به نام خدا

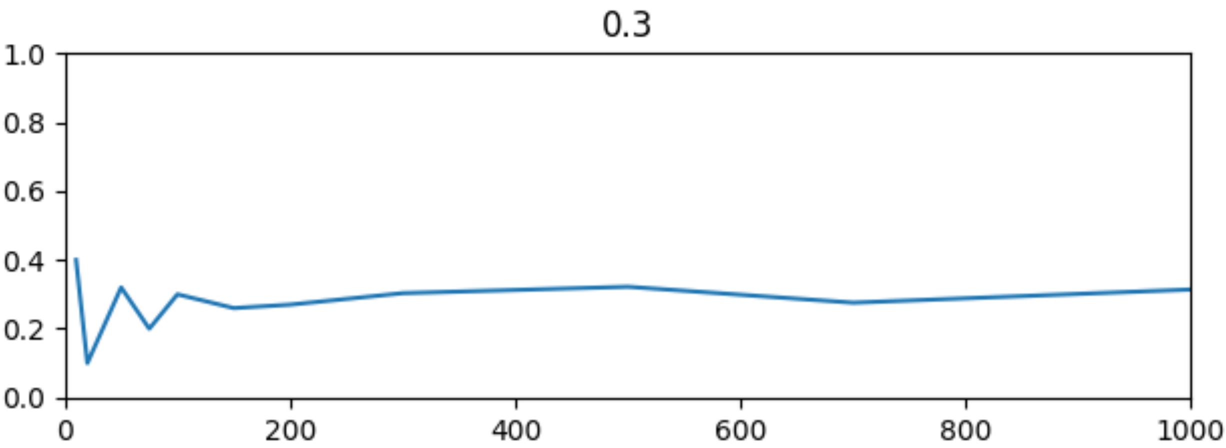
گزارش تمرین برنامه نویسی اول یادگیری آماری

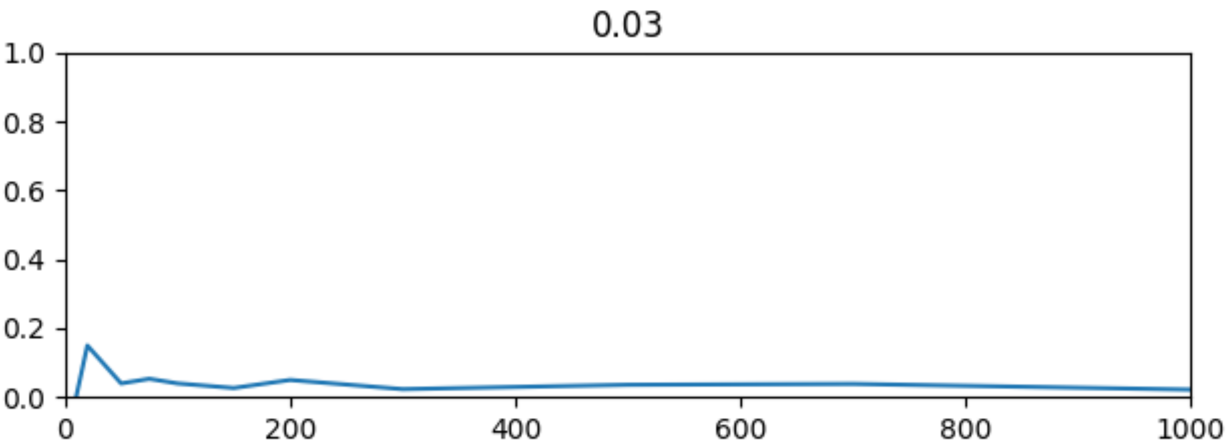
سیدمصطفی احمدی

پاییز ۹۸

پاسخ سوال اول

همانطور که صورت سوال گفته، سکه را ۱۰۰۰ بار انداختیم و با دو احتمال مختلف بررسی کردیم که درصد head های نهایی نسبت به کل پرتاب ها چقدر میشود. مشاهده میشود که در پرتاب های زیاد، در نهایت درصدش به p اصلی میل میکند.





پاسخ سوال دوم

در این سوال، آزمایشِ {۱۰،۱۰۰،۱۰۰۰} بار انداختن سکه را هزار بار انجام میدهیم تا نتایج حاصل از احتمال، نزدیک به اعداد واقعی احتمال شوند.
نتایج برای n مساوی تعداد دفعاتی که در یک آزمایش سکه را پرتاب میکنیم و p مساوی احتمال شیر آمدن در یک پرتاب به این صورت خواهد بود:

```
n =  10          n * p =  3.0          average of heads =  2.981
n =  100         n * p =  30.0         average of heads =  30.091
n =  1000        n * p =  300.0        average of heads =  299.863
```

پاسخ سوال سوم

ابتدا در این حالت، تعداد پرتاب ها را مساوی با 1000 قرار میدهیم و به همان تعداد تاس را پرتاب میکنیم(عدد تصادفی از ۰ تا ۵ میسازیم) سپس احتمال رخداد هر پیشامد را با توجه به این تعداد پرتاب بدست می‌آوریم. بدین ترتیب که تعداد رخداد پیشامد را تقسیم بر تعداد کل پرتاب‌ها میکنیم. از لحاظ تئوری:

P(A) = 0.5
P(B) = 0.6666
P(A,B) = 0.3333

با توجه به شبیه سازی نتایج به صورت زیر است:

```
P(AB) = 0.346    ,P(A) = 0.526    ,P(B) = 0.689    ,P(A) * P(B) = 0.362414
```

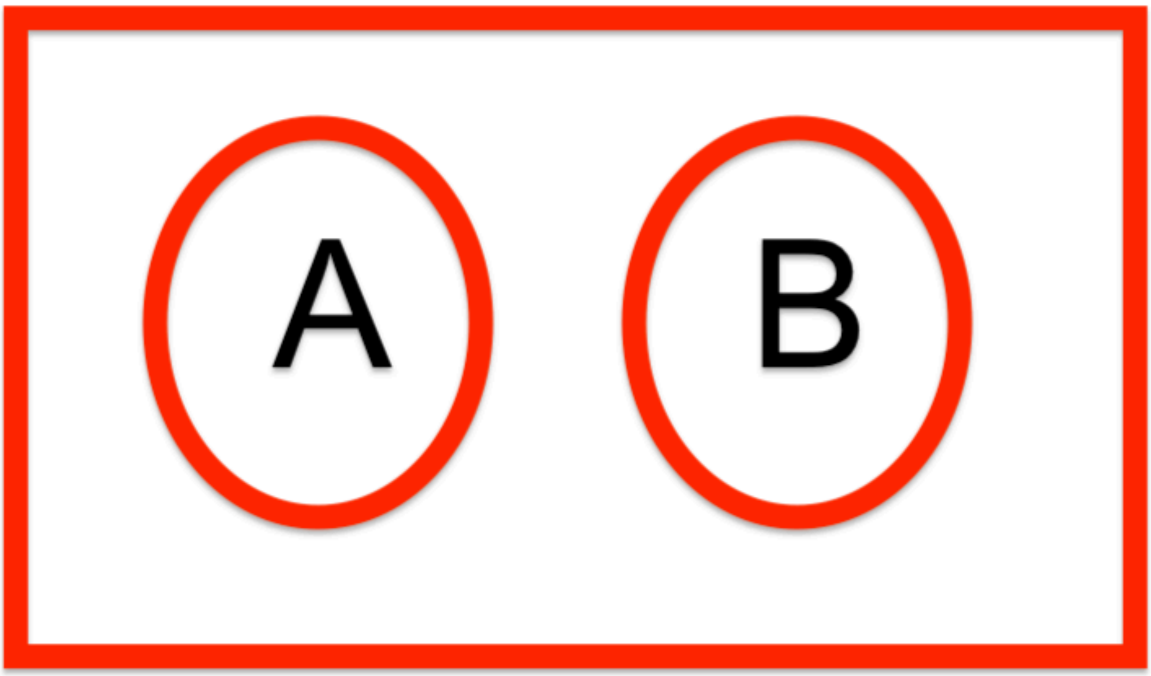
برای قسمت بعدی دو پیشامد را به صورت زیر تعریف میکنیم: پیشامد {1,2,3} = A و {4,5} = B را در نظرگرفته و احتمالات زیر را حساب میکنیم. از لحاظ تئوری:

P(A) = 0.5
P(B) = 0.3333
P(A, B) = 0

اما نتایج حاصله به این صورت اند:

```
P(AB) = 0        ,P(A) = 0.511    ,P(B) = 0.322    ,P(A) * P(B) = 0.164542
```

نمودار ون در حالت disjoint به این صورت است:



سیدمصطفی احمدی
۹۴۳۱۰۵۳

پاسخ سوال چهارم

نتایج حاصله به این صورت است:

```
winning probability with no change: 0.354
winning probability with change: 0.671
```

که تقریبا مشهود است در صورت تغییر گزینه شانس ما نزدیک به 2/3 است و در صورت عدم تغییر، شانس نزدیک به 1/3 خواهد بود.
به آن دلیل است که انتخاب ما برای وقتی بود که شانس درست بودن در انتخابی یک سوم بوده است، ولی وقتی بعد از حذف گزینه تغییر میدهیم، شانس درست بودنش پس از حذف یک گزینه یک دوم خواهد بود.

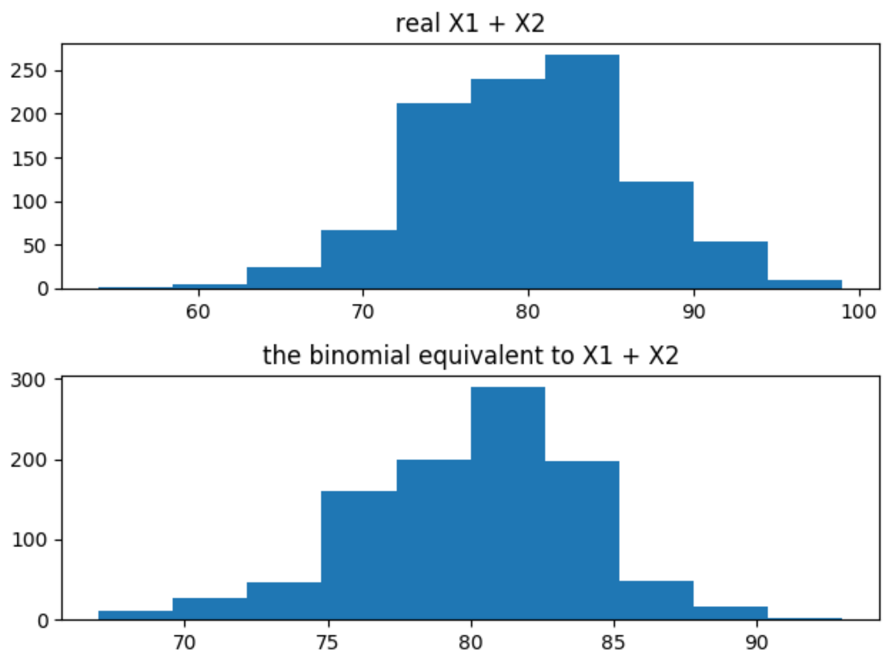
پاسخ سوال پنجم

نتایج حاصل از شبیه سازی به این صورت خواهد بود: (بندهای سوال به ترتیب در زیر پاسخ داده شده اند)

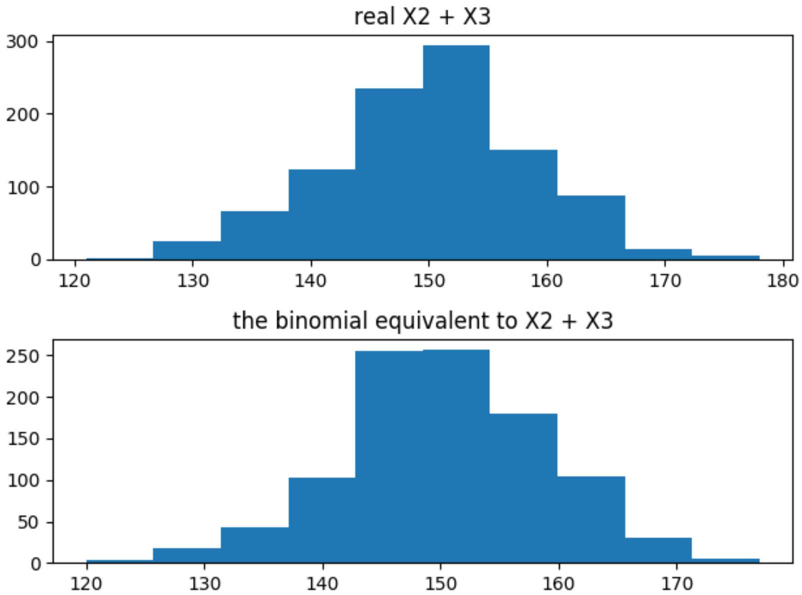
```
P(x < 7):  0.842
P(x > -2):  0.8945
{x; P(X > x) = 0.05 } : {9.607152767278158}
P(-2 <= x <= 2):  0.297
P(0 <= x <= 4):  0.374
{x; P(|X| > |x|) = 0.05} : {9.628456127075026}
```

پاسخ سوال ششم

در بخش تئوری درس آموختیم که در حالت اول (X1 + X2) احتمال ها جمع میشوند و در حالت دوم نیز (X2 + X3) تعداد دفعات آزمون تغییر خواهد کرد. حال میخواهیم ببینیم که آیا نتایج حاصل از داده های عملی هم چنین هستند یا خیر.
برای حالت اول خواهیم داشت:



برای حالت دوم نیز خواهیم داشت:

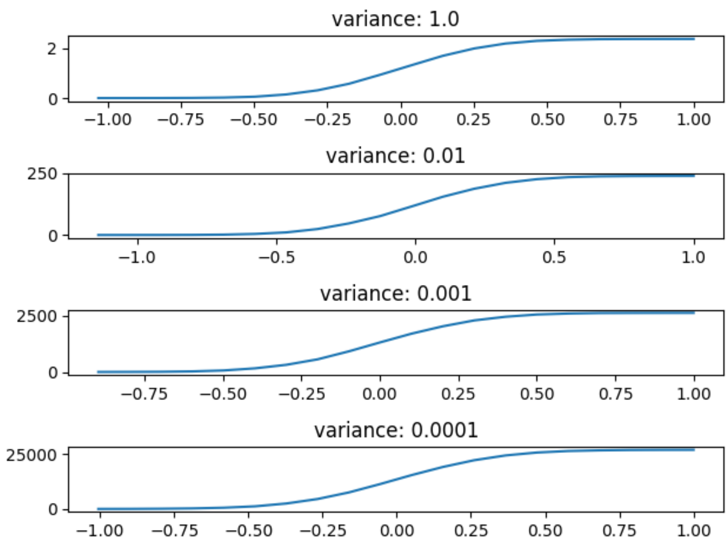


که نشان میدهد تئوری در عمل نیز درست است.
میانگین ها هم به این صورت خواهند بود:

```
average of real X1 + X2: 79.897
average of real X2 + X3: 150.033
```

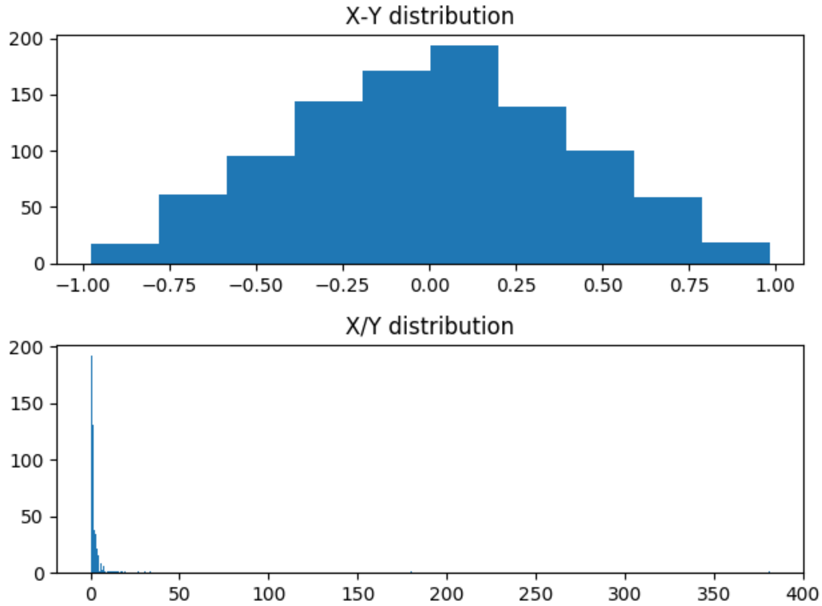
پاسخ سوال هفتم

همانطور که مشاهده میشود این تابع به سمت تابع پله میل میکند(به محور عمودی توجه کنید).
و یعنی تابع جرم احتمالش به سمت point mass میل میکند.



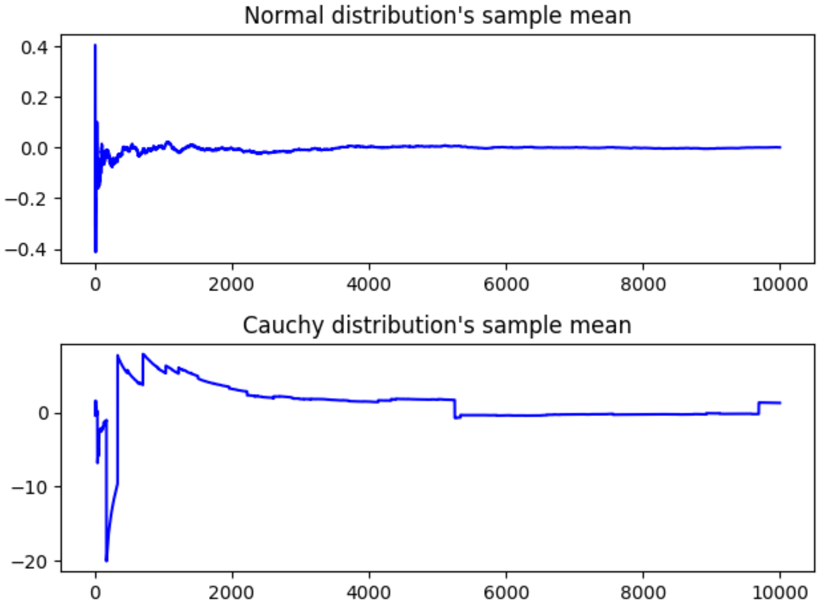
پاسخ سوال هشتم

توزیع های X و Y را با تعداد ۱۰۰۰ نمونه شبیه سازی کردیم، سپس نتایج به این صورت بودند:



پاسخ سوال نهم

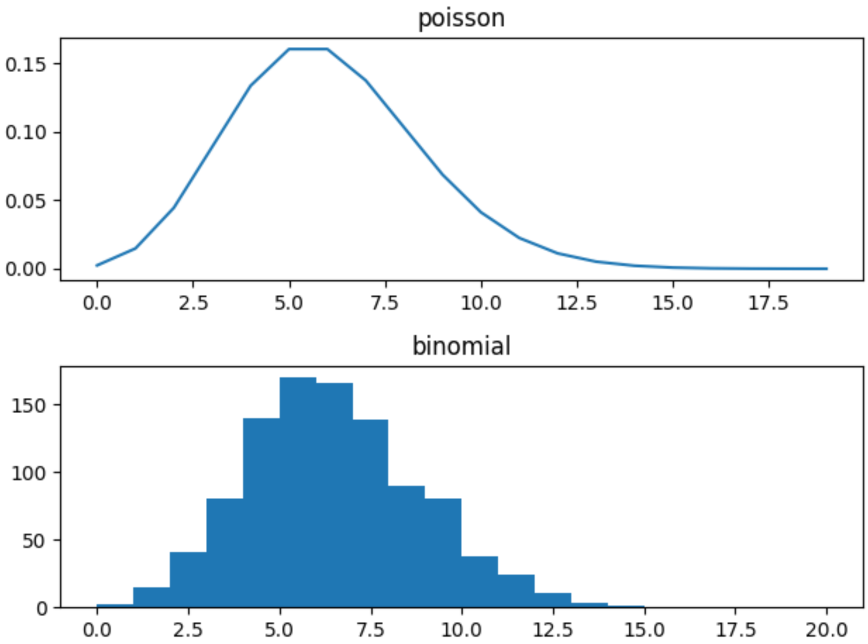
ابتدا برای توزیع نرمال این فرایند را انجام میدهیم و سپس برای توزیع کوشی:



همانطور که مشاهده میشود قضیه حدمرکزی برای توزیع کوشی عمل نمیکند. دلیل این موضوع این است که برای توزیع کوشی میانگین و واریانس تعریف نشده است.

پاسخ سوال دهم

فرآیند را برای دو توزیع گفته شده انجام میدهیم:



میتوان مشاهده کرد که توزیع poisson شبیه توزیع bionomial است وقتی p بسیار کوچک و n بسیار بزرگ باشد.
برای میانگین ها نیز خواهیم داشت:

```
binomial average:  5.985
poisson average:  5.99992549837513
```

که مشاهده میشود با چه دقتی نزدیک به هم هستند!

پاسخ سوال یازدهم

مشاهده میشود که چقدر نزدیک به مقداری است که برای ساختن توزیع استفاده کرده بودیم!

```
covariance is:
 [[0.95821786 0.46852341]
 [0.46852341 0.31635727]]
average is: 0.008510878541401395
```

پاسخ سوال دوازدهم

به ازای آزمایش کتاب، به ازای n=100 و p=0.3 و $\varepsilon = 0$ توزیع را شبیه‌سازی میکنیم.
در حالتی که فقط 1000 بار ایکس‌بار را تولید کردیم، هیچ کدام از آنها خارج از بازه نیفتاده بودند. در نتیجه احتمال صفر شد.
حال ما تعداد اجرا را به 100000 افزایش دادیم. در این حالت، احتمال به صورت زیر درآمد:

P = 1 * e ^ (-5)

نامساوی های کتاب به این صورت اند:

P <= 0.0625
P <= 2*e^(−8) = 0.00067

که از نامساوی های کتاب کوچکترند.
برای بار دوم نیز عدد به دست آمده در نامساوی صدق میکند.(P = 4 * e ^ (-5))
خروجی به این شرح بود:

```
for p: 0.3
counter: 1
percent of whole iterations 1e-05

for p: 0.5
counter: 4
percent of whole iterations 4e-05
```