cuando caen los costos de transporte?

4 Ejercicio 4

En este problema, examinaremos algunos gradientes en la práctica. Usando los datos provistos de Bogotá y Medellín y los datos del Censo Nacional de Población de 2018 para Colombia.

1. Para cada ciudad presente estadísticas descriptivas básicas de las propiedades, sus características a partir de los datos provistos, y sobre la densidad poblacional por manzana censal de los datos del Censo.

2. Para cada ciudad presente mapas que muestren:

   (a) La proporción de propiedades ofertadas para venta y para arriendo por manzana censal y el identificador del centro de la ciudad.

   (b) La densidad poblacional por manzana censal y el identificador del centro de la ciudad.

3. Estime y grafique los gradientes de:

   (a) Precios por metro cuadrado de venta y arriendo.

   (b) Densidad (a partir de los datos censales)

   Para este punto:

   - Tome como centro de Bogotá al centroide del Centro Internacional y para Medellín la Plaza Botero.
   - Tenga en cuenta de justificar la forma funcional (Tip: use Box-Cox).
   - Cuando presente las gráficas del gradientes estimados incluya los intervalos de confianza.
   - Provea una explicación breve (a partir de lo que estudiamos hasta el momento) de los resultados observados, y sobre las similitudes y diferencias entre las ciudades.

5 Ejercicio 5

En este ejercicio examinaremos los cambios en los gradientes de precios y arriendo de Gupta et al. (2021), disponible en las lecturas de Bloque Neón.

1. Previo a la pandemia, el gradiente de arriendos estaba descrito por:

$$\ln R_0(x) = 7.6 - 0.04ln(x+1) \tag{1}$$

   donde x es la distancia al centro de la ciudad. Esto se muestra en el panel A de la Figura 3 de Gupta et al. (2021). Durante la pandemia el gradiente de arriendos cambio a:

$$\ln R_1(x) = 7.5 - 0.004ln(x+1) \tag{2}$$

   (a) ¿Cuánto es el arriendo mensual en $x = 0$, antes y durante la pandemia?

(b) ¿Cuál es el cambio porcentual en los arriendos en $x = 0$?

2. En el panel B, el gradiente de precios estaba descrito por:

$$\ln P_0(x) = 13.2 - 0.127ln(x + 1) \tag{3}$$

Durante la pandemia, el gradiente cambió a:

$$\ln P_1(x) = 13.15 - 0.115ln(x + 1) \tag{4}$$

(a) ¿Cuánto es el precio de las propiedades mensual en $x = 0$, antes y durante la pandemia?

(b) ¿Cuál es el cambio porcentual en los precios en $x = 0$?

3. Suponga que los cambios en los arriendo inducidos por la pandemia son permanentes. Utilice los resultados del primer inciso, para encontrar el precio implícito de las propiedades arrendadas en $x = 0$ antes y después de la pandemia usando una tasa del 3%.

(a) ¿Cuál es el cambio porcentual en estos precios implícitos?

(b) Compare estos resultados a los obtenidos en el segundo inciso. ¿Cuál es más grande? Porqué cree que surgen estas diferencias? ¿Qué sugiere estos resultados sobre las expectativas que tenía la gente de cuanto iba a durar la pandemia?