

1

0:14

昨年度の数学でお世話になりました。[redacted]です。下の写真の問題がわからないので解説をお願いしたいです。よろしくお願いします。他にも聞きたい問題があるのですが、直接教員室に伺っても大丈夫でしょうか？もし良ければ行っても良い曜日を教えて頂きたいです。よろしくお願いします。

例題10-7 (余因子展開とその応用)

n 次行列式: $D_n = \begin{vmatrix} 1+x^2 & x & 0 & \cdots & 0 \\ x & 1+x^2 & x & \cdots & 0 \\ 0 & x & 1+x^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1+x^2 \end{vmatrix}$ を求めよ。

【解説】 余因子展開は次数下げの公式の一般化である。余因子展開は行列式の理論的な計算においてしばしば重要な道具となる。どの行、どの列で展開することもできる。

【解答】 まず、 D_1, D_2 を求める。

$$D_1 = 1+x^2, D_2 = \begin{vmatrix} 1+x^2 & x \\ x & 1+x^2 \end{vmatrix} = (1+x^2)^2 - x^2 = 1+x^2+x^4$$

次に、 D_n が満たす漸化式を求める。第1行で余因子展開する。

$$D_n = (1+x^2)A_{11} + xA_{12} + 0 \cdot A_{13} + \cdots + 0 \cdot A_{1n} = (1+x^2)A_{11} + xA_{12}$$

$$= (1+x^2) \begin{vmatrix} x & 1+x^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1+x^2 \end{vmatrix} + x(-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1+x^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1+x^2 \end{vmatrix}$$

(行列式は $n-1$ 次)

$$= (1+x^2)D_{n-1} - x^2D_{n-2} = (1+x^2)D_{n-1} - x^2D_{n-2} \quad \text{より}$$

$$D_n - D_{n-1} = -x^2(D_{n-1} - D_{n-2}) \quad D_{n-1} - D_{n-2} = x^2D_{n-3} \quad (\text{初項は } D_1 - D_0 = x^2)$$

よって、

$$D_n = D_1 + (D_2 - D_1) + \cdots + (D_n - D_{n-1}) = 1 + x^2 + x^4 + \cdots + x^{2(n-1)} \quad \text{【答】}$$

例題10-7
 n を自然数として、次の等式を示せ。
 $a_n = 1, a_1 = 0, \dots, 0$
 $a_n = x, a_1 = 1, \dots, 0$

7:16

$D_n - D_{n-1}$ を a_n と書くと

$$a_{n+1} = x^2 a_n = x^2 x^2 a_{n-1} = \dots = (x^2)^{n-1} a_2$$

(見にくければ、上のものをコピーして、編入対策チーム質問コーナーチャネルのタブにある「フリックKeTMath」の入力枠が貼り付け枠に貼り付けてみてください。
点を動かして表示位置を変え、「表示」ボタンを何回か押して点を消すと見やすくなります。)

質問に来るのは、こちらが空いている時間ならいつでもいいです。
時間割を見ると、5/1はあまり空き時間はないのですね。
何もなければ、昼休みや放課後などは大体大丈夫なのですが、
今年度は1年生の担任なので、面談などをするかもしれません。
例えば、今日(8日(金))なら、昼休み以降は、だいたい空いています。18時ぐらいまではいいと思います。
ただし、図書館に行く用事があるので、来るようなら、(いつぐらいに来るか) 昼ぐらいまでに知らせてください。

$D_n - D_{n-1}$ を a_n と書くと

$$a_{n+1} = x^2 a_n = x^2 x^2 a_{n-1} = \dots = (x^2)^{n-1} a_2$$

1

9:34

解説ありがとうございます。今日の17時頃に伺っても大丈夫でしょうか。

質問に来た時にどうだったか聞いてみたところ、「そのまま意味はわかったが、貼り付けてみた、自分で何か書くのは難しそう。」とのことだった。

$D_n - D_{n-1}$ を a_n と書くと

$$a_{n+1} = x^2 a_n = x^2 x^2 a_{n-1} = \cdots = (x^2)^{n-1} a_2$$

対象:

減らす

増やす

開か閉

スプライン

表示

再スタート

対象: 0

—

+

グラフ

作点

CSE

データ

再現

入力ワク (口に)

Copy

File

↔

貼り付けワク

Paste

くと

$$a_{[n+1]} = x^2 a_{[n]} = x^2 x^2 a_{[n-1]} = \cdots = (x^2)^{n-1} a_2$$