MOTO NEL PIANO

Bb1. In un moto piano, la velocità all'istante iniziale vale $\mathbf{v}(0) = 6\mathbf{i}+1\mathbf{j}$ e dopo due secondi vale $\mathbf{v}(2) = 3\mathbf{i}+5\mathbf{j}$. Il modulo dell'accelerazione media vale

(A) 1 m/s^2 (B) 1.41 m/s^2 (C) 2 m/s^2 (D) 2.50 m/s^2 (E) 5.00 m/s^2

SOLUZIONE. Il vettore accelerazione media è dato dal rapporto fra la differenza dei vettori velocità nei due istanti e l'intervallo di tempo in cui è avvenuta la variazione:

$$\mathbf{a} = \frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} = \frac{\mathbf{v}(2) - \mathbf{v}(0)}{2s} = \frac{(3-6)\mathbf{i} + (5-1)\mathbf{j}}{2}\,\text{m/s}^2 = -\frac{3}{2}\mathbf{i} + 2\mathbf{j}\ \text{m/s}^2$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{\left(-\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2}\ \text{m/s}^2 = \sqrt{\frac{25}{4}}\ \text{m/s}^2 = 2.5\,\text{m/s}^2$$

Bb2. Nel problema precedente, la componente centripeta dell'accelerazione vale

(A) 1 m/s^2 (B) 1.41 m/s^2 (C) 2 m/s^2 (D) 2.50 m/s^2 (E) 5.83 m/s^2

SOLUZIONE. Il modulo della componente tangenziale dell'accelerazione è il rapporto fra la differenza (a meno del segno) dei moduli delle velocità e l'intervallo di tempo:

$$a_t = \frac{|\Delta \text{v}|}{\Delta t} = \frac{|\text{v}(2) - \text{v}(0)|}{2s} = \frac{\left|\sqrt{3^2+5^2} - \sqrt{6^2+1^2}\right|}{2}\,\text{m/s}^2 = \frac{\left|\sqrt{34} - \sqrt{37}\right|}{2}\,\text{m/s}^2 = 0.126\,\text{m/s}^2$$

La componente (vettoriale) tangenziale $\mathbf{a}_t$ e quella centripeta $\mathbf{a}_c$ sono tra loro perpendicolari, la loro risultante è l'accelerazione totale $\mathbf{a}$. Quindi

$$a^2 = a_t^2 + a_c^2 \Rightarrow a_c = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{2.50^2 - 0.126^2}\ \text{m/s}^2 = 2.50\,\text{m/s}^2$$

Nell'approssimazione utilizzata di 3 cifre significative la componente centripeta e il modulo della accelerazione totale hanno identico valore.

Bb3. Un punto materiale, che nell'istante iniziale $t = 0$ si trova nell'origine O di un sistema di riferimento cartesiano, si muove nel piano xy. Se all'istante $t_1 = 2$ s si trova nel punto di coordinate P_1 (0, 3) m e all'istante $t_2 = 5$ s si trova nel punto di coordinate P_2 (4, 4) m, calcolare la velocità media $\mathbf{v}_1$ nell'intervallo da 0 a t_1 e la velocità media $\mathbf{v}_2$ nell'intervallo da t_1 a t_2.

[Risposta: $\mathbf{v}(1) = (1.5\text{m/s})\mathbf{j}$; $\mathbf{v}(2) = \left(\frac{4}{3}\text{m/s}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{1}{3}\text{m/s}\right)\mathbf{j}$]

Bb4. La velocità di un punto lungo una traiettoria piana all'istante iniziale è $\mathbf{v}_0 = 4\mathbf{i}-3\mathbf{j}$ (m/s) e dopo un secondo, la velocità vale $\mathbf{v}_1 = 3\mathbf{i}-4\mathbf{j}$ (m/s). L'accelerazione tangenziale del punto vale (in m/s^2)

(A) 0 m/s^2 (B) 0.41 m/s^2 (C) 1.0 m/s^2 (D) 1.4 m/s^2 (E) ________

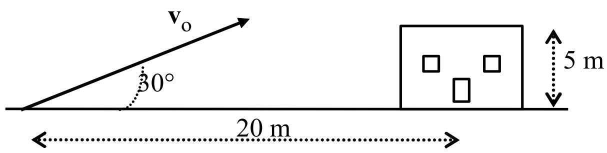
Bb5. Calcolare le componenti cartesiane del vettore accelerazione e del vettore accelerazione tangenziale del punto P il cui vettore spostamento varia secondo la legge: $\mathbf{s}(t) = 8\,t\,\mathbf{i} - 2t^2\mathbf{j}$, dove s è misurato in metri, t in secondi e le costanti hanno opportune unità di misura.

[Risposta: $\mathbf{a}(t) = -4\mathbf{j}$; $\mathbf{a}_\text{T}(t) = \frac{8t}{4+t^2}\mathbf{i} - \frac{4t^2}{4+t^2}\mathbf{j}$]

Bb6. In riferimento all'esercizio precedente, calcolare le componenti cartesiane del vettore accelerazione centripeta e, nell'istante $t = 1$ s, il raggio di curvatura istantaneo della traiettoria.
[Risposta: $\mathbf{a}_\text{N}(1\text{s}) = -1.6\,\mathbf{i} - 3.2\mathbf{j}$; $R = 22.4$ m]

Bb7. Uno "Stuka" (caccia bombardiere tedesco della seconda guerra mondiale progettato per bombardare mentre scende in picchiata) sgancia una bomba mentre è a duemila metri dal suolo e ha una velocità di 150 m/s che forma un angolo di 30° con la verticale discendente. L'accelerazione di gravità è verticale discendente e vale 9.8 m/s^2. La bomba raggiunge il suolo dopo un tempo di circa
(A) 7 s **(B) 11 s** (C) 13 s (D) 15 s (E) ___________

Bb8. Una palla è tirata con una inclinazione di 30° ed atterra ad una distanza orizzontale di 20 m sul tetto di una costruzione alta 5 m. La velocità iniziale della palla è di circa



(A) 7.6 m/s (B) 15 m/s (C) 9.8 m/s (D) 32 m/s **(E) 20 m/s**

MOTO CIRCOLARE E MOTO ARMONICO

Bc1. Un punto si muove si una circonferenza di raggio R = 2 m con velocità angolare variabile nel tempo secondo la legge: $\omega(t) = kt$, dove k = 3rad/s^2. Sapendo che all'istante iniziale la posizione angolare è $\vartheta(0) = 0$, trovare la velocità angolare e tangenziale, l'accelerazione centripeta e tangenziale nell'istante t^* = 0.6 s.
[Risposta:$\omega(t^*)$ = 1.8 rad/s; v (t^*)= 3.6 m/s; $\vartheta(t^*)$ = 0.54 rad; a_T = 6 m/s^2; a_c = 6.48 m/s^2]

Bc2. Le componenti del vettore posizione di un punto materiale che si muove su una traiettoria curvilinea sono date da: $\mathbf{s}(t) = (R\sin\omega t)\mathbf{i} + R(1-\cos\omega t)\mathbf{j}$.
calcolare l'equazione della traiettoria, il modulo della velocità tangenziale, l'accelerazione tangenziale e l'accelerazione centripeta.
[Risposta:$x^2 + y^2 - 2Ry = 0$; $|\mathbf{v_T}| = R\omega$; $a_c = \omega^2 R$; $a_T = 0$]

Bc3. Le componenti del vettore posizione di un punto materiale sono rispettivamente:
x = (3m) cos ωt e y = (3m) sen ωt. Se la velocità del punto ha modulo costante v = 10 m/s; la sua pulsazione angolare ω vale
(A) 0.3 rad/s (B) 0.33 rad/s (C) 3 rad/s **(D) 3.33 rad/s** (E) 10 rad/s

Bc4. Le componenti del vettore posizione di un punto materiale per t>0 seguono la legge:
$x(t) = (v_0 t)$ cos ωt e $y(t) = (v_0 t)$ sen ωt con v_0 = 3 m/s e ω = 3.14 rad/s. La componente x della velocità all'istante t = 1 s in valore assoluto vale
(A) 0 m/s **(B) 3.00 m/s** (C) 9.42 m/s (D) 9.89 m/s (E) _________

Bc5. Con riferimento al problema precedente, il modulo dell'accelerazione nell'istante t = 1 s vale
(A) 0 m/s^2 (B) 3.98 m/s^2 (C) 8.98 m/s^2 (D) 18.84 m/s^2 **(E) 35.10 m/s^2**

Bc6. Un punto in moto circolare uniforme con periodo T = 5 s ha una accelerazione centripeta di 20 m/s^2. Il modulo della sua velocità vale circa
(A) 57 km/h (B) 25 m/s (C) 80 m/s (D) 290 km/h (E) 9.8 m/s^2

Bc7. Un punto A che descrive con velocità v_A, costante in modulo, una circonferenza di raggio r ha una accelerazione centripeta 25 volte maggiore di quella di un punto B che descrive un'orbita circolare di raggio 5r con velocità in modulo costante v_B. Il rapporto v_B/v_A è pari a

(A) 25 (B) 5 (C) $\sqrt{5}$ (D) 1 **(E) 1/$\sqrt{5}$**

Bc8. La Luna compie approssimativamente un'orbita circolare di raggio R = 3.8×10^8 m attorno alla Terra in 28 giorni; la sua accelerazione centripeta vale circa (in m/s^2)
(A) 2.56 (10^{-3}) (B) 5.72 (10^{-3}) (C) 0.98 (D) 3.14 (10^{-2}) (E) ______

Bc9. Un punto che oscilla di moto armonico con periodo $T = 3.14$ s raggiunge una velocità massima di 20 km/h. Il suo moto sarà descritto da un'equazione del tipo $x(t) = x_0 \cos(\frac{2\pi}{T} t + \varphi)$, dove l'ampiezza x_0 vale circa
(A) 10 km (B) 9.8 m (C) 17.4 m (D) 62.8 km **(E) 2.78 m**

Bc10. Un punto oscilla con moto armonico di ampiezza massima $x_{max} = 1$ m, compiendo una oscillazione completa in 2.5 s. Calcolare la sua accelerazione nel punto $x = 0.33$ m.
(A) 3.98 m/s^2 **(B) – 2.08 m/s^2** (C) 8.98 m/s^2 (D) 18.84 m/s^2 (E) 35.10 m/s^2