



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI BERGAMO

Informatica

Modulo di Programmazione

INFORMATICA
MODULO DI PROGRAMMAZIONE
RECURSIVE FUNCTIONS

mauro.pelucchi@gmail.com

Mauro Pelucchi

2023/2024

Agenda

- Recursive Functions

Recursion

- Recursive functions
 - Functions that call themselves
 - Can only solve a base case
- If not base case
 - Break problem into smaller problem(s)
 - Launch new copy of function to work on the smaller problem (recursive call/recursive step)
 - Slowly converges towards base case
 - Function makes call to itself inside the return statement
 - Eventually base case gets solved
 - Answer works way back up, solves entire problem

Recursion

- Example: factorial

$$n! = n * (n - 1) * (n - 2) * ... * 1$$

- Recursive relationship ($n! = n * (n - 1)!$)

$$5! = 5 * 4!$$

$$4! = 4 * 3!...$$

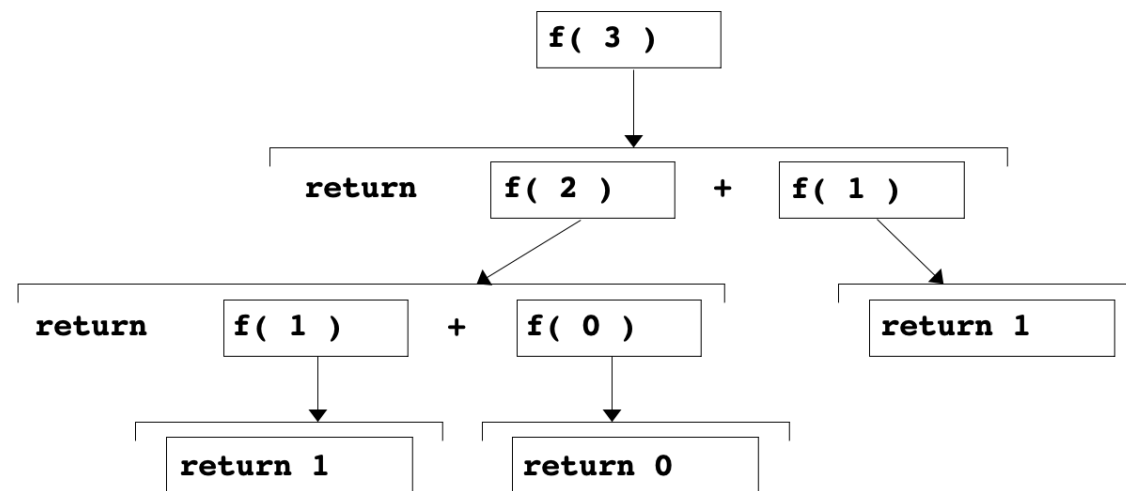
- Base case ($1! = 0! = 1$)

Recursion

- Fibonacci series: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8...
 - Each number sum of two previous ones
 - Example of a recursive formula:
 - $fib(n) = fib(n-1) + fib(n-2)$
- C++ code for Fibonacci function

```
long fibonacci( long n )
{
    if ( n == 0 || n == 1 )    // base case
        return n;
    else
        return fibonacci( n - 1 ) +
               fibonacci( n - 2 );
}
```

Recursion



- Order of operations
 - `return fibonacci(n - 1) + fibonacci(n - 2);`
- Recursive function calls
 - Each level of recursion doubles the number of function calls
 - 30th number = $2^{30} \sim 4$ billion function calls
 - Exponential complexity

Recursion vs. Iteration

- Repetition
 - Iteration: explicit loop
 - Recursion: repeated function calls
- Termination
 - Iteration: loop condition fails
 - Recursion: base case recognized
- Both can have infinite loops
- Balance between performance (iteration) and good software engineering (recursion)

Esercizio 1

Scrivere un programma C che, dato un numero calcola la somma dei primi N numeri pari positivi in maniera ricorsiva.

Specifica Liv 1:

La somma dei primi N numeri pari è data dalla seguente,

$$S_N = 2*1 + 2*2 + 2*3 + \dots + 2*i + \dots + 2*(N-1) + 2*N.$$

Specifica Liv 2:

se $N = 1$, $S_N = 2$,

(CASO BASE)

se $N > 1$, $S_N = 2 * N + S_{N-1}$

(PASSO INDUTTIVO)

(somma dell'N-esimo numero pari +
la somma dei primi N-1 numeri pari.)

```
int somma_pari(int N){  
    if (N <= 1)  
        return 2;  
    else  
        return 2*N + somma_pari(N-1);  
}
```


Esercizio 2

Scrivere una funzione che calcoli il valore M^N , dove M è un numero in virgola mobile e N un numero intero.

Imo caso:

Hp: M intero, N intero con $N \geq 0$

Specifica Liv 1:

$$M^N = M * M * M * \dots * M; \text{ N volte.}$$

Specifica Liv 2:

Se $N = 0$, allora $M^N = 1$ (caso base)

Se N è pari, allora $M^N = (M^{N/2})^2$ (passo induttivo)

Se N è dispari, allora $M^N = (M^{N-1}) * M$ (passo induttivo)

per considerare anche il caso di potenze negative cosa occorrerebbe fare?



Esercizio 3

Scrivere una funzione ricorsiva

```
void BoomBang(int k)
```

che stampa k volte la stringa "Boom" seguita dalla stampa della stringa "Bang" anch'essa k volte.

Esempio:

```
BoomBang(3)
```

output: Boom Boom Boom Bang Bang Bang

Esercizio 4

Scrivere un sottoprogramma che restituisca il valore massimo di un vettore di interi con procedimento ricorsivo.

Specifica Liv 1:

Si pensi di assegnare il primo elemento dell'*array* come massimo e confrontarlo con tutti gli altri cambiando il valore del massimo se questo è minore della cella corrente del vettore.

Specifica Liv 2:

Detta N la lunghezza del vettore *array*

Se $N = 1$, allora $\text{max} = \text{array}[0]$ (caso base)

Se $N > 1$, allora il massimo del vettore di N elementi (max) sarà uguale al risultato del confronto tra $\text{array}[0]$ e il massimo degli elementi del sotto-vettore che va da $\text{array}[1]$ a $\text{array}[N]$. (N.B.: quindi è lungo $N-1$)
(passo induttivo)

Esercizio 5

Scrivere un sottoprogramma che inverta un vettore di interi con procedimento ricorsivo.

Esercizio 6

Scrivere un sottoprogramma ricorsivo che stabilisca se una stringa passata come parametro contiene una parola palindroma. In caso affermativo il sottoprogramma restituisce 1, altrimenti restituisce 0.

Esercizio 7

Calcolo del coefficiente binomiale

Scrivere un programma C che stampi sullo standard output tutti i valori del triangolo di Tartaglia per un certo ordine N, utilizzando una funzione ricorsiva per il calcolo dei coefficienti binomiali, avente il seguente prototipo:

```
int cobin(int n, int k);
```

La costruzione del triangolo di Tartaglia è mostrata di seguito.

Si ricorda inoltre che ognuno dei coefficienti del triangolo prende il nome di coefficiente binomiale `cobin(n, k)`

k=	0	1	2	3	4	5	
	1						n = 0
	1	1					n = 1
	1	2	1				n = 2
	1	3	3	1			n = 3
	1	4	6	4	1		n = 4
	1	5	10	10	5	1	n = 5

.....

Esercizio 8

Ricerca Dicotomica

- Si scriva un sottoprogramma C che effettui la ricerca di un intero in un vettore ordinato (in senso crescente) in maniera ricorsiva, restituendo l'indice della prima occorrenza nel vettore del valore cercato.