

ver. 0000A

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO

Facoltà di Ingegneria



Corso di Elettrotecnica NO

Angelo Baggini

Rappresentazione e analisi delle reti elettriche in regime stazionario

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO

Facoltà di Ingegneria

Ipotesi

Regime stazionario

- Cariche libere di muoversi
- Tutte le derivate rispetto al tempo nulle

Circuito elettrico

- Un tubo di flusso del vettore densità di corrente

Rete elettrica

- L'unione di circuiti diversi

Ramo o lato

- E' un tubo di flusso della densità di corrente nel quale si può considerare la corrente uguale in ogni sezione

Nodo

- Punto in cui convergono 3 o più rami

Maglia

- Un qualunque percorso chiuso che partendo da un nodo, ritorni allo stesso nodo percorrendo rami diversi della rete, senza mai percorrere un ramo più di una volta.

Legge di Kirchhoff ad un percorso chiuso

Legge di Faraday-Henry:

$$\oint_L \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\sum V = 0$$

- la somma algebrica delle tensioni presenti sui lati di un percorso chiuso è uguale a zero.

Legge di Kirchhoff alle superfici

Equazione di continuità

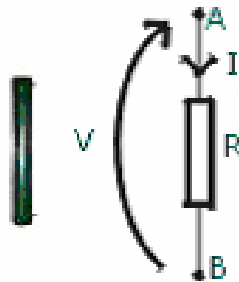
$$\oiint_A \vec{J} \cdot \vec{u}_n dA = 0$$

$$\sum I = 0$$

- La somma algebrica delle correnti su una superficie chiusa è uguale a zero

Bipoli

- Dai fenomeni fisici ai bipoli
- Parametri concentrati
- Fenomeni fisici – Effetti – Bipoli (modelli matematici) - Dispositivi



Morsetti o poli



Elemento grafico
caratteristico dello
specifico bipolo

Bipolo generico

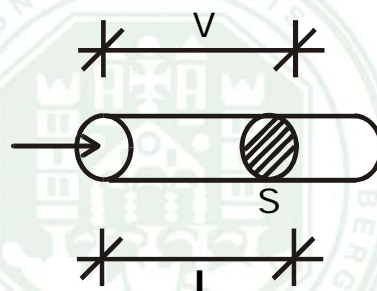
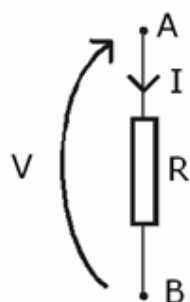
FENOMENO RESISTIVO

OHM

$$V = RI$$

Resistenza

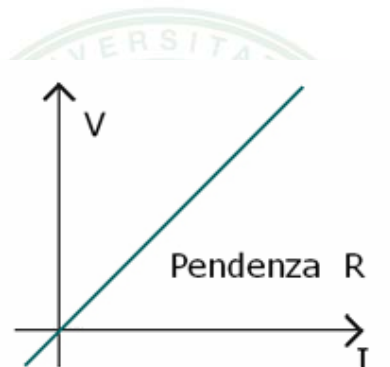
$$R = \rho \frac{l}{S}$$

ResistivitàU.M. ohm Ω **Resistore**

Simbolo

$$V = RI$$

Equazione



Caratteristica V-I

Effetto della temperatura

$$1/g = \rho$$

Conducibilità

$$I = GV$$



$$= \frac{I}{R}$$

Conduttanza

U.M. siemens S



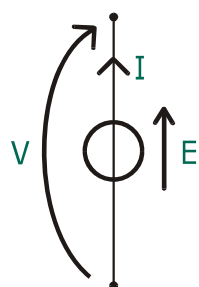
Affinché possa circolare corrente nel circuito, il ragionamento appena fatto per un singolo segmento va esteso a tutto il circuito, e quindi il punto di partenza e quello di arrivo coincidono ...

$$\oint_L \bar{E} \cdot d\bar{l} = 0$$

$$\oint_L (\bar{E}_S + \bar{E}_G + \bar{E}_R) \cdot d\bar{l} = 0$$

Forza elettromotrice

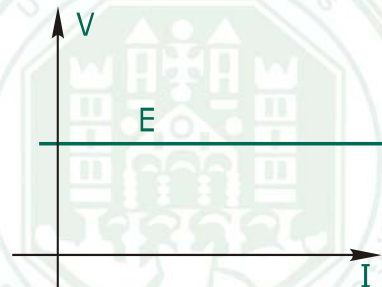
Generatore ideale di tensione



Simbolo

$V=E$
per qualsiasi I

Equazione



Caratteristica V-I



GENERATORE IDEALE DI CORRENTE

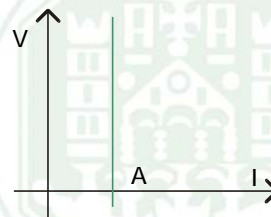


Simbolo

$$I = A$$

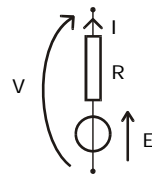
per qualsiasi V

Equazione



Caratteristica V-I

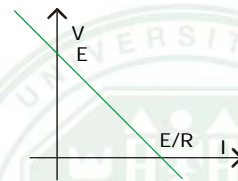
GENERATORE REALE DI TENSIONE



$$V = E - RI$$

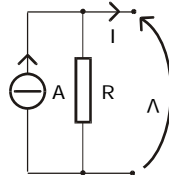
Simbolo

Equazione



Caratteristica V-I

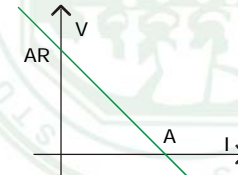
GENERATORE REALE DI CORRENTE



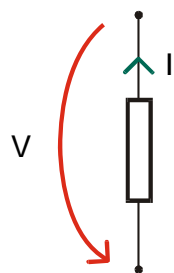
$$I = A - V/R$$

Simbolo

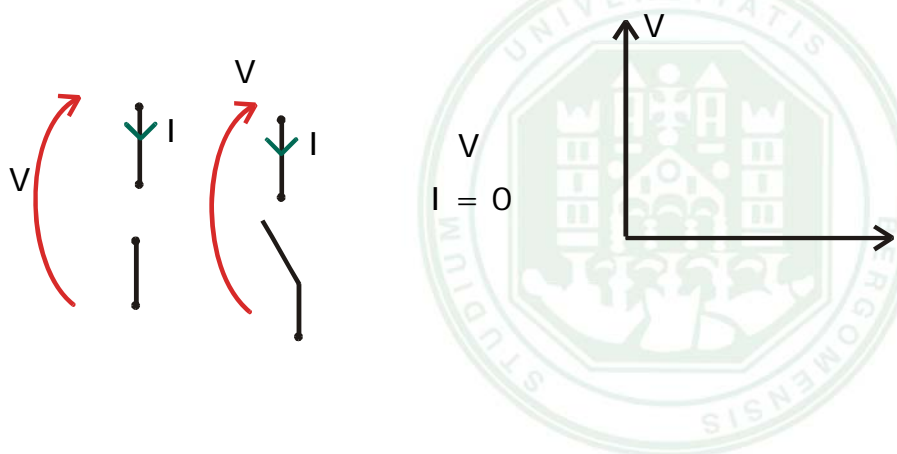
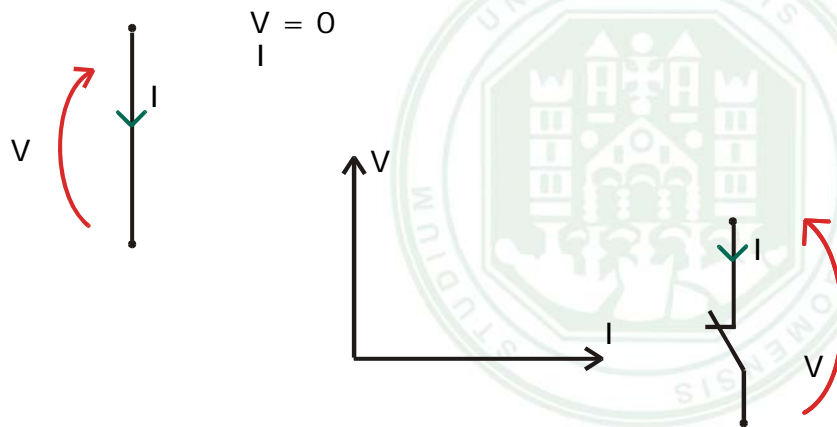
Equazione

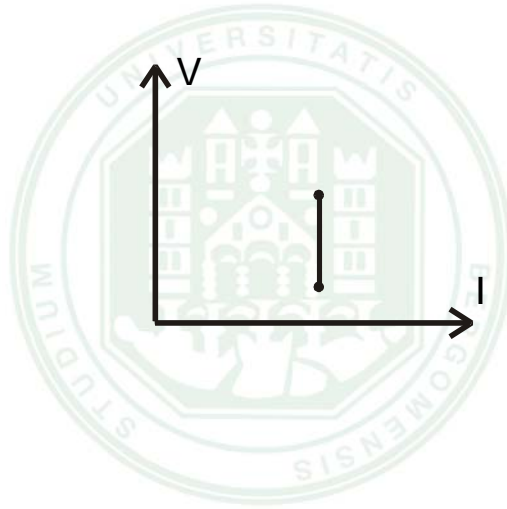


Caratteristica V-I

Convenzione degli
utilizzatoriConvenzione dei
generatori

Bipoli passivi e attivi

CORTO CIRCUITO

Diodo ideale

$$V = f(I)$$

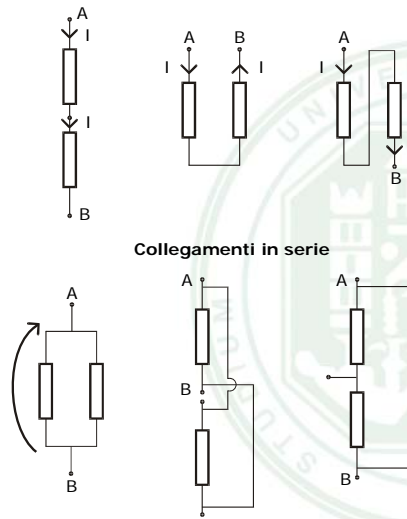
Bipoli lineari e NON lineari

Collegamento tra bipoli



Facoltà di
Ingegneria

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Collegamenti in serie

Collegamenti in parallelo

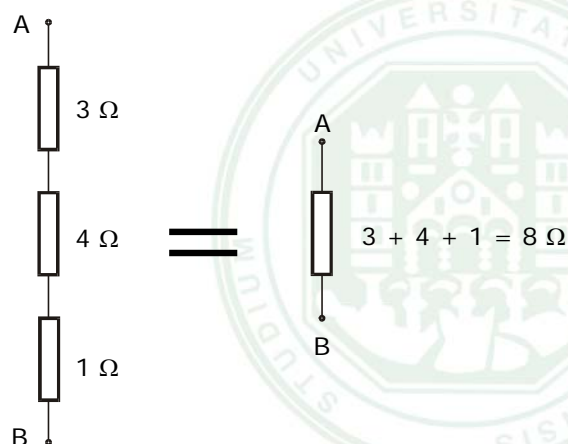
Collegamento tra bipoli

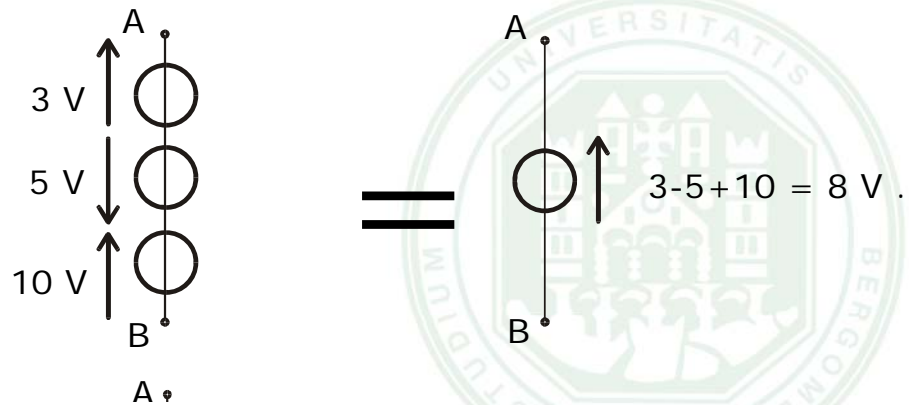
Resistori in serie



Facoltà di
Ingegneria

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



**Generatori di corrente in serie**

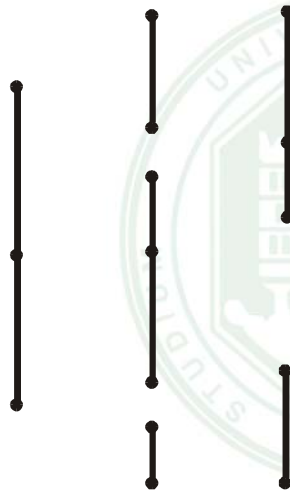
Collegamento tra bipoli

Ctocto e circuiti aperti in serie

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di
Ingegneria



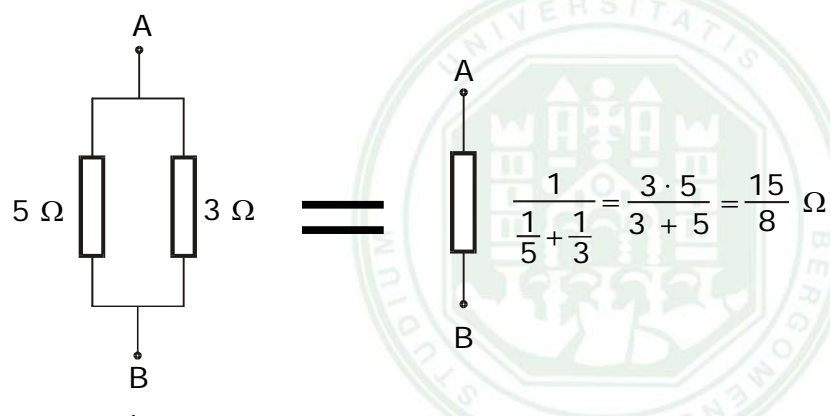
Collegamento

Resistori in parallelo

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di
Ingegneria



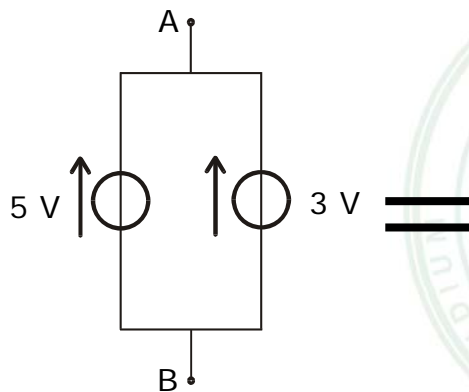
Collegamento

Generatori di tensione in parallelo

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di
Ingegneria



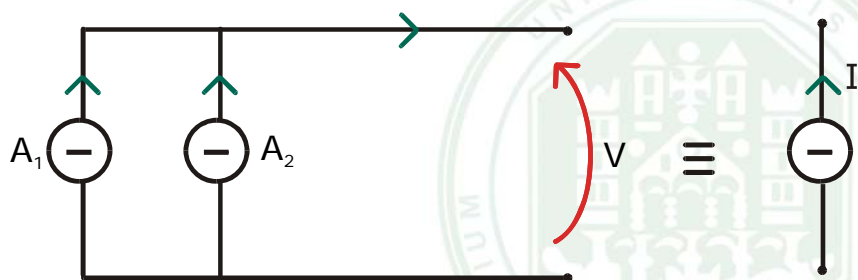
Collegamento

Generatori di corrente in parallelo

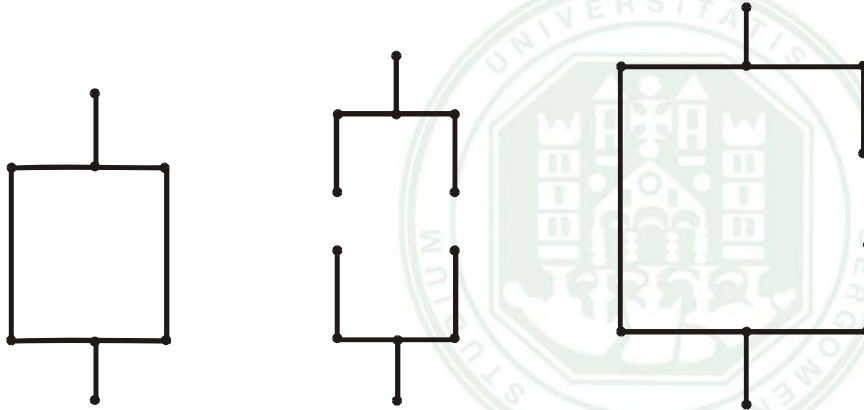
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO



Facoltà di
Ingegneria



$$I = A_1 + A_2$$



**Metodi sistematici
per la soluzione delle reti**

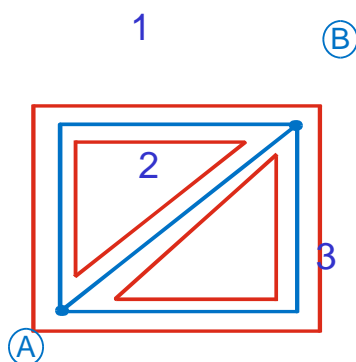
Metodi sistematici per la soluzione delle reti

- Cosa significa risolvere una rete?
- MA ... una rete è risolubile?
- Incognite:
 - I correnti di lato
 - I tensioni di lato
- Equazioni:
 - $n-1$ equazioni indipendenti ai nodi
 - $m-l-n+1$ equazioni indipendenti alle maglie
 - I equazioni di Ohm (certamente indipendenti)

Il problema diventa la scelta delle equazioni

Metodi sistematici ...

Scelta delle maglie e dei nodi indipendenti



$$n = 2$$

$$l = 3$$

$$l - n + 1 = 2$$

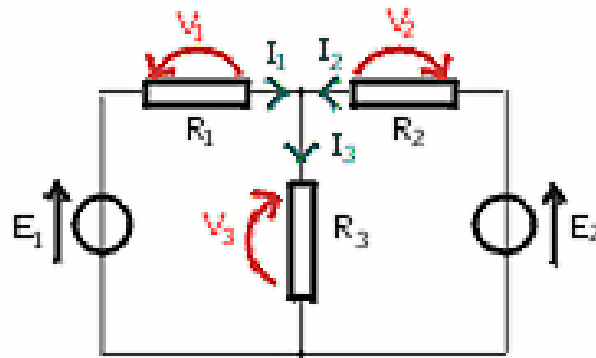
$$n - 1 = 1$$

1-2

2-3

1-3

Operazioni preliminari



- ③ Si segnano i versi delle tensioni rispettando le convenzioni degli utilizzatori e dei generatori

Metodo delle correnti di lato

- incognite le correnti nei lati
- $N-1$ eq. di K ai nodi
- $L-N+1$ eq. di K alle maglie (RI)
- $(N-1)+(L-N+1) = L$ equazioni, con L incognite
- Risolto il sistema, si possono trovare le tensioni

Metodo delle tensioni di nodo

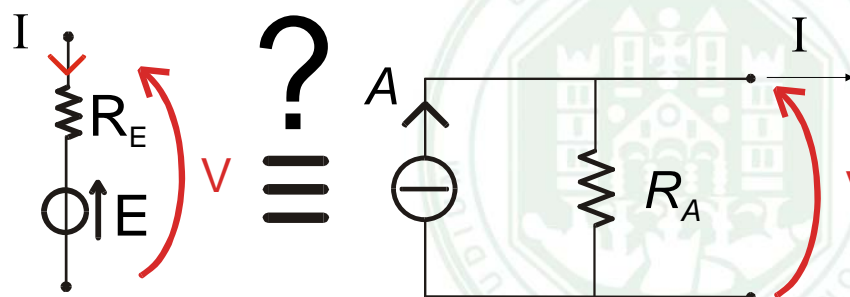
- incognite le tensioni di $N-1$ nodi (tutti, escluso il nodo di riferimento)
- $N-1$ eq. di K. ai nodi
- $(N-1)$ equazioni con $(N-1)$ incognite
- Risolto il sistema, dalle ddp si ottengono le correnti nei lati.

Metodo delle correnti di maglia

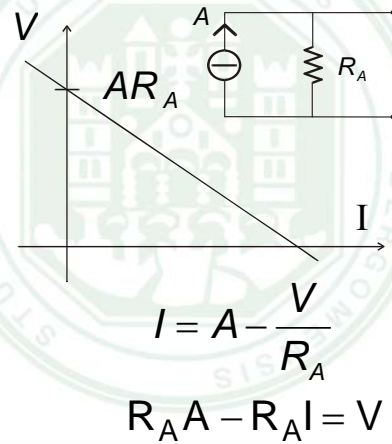
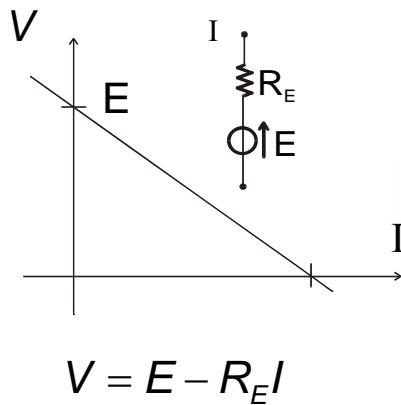
- ad ognuna delle $L-N+1$ maglie fondamentali una corrente di maglia
- $L-N+1$ eq. di K. alle maglie
- $(L-N+1)$ equazioni con $(L-N+1)$ incognite
- Risolto il sistema, si ricostruiscono le correnti di lato e quindi, come sopra, le tensioni nodali.

Teoremi delle reti elettriche

Generatori equivalenti



Generatori equivalenti



Equivalenza matematica

Stessa pendenza

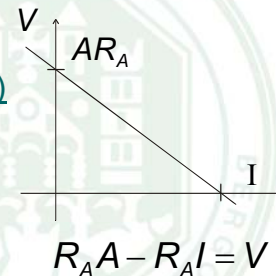
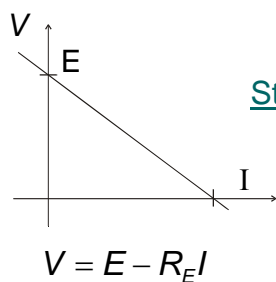
$$-R_E = -R_A = -R$$

Stesso termine noto (vuoto)

$$E = A R_A$$

2° punto (cortoc)

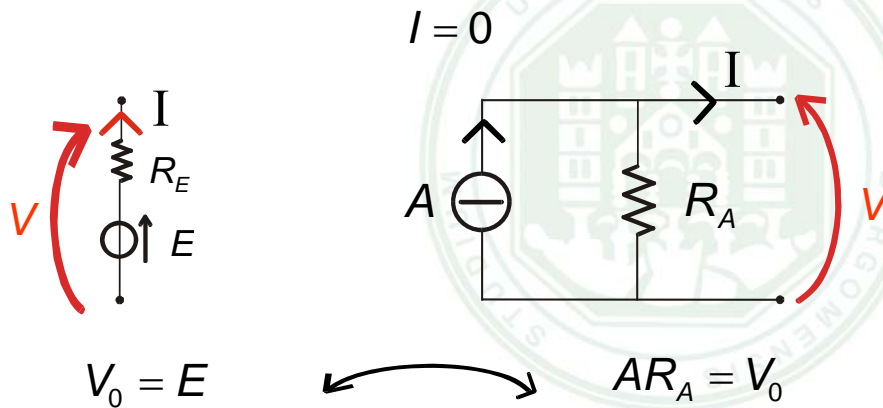
$$\frac{E}{R_E} = A$$





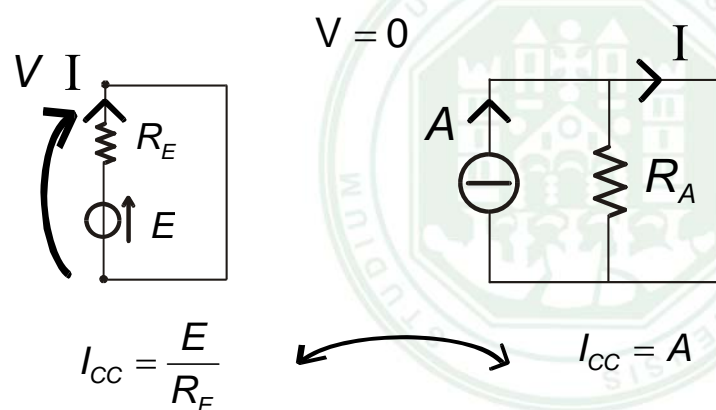
Eq. elettrotecnica

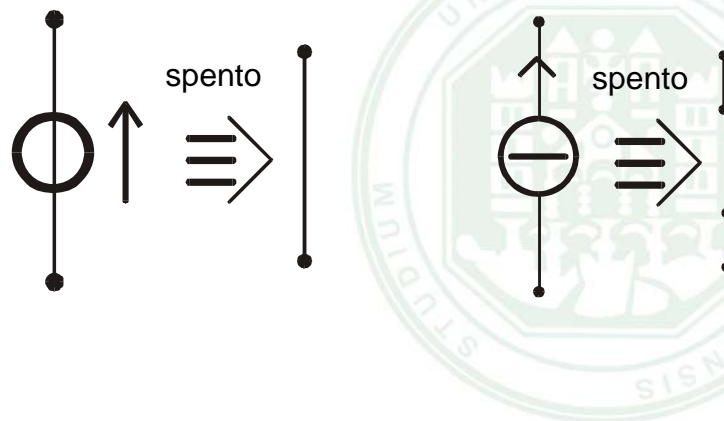
1) Stessa tensione a vuoto



Eq. elettrotecnica

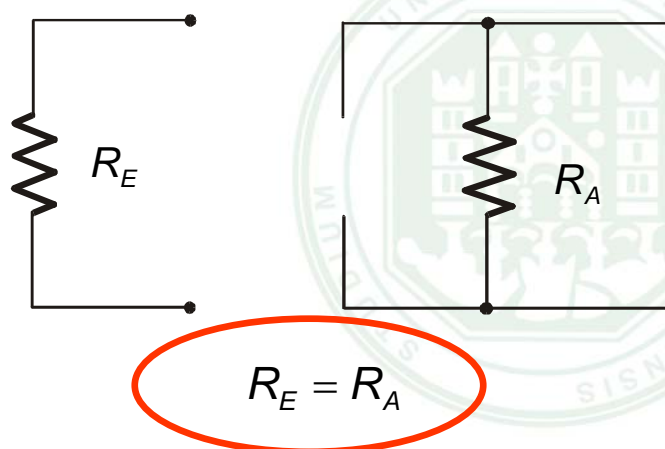
2) Stessa corrente di cortocircuito

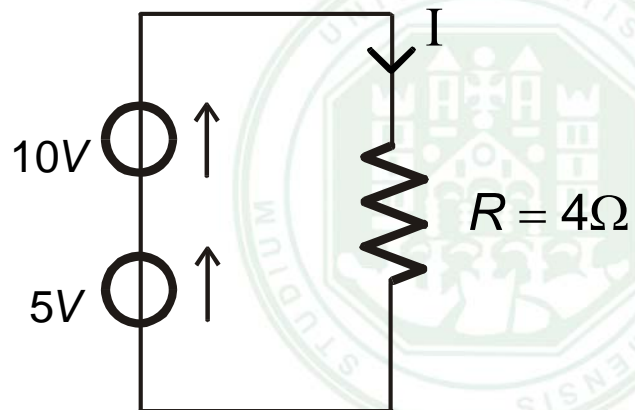
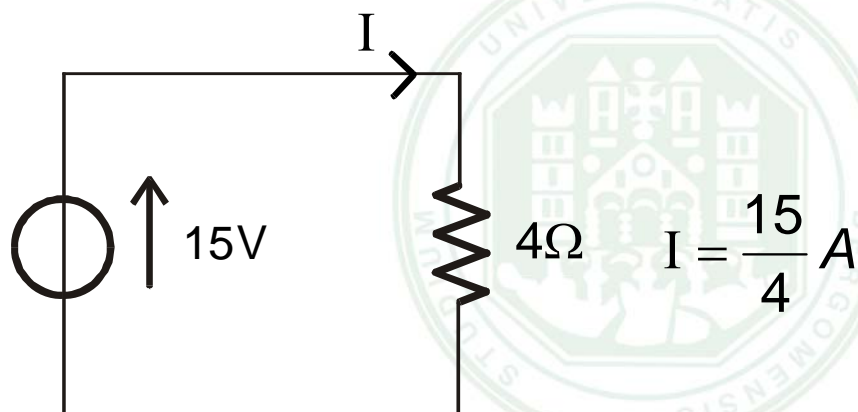


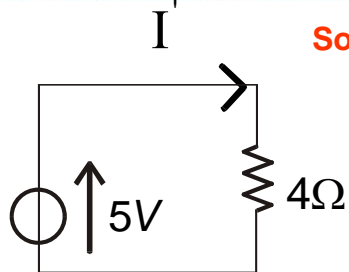


Eq. Elettrotecnica

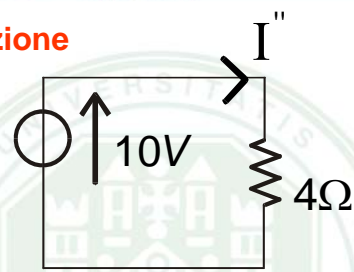
3) Stessa resistenza interna



**Sovrapposizione effetti****Metodo tradizionale**

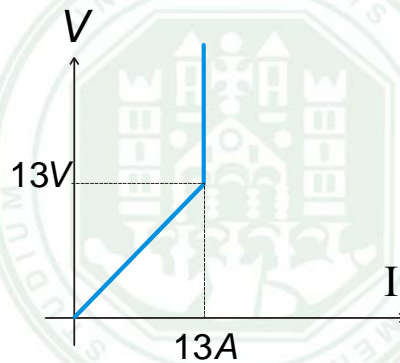
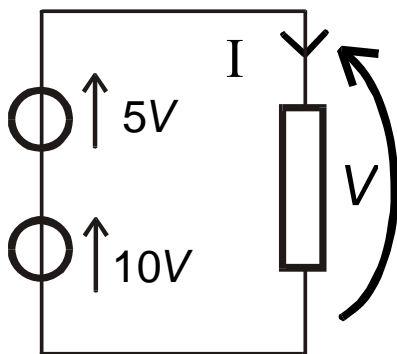
**Sovrapposizione**

$$I' = \frac{5}{4} A$$

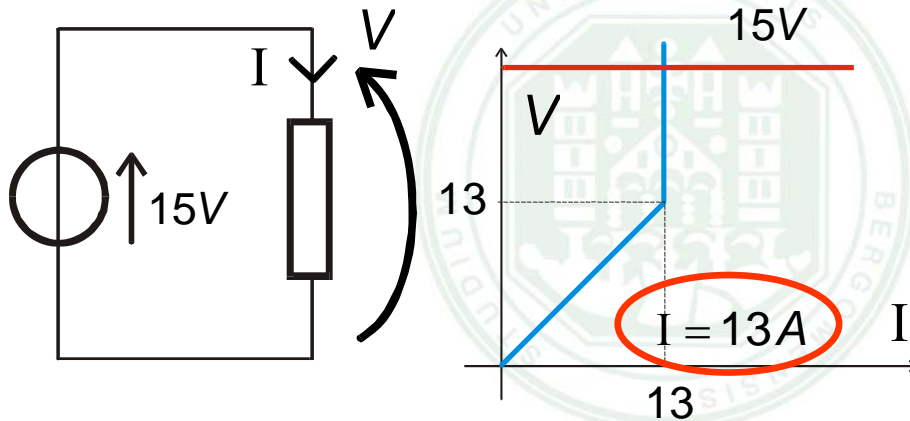


$$I'' = \frac{10}{4} A$$

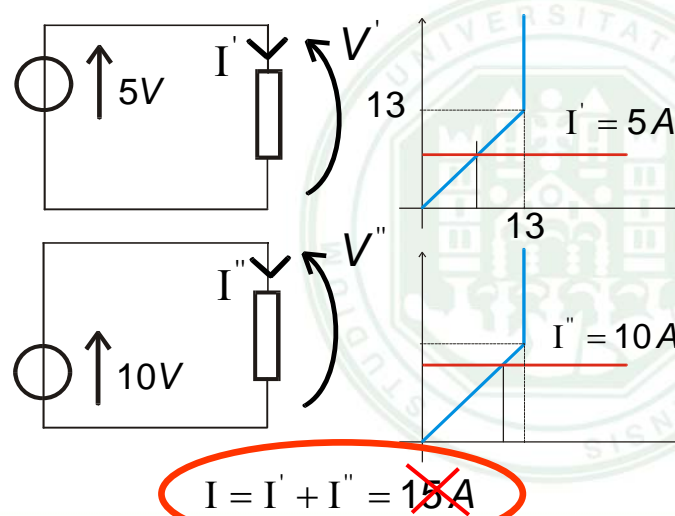
$$I = I' + I'' = \frac{5}{4} + \frac{10}{4} = \frac{15}{4} A$$

**Rete NON lineare**

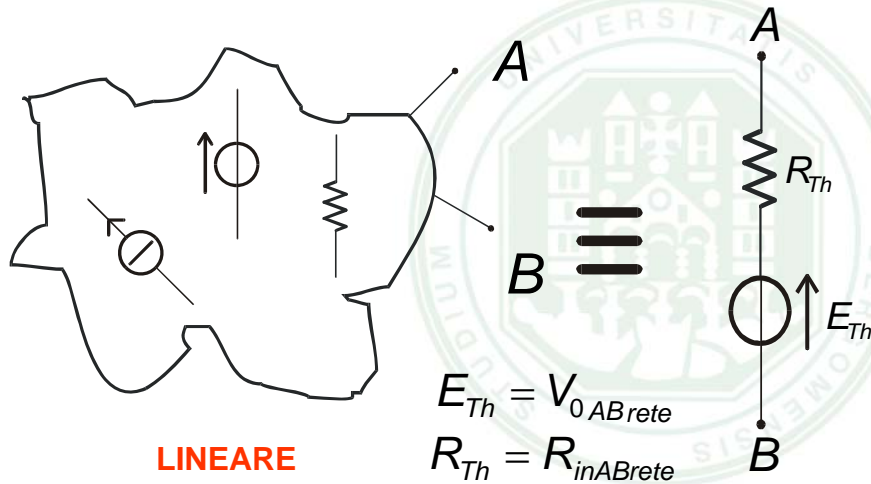
Metodo Tradizionale



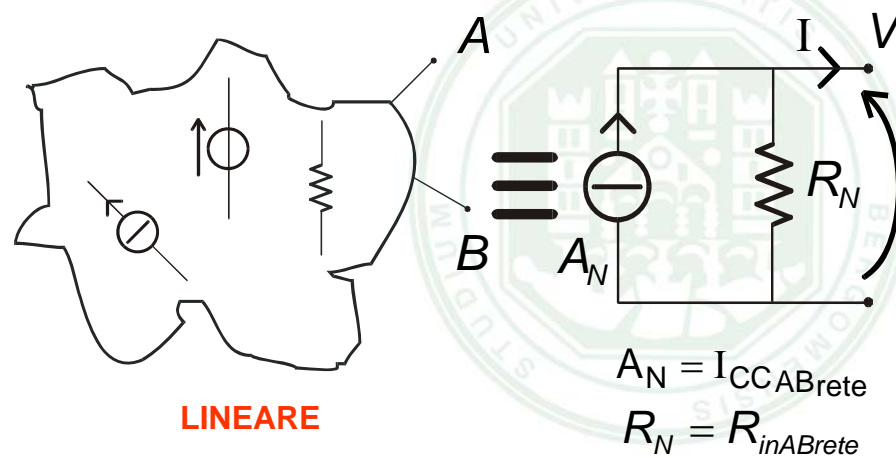
Sovrapposizione

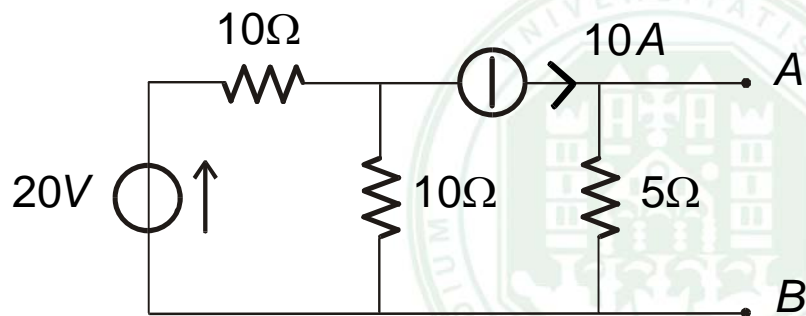


Teorema di THEVENIN



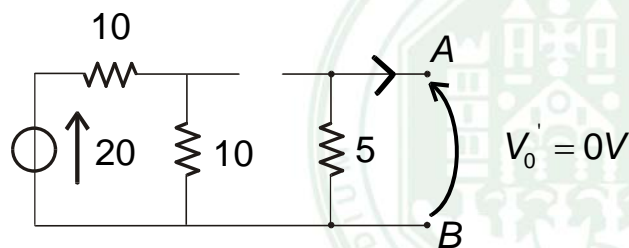
Teorema di NORTON



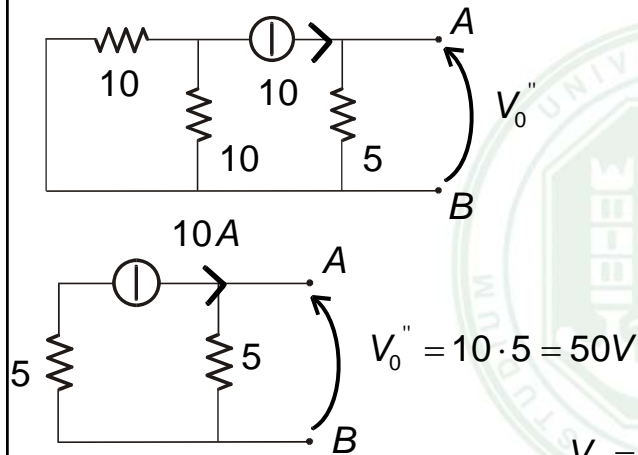
Teorema di THEVENIN

Applicabile ? SI

$$E_{th} = ?$$



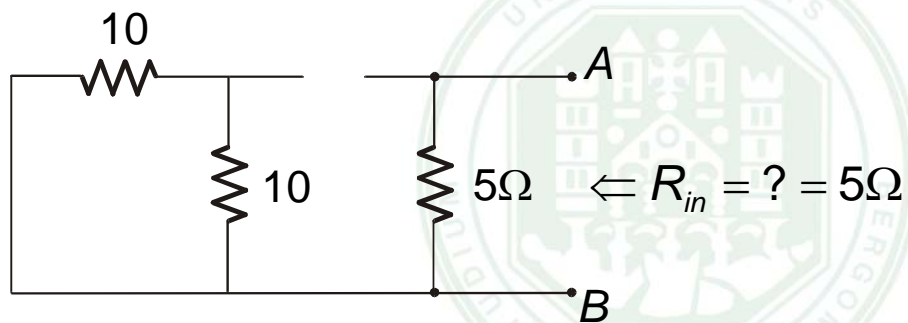
$$E_{th} = ?$$

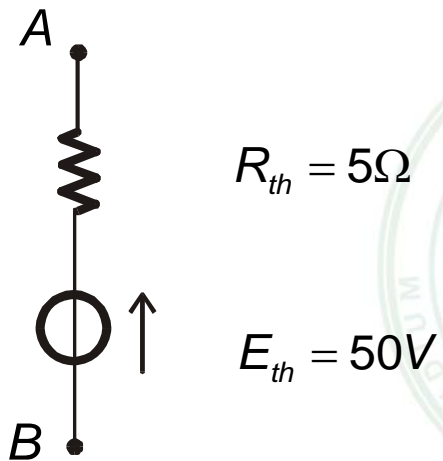


$$V_0 = V_0' + V_0'' = 50V$$

$$E_{th} = V_0 = 50V$$

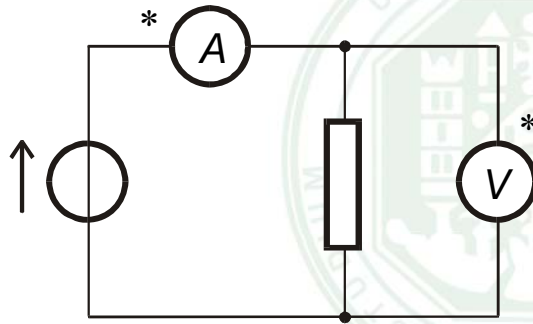
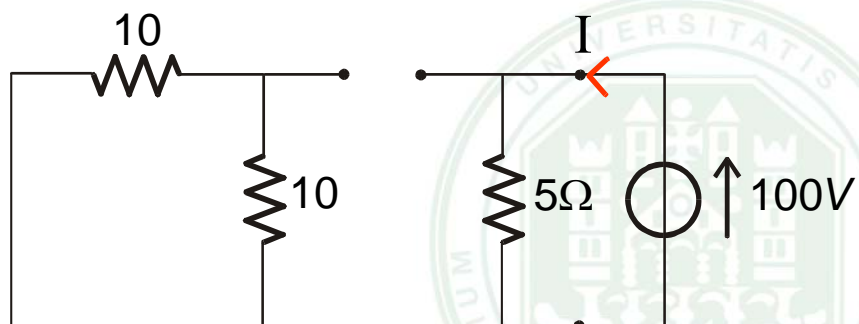
$$R_{in} = ?$$



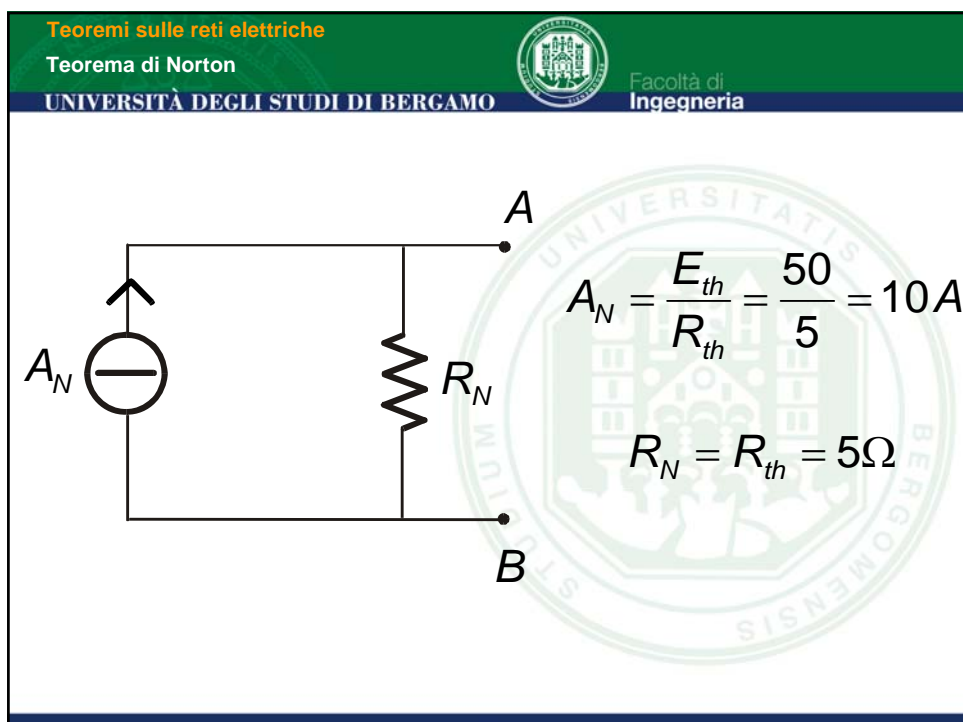
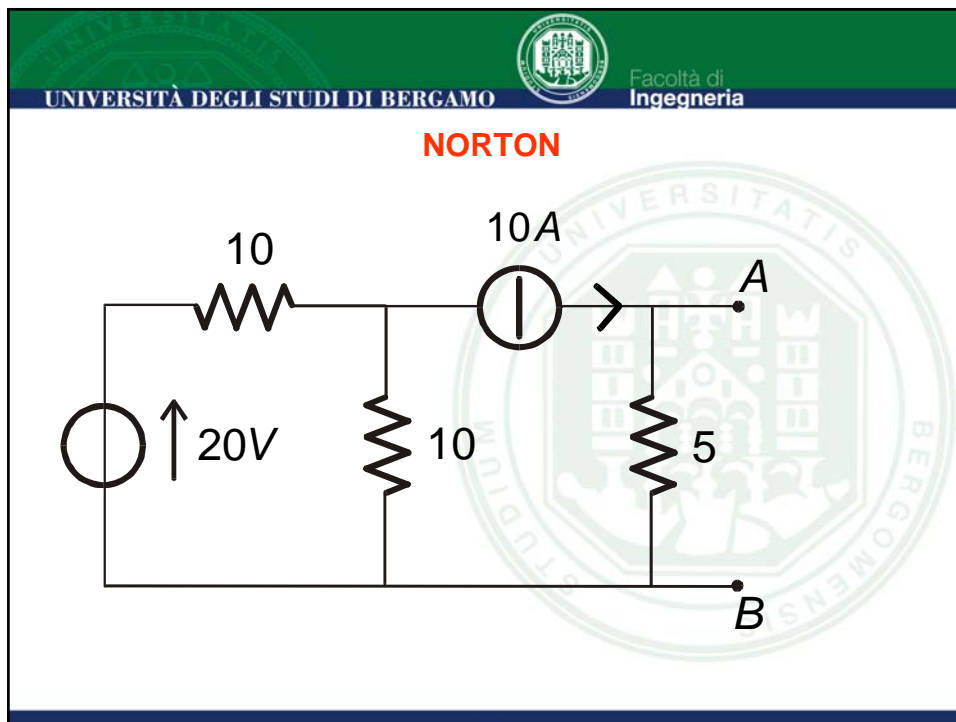


Voltmetri, amperometri (... e ancora convenzioni)



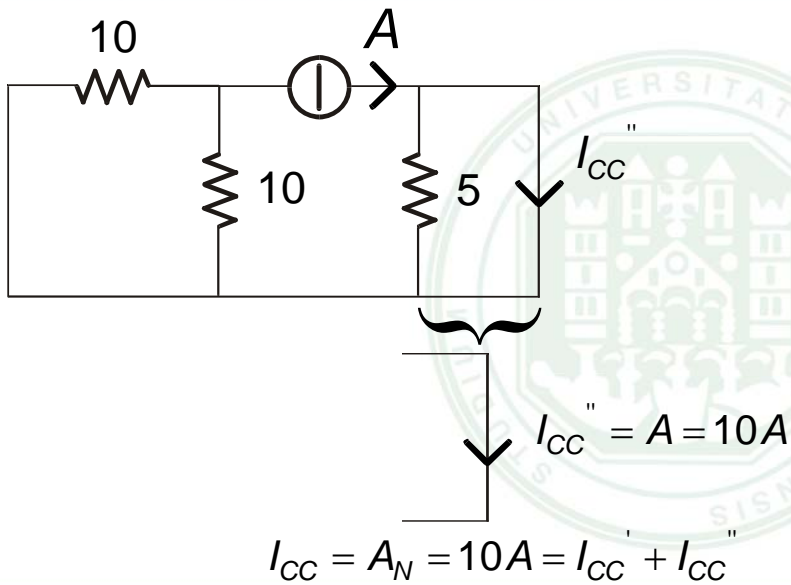
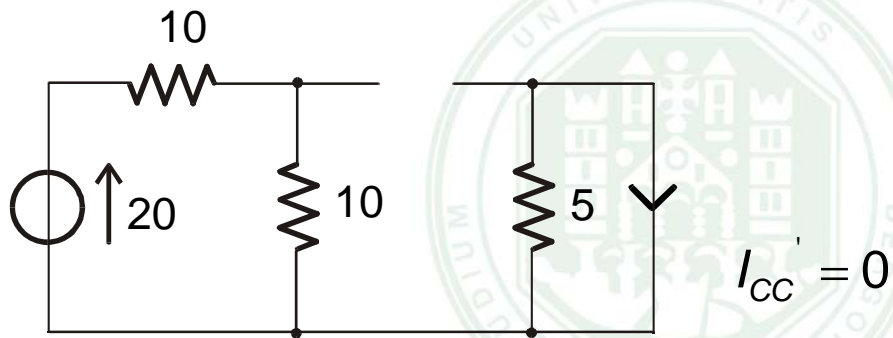
Metodo voltamperometrico**Teoremi sulle reti elettriche****Teorema di Thevenin****Alternativa per il calcolo della R**

$$R_{in} = \frac{100V}{I} = 5\Omega$$

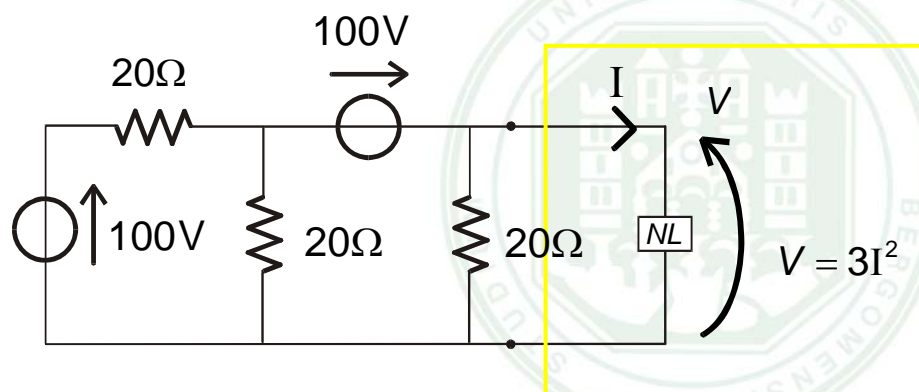




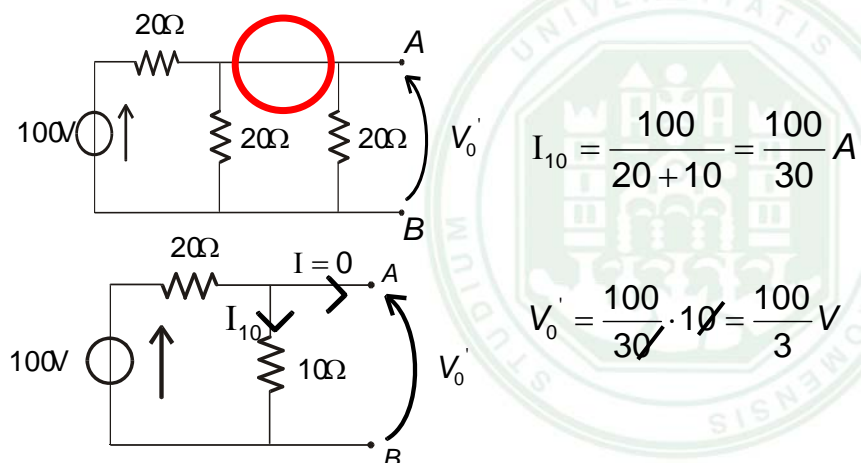
A_N

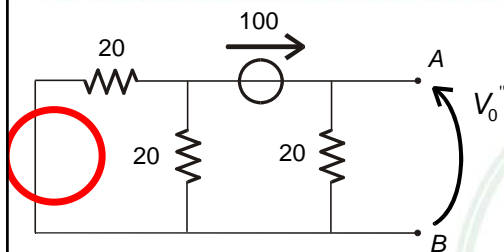


Reti con carichi NON lineari



$$E_{th} = ?$$

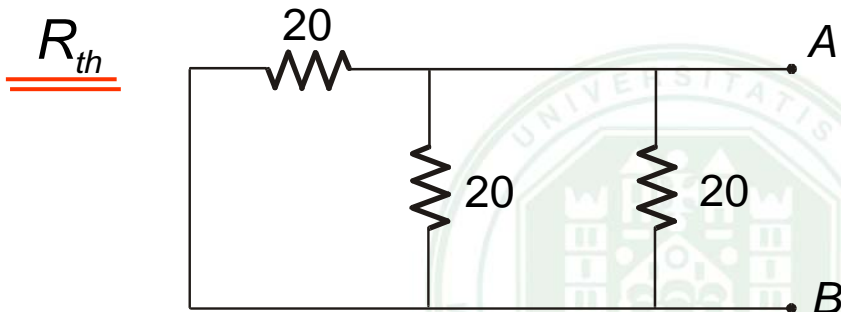
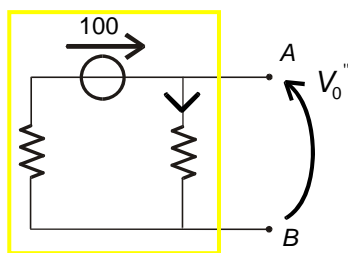




$$I = \frac{100}{30} \text{ A}$$

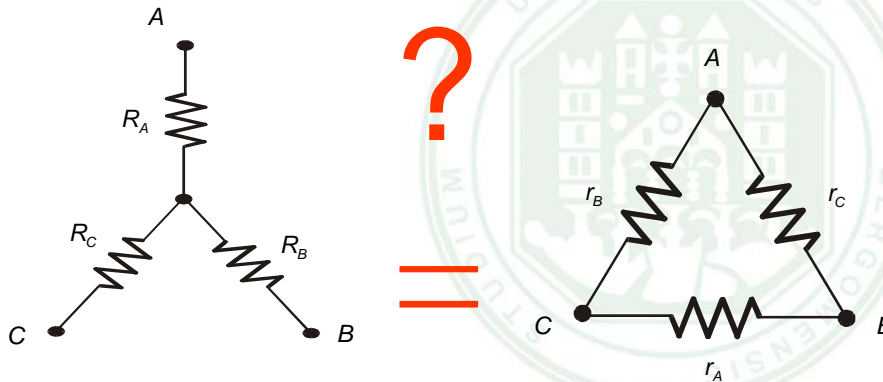
$$V_0'' = 20 \cdot \frac{100}{30} = \frac{200}{3} \text{ V}$$

$$V_0 = V_0' + V_0'' = 100 \text{ V}$$

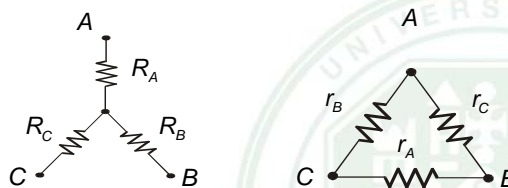


$$R_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{20}} = \frac{20}{3} \Omega$$

Equivalenza stella/triangolo



Equivalenza stella/triangolo



$$\begin{cases} R_A + R_B = r_C // (r_A + r_B) \\ R_B + R_C = r_A // (r_B + r_C) \\ R_C + R_A = r_B // (r_A + r_C) \end{cases}$$

Equivalenza stella/triangolo

$$\begin{cases} R_A + R_B = r_C // (r_A + r_B) \\ R_B + R_C = r_A // (r_B + r_C) \\ R_C + R_A = r_B // (r_A + r_C) \end{cases} \xrightarrow{-} R_A - R_C = \frac{r_C (r_A + r_B)}{\Sigma} - \frac{r_A (r_B + r_C)}{\Sigma}$$

$$2R_A = \frac{r_C (r_A + r_B)}{\Sigma} - \frac{r_A (r_B + r_C)}{\Sigma} + \frac{r_B (r_A + r_C)}{\Sigma}$$

$$2R_A = \frac{\cancel{r_C} r_A + r_B \cancel{r_C} - \cancel{r_A} r_B - r_A \cancel{r_C} + \cancel{r_B} r_A + r_B \cancel{r_C}}{r_A + r_B + r_C}$$

$$2R_A = \frac{2r_B r_C}{r_A + r_B + r_C}$$

Equivalenza stella/triangolo

$$R_A = \frac{r_B r_C}{r_A + r_B + r_C}$$

$$R_B = \frac{r_A r_C}{r_A + r_B + r_C}$$

$$R_C = \frac{r_A r_B}{r_A + r_B + r_C}$$

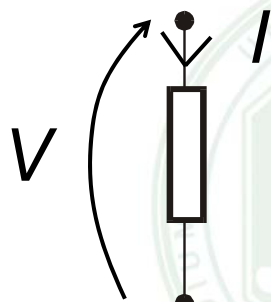
Equivalenza triangolo/stella

$$\begin{cases} r_A = \frac{R_A R_B + R_A R_C + R_C R_B}{R_A} \\ r_B = \text{idem} \\ r_C = \end{cases}$$

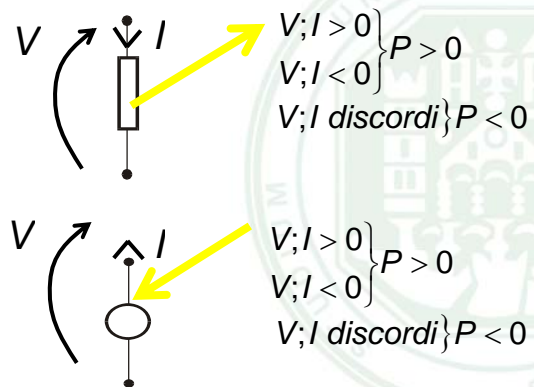
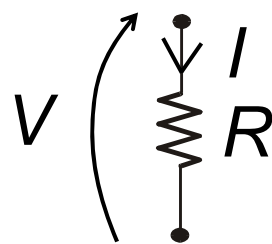
... se le R sono tutte uguali

$$r = 3R$$

Potenza elettrica



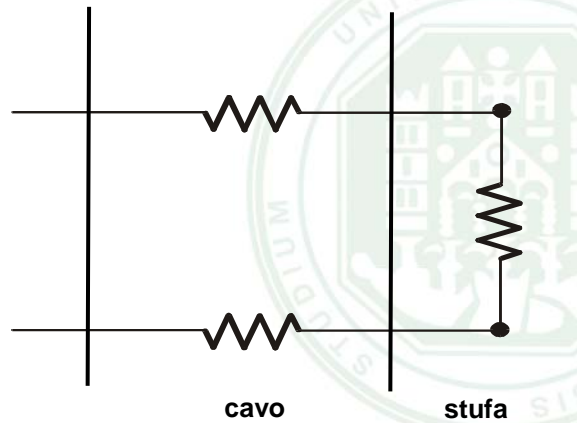
$P = V \cdot I$

Potenza elettrica**Potenza elettrica**

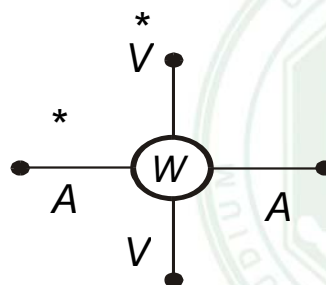
$$P = V \cdot I \quad V = RI$$

$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

Effetto Joule



Misure di potenza - Wattmetro





Misure di potenza - Wattmetro

