サイコロで理解する原子核崩壊と拡散現象 発表原稿

スライド0: タイトル

みなさん、こんにちは！今日は「サイコロで理解する原子核崩壊と拡散現象」というテーマでお話しします。物理現象をシンプルなモデルで理解することの威力を実感していただきたいと思います。

スライド1: 自己紹介

私はフリーランスのソフトウェアエンジニアで、普段はコンピュータビジョンや地理情報処理、クラウドインフラあたりを扱っています。社会人学生として通信制大学にも在学中です。

スライド2: 今日話すこと

今日は以下のことをお話します：

1. サイコロを振って出た目によってボールを移動させる単純なゲームを考えます
2. このゲームで原子核崩壊や拡散現象が再現できることを示します
3. 物理現象をシンプルなモデルで理解することの威力を実感していただきます

スライド3: 原子核崩壊のモデル化

では最初の例として原子核崩壊について紹介します。 実は原子核崩壊のような現象を、サイコロをフルゲームによって再現することができるんです。

スライド4: 原子核崩壊のおさらい

まずは原子核崩壊についておさらいしましょう。原子核崩壊は放射性物質が放射線を放出する現象で、放射線を放出した原子核は安定した原子核に変化します。

スライド5: 原子核崩壊の速度

放射性同位体の数は指数関数的に減少します：$N(t) = N_0 e^{(-\lambda t)}$ ここで、放射性同位体の数が半分になる時間を半減期$T_1/_2$といいます。この半減期は放射性同位体によって異なります。

スライド6: 原子核崩壊をサイコロで再現

では、この原子核崩壊をサイコロを使って再現してみましょう。

箱の中にN_0個のボールが入っているとします。サイコロを振って、偶数ならボールを取り出し、奇数ならそのまま残します。すべてのボールに対してこの操作を行います。 この操作を行った時、ボールはどのように移動するか考えていきましょう。

スライド7: 1回の操作でのボールの減少

この例ではボールが取り出される確率は$p = 1/2$、残る確率は$1-p = 1/2$です。

この1/2という数値に具体的な意味はあまりないので、 以降はpとのみ書くことにします。

1回の操作を行った後のボールの数は： $N_1 = N_0 - N_0 p = N_0(1-p)$ になります。 サイコロのランダム性により多少の前後はありますが、 N_0が十分に大きければそれは無視できてしまいます。 $N_0 p$個のボールが箱から取り出され、$N_0(1-p)$個のボールが箱の中に残ります。

スライド8: 2回目の操作でのボールの減少

同じことをもう一度繰り返したらどうなるでしょう？ 1回目の操作で残ったボールの数は$N_0(1-p)$個でした。 2回目の操作でも同じことが起きるので、2回の操作を行った後のボールの数は： $N_2 = N_0(1-p)^2$ と単純に(1-p)を掛けるだけです。

スライド9: 同じ操作を繰り返す

すると、同じ操作を何度繰り返しても同じ計算ができる、ということがわかると思います。 まったく同じ事の繰り返しなので、n回の操作を行った後のボールの数は： $N_n = N_0(1-p)^n$ となります。

スライド10: サイコロゲームの一般化

この操作をΔtの間にλ回の頻度で行うとします。時刻$t = n\Delta t$とし、$p = \lambda\Delta t$とします。 今までの例は$\lambda = 1$、$\Delta t = 1$の場合と考えてOKです。

時刻tにおけるボールの数は： $N(t) = N_0(1-p)^n = N_0(1-\lambda\Delta t)^n$

と表すことができます。

スライド11: 指数の極限

以下の公式を思い出しましょう： $\lim(n\to\infty)(1-x/n)^n = e^(-x)$

この公式をさっきの式 $N(t) = N_0(1-\lambda\Delta t)^n = N_0(1-\lambda t/n)^n$ に適用できる気がしてきませんか？

スライド12: 原子核崩壊の再現

今、Δtとnという2つのパラメータはモデル化のために勝手に持ち出したものです。 この2つを消して、物理として意味のある時刻tのみの式にしたい、と考えるのが自然な発想です。

$\Delta t \to 0$の時、tが収束するようにnが動く、とすると $N(t) = N_0 e^(-\lambda t)$

が得られ、これは原子核崩壊の式と一致します！ サイコロゲームで原子核崩壊を再現できました。

スライド13: 半減期

半減期$T_1/_2$の定義を振り返ると、 最初のボールの数N_0がその半分の$N_0/2$になるまでの時間でした。 これを当てはめると、

$N(T_1/_2) = N_0/2 = N_0 e^(-\lambda T_1/_2)$ $T_1/_2 = \ln 2/\lambda$

が得られます。 半減期は「サイコロを振る頻度λの逆数」と解釈できます！

スライド14: 拡散現象のモデル化

このようなサイコロゲームで再現できる物理現象は原子核崩壊だけではありません。 実は拡散現象も似たようなゲームで再現できるんです。 それについて詳しく見ていきましょう。

スライド15: 拡散現象のおさらい

ガーゼの上に1滴のインクを零したとします。 最初はインクを零した付近しか染まりませんが、 インクはガーゼの中を拡散していき、インクの染みはだんだんと広がっていきます。 これが典型的な拡散現象です。

スライド16: 拡散方程式

拡散現象はこのような偏微分方程式で記述され、この方程式を拡散方程式と呼びます。

ここでDは拡散係数、ρは濃度です。 初期条件に時刻t=0の時の分布関数をディラックのデルタ関数として与えます。

スライド17: 拡散方程式の解

この時、拡散方程式の解はガウス分布になります： 標準偏差が時刻tによって大きくなっていき、その増加率を決めているのが拡散定数Dと解釈できますね。

スライド18: 拡散をサイコロで再現

では、この拡散現象をサイコロを使って再現してみましょう。

時刻t=0ですべてのボールは原点x=0にいるとします。サイコロの目によってボールを移動させます：

- 1,2が出たら+aだけ移動（確率p）
- 3,4が出たら-aだけ移動（確率p）
- 5,6が出たら移動しない（確率1-2p）

さっき説明した原子核崩壊と同じような、とてもシンプルなルールです。

スライド19: 1回の操作でのボールの移動

すべてのボールに対して1回この操作を行うと、Δt後にはどうなるでしょう？ ボールの密度をρ(t,x)とすると、Δt後のボールの密度はこのような式で表されます。 pの確率で右に行き、pの確率で左に行き、1-2pの確率で移動しない、ということを式で表すとこうなる、ということです。

スライド20: 同じ操作を繰り返す

原子核崩壊の時と同じように、この操作を繰り返すことを考えます。 時刻tでのボールの密度をρ(t,x)とすると、時刻t+Δtでのボールの密度はこのように書

けます。 基本的な考え方はまったく同じですね。 この式から恣意的に導入されたパラメータであるΔtとaを消去することが目標となります。

スライド21: ボールの密度のテイラー展開

テイラー展開を使うと偏微分の式を以下のように書き換えることができます。

時間微分に対しては1次の項までを使います。 一方、空間微分に対しては2次の項までを使います。 少し奇妙な論理展開に思えますが、実はこうするとうまく拡散現象を説明できるんです。

スライド22: 拡散方程式の導出

テイラー展開の式をボールの密度の式に代入します。 ここで$\Delta t \to 0$の時、拡散係数が$D = pa^2/\Delta t$に収束すると置くと、 これは拡散方程式の解と一致します！ サイコロゲームで拡散現象を再現できました。

スライド23: 拡散係数の物理的意味

この拡散係数の意味を少しだけ深掘りします。 拡散係数Dは拡散の速さを表します。拡散係数が大きいほど拡散が速く、確率pが大きいほど拡散係数は大きくなります。 時間間隔$\Delta t \to 0$の時、拡散係数$D = \lim(\Delta t \to 0) pa^2/\Delta t$に収束するよう$a$が振る舞うと仮定しました。 この仮定が本当に成り立つのか、という疑問が当然生じるのですが、 それが物理現象を精度よく再現できるのであれば、成立する何かが働いている、 と考えるのが物理としては自然です。

スライド24: 補足事項

少し強引な論理展開や仮定を置いて説明をしたのですが、 実は数学的な厳密性は「伊藤の公式」によって保証されています。 今日は詳細は省略するのですが、そのうちブラウン運動についてもお話をしたいと思っています。

スライド25: まとめ

今日のトークについてまとめます。 サイコロの目によってボールを移動させるゲームで

- 原子核崩壊
- 拡散現象

などの物理現象を再現できることを確認しました。

これらの事実は、シンプルなモデルで物理の本質を理解できること、 複雑な物理現象であってもそれを記述するモデルは極めてシンプルなものになり得る、 ということを示しています。

物理を学び、研究するとき、大胆な単純化によって、より本質を理解することの近道になることがある、 という素晴らしい例だと思います。

スライド26: 2025年ボルツマンメダル

このような数理モデルに関してとてもおめでたいニュースがあります。

「蔵本モデル」という同期現象を再現するモデルを提案した、 日本の物理学者、蔵本由紀先生が2025年のボルツマンメダルを受賞されました！ ボルツマンメダルは熱力学・統計力学の分野で最も権威がある賞と言ってもいいでしょう。 複雑な物理現象を普遍的かつ簡単に記述する理論を数多く開拓した業績が評価されての受賞であり、 蔵本モデルもその重要な研究のひとつとされています。 今日考えたような数理モデルを発展させると、世界で最先端の研究に行き着くこともあるのです。

蔵本モデルは物理だけでなく生物学や工学、社会科学に応用されています。 メトロノームが揃っていく動画が面白いので、ぜひご覧ください。 これもいつかお話できたら嬉しいと思っています。

スライド27: 参考文献

- A. Murray and I. Hart, "The 'radioactive dice' experiment: why is the 'half-life' slightly wrong?"
    - 十分な試行回数があればサイコロゲームで原子核崩壊を再現できることを解説した論文です
- 田崎晴明, "ブラウン運動と非平衡統計力学"
    - ブラウン運動による拡散現象の説明がとてもわかりやすいです

スライド28: LT登壇者の募集

物理学集会ではLT登壇者を募集しています！どんなジャンルでもOKです。 応募がないと主催がまたLTという名目のジャイアンリサイタルを開くことになります... 興味のある方は物理学集会のDiscordサーバーまで！

スライド29: 告知

次回開催は5月31日を予定しています。 LTだけでなく、YouTubeの物理の動画を「この動画をみんなで見たい！」という提案も大歓迎です！

以上で発表を終わります。ご清聴ありがとうございました！