

いろいろな関数の微分

2023.06.26

復習

導関数の定義式

- a における微分係数

$$f'(a) = \lim_{z \rightarrow a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

導関数の定義式

- a における微分係数

$$f'(a) = \lim_{z \rightarrow a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

- a を x で置き換える

導関数の定義式

- a における微分係数

$$f'(a) = \lim_{z \rightarrow a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

- a を x で置き換える

$$f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

導関数の定義式の別形

- $$f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$
- $z - x = \Delta x$ とおく (x の変化量でデルタ x と読む)
- $f(z) - f(x) = \Delta y$ とおく (y の変化量)
- $z \rightarrow x$ より $\Delta x \rightarrow 0$

導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $z - x = \Delta x$ とおく (x の変化量でデルタ x と読む)
- $f(z) - f(x) = \Delta y$ とおく (y の変化量)
- $z \rightarrow x$ より $\Delta x \rightarrow 0$

導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $z - x = \Delta x$ とおく (x の変化量でデルタ x と読む)
- $f(z) - f(x) = \Delta y$ とおく (y の変化量)
- $z \rightarrow x$ より $\Delta x \rightarrow 0$
- $z = x + \Delta x$ より
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (\text{教科書})$$

x^3 の微分

- $f(x) = x^3$
- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$ (1)

x^3 の微分

- $f(x) = x^3$
- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$ (1)
- 次の因数分解公式を用いる
$$z^3 - x^3 = (z - x)(z^2 + zx + x^2)$$

x^3 の微分

- $f(x) = x^3$

- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x} \quad (1)$

- 次の因数分解公式を用いる

$$z^3 - x^3 = (z - x)(z^2 + zx + x^2)$$

- $(1) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{(z - x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$

x^3 の微分

- $f(x) = x^3$
- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$ (1)

- 次の因数分解公式を用いる

$$z^3 - x^3 = (z - x)(z^2 + zx + x^2)$$

- (1) = $\lim_{z \rightarrow x} \frac{(z - x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$
 $= \lim_{z \rightarrow x} (z^2 + zx + x^2) = 3x^2$

x^3 の微分

- $f(x) = x^3$
- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$ (1)

- 次の因数分解公式を用いる

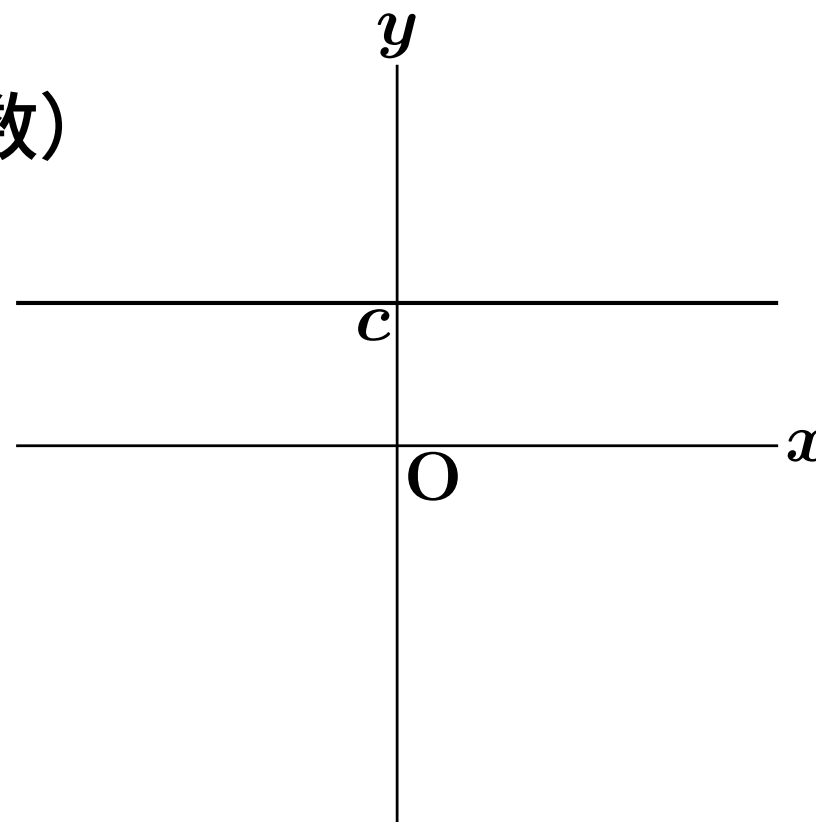
$$z^3 - x^3 = (z - x)(z^2 + zx + x^2)$$

- (1) = $\lim_{z \rightarrow x} \frac{(z - x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$
 $= \lim_{z \rightarrow x} (z^2 + zx + x^2) = 3x^2$

$$\boxed{(x^3)' = 3x^2}$$

微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$ (c は定数)
 $(c)' = 0$



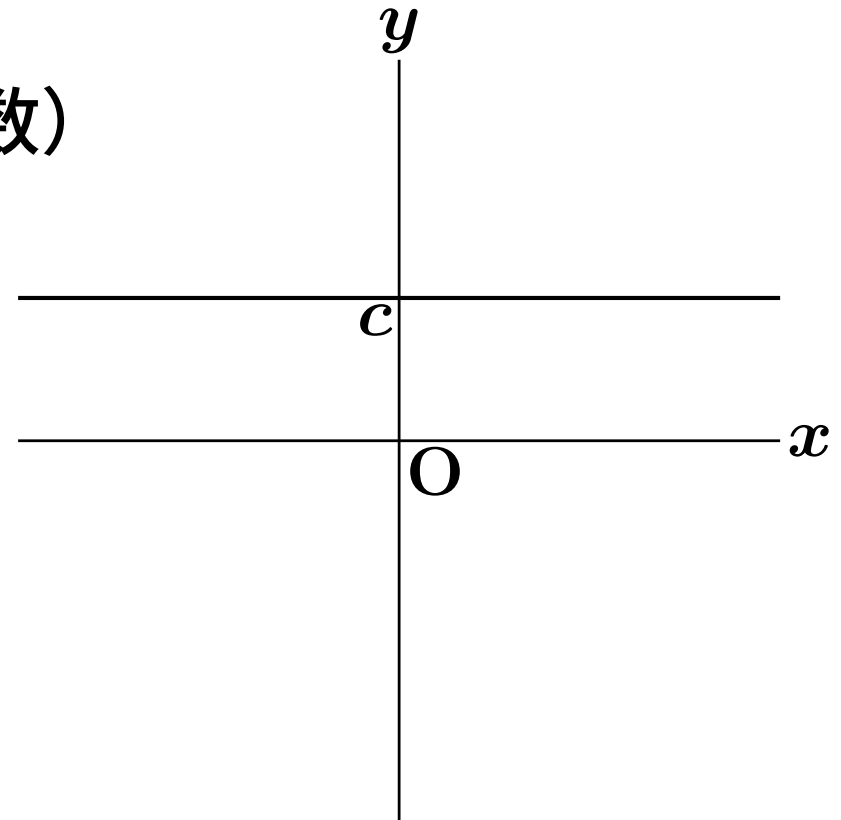
微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$ (c は定数)

$$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$



微分の公式

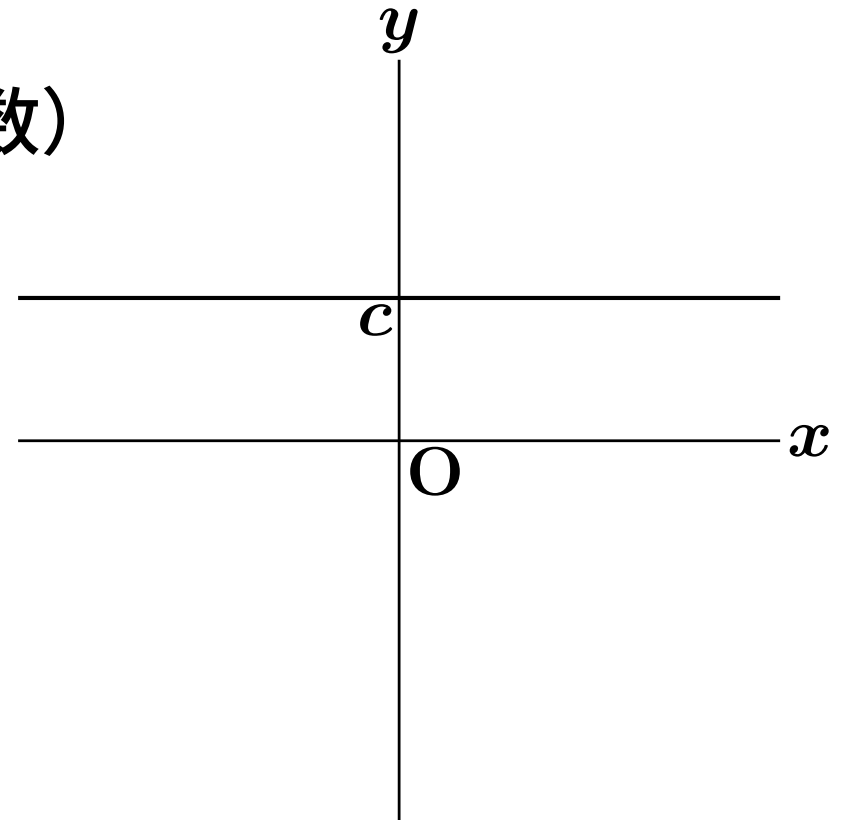
- 定数関数 $f(x) = c$ (c は定数)

$$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$



微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$ (c は定数)

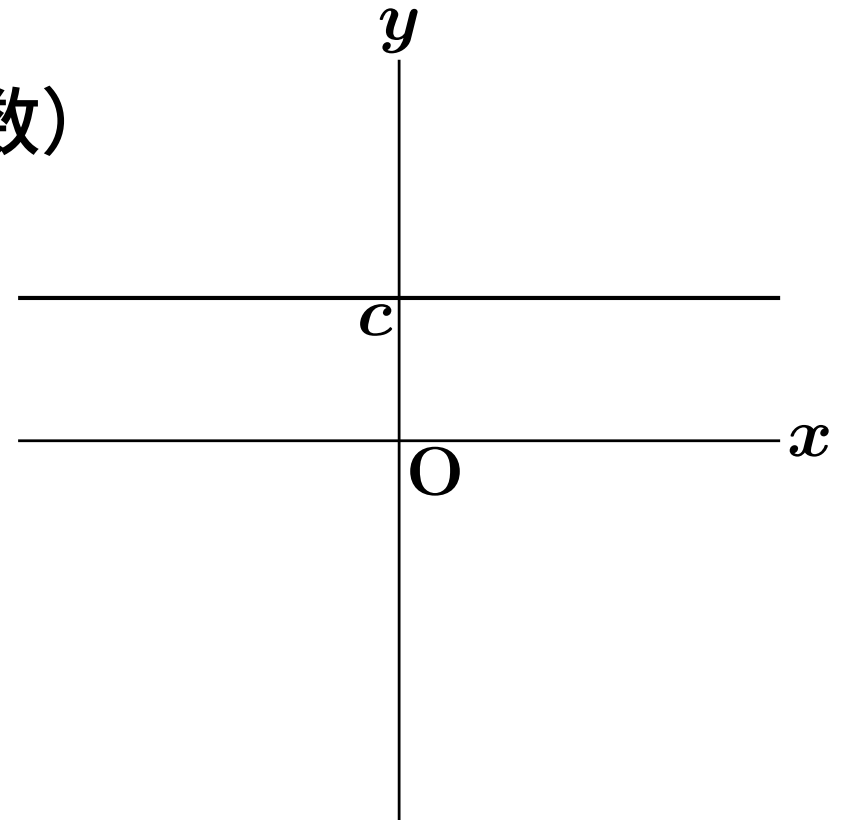
$$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$



微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$ (c は定数)

$$(c)' = 0$$

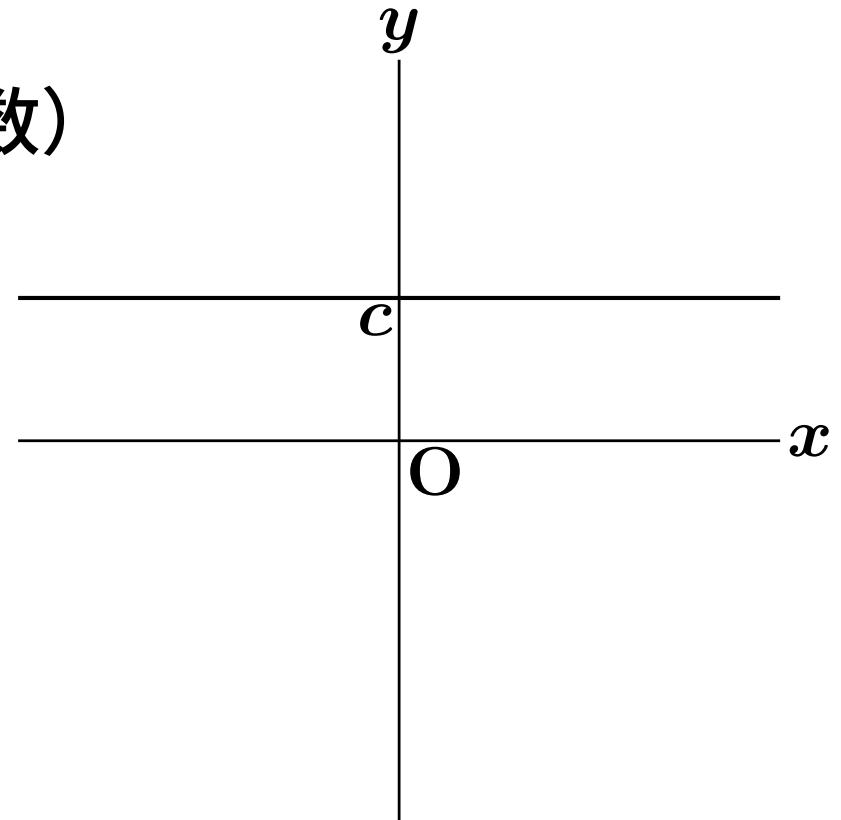
- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$

- 一般に $(x^n)' =$



微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$ (c は定数)

$$(c)' = 0$$

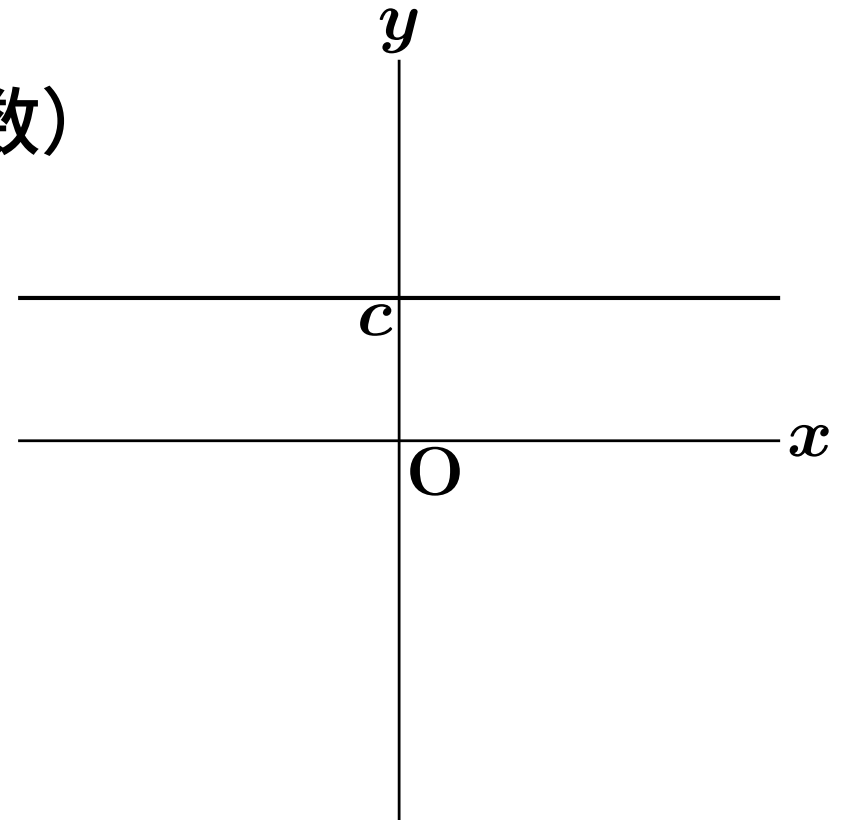
- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$

- 一般に $(x^n)' = \boxed{nx^{n-1}}$



微分の性質 (和と定数倍)

$f(x)$, $g(x)$ と定数 c について

- $(f + g)' = f' + g'$, $(f - g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

微分の性質 (和と定数倍)

$f(x)$, $g(x)$ と定数 c について

- $(f + g)' = f' + g'$, $(f - g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

例) $(x^2 + 3x + 4)' = (x^2)' + (3x)' + (4)' = 2x + 3$

微分の性質 (和と定数倍)

$f(x)$, $g(x)$ と定数 c について

- $(f + g)' = f' + g'$, $(f - g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

例) $(x^2 + 3x + 4)' = (x^2)' + (3x)' + (4)' = 2x + 3$

課題 0626-1 微分せよ

[1] $y = 2x^2 - 3x + 2$

[2] $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する
 y' , $f'(x)$, f' , $(f(x))'$ (ラグランジュ)

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する
 y' , $f'(x)$, f' , $(f(x))'$ (ラグランジュ)
 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df}{dx}$, $\frac{d}{dx}(f(x))$ (ライプニッツ)

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する
 y' , $f'(x)$, f' , $(f(x))'$ (ラグランジュ)
 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df}{dx}$, $\frac{d}{dx}(f(x))$ (ライプニッツ)

例) $y = f(x) = x^3$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する
 y' , $f'(x)$, f' , $(f(x))'$ (ラグランジュ)
 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df}{dx}$, $\frac{d}{dx}(f(x))$ (ライプニッツ)

例) $y = f(x) = x^3$

$$y' = f'(x) = f' = (x^3)' = 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} (x^3) = 3x^2$$

積と商の微分・記法

積の微分

- $(f g)' = f' g + f g'$ 積の微分公式

積の微分

- $(f g)' = f' g + f g'$ 積の微分公式

$$(f(x)g(x))' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)g(z) - f(x)g(x)}{z - x}$$

積の微分

- $(f g)' = f' g + f g'$ 積の微分公式

$$\begin{aligned}
 (f(x)g(x))' &= \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)g(z) - f(x)g(x)}{z - x} \\
 &= \lim_{z \rightarrow x} \frac{(f(z) - f(x))g(z) + f(x)(g(z) - g(x))}{z - x} \\
 &= \lim_{z \rightarrow x} \left(\frac{f(z) - f(x)}{z - x} g(z) + f(x) \frac{g(z) - g(x)}{z - x} \right)
 \end{aligned}$$

積の微分

- $\boxed{(f g)' = f' g + f g'}$ 積の微分公式

$$\begin{aligned} (f(x)g(x))' &= \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z)g(z) - f(x)g(x)}{z - x} \\ &= \lim_{z \rightarrow x} \frac{(f(z) - f(x))g(z) + f(x)(g(z) - g(x))}{z - x} \\ &= \lim_{z \rightarrow x} \left(\frac{f(z) - f(x)}{z - x} g(z) + f(x) \frac{g(z) - g(x)}{z - x} \right) \\ &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \end{aligned}$$

積の微分の例

例 $y' = ((x + 1)(x^2 + 2x + 3))'$

積の微分の例

$$\begin{aligned}\text{例 } y' &= ((x+1)(x^2+2x+3))' \\ &= (x+1)'(x^2+2x+3) + (x+1)(x^2+2x+3)'\end{aligned}$$

積の微分の例

$$\begin{aligned}\text{例 } y' &= ((x+1)(x^2+2x+3))' \\ &= (x+1)'(x^2+2x+3) + (x+1)(x^2+2x+3)' \\ &= (x^2+2x+3) + (x+1)(2x+2)\end{aligned}$$

積の微分の例

$$\begin{aligned}\text{例 } y' &= ((x+1)(x^2+2x+3))' \\ &= (x+1)'(x^2+2x+3) + (x+1)(x^2+2x+3)' \\ &= (x^2+2x+3) + (x+1)(2x+2) \\ &= 3x^2+6x+5\end{aligned}$$

積の微分の例

$$\begin{aligned}\text{例 } y' &= ((x+1)(x^2+2x+3))' \\ &= (x+1)'(x^2+2x+3) + (x+1)(x^2+2x+3)' \\ &= (x^2+2x+3) + (x+1)(2x+2) \\ &= 3x^2+6x+5\end{aligned}$$

課題 0626-2 積の微分公式で微分せよ.

$$[1] \ y = (x+1)(x+3) \qquad [2] \ y = x^2(x+2)$$

商の微分

- $$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

商の微分公式

商の微分

$$\bullet \left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$

商の微分公式

例 (1) $\left(\frac{2x+1}{3x+1} \right)'$

商の微分

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ 商の微分公式

例 (1) $\left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)' = \frac{(2x+1)'(3x+1) - (2x+1)(3x+1)'}{(3x+1)^2}$

商の微分

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ 商の微分公式

例 (1) $\left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)' = \frac{(2x+1)'(3x+1) - (2x+1)(3x+1)'}{(3x+1)^2}$

$$= \frac{2(3x+1) - 3(2x+1)}{(3x+1)^2}$$

商の微分

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ 商の微分公式

例 (1) $\left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)' = \frac{(2x+1)'(3x+1) - (2x+1)(3x+1)'}{(3x+1)^2}$

$$= \frac{2(3x+1) - 3(2x+1)}{(3x+1)^2} = \frac{-1}{(3x+1)^2}$$

商の微分

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ 商の微分公式

例 (1) $\left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)' = \frac{(2x+1)'(3x+1) - (2x+1)(3x+1)'}{(3x+1)^2}$

$$= \frac{2(3x+1) - 3(2x+1)}{(3x+1)^2} = \frac{-1}{(3x+1)^2}$$

例 (2) $\left(\frac{1}{x}\right)'$

商の微分

- $$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$
 商の微分公式

例 (1)
$$\left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)' = \frac{(2x+1)'(3x+1) - (2x+1)(3x+1)'}{(3x+1)^2}$$
$$= \frac{2(3x+1) - 3(2x+1)}{(3x+1)^2} = \frac{-1}{(3x+1)^2}$$

例 (2)
$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{(1)'(x) - 1(x)'}{x^2}$$

商の微分

- $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$ 商の微分公式

例 (1) $\left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)' = \frac{(2x+1)'(3x+1) - (2x+1)(3x+1)'}{(3x+1)^2}$
 $= \frac{2(3x+1) - 3(2x+1)}{(3x+1)^2} = \frac{-1}{(3x+1)^2}$

例 (2) $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{(1)'(x) - 1(x)'}{x^2} = \frac{0 - 1}{x^2}$

商の微分

$$\bullet \quad \boxed{\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}} \quad \text{商の微分公式}$$

$$\begin{aligned} \text{例 (1)} \quad \left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)' &= \frac{(2x+1)'(3x+1) - (2x+1)(3x+1)'}{(3x+1)^2} \\ &= \frac{2(3x+1) - 3(2x+1)}{(3x+1)^2} = \frac{-1}{(3x+1)^2} \end{aligned}$$

$$\text{例 (2)} \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{(1)'(x) - 1(x)'}{x^2} = \frac{0 - 1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

商の微分

$$\bullet \quad \boxed{\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}} \quad \text{商の微分公式}$$

$$\begin{aligned} \text{例 (1)} \quad \left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)' &= \frac{(2x+1)'(3x+1) - (2x+1)(3x+1)'}{(3x+1)^2} \\ &= \frac{2(3x+1) - 3(2x+1)}{(3x+1)^2} = \frac{-1}{(3x+1)^2} \end{aligned}$$

$$\text{例 (2)} \quad \left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{(1)'(x) - 1(x)'}{x^2} = \frac{0 - 1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

課題 0626-3 次を微分せよ.

$$[1] \quad y = \frac{x}{x+1}$$

$$[2] \quad y = \frac{1}{x^2}$$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する
 y' , $f'(x)$ (ラグランジュ)

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する
 y' , $f'(x)$ (ラグランジュ)

$$\frac{dy}{dx} \text{ (ライプニッツ)}$$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

y' , $f'(x)$ (ラグランジュ)

$\frac{dy}{dx}$ (ライプニッツ)

$$\lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

y' , $f'(x)$ (ラグランジュ)

$\frac{dy}{dx}$ (ライプニッツ)

$$\lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$
$$= \lim_{z \rightarrow x} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

y' , $f'(x)$ (ラグランジュ)

$\frac{dy}{dx}$ (ライプニッツ)

例) $y = f(x) = x^3$

$$\lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

$$= \lim_{z \rightarrow x} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

y' , $f'(x)$ (ラグランジュ)

$\frac{dy}{dx}$ (ライプニッツ)

$$\lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

$$= \lim_{z \rightarrow x} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

例) $y = f(x) = x^3$

$$y' = f'(x) = f' = (x^3)' = 3x^2$$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

y' , $f'(x)$ (ラグランジュ)

$\frac{dy}{dx}$ (ライプニッツ)

$$\lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

$$= \lim_{z \rightarrow x} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

例) $y = f(x) = x^3$

$$y' = f'(x) = f' = (x^3)' = 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} (x^3) = 3x^2$$

べき関数の微分

x^p の微分

- n が正の整数のとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

x^p の微分

- n が正の整数のとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

- 分数乗

$$(x^{\frac{1}{2}})' = (\sqrt{x})'$$

x^p の微分

- n が正の整数のとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

- 分数乗

$$(x^{\frac{1}{2}})' = (\sqrt{x})' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{z - x}$$

x^p の微分

- n が正の整数のとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

- 分数乗

$$(x^{\frac{1}{2}})' = (\sqrt{x})' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{z - x}$$

$$\sqrt{z} = w, \sqrt{x} = u \text{ とおくと } z = w^2, x = u^2$$

x^p の微分

- n が正の整数のとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

- 分数乗

$$(x^{\frac{1}{2}})' = (\sqrt{x})' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{z - x} = \lim_{w \rightarrow u} \frac{w - u}{w^2 - u^2}$$

$\sqrt{z} = w, \sqrt{x} = u$ とおくと $z = w^2, x = u^2$

x^p の微分

- n が正の整数のとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

- 分数乗

$$(x^{\frac{1}{2}})' = (\sqrt{x})' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{z - x} = \lim_{w \rightarrow u} \frac{w - u}{w^2 - u^2}$$

$\sqrt{z} = w, \sqrt{x} = u$ とおくと $z = w^2, x = u^2$

$$= \lim_{w \rightarrow u} \frac{1}{w + u}$$

x^p の微分

- n が正の整数のとき $(x^n)' = nx^{n-1}$

- 分数乗

$$\begin{aligned}
 (x^{\frac{1}{2}})' &= (\sqrt{x})' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{z - x} = \lim_{w \rightarrow u} \frac{w - u}{w^2 - u^2} \\
 &\quad \sqrt{z} = w, \sqrt{x} = u \text{ とおくと } z = w^2, x = u^2 \\
 &= \lim_{w \rightarrow u} \frac{1}{w + u} = \frac{1}{2u}
 \end{aligned}$$

x^p の微分

- n が正の整数のとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

- 分数乗

$$\begin{aligned} (x^{\frac{1}{2}})' &= (\sqrt{x})' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{z - x} = \lim_{w \rightarrow u} \frac{w - u}{w^2 - u^2} \\ &\quad \sqrt{z} = w, \sqrt{x} = u \text{ とおくと } z = w^2, x = u^2 \\ &= \lim_{w \rightarrow u} \frac{1}{w + u} = \frac{1}{2u} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

x^p の微分

- n が正の整数のとき $(x^n)' = nx^{n-1}$

- 分数乗

$$\begin{aligned}
 (x^{\frac{1}{2}})' &= (\sqrt{x})' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{z - x} = \lim_{w \rightarrow u} \frac{w - u}{w^2 - u^2} \\
 &\quad \sqrt{z} = w, \sqrt{x} = u \text{ とおくと } z = w^2, x = u^2 \\
 &= \lim_{w \rightarrow u} \frac{1}{w + u} = \frac{1}{2u} = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}}
 \end{aligned}$$

x^p の微分

- n が正の整数のとき

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

- 分数乗

$$\begin{aligned} (x^{\frac{1}{2}})' &= (\sqrt{x})' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sqrt{z} - \sqrt{x}}{z - x} = \lim_{w \rightarrow u} \frac{w - u}{w^2 - u^2} \\ &\quad \sqrt{z} = w, \sqrt{x} = u \text{ とおくと } z = w^2, x = u^2 \\ &= \lim_{w \rightarrow u} \frac{1}{w + u} = \frac{1}{2u} = \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{1}{2} x^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

課題 0626-4 $y = x^{\frac{3}{2}} = x\sqrt{x}$ を微分せよ.

x^p の微分公式

- $(x^p)' =$

x^p の微分公式

- $(x^p)' = \boxed{px^{p-1}}$

x^p の微分公式

- $(x^p)' = \boxed{px^{p-1}}$
- マイナス乗も同じ
 $\left(\frac{1}{x}\right)'$

x^p の微分公式

- $(x^p)' = \boxed{px^{p-1}}$
- マイナス乗も同じ
$$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})'$$

x^p の微分公式

- $(x^p)' = \boxed{px^{p-1}}$
- マイナス乗も同じ
$$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2}$$

x^p の微分公式

- $(x^p)' = \boxed{px^{p-1}}$

- マイナス乗も同じ

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

x^p の微分公式

- $(x^p)' = \boxed{px^{p-1}}$
- マイナス乗も同じ
$$\left(\frac{1}{x}\right)' = (x^{-1})' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

課題 0626-5 次の関数を微分せよ.

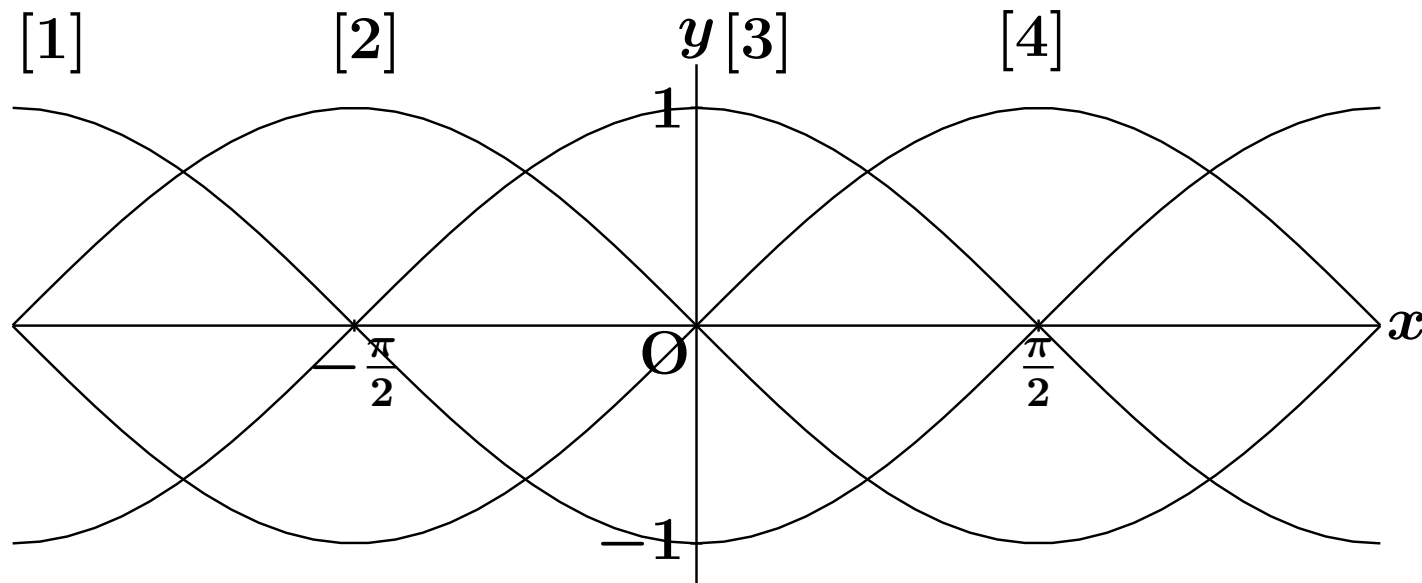
$$[1] \quad y = x^{\frac{1}{4}}$$

$$[2] \quad y = x^{-2}$$

$$[3] \quad y = x^{-\frac{1}{2}}$$

三角関数の微分

三角関数のグラフ



課題 0626-6 上の図は

$y = \sin x, y = \cos x, y = -\sin x, y = -\cos x$
のグラフである． [1]–[4] の関数を答えよ．

$\sin x, \cos x$ の微分

課題 0626-7 「導関数の意味」を用いて導関数を求めよ.

[1] $y = \sin x$

[2] $y = \cos x$

$\sin x, \cos x$ の微分

課題 0626-7 「導関数の意味」を用いて導関数を求めよ.

[1] $y = \sin x$

[2] $y = \cos x$

- 微分公式

$$(\sin x)' = \cos x, \quad (\cos x)' = -\sin x$$

$\sin x, \cos x$ の微分

課題 0626-7 「導関数の意味」を用いて導関数を求めよ.

[1] $y = \sin x$

[2] $y = \cos x$

- 微分公式

$$(\sin x)' = \cos x, (\cos x)' = -\sin x$$

課題 0626-8 次の問いに答えよ

[1] $y = \sin x$ の $(0, 0)$ における接線の傾きを求めよ

[2] $y = 2 \sin x - 3 \cos x$ を微分せよ

$\tan x$ の微分

- $$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$\tan x$ の微分

- $$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\tan x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)'$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

tan x の微分

- $$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$$\begin{aligned} (\tan x)' &= \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' \\ &= \frac{(\sin x)'(\cos x) - (\sin x)(\cos x)'}{\cos^2 x} \end{aligned}$$

tan x の微分

- $$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$$\begin{aligned} (\tan x)' &= \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' \\ &= \frac{(\sin x)'(\cos x) - (\sin x)(\cos x)'}{\cos^2 x} \\ &= \frac{(\cos x \cos x) - \sin x(-\sin x)'}{\cos^2 x} \end{aligned}$$

tan x の微分

- $$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$$\begin{aligned}
 (\tan x)' &= \left(\frac{\sin x}{\cos x} \right)' \\
 &= \frac{(\sin x)'(\cos x) - (\sin x)(\cos x)'}{\cos^2 x} \\
 &= \frac{(\cos x \cos x) - \sin x(-\sin x)'}{\cos^2 x} \\
 &= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}
 \end{aligned}$$

課題

課題 0626-9 次の関数を微分せよ

$$[1] \ y = \sin x \cos x$$

$$[2] \ y = \sin^2 x (= \sin x \sin x)$$

$$[3] \ y = x \tan x$$

$$[4] \ y = \tan x - x$$

$\sin(ax + b)$ の微分

$\sin(ax + b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin(az + b) - \sin(ax + b)}{z - x}$$

$\sin(ax + b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin(az + b) - \sin(ax + b)}{z - x}$$

$$ax + b = u, \quad az + b = w \text{ とおくと}$$

$$w - u = a(z - x), \quad w \rightarrow u$$

$\sin(ax + b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin(az + b) - \sin(ax + b)}{z - x}$$

$$ax + b = u, \quad az + b = w \text{ とおくと}$$

$$w - u = a(z - x), \quad w \rightarrow u$$

$$y' = \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{w - u}$$

$\sin(ax + b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin(az + b) - \sin(ax + b)}{z - x}$$

$$ax + b = u, \quad az + b = w \text{ とおくと}$$

$$w - u = a(z - x), \quad w \rightarrow u$$

$$y' = \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{w - u}$$

$$(\sin x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin z - \sin x}{z - x}$$

$\sin(ax + b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin(az + b) - \sin(ax + b)}{z - x}$$

$$ax + b = u, \quad az + b = w \text{ とおくと}$$

$$w - u = a(z - x), \quad w \rightarrow u$$

$$y' = \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{w - u}$$

$$(\sin x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin z - \sin x}{z - x}$$

$$= a \cos u = a \cos(ax + b)$$

$\sin(ax + b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin(az + b) - \sin(ax + b)}{z - x}$$

$$ax + b = u, \quad az + b = w \text{ とおくと}$$

$$w - u = a(z - x), \quad w \rightarrow u$$

$$y' = \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{w - u}$$

$$(\sin x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin z - \sin x}{z - x}$$

$$= a \cos u = a \cos(ax + b)$$

$$\boxed{\sin(ax + b)' = a \cos(ax + b)}$$

$\sin(ax + b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin(az + b) - \sin(ax + b)}{z - x}$$

$$ax + b = u, \quad az + b = w \text{ とおくと}$$

$$w - u = a(z - x), \quad w \rightarrow u$$

$$y' = \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a \lim_{w \rightarrow u} \frac{\sin(w) - \sin(u)}{w - u}$$

$$(\sin x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\sin z - \sin x}{z - x}$$

$$= a \cos u = a \cos(ax + b)$$

$$\sin(ax + b)' = a \cos(ax + b)$$

微分

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = af'(ax + b)$

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

1 つの変数とみて微分

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

1 つの変数とみて微分

- $(\cos(3x + 1))'$

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

1 つの変数とみて微分

- $(\cos(3x + 1))' = 3(-\sin(3x + 1))$

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

1 つの変数とみて微分

- $(\cos(3x+1))' = 3(-\sin(3x+1)) = -3\sin(3x+1)$

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

1 つの変数とみて微分

- $(\cos(3x + 1))' = 3(-\sin(3x + 1)) = -3 \sin(3x + 1)$

- $((2x + 3)^5)'$

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

1 つの変数とみて微分

- $(\cos(3x + 1))' = 3(-\sin(3x + 1)) = -3 \sin(3x + 1)$

- $((2x + 3)^5)' = 2 \cdot 5(2x + 3)^4$

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

1 つの変数とみて微分

- $(\cos(3x + 1))' = 3(-\sin(3x + 1)) = -3 \sin(3x + 1)$

- $((2x + 3)^5)' = 2 \cdot 5(2x + 3)^4 = 10(2x + 3)^4$

$f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

1 つの変数とみて微分

- $(\cos(3x + 1))' = 3(-\sin(3x + 1)) = -3 \sin(3x + 1)$

- $((2x + 3)^5)' = 2 \cdot 5(2x + 3)^4 = 10(2x + 3)^4$

課題 0626-10 微分せよ

[1] $y = \sin 3x$

[2] $y = (5x + 1)^3$

[3] $y = \sqrt{2x + 3}$

[4] $y = \tan(-x + 1)$