

2.5 Der Flächeninhalt eines Kreisabschnitts ergibt sich aus $A = \frac{r^2}{2} (\alpha - \sin \alpha)$ für α im Bogenmaß. Wie groß ist der maximale Fehler von A, wenn $r = 8.2 \pm 0.05$ cm und $\alpha = 126 \pm 1^\circ$ gemessen wurden?

$$f(r, \alpha) = \frac{r^2}{2} (\alpha - \sin \alpha)$$

$$1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{1^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi = \frac{1}{180} \pi = 0,0175$$

$$\alpha = \frac{126 \cdot 2\pi}{360} = 2,199$$

$$f_r(r, \alpha) = 2r \cdot \frac{1}{2} \cdot (\alpha - \sin \alpha) = r (\alpha - \sin \alpha)$$

$$f_\alpha(r, \alpha) = \frac{r^2}{2} \cdot (1 - \cos \alpha)$$

$$P(8,2 | 2,199) \rightarrow P_r(8,2 \pm 0,05 | 2,199 \pm 0,0175)$$

ideal

$$dA = f_r(8,2 | 2,199) \cdot dx + f_\alpha(8,2 | 2,199) \cdot d\alpha$$

$$= 8,2 \cdot (0,0175 \cdot \sin(\alpha)) \cdot 0,05 + \frac{8,2^2}{2} \cdot (1 - \cos(\alpha)) \cdot 0,0175$$

$$= 8,2 \cdot (1,779) \cdot 0,05 + \frac{8,2^2}{2} \cdot (1,588) \cdot 0,0175$$

$$= 0,729 + 0,934$$

$$dA = 1,663$$