

フォン=ミーゼス分布が
解き明かす図形の特徴
～データサイエンスの幾何学への
応用～

自己紹介

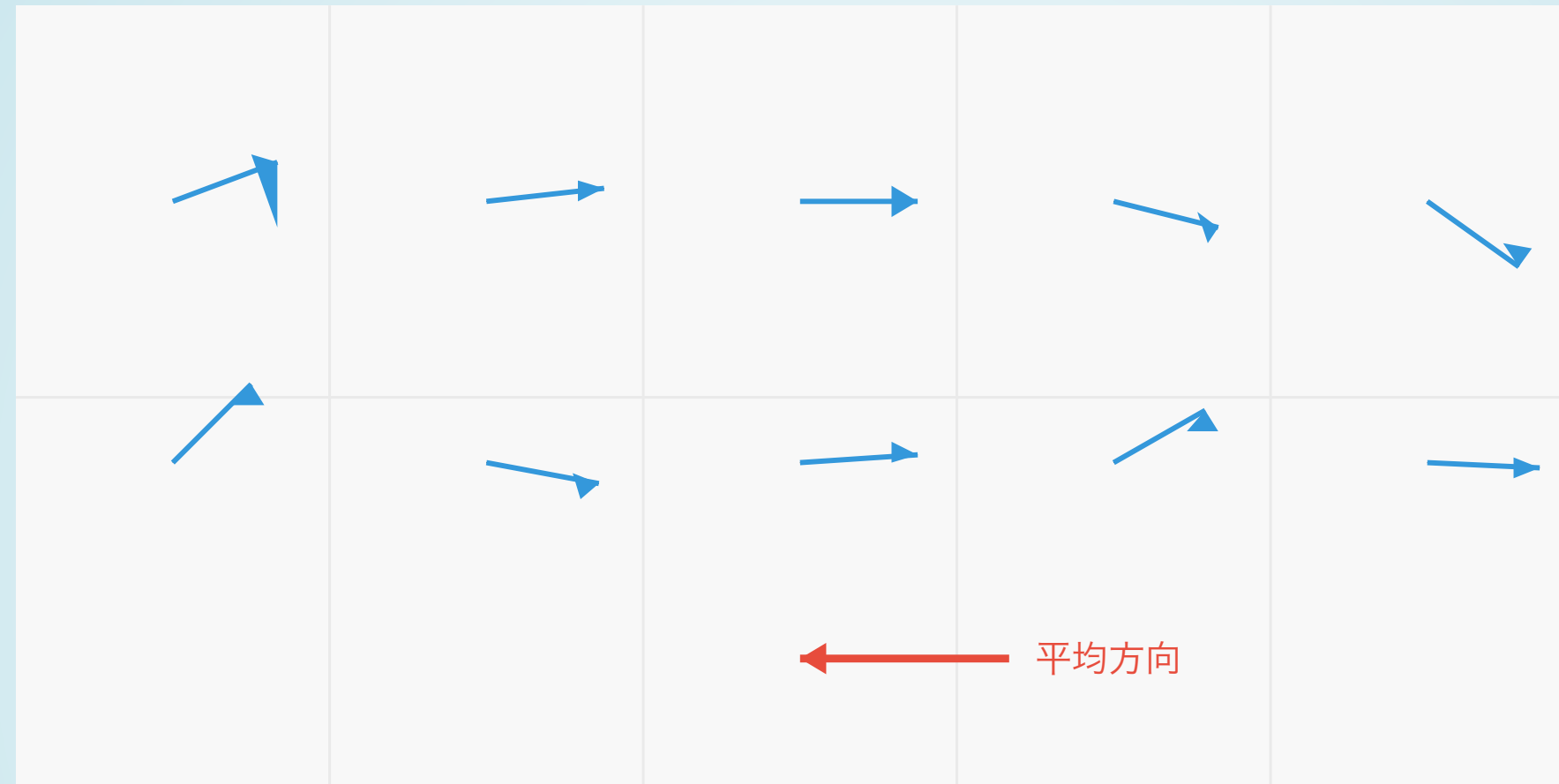
- さめ (meg-s sk)
- 🧑💻 フリーランスのソフトウェアエンジニア
- 得意分野:
 - 📷 コンピュータビジョン (画像認識 / 点群処理)
 - 🌐 空間情報処理 (地理情報 / リモートセンシング)
 - ☁️ クラウドインフラ設計 / IaC (AWS, GCP)
- GitHub
- YouTube
- Speaker Deck



ハイライト

- フォン=ミーゼス分布は「方向の分布」を表す分布関数である
- 重要な応用例を数多く持つ
 - 大きさだけではなく方向を持つ量(ベクトル)の分析
 - 風向や図形の法線分布など
- **今日は基礎的なコンセプトとオープンデータを使った分析例を示します！**

簡単な例



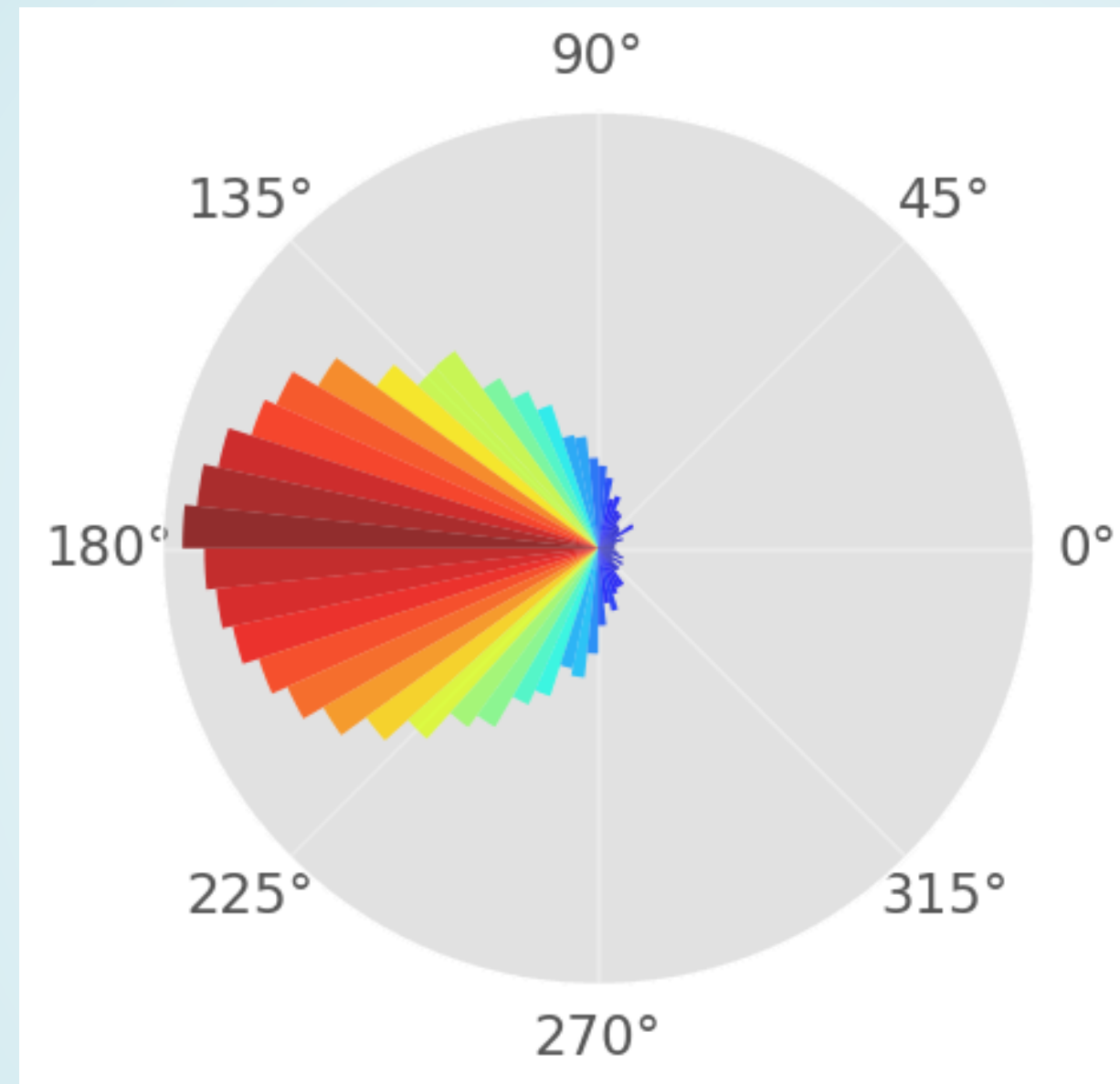
- 平均すれば右を向いているが、ひとつひとつのサンプルの向きは揺らぐ
- 方向の分布を表す分布関数とそれを特徴付けるパラメータは？

フォン=ミーゼス分布

$$f(\theta) = \frac{\exp(\kappa \cos(\theta - \mu))}{2\pi I_0(\kappa)}$$

- 言うなれば2次元のベクトルの向きの正規分布
 - μ : 平均
 - κ : 集中度
 - $I_0(\cdot)$: 第1種ベッセル関数

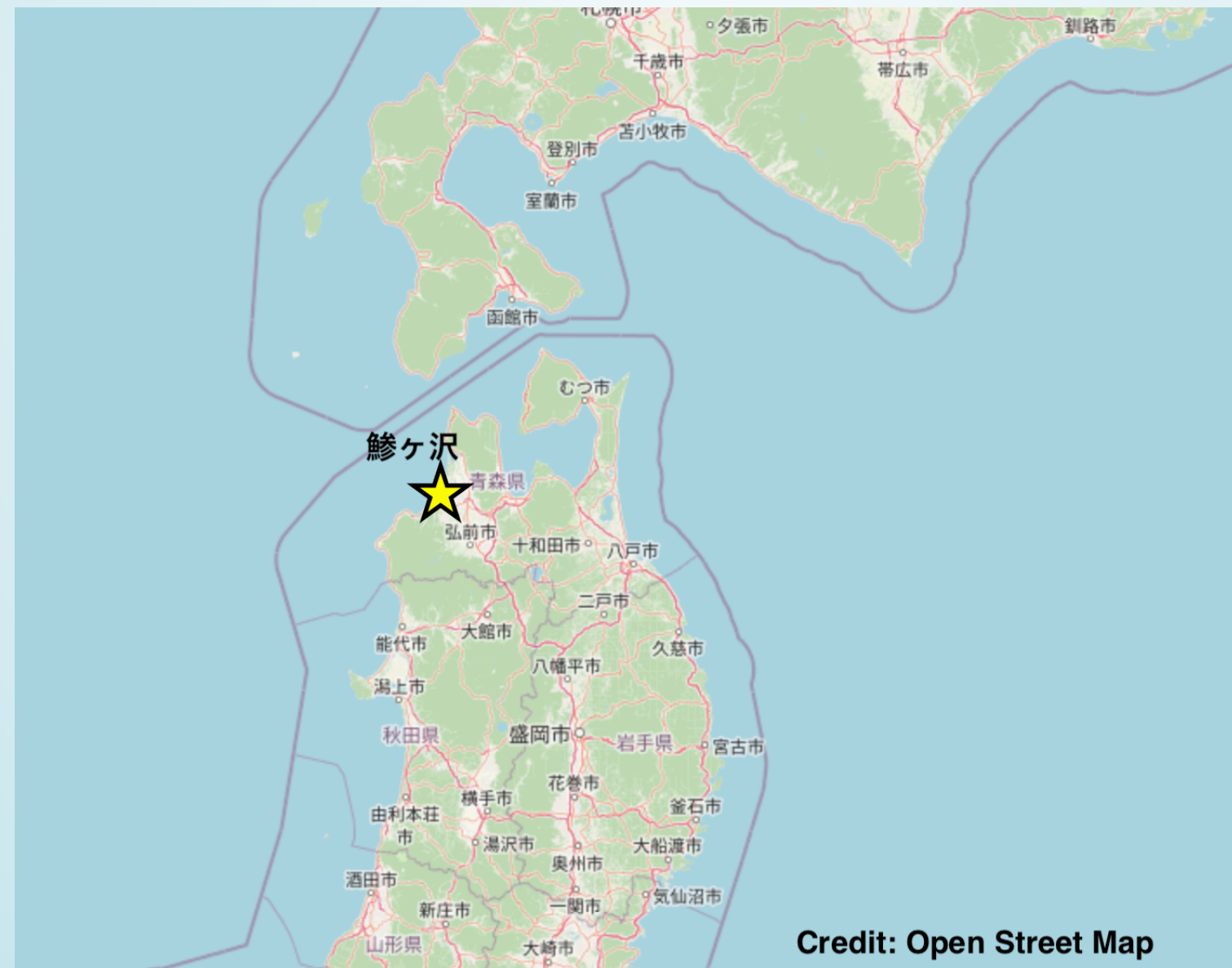
フォン=ミーゼス分布の可視化



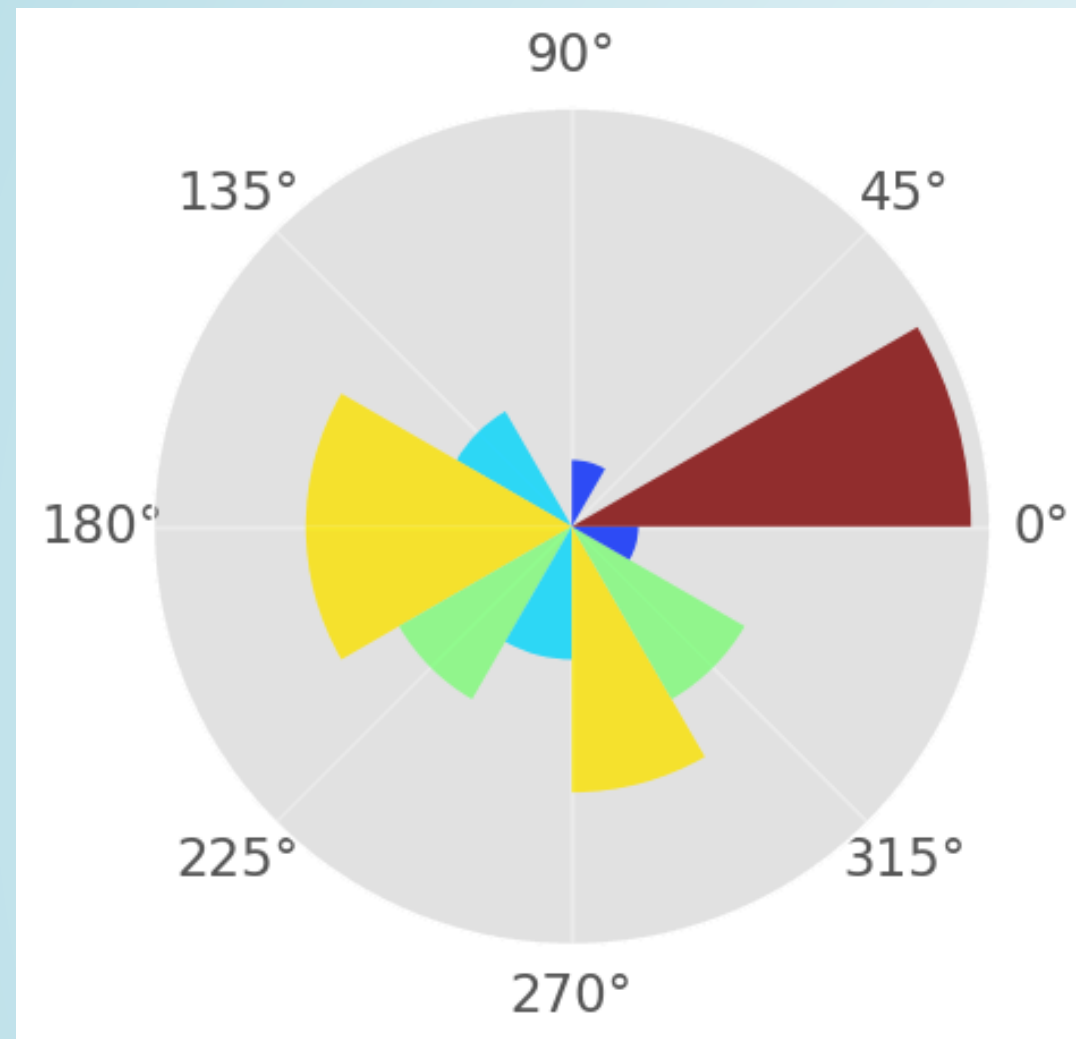
- $\mu = 180^\circ, \kappa = 1.5$ の例を極座標ヒストグラムで表現

実用例: 風向の分布解析

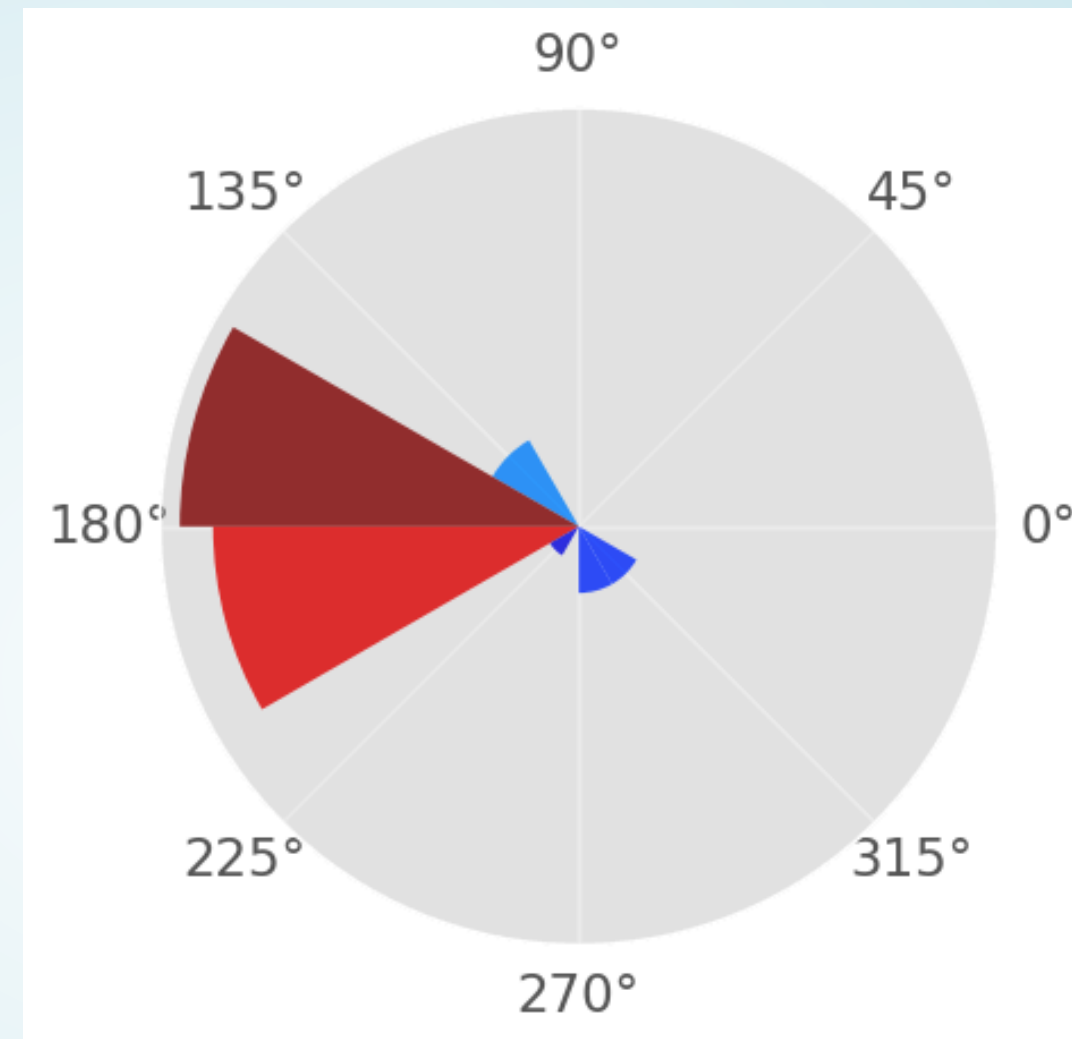
- 日本海側は冬に北西から季節風が吹く
 - 気象庁が公開している青森県鯉ヶ沢町の風向分布のデータを利用して検証



2024年6月と12月の風向分布



6月の日別最頻風向分布



12月の日別最頻風向分布

- 西方向から風が吹く頻度が12月の方が高い
 - 本来ならより詳細な検討が必要だが割愛

風向のパラメタライズ

- 風向がフォン=ミーゼス分布に従うと仮定し、6月と12月の風向の平均と集中度を推定

- 6月

- 平均: $\mu \simeq 242^\circ$
- 集中度: $\kappa \simeq 0.46$

- 12月

- 平均: $\mu \simeq 170^\circ$
- 集中度: $\kappa \simeq 2.40$

- 6月は集中度が低く各方向に分散
- 12月は集中度が高く、西方向からの風の頻度が高い

図形の法線方向の分布

- 円と正方形の法線の分布を比較

円と正方形の法線分布の比較

- 円の法線分布は一様
- 正方形の法線は4つのピークを持つ
- **法線分布から図形の情報を出すことができる！**

円と楕円の法線分布の比較

- 離心率 $e = 0, 0.25, 0.5$ のケースで計算

3次元への拡張: フォン=ミーゼス- フィッシャー分布

- フォン=ミーゼス分布は2次元平面での議論
- **フォン=ミーゼス-フィッシャー分布**は一般の d 次元に拡張可能
 - ただし今日は3次元のみにフォーカス

$$f_3(\mathbf{x}) = \frac{\kappa}{2\pi \sinh \kappa} \exp(\kappa \langle \boldsymbol{\mu}, \mathbf{x} \rangle)$$

平均 $\boldsymbol{\mu}$ がベクトルになることに注意

実用例: 点群データの法線分布の 比較

*

点群データの法線分布の分析結果

まとめ

*