

#### 2.4 Bestimmen Sie die Gleichung der Tangentialebene für die Funktion

$$f(x, y) = x^2 + y^2.$$

In welchem Punkt ist die Tangentialebene parallel zur Ebene  $-2x - 2y + z = -2$ ?

Plotten Sie zur Kontrolle die Funktion und die beiden Ebenen mit *Python*.

Anleitung: Parallel bedeutet, dass Ebene und Tangentialebene den gleichen Normalvektor haben.

$$E: -2x - 2y + z = -2$$

$$f(x, y) = x^2 + y^2$$

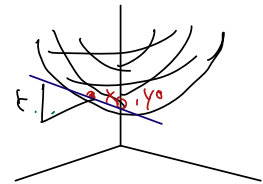
$$f_x(x, y) = 2x$$

$$f_y(x, y) = 2y$$

$$f_x(x_0, y_0) = 2x_0$$

$$f_y(x_0, y_0) = 2y_0$$

$$z_0 = x_0^2 + y_0^2$$



$$z = \underbrace{f_x(x_0, y_0)}_{k_x} \cdot (x - x_0) + \underbrace{f_y(x_0, y_0)}_{k_y} \cdot (y - y_0) + z_0$$

$$\begin{aligned} z &= 2x_0(x - x_0) + 2y_0(y - y_0) + x_0^2 + y_0^2 \\ &= 2x_0x - 2x_0^2 + 2y_0y - 2y_0^2 + x_0^2 + y_0^2 \end{aligned}$$

$$2x_0x + 2y_0y - z = x_0^2 + y_0^2$$

$$\begin{aligned} E: -2x - 2y + z &= -2 \quad | \cdot (-1) \\ 2x + 2y - z &= 2 \end{aligned}$$

$$\vec{n}_T = \begin{pmatrix} 2x_0 \\ 2y_0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_E = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Voraussetzung:

$$\vec{n}_T = \vec{n}_E \quad \rightarrow \quad 2x_0 = 2 \rightarrow x_0 = 1, \quad 2y_0 = 2 \rightarrow y_0 = 1$$

$$z_0 = x_0^2 + y_0^2 = 2$$

$$P(1|1|2) \text{ ist } T \parallel E$$