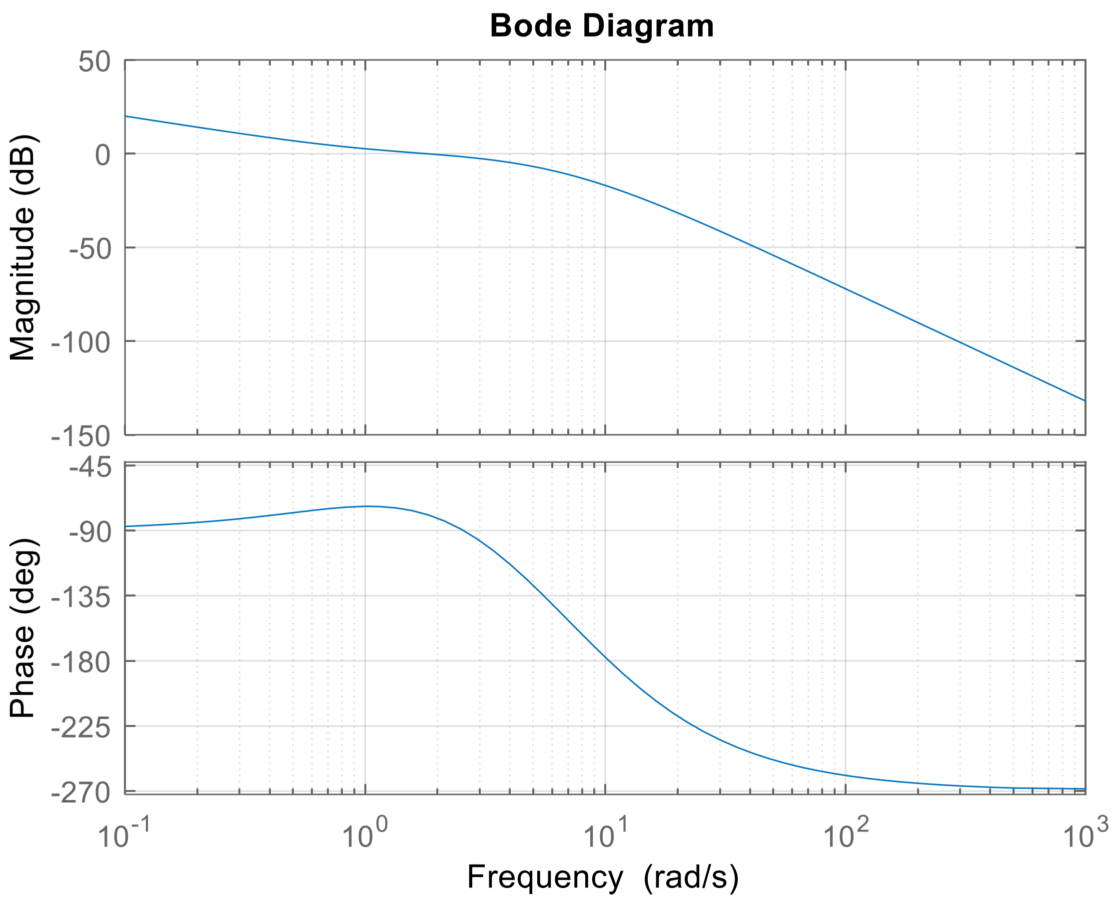
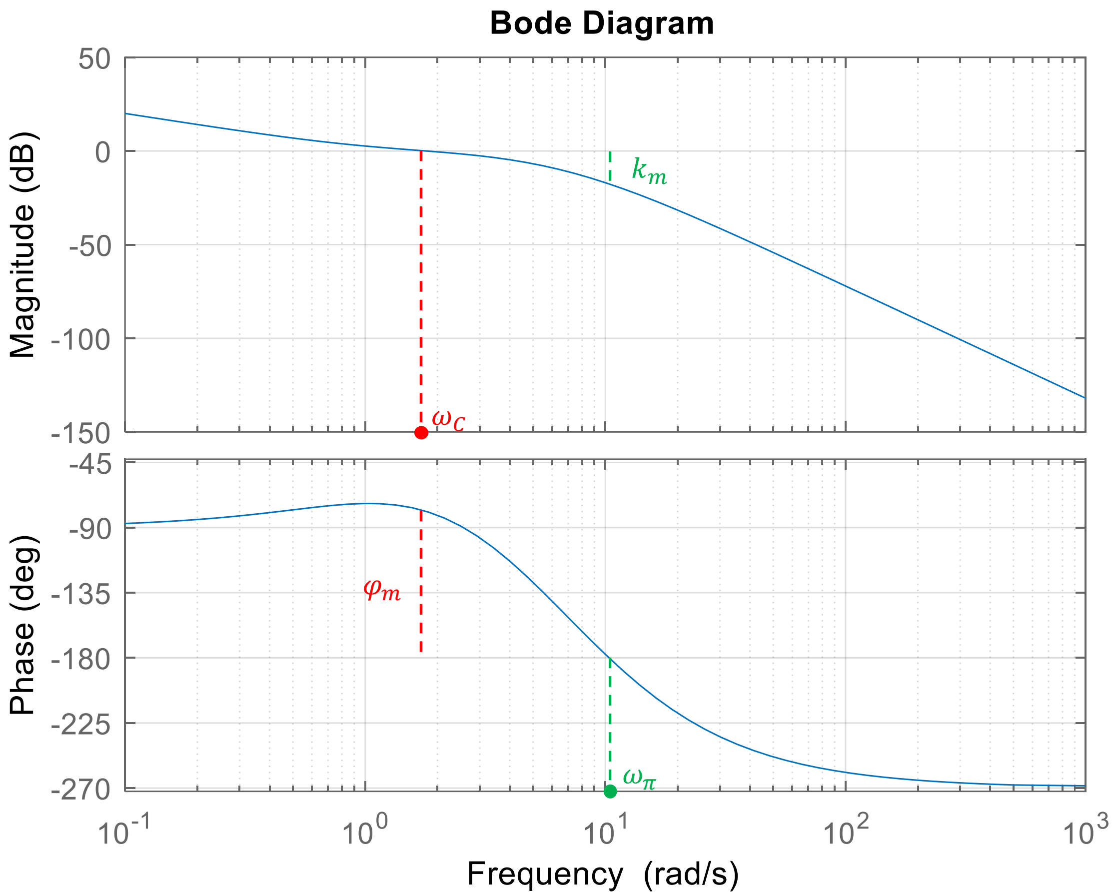
ESERCIZIO 1

Si consideri un sistema dinamico retroazionato con funzione di trasferimento d'anello $L(s)$ descritta dai seguenti diagrammi di Bode



1.1 Stimare dal grafico i valori di pulsazione critica, margine di fase e margine di guadagno. Dire, se possibile, se il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.



Dal grafico si può stimare che

$\omega_c \cong 1.8\,rad/s$ (valore vero $1.79\,rad/s$)

$\omega_\pi \cong 10.5\,rad/s$ (valore vero $10.40\,rad/s$)

$\varphi_m \cong 100°$ (valore vero $101°$)

$k_m \cong 20\,dB$ (valore vero $17.6\,dB$)

Il criterio di Bode è applicabile poiché il diagramma del modulo attraversa l'asse a 0 dB una sola volta e, analizzando il rapporto tra pendenze del diagramma del modulo e valore della fase, si può dedurre che il sistema è a fase minima (e quindi non ha poli a destra).

Il guadagno è positivo (già detto che il sistema è a fase minima e comunque il sistema ha un integratore e la sua fase in bassa frequenza è $-90°$), il margine di fase è positivo e quindi il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

1.2 Sulla base dei valori trovati al punto precedente, calcolare il massimo ritardo d'anello ammissibile per il sistema retroazionato.

Il massimo ritardo d'anello τ_{max}è il valore del ritardo che, se posizionato nell'anello di retroazione, introduce uno sfasamento alla pulsazione critica (in modulo) pari al margine di fase. Quindi τ_{max} è tale che

$$\omega_c \tau_{max} = \varphi_m \frac{\pi}{180°}$$

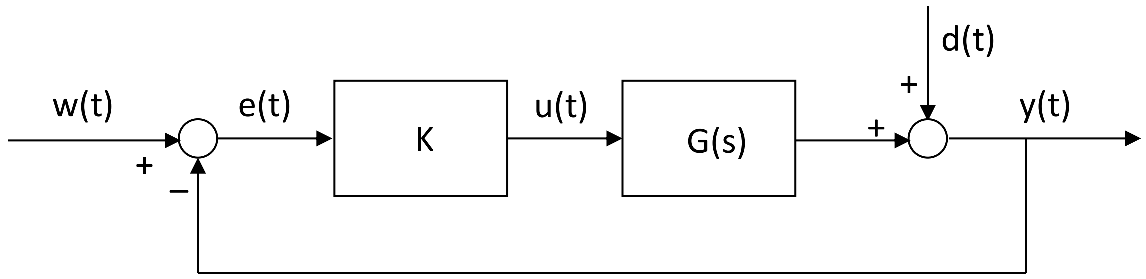
da cui

$$\tau_{max} = \frac{\varphi_m}{\omega_c} \frac{\pi}{180°} = 0.97\ s$$

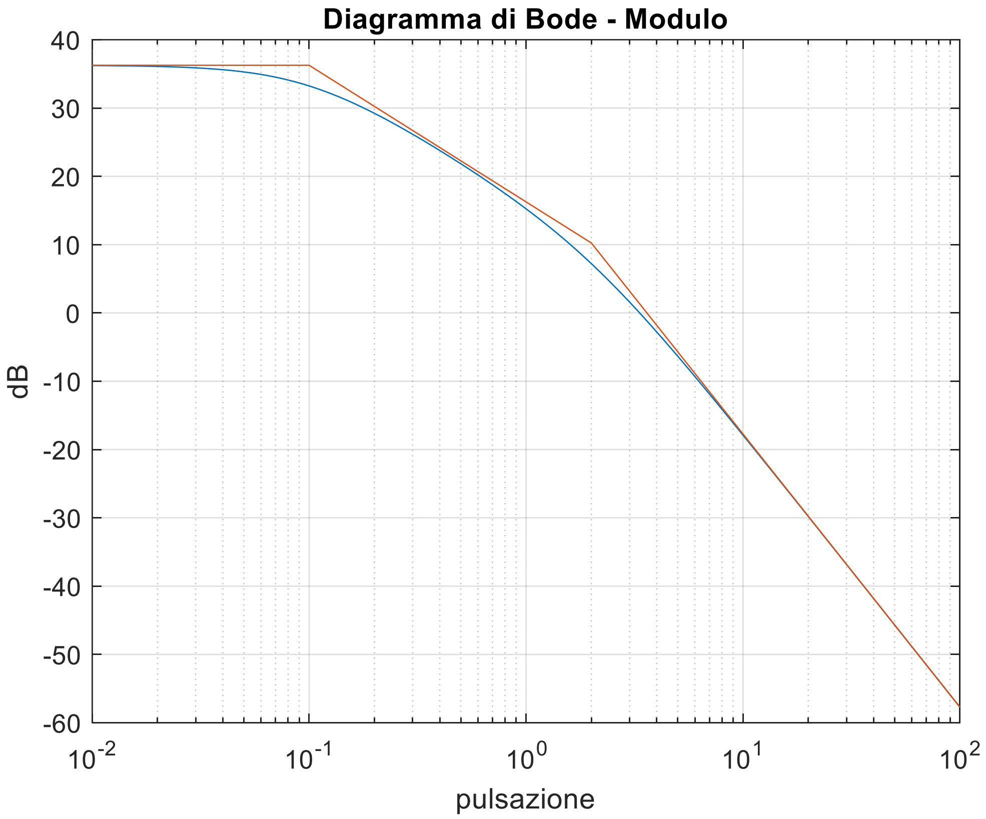
Il valore vero è $0.99\ s$.

ESERCIZIO 2

Si consideri il sistema dinamico retroazionato descritto dal seguente schema a blocchi, dove $G(s)$ è una funzione di trasferimento a fase minima e $K > 0$.



Il diagramma di Bode (asintotico ed effettivo) del modulo della risposta in frequenza di $G(s)$ è mostrato nella seguente figura



2.1 Sia $K = 1$. Dire se il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

Per $K = 1$ si ha che $L(s) = KG(s) = G(s)$ e quindi il diagramma di Bode in figura è quello della funzione d'anello.

Dal grafico si può stimare quindi che $\omega_C \cong 3.5\ rad/s$. Per calcolare la fase critica è necessario stimare dal grafico anche la funzione di trasferimento (non serve il diagramma della fase perché il sistema è a fase minima).

Dal grafico si può dedurre che il sistema ha

- tipo $g = 0$
- guadagno $\mu \cong 37\ dB$, cioè $\mu \cong 71$
- poli in $p_1 = -0.1$ e $p_2 = -2$

Quindi la funzione di trasferimento stimata è

$$G(s) = \frac{71}{(1 + 10s)(1 + 0.5s)}$$

E' quindi possibile calcolare il margine di fase.

$$\varphi_C = -arctg(10\omega_C) - arctg(0.5\omega_C) = -arctg(35) - arctg(1.75) = -88°.4 - 60°.2 = -148°.6$$

e quindi

$$\varphi_m = 180° - |\varphi_C| = 31°.4$$

Quindi, per il criterio di Bode, il sistema è asintoticamente stabile.

2.2 Determinare il valore di K per cui la pulsazione critica del sistema retroazionato vale $\omega_c = 20\ rad/s$.

Alla pulsazione $\omega = 20\ rad/s$ si ha $|G(j\omega)| = -30\ dB$. Se desideriamo che $20\ rad/s$ sia la pulsazione critica bisogna scegliere K in modo da traslare verso l'alto il diagramma di Bode della figura (che è per $K = 1$).

Infatti, dal momento che $L(s) = KG(s)$ sia ha che $|L(j\omega)| = K|G(j\omega)|$. Passando ai decibel si ha che

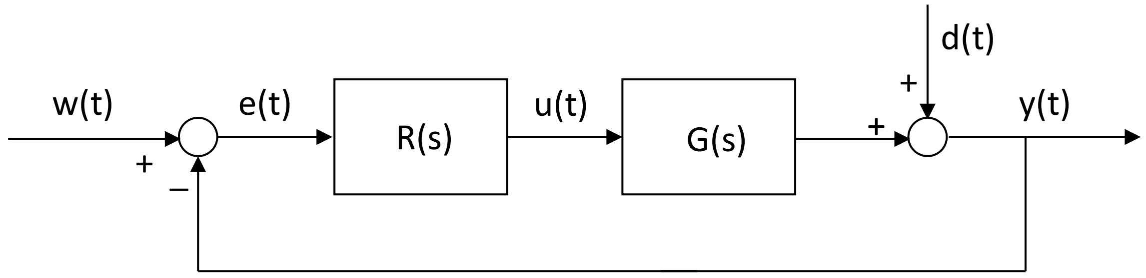
$$|L(j\omega)|_{dB} = K_{dB} + |G(j\omega)|_{dB}$$

Quindi, dal momento che $|G(j20)|_{dB} = -30\ dB$ e noi desideriamo che sia $|L(j20)|_{dB} = 0\ dB$, dovremo scegliere $K_{dB} = 30\ dB$ cioè

$$K = 10^{\frac{30}{20}} \cong 31.6$$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi

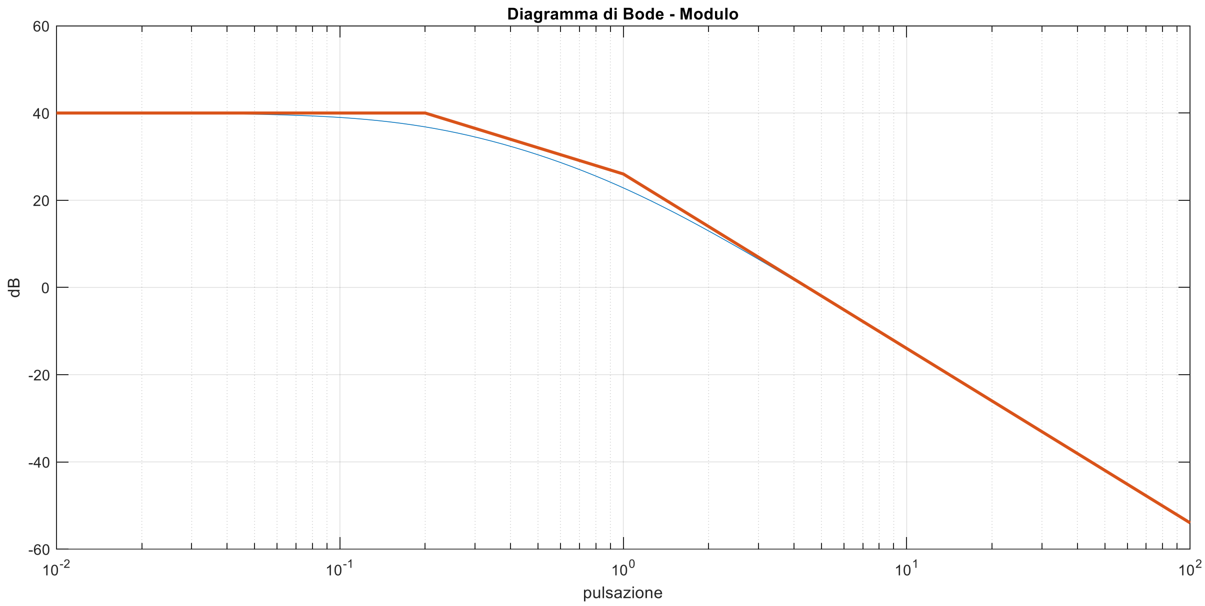


dove $G(s) = \frac{25}{(1+5s)(1+s)}$ **e** $R(s) = 4$

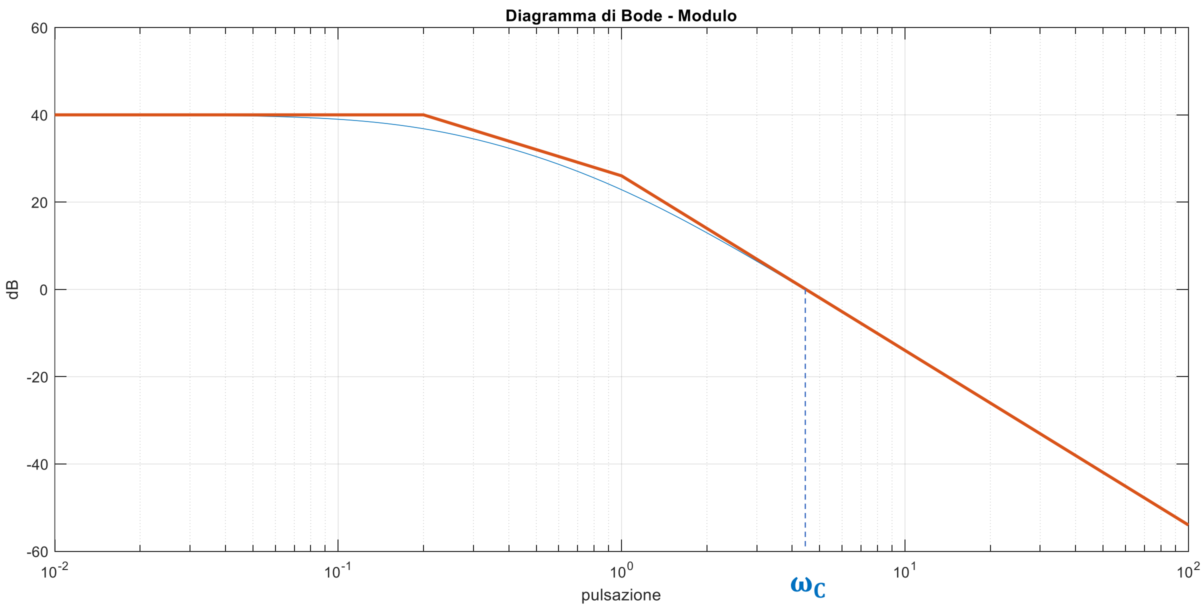
3.1 Tracciare il diagramma di Bode asintotico del modulo della risposta in frequenza della funzione di trasferimento d'anello.

La funzione di trasferimento d'anello è

$$L(s) = R(s)G(s) = \frac{100}{(1+5s)(1+s)}$$



3.2 Sulla base del diagramma tracciato, valutare approssimativamente il valore della pulsazione critica ω_C e calcolare il margine di fase φ_m.



Dal diagramma di Bode è possibile ricavare la pulsazione critica $\omega_C \cong 4.5\ rad/s$ e poi calcolare la fase critica

$\varphi_c = -\,atan(4.5 \cdot 5) - atan(4.5) = -164.9°$

e di conseguenza il margine di fase

$$\varphi_m = 180° - |-164.9°| = 15.1°$$

3.3 Valutare approssimativamente la posizione dei poli dominanti in anello chiuso e confrontarla con la loro posizione esatta.

Poiché il margine di fase è $\varphi_m < 75°$, si è in presenza di poli dominanti complessi coniugati con:

$\omega_n \cong \omega_c \cong 4.5\frac{rad}{s}$ e $\xi \cong \frac{\varphi_m}{100} \cong 0.15.$

Calcolando la funzione di trasferimento in anello chiuso si ha

$$F(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} = \frac{100}{5s^2+6s+101} = \frac{20}{s^2+\frac{6}{5}s+\frac{101}{5}}$$

da cui $\omega_n = \sqrt{\frac{101}{5}} \cong 4.49\frac{rad}{s}$ e $\xi = \frac{6}{10\sqrt{\frac{101}{5}}} \cong 0.13$

I due risultati sono molto simili.

3.4 Supponendo che gli ingressi siano $w(t) = d(t) = sca(t)$, calcolare il valore dei contributi al modulo dell'errore a transitorio esaurito dovuto ai due ingressi.

Il guadagno di $G(s)$ è $\mu_G = 25$ e il guadagno del regolatore è $\mu_R = 4$.

Quindi il guadagno d'anello è $\mu = 100$.

Il tipo della funzione d'anello è $g = 0$.

L'ampiezza degli scalini per entrambi gli ingressi è $A = 1$.

E' quindi possibile fare riferimento alla tabella per il calcolo dell'errore a regime.

Valore di regime $|e(\infty)|$ in risposta a $w(t)$ oppure a $d(t)$

	A sca(t)	A ram(t)	A par(t)
$g=0$	$\frac{A}{1+\mu}$	∞	∞
$g=1$	0	$\frac{A}{\mu}$	∞
$g=2$	0	0	$\frac{A}{\mu}$
$g=3$	0	0	0

Essendo gli ingressi degli scalini siamo sulla prima colonna. Essendo nullo il tipo della funzione d'anello siamo sulla prima riga.

Quindi $|e_w(\infty)| = |e_d(\infty)| = \frac{A}{1+\mu} = \frac{1}{101}$

Se l'esercizio avesse chiesto il valore dell'errore a transitorio esaurito la risposta sarebbe stata differente. Infatti

$$|e(\infty)| = |e_w(\infty) + e_d(\infty)| \neq |e_w(\infty)| + |e_d(\infty)|$$

Dal momento che la funzione di trasferimento dal riferimento all'errore è $S(s)$, il contributo all'errore dovuto al riferimento è positivo

$$e_w(\infty) = \frac{A}{1+\mu} = \frac{1}{101}$$

Invece, essendo la funzione di trasferimento dal disturbo all'errore pari a $-S(s)$, il contributo all'errore dovuto al disturbo è negativo

$$e_d(\infty) = -\frac{1}{1+\mu} = -\frac{1}{101}$$

e quindi avrei avuto $e(\infty) = e_w(\infty) + e_d(\infty) = 0$.

3.5 Discutere la capacità del sistema di controllo di attenuare l'effetto di un disturbo sinusoidale sulla linea di andata.

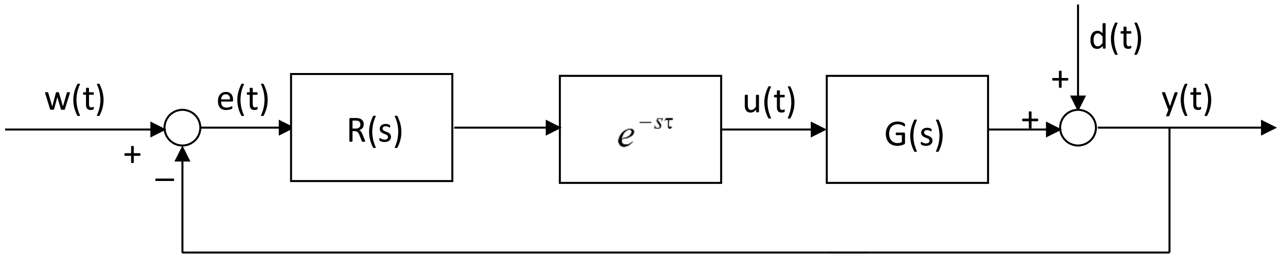
La funzione di trasferimento dal disturbo $d(t)$ all'uscita e dal disturbo $d(t)$ all'errore è sempre la funzione di sensitività $S(s)$ (a meno del segno). Sappiamo che $|S(j\omega)|_{dB} = -|L(j\omega)|_{dB}$ nella banda $[0, \omega_C]$ e quindi il sistema retroazionato attenua l'effetto del disturbo sull'errore e sull'uscita di un fattore $|L(j\omega)|_{dB}$ fino alla pulsazione $\omega_c \cong 4.5\, rad/s$. Oltre la pulsazione critica, ovvero fuori dalla banda di controllo, i disturbi sinusoidali non vengono attenuati ed arrivano inalterati sull'uscita e sull'errore.
Nel particolare caso in esame, a titolo di esempio, l'attenuazione è di $40\ dB$ (1/100) fino a circa $0.2\, rad/s$ e vale $20\ dB$ (1/10) a circa $1.5\, rad/s$.

3.6 Spiegare perché non sarebbe possibile usare un regolatore con funzione di trasferimento $R(s) = \frac{4}{s}$.

Rispetto al caso precedente, l'aggiunta di un integratore nell'anello dà un contributo di $-90°$ alla fase critica ed il margine di fase φ_m è troppo basso per tollerare la presenza di un integratore nell'anello (senza altre modifiche).
La presenza dell'integratore integratore modificherebbe anche la pulsazione critica (la abbassa lievemente portandola a circa $3\, rad/s$), ma il contributo alla fase critica degli altri due poli non viene modificato significativamente.

ESERCIZIO 4

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi



dove $\boldsymbol{G(s)} = \frac{\mathbf{10(1-0.5}s\mathbf{)}}{\mathbf{(1+}s\mathbf{)(1+0.2}s\mathbf{)}}$ **,** $\boldsymbol{R(s) = 0.1\frac{1+s}{s}}$ **e** $\boldsymbol{\tau = 1}$**.**

Calcolare il valore a transitorio esaurito dell'errore $\boldsymbol{e(t)}$ **e dell'azione di controllo** $\boldsymbol{u(t)}$ **a fronte degli ingressi** $\boldsymbol{w(t) = sca(t)}$ **e** $\boldsymbol{d(t) = 2sca(t-1)}$**.**

La funzione di trasferimento d'anello vale

$$L(s) = R(s)G(s)e^{-s\tau} = 0.1\frac{1+s}{s}\frac{10(1-0.5s)}{(1+s)(1+0.2s)}e^{-s} = \frac{1-0.5s}{s(1+0.2s)}e^{-s}$$

Al fine del calcolo dei valori di regime delle variabili del sistema, la presenza del ritardo non ha alcun effetto (siamo nel limite $s \to 0$).

Analogamente, non ha alcun effetto il ritardo sull'ingresso $d(t)$ ed anch'esso può essere trascurato.

La funzione di trasferimento dal riferimento $\boldsymbol{w(t)}$ all'errore $\boldsymbol{e(t)}$ è $S(s)$.

La funzione di trasferimento dal disturbo $\boldsymbol{d(t)}$ all'errore $\boldsymbol{e(t)}$ è $-S(s)$.

La funzione di trasferimento dal riferimento $\boldsymbol{w(t)}$ all'azione di controllo $\boldsymbol{u(t)}$ è $Q(s) = \frac{R(s)}{1+L(s)}$.

La funzione di trasferimento dal disturbo $\boldsymbol{d(t)}$ all'azione di controllo $\boldsymbol{u(t)}$ è $Q_d(s) = -\frac{R(s)}{1+L(s)}$.

Applichiamo il teorema del valore finale in tutti i casi.

$$e_w(\infty) = \lim_{s\to 0} sS(s)W(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+L(s)}\frac{1}{s} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+L(s)} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+\frac{1}{s}} = 0$$

$$e_d(\infty) = -\lim_{s\to 0} sS(s)D(s) = -\lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+L(s)}\frac{2}{s} = -\lim_{s\to 0}\frac{2}{1+L(s)} = -\lim_{s\to 0}\frac{2}{1+\frac{1}{s}} = 0$$

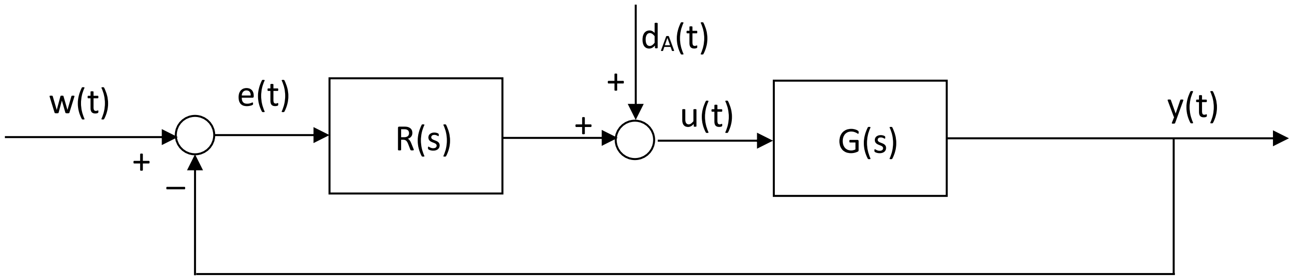
Entrambi questi risultati sarebbero stati facilmente ottenibili dalla consultazione della tabellina (prima colonna, seconda riga).

$$u_w(\infty) = \lim_{s\to 0} sQ(s)W(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{R(s)}{1+L(s)}\frac{1}{s} = \lim_{s\to 0}\frac{R(s)}{1+L(s)} = \lim_{s\to 0}\frac{\frac{0.1}{s}}{1+\frac{1}{s}} = \lim_{s\to 0}\frac{0.1}{1+s} = 0.1$$

$$u_d(\infty) = \lim_{s\to 0} sQ_d(s)D(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{-R(s)}{1+L(s)}\frac{2}{s} = \lim_{s\to 0}\frac{-2R(s)}{1+L(s)} = -\lim_{s\to 0}\frac{2\frac{0.1}{s}}{1+\frac{1}{s}} = -\lim_{s\to 0}\frac{0.2}{1+s} = -0.2$$

ESERCIZIO 5

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi



dove $G(s) = \frac{10}{s(1+10s)(1+0.5s)}$ **e** $R(s) = \frac{1+10s}{(1+0.5s)}$

Calcolare il valore a transitorio esaurito dell'errore $e(t)$ in corrispondenza degli ingressi $w(t) = -2sca(t)$ e $d_A(t) = 3sca(t)$.

La funzione di trasferimento d'anello è

$$L(s) = R(s)G(s) = \frac{1+10s}{(1+0.5s)}\frac{10}{s(1+10s)(1+0.5s)} = \frac{10}{s(1+0.5s)^2}$$

Il contributo all'errore dovuto al riferimento è facilmente valutabile sulla base dell'analisi della tabellina fornita a lezione. In particolare, esso sarà nullo (prima colonna, seconda riga) in quanto la funzione d'anello ha un polo nell'origine (tipo $g = 1$) e quindi si avrà errore nullo a transitorio esaurito a fronte di variazioni a scalino del riferimento.

Quindi

$$e_w(\infty) = 0$$

Il contributo dovuto al disturbo $d_A(t)$ (disturbo di carico) può essere valutato applicando il teorema del valore finale. La funzione di trasferimento da $d_A(t)$ a $e(t)$ è

$$S_A(s) = \frac{-G(s)}{1+L(s)} = \frac{-\frac{10}{s(1+10s)(1+0.5s)}}{1+\frac{10}{s(1+0.5s)^2}} = \frac{-\frac{10}{s(1+10s)(1+0.5s)}}{\frac{s(1+0.5s)^2+10}{s(1+0.5s)^2}} = \frac{-10(1+0.5s)}{(1+10s)(s(1+0.5s)^2+10)}$$

$$= \frac{-10(1+0.5s)}{10(1+0.1s+0.1s^2+0.025s^3)} = -\frac{1+0.5s}{1+0.1s+0.1s^2+0.025s^3}$$

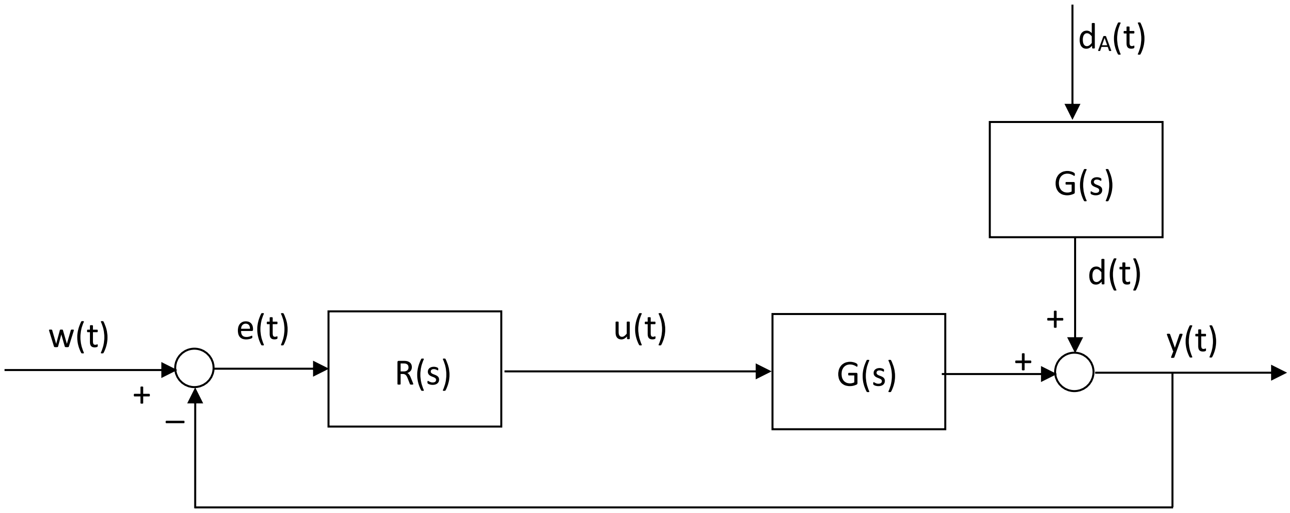
Quindi

$$e_{d_A}(\infty) = \lim_{s\to 0} sS_A(s)D_A(s) = \lim_{s\to 0} sS_A(s)\frac{3}{s} = 3\lim_{s\to 0} S_A(s) = 3\lim_{s\to 0} -\frac{1+0.5s}{1+0.1s+0.1s^2+0.025s^3} = -3$$

Si ha quindi che il valore di regime dell'errore vale

$$e(\infty) = e_w(\infty) + e_{d_A}(\infty) = -3$$

E’ importante cercare di capire il motivo di questo risultato. Un modo consiste nello spostare il disturbo $d_A(t)$ nella usuale posizione dei disturbi sulla linea di andata.

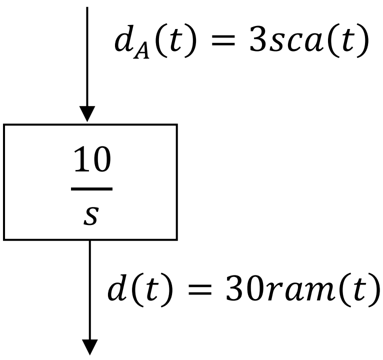


Per verifica, è possibile calcolare anche sulla base di questo schema la funzione di trasferimento dal disturbo $d_A(t)$ all’errore $e(t)$ ottenendo, ovviamente, il medesimo risultato di prima.

Si osservi che la funzione di trasferimento da $d_A(t)$ a $d(t)$ è $G(s)$ che ha un polo nell’origine (tipo 1). Quindi, calcolando il valore di regime di $d(t)$ dovuto all’ingresso $d_A(t) = 3sca(t)$, si ha

$$d(\infty) = \lim_{s\to 0} sG(s)D_A(s) = \lim_{s\to 0} sG(s)\frac{3}{s} = 3\lim_{s\to 0} G(s) = 3\lim_{s\to 0} \frac{10}{s(1+10s)(1+0.5s)} = \infty$$

Questo è dovuto al fatto che $G(s)$, ai fini dell’analisi a transitorio esaurito, è un integratore con guadagno 10 e quindi “trasforma” un ingresso a scalino di ampiezza 3 in una rampa di pendenza 30.



Quindi si può concludere che un disturbo di carico (sull’azione di controllo) a scalino, quando la funzione di trasferimento $G(s)$ contiene un integratore, è equivalente ad un disturbo a rampa nella posizione usuale dei disturbi sulla linea di andata. Sulla base di questa osservazione, è possibile riferirsi alla usuale tabella, guardando la seconda colonna (disturbo a rampa) e la seconda riga (sistema con tipo $g = 1$).

ESERCIZIO 6

Si consideri un sistema retroazionato con funzione di trasferimento d'anello

$$\boldsymbol{L(s) = \rho \frac{s+1}{(s+2)(s+5)}}$$

Dire per quali valori di $\boldsymbol{\rho > 0}$ la risposta allo scalino del sistema retroazionato non presenta oscillazioni.

La risposta allo scalino del sistema retroazionato non presenta oscillazioni nella risposta allo scalino se ha poli dominanti in anello chiuso complessi coniugati con smorzamento superiore a circa 0.7.

Sia

$$L(s) = \frac{N_L(s)}{D_L(s)}$$

I poli in anello chiuso sono le soluzioni dell'equazione

$$N_L(s) + D_L(s) = 0$$

cioè

$$(s+2)(s+5) + \rho(s+1) = 0$$

$$s^2 + (\rho+7)s + (\rho+10) = 0$$

Per prima cosa il sistema retroazionato deve essere asintoticamente stabile. Il sistema è asintoticamente stabile se $\rho > -7$, condizione per cui l'equazione precedente ha tutti i coefficienti concordi in segno e non nulli.

Le radici sono complesse coniugate se e solo se

$$(\rho+7)^2 - 4(\rho+10) < 0$$

$$\rho^2 + 10\rho + 9 < 0$$

Ciò accade se e solo se

$$-9 < \rho < -1$$

che unita alla condizione sulla stabilità fornisce

$$-7 < \rho < -1$$

Quindi per $\rho > 0$ (in realtà per $\rho > -1$) il sistema è asintoticamente stabile ed ha radici reali, per cui la risposta allo scalino non presenta oscillazioni per $\rho > 0$.

È possibile estendere il quesito a qualunque valore di ρ, includendo anche i valori negativi. Bisogna quindi calcolare i valori di ρ tali per cui l'equazione $s^2 + (\rho+7)s + (\rho+10) = 0$ ha le seguenti proprietà:

a) ha radici complesse coniugate (e sappiamo che ciò accade per $-9 < \rho < -1$)
b) con parte reale strettamente negativa (e sappiamo già che ciò accade per $\rho > -7$).
c) e con smorzamento $\xi > 0.7$

Confrontando

$$s^2 + (\rho+7)s + (\rho+10)$$

con la usuale espressione del polinomio con radici complesse

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

si ha che lo smorzamento ξ è maggiore di 0.7 se

$$\frac{\rho + 7}{2\sqrt{\rho + 10}} > 0.7$$

$$\rho + 7 > \frac{7}{5}\sqrt{\rho + 10}$$

Dal momento che entrambi i membri sono positivi si ha

$$(\rho + 7)^2 > \frac{49}{25}(\rho + 10)$$

$$25\rho^2 + 301\rho + 735 > 0$$

Da cui

$$\rho \lesssim -8.63 \quad \rho \gtrsim -3.41$$

Quindi

$$\begin{cases} -9 < \rho < -1 \\ \rho > -7 \\ \rho \lesssim -8.63 \quad \rho \gtrsim -3.41 \end{cases}$$

Da cui si ottiene

$$-3.41 \lesssim \rho < -1$$

In questo intervallo di valori il sistema retroazionato è asintoticamente stabile, ha radici complesse con smorzamento $\xi > 0.7$ e quindi la sua risposta allo scalino non presenta oscillazioni.

Possiamo quindi concludere che la risposta allo scalino del sistema retroazionato non presenta oscillazioni per $\rho \gtrsim -3.41$

ESERCIZIO 7

Si consideri un sistema retroazionato <u>positivamente</u> con funzione di trasferimento d'anello

$$\boldsymbol{L(s) = \frac{\mu}{s(s+1)}}$$

Dire per quali valori di $\boldsymbol{\mu > 0}$ il sistema retroazionato è asintoticamente stabile.

Sia

$$L(s) = \frac{N_L(s)}{D_L(s)}$$

I poli in anello chiuso sono le soluzioni dell'equazione

$$D_L(s) - N_L(s) = 0$$

cioè

$$s(s+1) - \mu = 0$$

$$s^2 + s - \mu = 0$$

Le radici di questo polinomio avranno parte reale negativa solo per $\mu < 0$ e quindi il sistema retroazionato non è asintoticamente stabile per nessun valore di $\mu > 0$.

ESERCIZIO 8

Si consideri un sistema retroazionato negativamente con funzione di trasferimento d'anello

$$\boldsymbol{L(s) = \frac{10}{s(1+0.01s)}}$$

E' vero che il sistema retroazionato non è in grado di inseguire il riferimento $\boldsymbol{w(t) = sin(t) + sin(50t)}$?

Per verificare se il sistema è in grado di inseguire il riferimento assegnato, bisogna fare riferimento al diagramma di Bode del modulo della funzione di sensitività complementare $F(s)$. Come è noto, l'andamento tipico del diagramma (almeno quando la funzione d'anello ha un integratore o almeno un guadagno elevato) è un passabasso con guadagno unitario ($0\ dB$) e limite della banda passante (banda di controllo) dato dalla pulsazione critica ω_C. Quindi, i segnali di riferimento con contenuto in frequenza minore di ω_C saranno inseguiti correttamente, quelli con contenuto in frequenza superiore a ω_C non saranno inseguiti correttamente.

Quindi, dal momento che il segnale di riferimento assegnato ha due sole componenti armoniche, una a $\omega = 1\ rad/s$ ed una a $\omega = 50\ rad/s$, bisogna valutare la pulsazione critica e confrontarla con questi due valori.

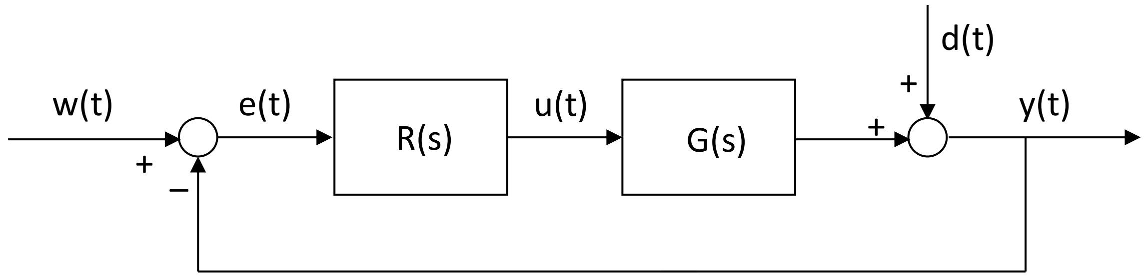
Per valutare la pulsazione critica si può tracciare il diagramma di Bode della risposta in frequenza di $L(s)$.

Alternativamente si può osservare, senza fare il disegno, che, a basse pulsazioni, il diagramma di Bode del modulo della $L(j\omega)$ è una retta con pendenza $-20\ dB/dec$ che attraversa l'asse a $0\ dB$ in $\omega = 10\ rad/s$. **Solo dopo questo attraversamento**, alla pulsazione $\omega = 100\ rad/s$ il secondo polo provocherà una ulteriore variazione di pendenza portandola a $-40\ dB/dec$.

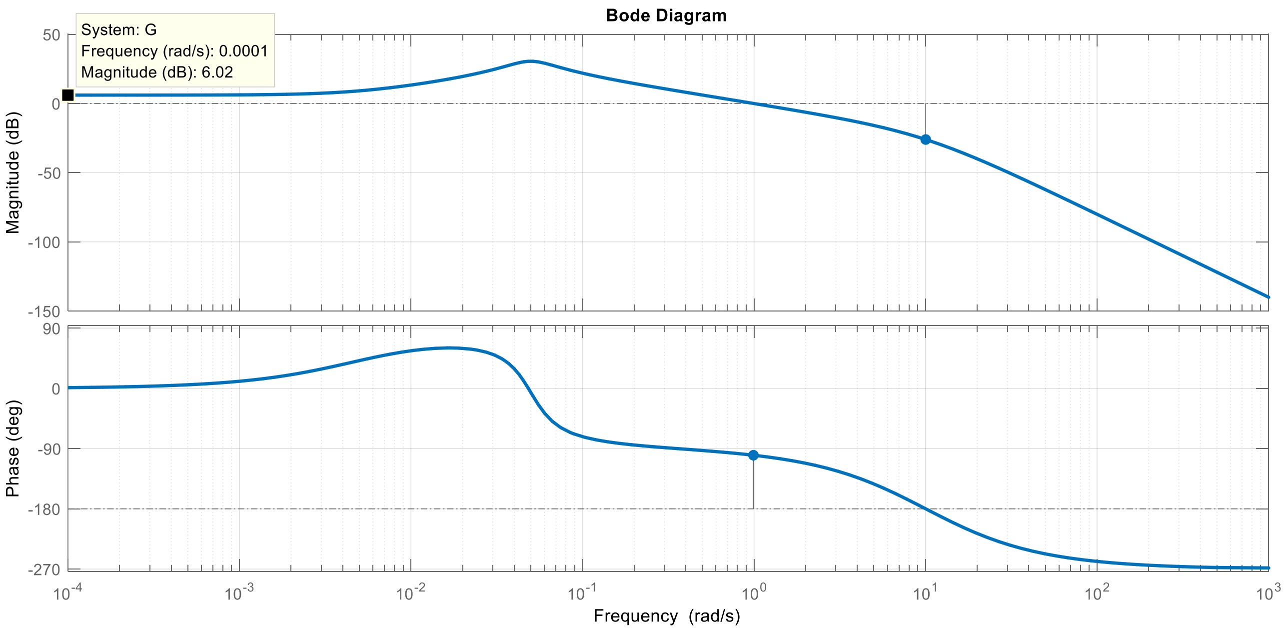
Quindi possiamo concludere che $\omega_C = 10\ rad/s$ e che il riferimento non sarà inseguito correttamente. Infatti, la prima componente sarà inseguita bene, perché è in banda di controllo, mentre la seconda no.

ESERCIZIO 9

Si consideri il sistema di controllo retroazionato a tempo continuo descritto dal seguente schema a blocchi



I diagrammi di Bode del modulo e della fase della risposta in frequenza di $G(s)$ sono visibili nella seguente figura



Sia $R(s) = 1$ e si risponda alle seguenti domande relative alle proprietà del sistema retroazionato, indicando la risposta corretta con una crocetta.

1. **La pulsazione critica vale circa**

   [a] 0.0001 rad/s **[b] 0.05 rad/s** **[c] 1 rad/s** **[d] 10 rad/s**

2. **Il margine di fase vale circa**

   [a] 0° **[b] $-90°$** **[c] 80°** **[d] $-270°$**

3. **Il margine di guadagno vale circa**

   [a] -10 dB **[b] 25 dB** **[c] -25 dB** **[d] 0 dB**

4. **L’effetto del disturbo $d(t) = \pm sca(t)$ sul valore assoluto dell’uscita a transitorio esaurito vale circa**

   [a] 0.3 **[b] 0.01** **[c] 0.5** **[d] 1**

5. **L’effetto del disturbo $d(t) = \pm sca(t)$ sul valore assoluto dell’errore a transitorio esaurito vale circa**

   [a] 0.3 **[b] 0.01** **[c] 0.5** **[d] 1**

6. **L’effetto del disturbo $d(t) = sin(0.001t)$ sull’ampiezza dell’uscita a transitorio esaurito vale circa**

   [a] 0.01 **[b] 0.5** **[c] 1** **[d] 2**

7. **L’effetto del disturbo $d(t) = sin(100t)$ sull’ampiezza dell’uscita a transitorio esaurito vale circa**

   [a] 0.5 **[b] 2** **[c] 1** **[d] 0.0001**

8. **Prima di diventare instabile, il sistema retroazionato può tollerare un ritardo d’anello pari a circa**

   [a] 0.01 s **[b] 0.1 s** **[c] 1.4 s** **[d] 10 s**

9. **Il/I polo/i dominante/i del sistema retroazionato vale/ valgono circa**

   [a] $-0.015 \pm j0.05$ **[b] −1** **[c] −10** **[d] $-0.1 \pm j0.1$**

Sia ora $R(s) = 3$.

10. **La pulsazione critica**

    [a] aumenta **[b] diminuisce** **[c] rimane invariata**

11. **Il margine di fase**

    [a] aumenta **[b] diminuisce** **[c] rimane invariato**

Con $R(s) = 1$ si ha che $L(s) = R(s)G(s) = G(s)$ e quindi i diagrammi di Bode in figura sono quelli della funzione d’anello.

1. La pulsazione critica vale circa

   Il diagramma del modulo attraversa l’asse a 0 dB in $\omega_C \cong 1\ rad/s$

2. Il margine di fase vale circa

   In corrispondenza di $\omega_C \cong 1\ rad/s$ la fase vale $\varphi_C \cong -100°$ e quindi $\varphi_m \cong 80°$

3. Il margine di guadagno vale circa

   Il diagramma della fase attraversa l'asse a $-180°$ in $\omega_\pi \cong 10\ rad/s$. In corrispondenza di tale pulsazione il modulo vale circa $-25\ dB$ e quindi $k_m = 25\ dB$ (cioè circa 20).

4. L'effetto del disturbo $d(t) = \pm sca(t)$ sul valore assoluto dell'uscita a transitorio esaurito vale circa

   La funzione d'anello ha tipo $g = 0$ e guadagno $\mu_{dB} \cong 6\ dB$, cioè $\mu = 2$. L'uscita a transitorio esaurito in corrispondenza di un disturbo a scalino vale $\frac{A}{1+\mu}$, dove A è l'ampiezza dello scalino (tabellina prima colonna e prima riga oppure applicazione del teorema del valore finale con la funzione di trasferimento $S(s)$). Quindi $|y_d(\infty)| \cong \frac{1}{3}$.

5. L'effetto del disturbo $d(t) = \pm sca(t)$ sul valore assoluto dell'errore a transitorio esaurito vale circa

   Dal momento che la funzione di trasferimento dal disturbo in andata all'errore è uguale a quella dal disturbo all'uscita (a meno del segno), il risultato è il medesimo del punto 4 $|e_d(\infty)| \cong \frac{1}{3}$.

6. L'effetto del disturbo $d(t) = sin(0.001t)$ sull'ampiezza dell'uscita a transitorio esaurito vale circa

   In corrispondenza di un ingresso sinusoidale ed essendo il sistema retroazionato asintoticamente stabile, si può applicare il teorema della risposta in frequenza. La funzione di trasferimento dal disturbo all'uscita è $S(s)$ e quindi, in corrispondenza di $d(t) = sin(0.001t)$, l'uscita, a transitorio esaurito, vale
   $$y(t) \cong |S(j0.001)| sin\big(0.001t + argS(j0.001)\big)$$
   la cui ampiezza è determinata dal valore di $|S(j0.001)|$.
   Sappiamo che è possibile tracciare un diagramma del modulo approssimato per $|S(j\omega)|$ partendo dal diagramma di $|L(j\omega)|$, tracciando il simmetrico di quest'ultimo rispetto all'asse a 0 dB (cioè $-|L(j\omega)|_{dB}$) per $\omega < \omega_C$ e tracciando 0 dB per $\omega > \omega_C$. Anche senza tracciare il grafico si può concludere che $|S(j0.001)|_{dB} \cong -|L(j\omega)|_{dB} \cong -6\ dB$, cioè
   $$|S(j0.001)| \cong \frac{1}{2}$$

7. L'effetto del disturbo $d(t) = sin(100t)$ sull'ampiezza dell'uscita a transitorio esaurito vale circa

   Sulla base delle osservazioni fatte al punto precedente, in questo caso relative alla pulsazione $100\ rad/s$ che è maggiore della ω_C, si ha che $|S(j100)|_{dB} \cong 0\ dB$, cioè
   $$|S(j100)| \cong 1$$

8. Prima di diventare instabile, il sistema retroazionato può tollerare un ritardo d'anello pari a circa

   Il massimo ritardo d'anello aggiuntivo che un sistema retroazionato asintoticamente stabile con margine di fase φ_m è quel valore di ritardo τ che comporta uno sfasamento pari a $-\varphi_m$ alla pulsazione critica ω_C, cioè

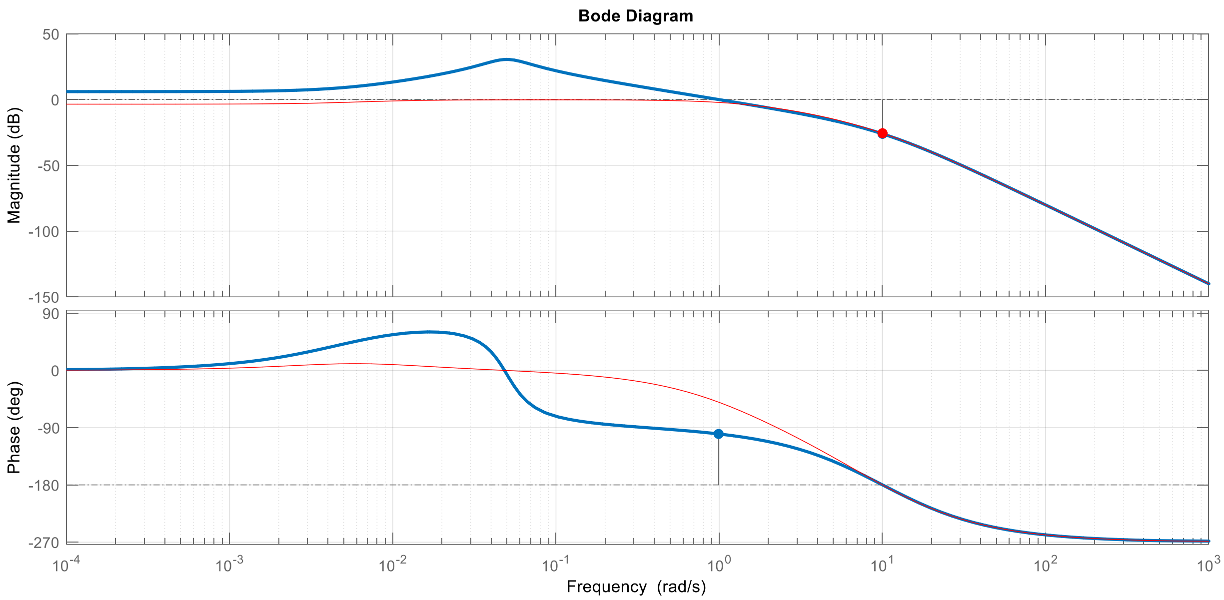
$$-\omega_C\,\tau = -\varphi_m \frac{\pi}{180°}$$

cioè

$$\tau = \frac{\varphi_m}{\omega_C}\frac{\pi}{180°} \cong \frac{80°}{1\,\frac{rad}{s}}\frac{\pi}{180°} \cong 1.4\ s$$

9. Il/I polo/i dominante/i del sistema retroazionato vale/valgono circa

   Il sistema retroazionato ha un elevato margine di fase e quindi la funzione di trasferimento di sensitività complementare $F(s)$ avrà un polo dominante reale in corrispondenza della pulsazione critica, cioè in -1.
   Nella figura seguente sono mostrati i diagrammi di Bode di modulo e fase della risposta in frequenza di $F(s)$ (in rosso), sovrapposti a quelli di $L(s)$ (in blu).



Sia ora $R(s) = 3$.

10. La pulsazione critica

    [a] aumenta [b] diminuisce [c] rimane invariato

Con $R(s) = 3$ si ha $L(s) = R(s)G(s) = 3G(s)$ e quindi il guadagno d'anello μ aumenta di un fattore 3. Ciò corrisponde a traslare verso l'alto di circa 10 dB il precedente diagramma di Bode del modulo tracciato per $R(s) = 1$, mentre il diagramma della fase resta inalterato. Quindi, il diagramma di Bode del modulo attraverserà l'asse a 0 dB in corrispondenza di una pulsazione più elevata.

11. Il margine di fase

    [a] aumenta [b] diminuisce [c] rimane invariato

    In conseguenza di quanto detto al punto precedente la fase critica diminuisce (aumenta il suo valore assoluto) e quindi il margine di fase diminuisce.