宿題 (10 月 28 日)

宿題 1: $\mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$ と考えるとうまく行きそうなのはなんでだろう.
宿題 2: 自然数の構成方法について調べよう → ペアノの公理を調べる.

コメント

0.1 $a \leq 0 \implies -a \geq 0$ について (笠井先生)

よく「移項する」とか「両辺 (-1) 倍する」とかいう. これらの本質 (これらの結果が導かれる所以) が何処にあるかと言えば「両辺 xx 加えても, 結果は変わらない (不等号の向きが保たれる)」という性質である.

中学生に説明するときは, 次が説明されるとよい.

0.2 ローマ数字について (中川先生)

(i),(ii) は「かっこいち, かっこに」とよむ.「i(あい)」とか読んでしまいそうだが, これはローマ数字である.

ちなみに, 2025 をローマ数字でかくと"MMXXV"である.

0.3 命題 2.1(ii) について (笠井先生)

命題 2.1(ii) は「a と b の間にある数を 1 つあげよう」という問いに対する 1 つの回答として, 素朴に使える一番シンプルな例である. したがって, このような問いが出されたときは, まず命題 2.1(ii) を試してみよう.

0.4 54! はどれくらい？ (中川先生)

これは大体 67 桁くらいになるそうだ. 推定の仕方としては, $54! > 10^54$ を使うといったように, 不等式評価をする. 常用対数を用いてもよい.

ちなみに, スターリングの公式を使って推定しても良い（これは統計力学でも使われるらしい).

定理 0.1 (スターリングの公式, (cf: 杉浦解析 1, p340.)).

$$n! \sim \sqrt{2\pi} n^{n+1/2} e^{-n}, \quad (n \to +\infty).$$

□

n がわりかし大きいときに精度がいい. 数値実験は, 余裕があれば...

0.5　数直線の説明について (笠井先生)

中学生に数学を教える場合は，避けて通れない．自分ならどう説明するかを考えておくこと．

0.6　数直線の説明で $OA = a \cdot OE$ とかいたけど...(中川先生)

E というのは，実数 1 に対応づけられた点のことである (教科書参照)．さて，A の位置は O の右側になることは確定しているが，E に関して左右どちらにくるかはまだわからない．

$0 < a < 1$ であれば，O と E の間に A は来る．一方，$a > 1$ であれば，E の右側に来る．

さて，次のような質問にはどう答えようか：

「$OA = \frac{1}{a}OE, 0 < a$」なるとき，A はどこにあるか

A は，E を含まず E の右側に来る．おそらく，複素数平面などで取り扱われる「反転」のことを言っているのだと思う．