МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет информатики и прикладной математики

Кафедра прикладной математики и экономико-математических методов

ЗАДАНИЕ

на тему:

«Решение СЛАУ прямым методом»

метод:

«Метод квадратных корней -1.1.3а»

Направление (специальность)_________________01.03.02_________________
(код, наименование)

Направленность (специализация)______ ___________________________________

Обучающийся____________Попова Софья Ивановна_________________
(Ф.И.О. полностью)

Группа___ПМ-1901___
(номер группы)

Проверил__________ Хазанов Владимир Борисович__________________
(*Ф.И.О. преподавателя)*

Должность_________________профессор___________________________ _

Оценка ________________________ Дата: _________________

Подпись: ________________

Санкт-Петербург
2021

1.1.3. Метод квадратных корней (метод Холецкого - Холесского) **1.5**

$$\mathbf{A}>0 \;\Rightarrow\; \mathbf{A}=\mathbf{L}\mathbf{L}^T \;\Rightarrow\; (\mathbf{L}\mathbf{L}^T)\mathbf{x}=\mathbf{f} \;\Rightarrow\; \left[\begin{array}{l}\mathbf{L}\mathbf{g}=\mathbf{f}\\ \mathbf{L}^T\mathbf{x}=\mathbf{g}\end{array}\right.$$

а) Схема единственного деления $a_{11}>0,\; \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\end{vmatrix}>0,\;\ldots,\;|\mathbf{A}|>0$

Прямой ход	$l_{11}=\sqrt{a_{11}}$, $\mathbf{L}_{*1}=l_{11}^{-1}\mathbf{A}_{*1}$, $l_{kk}=\sqrt{a_{kk}-\sum_{i=1}^{k-1}l_{ki}^2}$, $\mathbf{L}_{*k}=l_{kk}^{-1}(\mathbf{A}_{*k}-\sum_{i=1}^{k-1}\mathbf{L}_{*i}l_{ki})$, $k=2,\ldots,n$	$g_1=l_{11}^{-1}f_1$, $g_k=l_{kk}^{-1}(f_k-\sum_{i=1}^{k-1}l_{ki}g_i)$, $k=2,\ldots,n$
Обратный ход		$x_n=l_{11}^{-1}g_n$, $x_k=l_{kk}^{-1}(g_k-\sum_{j=k+1}^{n}l_{ik}x_j)$, $k=n-1,\ldots,1$

1.2 Математическое описание алгоритма

Исходные данные: положительно определённая симметрическая матрица A (элементы a_{ij}).

Вычисляемые данные: нижняя треугольная матрица L (элементы l_{ij}).

Формулы метода:

$$l_{11}=\sqrt{a_{11}},$$
$$l_{j1}=\frac{a_{j1}}{l_{11}},\quad j\in[2,n],$$
$$l_{ii}=\sqrt{a_{ii}-\sum_{p=1}^{i-1}l_{ip}^2},\quad i\in[2,n],$$
$$l_{ji}=\left(a_{ji}-\sum_{p=1}^{i-1}l_{ip}l_{jp}\right)/l_{ii},\quad i\in[2,n-1],j\in[i+1,n].$$

Существует также блочная версия метода, однако в данном описании разобран только точечный метод.

Исходные данные :

№	
6	$\mathbf{f}=\begin{pmatrix}0.3\\0.5\\0.7\\0.9\end{pmatrix}$
3	$A=\begin{pmatrix}1.00 & 0.42 & 0.54 & 0.66\\ 0.42 & 1.00 & 0.32 & 0.44\\ 0.54 & 0.32 & 1.00 & 0.22\\ 0.66 & 0.44 & 0.22 & 1.00\end{pmatrix}$

Реализация метода Холецкого:

```
Clear[A, b];
очистить
metodHolechkogo[A_, b_] := Module[{x, A21 = A, y, s1, s2}, {s1, s2} = Dimensions[A];
                           программный модуль                   размеры массива
  Do[A21[[i, j]] = 0;
  оператор цикла
   Which[ i > j, A21[[i, j]] = (A[[i, j]] - Sum[A21[[j, o]] * A21[[i, o]], {o, 1, j-1}]) / A21[[j, j]], i == j, A21[[i, j]] = Sqrt[(A[[i, j]] - Sum[A21[[i, o]] * A21[[i, o]], {o, 1, j-1}])]],
   условный оператор с множественными ветвями
   {i, 1, s1}, {j, 1, s2}];
  y = LinearSolve[A21, b]; x = LinearSolve[Transpose[A21], y]; x // MatrixForm]
      решить линейные уравнения   решить лине···  транспозиция          матричная форма

metodHolechkogo[{{1.00, 0.42, 0.54, 0.66}, {0.42, 1.00, 0.32, 0.44}, {0.54, 0.32, 1.00, 0.22}, {0.66, 0.44, 0.22, 1.00}},
 {{0.3}, {0.5}, {0.7}, {0.9}}]
```

$$\begin{pmatrix} -1.25779 \\ 0.0434873 \\ 1.03917 \\ 1.48239 \end{pmatrix}$$

Проверка:

Система уравнений:

$$\begin{cases} 1\,x_1 + 0{,}42\,x_2 + 0{,}54\,x_3 + 0{,}66\,x_4 = 0{,}3 \\ 0{,}42\,x_1 + 1\,x_2 + 0{,}32\,x_3 + 0{,}44\,x_4 = 0{,}5 \\ 0{,}54\,x_1 + 0{,}32\,x_2 + 1\,x_3 + 0{,}22\,x_4 = 0{,}7 \\ 0{,}66\,x_1 + 0{,}44\,x_2 + 0{,}22\,x_3 + 1\,x_4 = 0{,}9 \end{cases}$$

Ответ:

$$x_1 = \frac{-83315}{66239}$$

$$x_2 = \frac{25925}{596151}$$

$$x_3 = \frac{206500}{198717}$$

$$x_4 = \frac{883730}{596151}$$

Общее решение : $X = \begin{pmatrix} \frac{-83315}{66239} \\ \frac{25925}{596151} \\ \frac{206500}{198717} \\ \frac{883730}{596151} \end{pmatrix}$

Оценка точности полученного решения:

```
x = metodHolechkogo[A, f]
{{-1.25779}, {0.0434873}, {1.03917}, {1.48239}}

Print["Вектор невязки =", f - A.x]
печатать

Вектор невязки ={{-1.66533×10^-16}, {0.}, {0.}, {-1.11022×10^-16}}
```

Решения совпадают.