



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет информатики и прикладной математики

Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

на тему:

**«Решение СЛАУ методом простых итераций (последовательных
приближений) (1.2.1г-1)»**

Направление: 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Обучающийся: Попова Софья Ивановна

Группа: ПМ-1901

Подпись: _____

Проверил: Хазанов Владимир Борисович

Должность: Профессор

Оценка: _____

Дата: _____

Подпись: _____

Санкт-Петербург
2021

Оглавление

Необходимые формулы	3
Исходные данные	4
Программа:	5
Выходные данные:	6
Оценка точности полученного результата:.....	7
Вывод	7

Необходимые формулы

Решение СЛАУ $Ax = f$

2) Способы подготовки системы

Итерационная формула $\mathbf{x}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{A})\mathbf{x}_k + \mathbf{H}\mathbf{f} = \mathbf{B}\mathbf{x}_k + \mathbf{g}$, $\mathbf{B} = \mathbf{I} - \mathbf{H}\mathbf{A}$, $\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}$

1. $\mathbf{H} = \alpha \mathbf{I}$, $\mathbf{B} = \mathbf{I} - \alpha \mathbf{A}$, $\mathbf{g} = \alpha \mathbf{f} \Leftarrow \min_{\alpha} \max_i |1 - \alpha \lambda_i|$, $\lambda_i = \lambda_i(\mathbf{A}) \in [m, M]$, $\alpha = \frac{2}{m + M}$

$$(\mathbf{A} > 0, \|\mathbf{A}\| < \rho, \alpha = \frac{2}{\rho})$$

Вектор невязки: $r = f - Ax$

Исходные данные

```
A = {{1.00, 0.42, 0.54, 0.66}, {0.42, 1.00, 0.32, 0.44}, {0.54, 0.32, 1.00, 0.22},  
      {0.66, 0.44, 0.22, 1.00}} // MatrixForm
```

матричная форма

```
f = {{0.3}, {0.5}, {0.7}, {0.9}} // MatrixForm
```

матричная форма

$$\begin{pmatrix} 1. & 0.42 & 0.54 & 0.66 \\ 0.42 & 1. & 0.32 & 0.44 \\ 0.54 & 0.32 & 1. & 0.22 \\ 0.66 & 0.44 & 0.22 & 1. \end{pmatrix}$$
$$\begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 0.9 \end{pmatrix}$$

Рисунок 1 – исходные данные

Программа:

```
Clear[MetodPI];  
|очистить  
MetodPI[A_ , f_ , k_] := Module[{x, i1, i = Abs@Eigenvalues[A]}, x = ConstantArray[0, Length[A]];  
|программный модуль |аб... |собственные числа |постоянный массив |длина  
  i1 = (Max[i] + Min[i]) / 2;  
|максимум |минимум  
  Do[If[i[[p]] ≥ 1, A = i1 * A; f = i1 * f; Break[]], {p, Length@A}];  
|... |условный оператор |прервать цикл |длина  
  Do[Do[x[[j]] = (f[[j, 1]] - Sum[A[[j, i]] * x[[i]], {i, Length[A]}) + A[[j, j]] * x[[j]]) / A[[j, j]], {j, 4}],  
|... |оператор цикла |сумма |длина  
  {u, k}];  
x // MatrixForm  
|матричная форма
```

Рисунок 2 – реализация

Выходные данные:

MetodPI[A, f, 10]

$$\begin{pmatrix} -1.25283 \\ 0.0458626 \\ 1.03741 \\ 1.47846 \end{pmatrix}$$

```
Grid[{{"A", , "x", , "f"}, {MatrixForm@A, "*", MatrixForm@MetodPI[A, f, 10], "=", MatrixForm@f}, {"", "", "", "", ""},  
|таблица |матричная форма |матричная форма |матричная форма  
{"Количество итераций", "", "Приближение", "", ""}, {"10", "", "10-3", "", ""}]
```

$$\begin{matrix} & \text{A} & & \text{x} & & \text{f} \\ \begin{pmatrix} 1. & 0.42 & 0.54 & 0.66 \\ 0.42 & 1. & 0.32 & 0.44 \\ 0.54 & 0.32 & 1. & 0.22 \\ 0.66 & 0.44 & 0.22 & 1. \end{pmatrix} & * & \begin{pmatrix} -1.25283 \\ 0.0458626 \\ 1.03741 \\ 1.47846 \end{pmatrix} & = & \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.5 \\ 0.7 \\ 0.9 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

Количество итераций
10

Приближение
 10^{-3}

Рисунок 3 – решение функцией MetodPI при 10 итерациях

```
LinearSolve[A, f] // MatrixForm  
|решить линейные уравн... |матричная форма
```

$$\begin{pmatrix} -1.25779 \\ 0.0434873 \\ 1.03917 \\ 1.48239 \end{pmatrix}$$

Рисунок 5 – решение встроенной функции LinearSolve

Полученный результат совпадает с встроенной функцией Wolfram
Mathematica LinearSolve[A,f].

Оценка точности полученного результата:

x = MetodPI[A, f, 10]

$\{-1.25283, 0.0458626, 1.03741, 1.47846\}$

f - A.x

$\{\{-0.00241692\}, \{-0.0021663\}, \{-0.000816035\}, \{0.\}\}$

Рисунок 7 – вектор невязки на 10 итерации