

Multi-Unit and Combinatorial Auctions

Multi-Unit Auction

- 入札者が複数の同じ財のために競る。例：飢饉の時の irrigation permits の有無でどれ
の土地が灌漑されないかを決める
- Case study: Dry 2K
 - the state Environmental Protection Department (EPD) が 農家から irrigation permits を買う。生産性の高い土地だけを灌漑したい。irrigation permits 買われたら灌漑することができない。
 - だが、土地の生産性を知ることができないのでオークションを行う
 - 買い手が一人: EPD
 - 売り手が複数: irrigation permits を持っている農家たち
 - 財: irrigation permits
 - 低い入札が勝つ
 - 公式のオークションを行う前に様々なオークション仕方を試すことが大切だ。
というのは、
 - 異なるオークションのタイプ→異なる入札仕方 → どんなメソッドが
予算内に最も有効的に灌漑を減らせるかを確認する必要がある
 - 異なる入札仕方は、例えば
 - Discriminative auction: 勝った売り手が異なる金額をもらう
 - Uniform-price auction: 勝った売り手が同じ金額をもらう。その
価格を cutoff price という

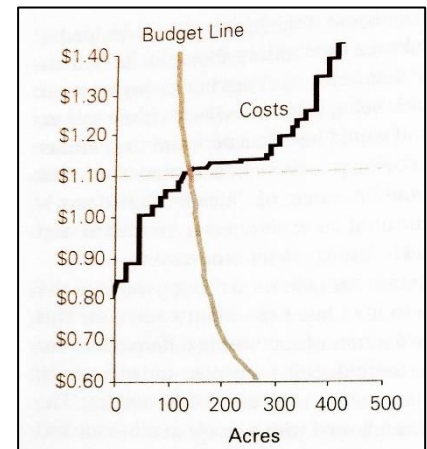
Experiment: Dry 2K

売り手が3つの土地を有する。各土地が広さ、畑を作ったらもらう金額 (use value) で表されている。だが、irrigation permits が買われたら畑を作ることができない。(以下の図の Permit 1 and 2 を参考) 一方、買われなかったら農家が畑を作り、Use Value をもらう。(以下の図の Permit 3 を参考)

	Total Acres	Use Value (per acre)	Bid (per acre)	Auction Outcome	Earnings
Permit 1	100	100	120	accepted	100x120 =12000
Permit 2	50	200	250	accepted	200x250 =50000
Permit 3	100	300	400	rejected	300x100 =30000

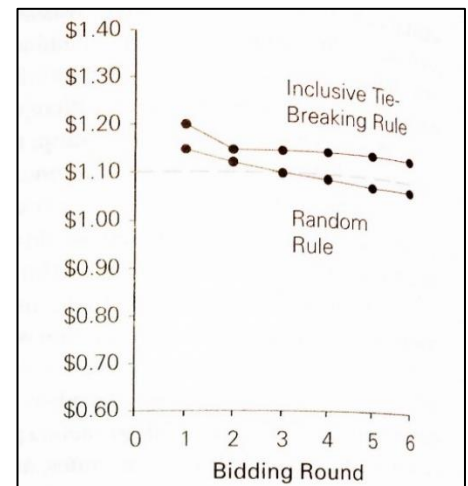
右の図が供給曲線と需要曲線を表している。

- コスト＝機会費用＝Use Value → 供給曲線
- EPD の予算：
 - エーカーごとに高い値段で買う → 全体的に狭く買える
 - エーカーごとに安い値段で買う → 全体的に広く買える→ 需要曲線
- 競争価格 は供給曲線と需要曲線の交わりにある。グラフを見ると \$1.10 に等しいということが分かる。



右の図が勝った二つの場合での勝った価格。その二つの場合は Inclusive Tie Breaking Rule の場合と Random Rule の場合である。

- **Inclusive Tie Breaking Rule:** 多くの入札者が引き分けで cutoff bid で入札し、その金額が予算した金額を超えたら **すべて**の入札者が勝つとする。実験の結果としては必要なお金が予算を2倍も超えた。
- **Random Rule:** 多くの入札者が引き分けで cutoff bid で入札し、その金額が予算した金額を超えたら勝つ入札者は **ランダム**で決める。実験の結果としては、価格が競争価格に収束する。



結論：cutoff bid を発表すると、低い価格の入札が増える。

実際に2001年に行われたオークション

- 最後のラウンドの直前に予算の増加を発表した。その結果、農家に入札額を下げない動機を与えたかもしれない。
- 灌漑されない土地が 33,000 エーカーになった。平均な値段は \$135 per acre だった。→ この値段は 2002 年のオークションにとして使われた。
- 2002 年に *single-round discriminative auction* も行われた。このオークションのために使った費用がより安くなり、農民にとっても出席が必要なくなった。入札額が封じられ郵送で行われた。今回のオークションでは 41,000 エーカーの土地が灌漑されなくなった。平均な値段は \$143 per acre だった。

Combinatorial Auction

- 同じではないが関連している財が対象である。例：様々な場所の放送の帯域幅。広い地域で免許もらったら規模の経済を活用できる
- Case study: 放送の帯域幅
 - オークションタイプ : simultaneous, multi-round auction (右のボックスを参考)
 - 売り手: Federal Communications Commission (FCC)
 - 買い手: 帯域幅の供給者
 - 財: 帯域幅

Multi-round auction

1. 入札者が入札する。
2. 入札を集め、順位で並べる。予想の勝者を発表する。
3. 担当者が次のラウンド行うかを決める。しかし、結託を防ぐ、柔軟性を確保するためにラウンドの数は発表しない。
4. 入札者が勝者の発表を見、入札額を上げるか下げるかを決める。変わらない入札額が次のラウンドにもっていく。

Bidding seperately

それぞれの地域を入札するのはあまり効率的でない。例を考えよう。

	Values	Round 1	Round 2	Round 3
Bidder 1	$V_A=10, V_B=0, V_{AB}=10$	4 for A, 0 for B	No change	6 for A
Bidder 2	$V_A=0, V_B=10, V_{AB}=10$	0 for A, 4 for B	No change	6 for B
Bidder 3	$V_A=5, V_B=5, V_{AB}=30$	3 for A, 3 for B	5 for A, 5 for B	No change

- Bidder 1 が地域 A の local provider であり Bidder 2 が地域 B の local provider である。Bidder 1 と 2 にとって自分の地域のほうは価値が高い。Bidder 3 が national provider である。Bidder 3 の価値は地域 A, B それぞれが A と B を合わせるのより低い。
- Bidder 1 が地域 A のために 10 まで支払える。Bidder 2 が地域 B のために 10 まで支払える。一方、Bidder 3 が地域 A か B のためには 5 以下で入札しなければならない。 $V_{AB}=30$ であるため、実際には Bidder 3 が地域 A、B のためにそれぞれ 15 まで支払えると考えられるが、Bidder 1 と Bidder 2 の価値が分からないので地域 B (か地域 A) しか勝たない可能性がある。
- 効率 = 勝った入札者の価値 / 最も高い実現できる価値 = $(V_A + V_B) / V_{AB} = 20/30$ 。

Combinatorial bidding

ある買い手には財を合わせたら価値が高くなるということがある。Bidding seperately だとその人たちには不利である。そうならないように、Combinatorial Bidding を使う。Combinatorial Bidding が効率を上げることができる。

	Values	Round 1	Round 2	Round 3	Round 4
Bidder 1	$V_A=10, V_B=0$ $V_{AB}=10$	4 for A, 0 for B	No change	8 for A, 0 for B	No change
Bidder 2	$V_A=0, V_B=10$ $V_{AB}=10$	0 for A, 4 for B	No change	5 for B, 0 for B	No change
Bidder 3	$V_A=5, V_B=5$ $V_{AB}=15$	6 for AB	10 for AB	No change	14 for AB
Suggested prices		$P_A=4$ $P_B=4$ $P_{AB}=8$	$P_A=5$ $P_B=5$ $P_{AB}=10$	$P_A=8$ $P_B=5$ $P_{AB}=13$	$P_A=8$ $P_B=6$ $P_{AB}=14$

しかし round 4 の後に、協力の失敗が起こる可能性がある。 $P_{AB}=14$ を超えるために、round 5 では、Bidder 1 と Bidder 2 がすくなくとも $P_{AB}=15$ にしなければならない。仮に最も公平的な協力が入札者が 2 人とも \$ 1 を上げるとする。

		Bidder2	
		Cooperate	Defect
Bidder1	Cooperate	9,6	8,6
	Defect	9,5	8,5

協力が失敗したら Bidder 3 が当選するかもしれない。その場合では効率= $15/20$ (前のケースの $20/30$ より高い)

Straightforward bidding 他の地域の免許が存在していたら Bidder 1、2 がそれらを追及できるので、Bidder 3 が直接に高い入札で地域 A、B を申し入れる → Bidder 1、2 が他の免許に注目する。

clock based auction と non-clock based auction の比較

- ◆ **Clock Auction** は効率を改善することができる。価格が機械的に上がる。価格が発表されたら入札者が欲しい財を示す。

Clock prices	Values	6	7	8
Bidder 1	$V_A=10, V_B=0, V_{AB}=10$	$P_A=6<10$	$P_A=7<10$	$P_A=8<10$
Bidder 2	$V_A=0, V_B=10, V_{AB}=10$	$P_B=6<10$	$P_B=7<10$	$P_B=8<10$
Bidder 3	$V_A=5, V_B=5, V_{AB}=15$	$P_{AB}=12<15$	$P_{AB}=14<15$	$P_{AB}=16>15$ WITHDRAW
Total value		12	14	16

効率=16/20

せり時計が入札者に本当な選好を示す動機を与える。というのはせり時計がある価格を通ったら戻ってこないのである。

○ *Combinatorial clock*

- Bidder 1, 2, 3 が regional providers であり、Bidder 4 が national provider である。入札者一人ひとりの価値が以下通り

Values	A	B	C	AB	BC	CA	ABC
Bidder 1	3	3	0	30	3	3	30
Bidder 2	0	3	3	3	30	3	30
Bidder 3	3	0	3	3	3	30	30
Bidder 4	3	3	3	24	24	24	36

Clock prices	12	13	14	15	16
Bidder 1	AB	AB	AB	AB	Withdraw
Bidder 2	BC	BC	BC	BC	Withdraw
Bidder 3	CA	CA	CA	CA	Withdraw
Bidder 4	ABC	Withdraw			

競争価格とは、その価格
で財を買う入札者が一人
しかいない価格

競争価格が存在しない。

◆ *Non-clock based proposals*

- 最初から $P_{AB,BC,CA}=31$ 、 $P_{ABC}=35$ を設定する → Bidder 1、2、3 が市場から引き出すが、Bidder 4 が勝つ。効率 = $35/36$
- non-clock based auction では Pseudocompetitive price が整えてあるので入札者がどのくらい入札すれば良いか分かる。その結果効率が高くなる。

Questions

1.

Bidder	Package						
	A	B	C	AB	BC	CA	ABC
1	3	3	0	30	3	3	30
2	0	3	3	3	30	3	30
3	3	0	10	3	3	30	30
4	3	3	3	24	24	24	36

Efficient allocation equals 40 when Bidder 3 wins C and AB goes to Bidder 1. There is no competitive equilibrium price that interests only one bidder as Bidder 1, 2, 3 withdraw when the clock price for each item exceeds 15; Bidder 4 withdraws when the clock price exceeds 12.

2.

If Bidder 4 wins all licenses, the value of ABC would be 36. However, optimal allocation is when licenses for region A and B go to Bidder 1, generating value of 30 and when licenses for region C goes to Bidder 3, creating value of 10. Therefore, observed efficiency when Bidder 4 wins all licenses is 36/40.

3.

By announcing the winning bid for the first phase, the price announced may serve as a benchmark for the second phase, i.e. sealed-bid first-price auction, that bidders would know whether to raise or lower their bids.

4.

To counter possible bidder collusion and risk aversion, organizers of the auction may not announce the number of rounds intended for the auction so that bidders have to take risk and compete as if the current round is the last round and cannot collude in the coming rounds.