

2.5 Der Flächeninhalt eines Kreisabschnitts ergibt sich aus $A = \frac{r^2}{2} (\alpha - \sin \alpha)$ für α im Bogenmaß. Wie groß ist der maximale Fehler von A, wenn $r = 8.2 \pm 0.05$ cm und $\alpha = 126 \pm 1^\circ$ gemessen wurden?

$$f(r, \alpha) = \frac{r^2}{2} (\alpha - \sin \alpha) \quad \alpha_{\text{RAD}} = \frac{\alpha_{\text{DEG}}}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{1^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{1}{180} \pi = 0,0175$$

$$f_r(r, \alpha) = 2r \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha - \sin \alpha) = \frac{2r}{2} (\alpha - \sin \alpha) = r (\alpha - \sin \alpha)$$

$$f_\alpha(r, \alpha) = \frac{r^2}{2} \cdot (1 - \cos(\alpha))$$

$$P(8,2 | 126) \rightarrow P(8,2 \pm 0,05 | 126 \pm 1^\circ)$$

ideal

$$\begin{aligned} df &= f_r(8,2 | 126) \cdot dx + f_\alpha(8,2 | 126) \cdot dy \\ &= 8,2 \left(\frac{126\pi}{180} - \sin(126) \right) \cdot 0,05 + \frac{8,2^2}{2} \cdot (1 - \cos(\alpha)) \cdot 0,0175 \\ &= 14,468 \cdot 0,05 + 1,88 \cdot 0,0175 \\ &= 0,723 + 0,033 = \frac{189}{250} = 0,756 \end{aligned}$$

$$df = 0,756$$