数列の和・複素数

2022.06.06

数列

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ a_2 = a + d,\ a_3 = a + 2d,\ \cdots$$

一般項 $a_n = \boxed{}$

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ a_2 = a + d,\ a_3 = a + 2d,\ \cdots$$

一般項 $a_n = \boxed{a + (n-1)d}$

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ \ a_2 = a + d,\ \ a_3 = a + 2d,\ \ \cdots$$

一般項 $a_n = \boxed{a + (n-1)d}$

- 初項を a，公比を r の等比数列の第 n 項を a_n とおくと

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ a_2 = a + d,\ a_3 = a + 2d,\ \cdots$$

一般項 $a_n = \boxed{a + (n-1)d}$

- 初項を a，公比を r の等比数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ a_2 = ar,\ a_3 = ar^2,\ \cdots$$

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ \ a_2 = a + d,\ \ a_3 = a + 2d,\ \ \cdots$$

一般項 $a_n = \boxed{a + (n-1)d}$

- 初項を a，公比を r の等比数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ \ a_2 = ar,\ \ a_3 = ar^2,\ \ \cdots$$

一般項 $a_n = \boxed{\phantom{ar^{n-1}}}$

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ a_2 = a + d,\ a_3 = a + 2d,\ \cdots$$

一般項 $a_n = \boxed{a + (n-1)d}$

- 初項を a，公比を r の等比数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a,\ a_2 = ar,\ a_3 = ar^2,\ \cdots$$

一般項 $a_n = \boxed{ar^{n-1}}$

等差数列の和

初項 a，公差 d，項数が 4 の場合で説明する

$$S = \quad a \quad + (a+d) + (a+2d) + (a+3d)$$

等差数列の和

初項 a，公差 d，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d)$$

逆順にして

$$S = (a+3d) + (a+2d) + (a+d) + a$$

等差数列の和

初項 a，公差 d，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d)$$

逆順にして

$$S = (a+3d) + (a+2d) + (a+d) + a$$

2 つの式を加えると

等差数列の和

初項 a，公差 d，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d)$$

逆順にして

$$S = (a+3d) + (a+2d) + (a+d) + a$$

2 つの式を加えると

$$2S = (2a+3d) \times 4$$

等差数列の和

初項 a，公差 d，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d)$$

逆順にして

$$S = (a+3d) + (a+2d) + (a+d) + a$$

2 つの式を加えると

$$2S = (2a+3d) \times 4$$

2 で割ると　$S = \dfrac{4(2a+3d)}{2} = \boxed{}$

等差数列の和

初項 a，公差 d，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a+d) + (a+2d) + (a+3d)$$

逆順にして

$$S = (a+3d) + (a+2d) + (a+d) + a$$

2 つの式を加えると

$$2S = (2a+3d) \times 4$$

2 で割ると　$S = \dfrac{4(2a+3d)}{2} = \boxed{\dfrac{n(a+a+3d)}{2}}$

等差数列の和の公式

初項 a，公差 d，項数 n の等差数列の和 S は

$$\boxed{S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}}$$

等差数列の和の公式

初項 a，公差 d，項数 n の等差数列の和 S は

$$\boxed{S = \frac{n(2a + (n-1)d)}{2}}$$

$$2a + (n-1)d = a + (a + (n-1)d) = \text{初項} + \text{末項}$$

等差数列の和の公式

初項 a，公差 d，項数 n の等差数列の和 S は

$$\boxed{S = \frac{n(2a+(n-1)d)}{2}}$$

$$2a+(n-1)d = a+(a+(n-1)d) = \text{初項}+\text{末項}$$

$$\boxed{S = \frac{\text{項数}\times(\text{初項}+\text{末項})}{2}}$$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1, 公差 2 より, 末項 (第 n 項)a_n は

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ．

解) 項数 n を求める．

初項 1，公差 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1，公差 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$$

$a_n = 2n - 1 = 99$ より

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1，公差 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$$

$a_n = 2n - 1 = 99$ より　$n = \dfrac{99+1}{2} = 50$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ．

解) 項数 n を求める．

初項 1，公差 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$$

$a_n = 2n - 1 = 99$ より　$n = \dfrac{99+1}{2} = 50$

したがって　$S = \dfrac{50(1+99)}{2}$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1，公差 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = 1 + 2(n-1) = 2n - 1$$

$a_n = 2n - 1 = 99$ より　$n = \dfrac{99+1}{2} = 50$

したがって　$S = \dfrac{50(1+99)}{2} = 2500$

等比数列の和

初項 a，公比 r，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

等比数列の和

初項 a，公比 r，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

等比数列の和

初項 a，公比 r，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2 つの式を引くと

等比数列の和

初項 a，公比 r，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2 つの式を引くと

等比数列の和

初項 a，公比 r，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2 つの式を引くと

$$S - rS = a - ar^5$$

等比数列の和

初項 a，公比 r，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2 つの式を引くと

$$S - rS = a - ar^5$$

$$\therefore \quad (1-r)S = a(1-r^5)$$

等比数列の和

初項 a，公比 r，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2 つの式を引くと

$$S - rS = a - ar^5$$

$$\therefore \quad (1-r)S = a(1-r^5)$$

したがって，$r \neq 1$ のとき $\quad S = \dfrac{a(1-r^5)}{1-r}$

等比数列の和の公式

初項 a，公比 r，項数 n の等比数列の和 S は

$$\boxed{S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}}$$

ただし，$r \neq 1$ とする

等比数列の和の公式

初項 a，公比 r，項数 n の等比数列の和 S は

$$\boxed{S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}}$$

ただし，$r \neq 1$ とする

[覚え方] $$S = \frac{\text{初項}\,(1-r^{\text{項数}})}{1-r}$$

等比数列の和の公式

初項 a，公比 r，項数 n の等比数列の和 S は

$$\boxed{S = \frac{a(1-r^n)}{1-r}}$$

ただし，$r \neq 1$ とする

[覚え方]　$$S = \frac{\text{初項}\,(1-r^{\text{項数}})}{1-r}$$

項数は第 n 項の式から求める

$$a_n = ar^{n-1}$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ．

解) 初項 1，公比 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ．

解) 初項 1，公比 2 より，末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1, 公比 2 より, 末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$a_n = 2^{n-1} = 2^{10}$ より $\quad n - 1 = 10$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1，公比 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$a_n = 2^{n-1} = 2^{10}$ より $n - 1 = 10$

$$\therefore \quad n = 11$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1，公比 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^{n-1} = 2^{10} \text{ より } \quad n - 1 = 10$$

$$\therefore \quad n = 11$$

$$S = \frac{1 \times (1 - 2^{11})}{1 - 2}$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1，公比 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^{n-1} = 2^{10} \text{ より } \quad n - 1 = 10$$

$$\therefore \quad n = 11$$

$$S = \frac{1 \times (1 - 2^{11})}{1 - 2} = \frac{1 - 2^{11}}{-1}$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1，公比 2 より，末項 (第 n 項)a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^{n-1} = 2^{10} \text{ より } \quad n - 1 = 10$$

$$\therefore \quad n = 11$$

$$S = \frac{1 \times (1 - 2^{11})}{1 - 2} = \frac{1 - 2^{11}}{-1} = 2^{11} - 1$$

課題 (等差数列と等比数列の和)

課題 0605-1 次の和を求めよ．(TextP202,204)

[1] 初項 3, 末項 19, 項数 15 の等差数列の和

[2] 初項 3, 公比 2 の等比数列の初項から第 n 項までの和

和の記号 $\sum$（シグマ）

例) $\mathbf{1}$, $\mathbf{2}$, $\mathbf{3}$, $\cdots$, $\mathbf{10}$ の和を表す

和の記号 $\sum$（シグマ）

例) $1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10$ の和を表す

(1) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

和の記号 $\sum$（シグマ）

例) 1, 2, 3, $\cdots$, 10 の和を表す

(1) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(2) $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + 10$

和の記号 $\sum$ （シグマ）

例) $1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10$ の和を表す

(1) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(2) $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + 10$

(3) 第 k 項は　k

和の記号 $\sum$（シグマ）

例) 1, 2, 3, $\cdots$, 10 の和を表す

(1) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(2) $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + 10$

(3) 第 k 項は　k

$k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots, 10$

和の記号 $\sum$（シグマ）

例) 1, 2, 3, $\cdots$, 10 の和を表す

(1) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(2) $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + 10$

(3) 第 k 項は　k

$$k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots, 10$$

$$S = \sum_{k=1}^{10} k$$

和の記号 $\sum$（シグマ）

例) $1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10$ の和を表す

(1) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(2) $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + 10$

(3) 第 k 項は　k

$$k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots, 10$$

$$S = \sum_{k=1}^{10} k$$

k に $1, 2, \cdots, 10$ を順に入れて加えるという意味

和の記号 $\sum$ (シグマ)

例) 1, 2, 3, $\cdots$, 10 の和を表す

(1) $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$

(2) $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 9 + 10$

(3) 第 k 項は　k

$$k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots ,10$$

$$S = \sum_{k=1}^{10} k$$

KeTMath　sum(k=1,10,k)

k に 1, 2, $\cdots$, 10 を順に入れて加えるという意味

$\sum$ の使い方

例 1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k+1) = \boxed{}$

$\sum$ の使い方

例 1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k+1) = \boxed{3+5+7+9+11}$

$\sum$ の使い方

例 1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k+1) = \boxed{3+5+7+9+11}$

例 2) $\displaystyle 1^2+2^2+3^2+\cdots+20^2 = \sum_{k=\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{}$

$\sum$の使い方

例1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k+1) = \boxed{3+5+7+9+11}$

例2) $\displaystyle 1^2+2^2+3^2+\cdots+20^2 = \sum_{k=\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{}$

$\sum$ の使い方

例 1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k+1) = \boxed{3+5+7+9+11}$

例 2) $\displaystyle 1^2+2^2+3^2+\cdots+20^2 = \sum_{k=\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{}$

第 k 項は $\boxed{}$, $k = \boxed{}$

$\sum$ の使い方

例 1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k+1) = \boxed{3+5+7+9+11}$

例 2) $\displaystyle 1^2+2^2+3^2+\cdots+20^2 = \sum_{k=\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{}$

第 k 項は $\boxed{k^2}$, $k = \boxed{1,\ 2,\ \cdots,\ 20}$

$\sum$ の使い方

例 1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k+1) = \boxed{3+5+7+9+11}$

例 2) $\displaystyle 1^2+2^2+3^2+\cdots+20^2 = \sum_{k=\boxed{1}}^{\boxed{20}} \boxed{k^2}$

第 k 項は $\boxed{k^2}$, $k = \boxed{1,\ 2,\ \cdots 20}$

$\sum$ の使い方

例 1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5}(2k+1) = \boxed{3+5+7+9+11}$

例 2) $\displaystyle 1^2+2^2+3^2+\cdots+20^2 = \sum_{k=\boxed{1}}^{\boxed{20}} \boxed{k^2}$

第 k 項は $\boxed{k^2}$, $k = \boxed{1,\ 2,\ \cdots 20}$

課題 0605-2 S, n, a_k を求めよ.

[1] $\displaystyle S = \sum_{k=1}^{4}\frac{1}{k}$ [2] $\displaystyle 2+4+6+\cdots+10 = \sum_{k=1}^{n} a_k$

複素数

虚数

- $$x^2 + 6x + 10 = 0 \tag{1}$$

虚数

- $$x^2 + 6x + 10 = 0 \tag{1}$$
  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)

  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x+3)^2 = -1$ (2)

虚数

- $$x^2 + 6x + 10 = 0 \tag{1}$$
  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $\quad (x+3)^2 = -1 \quad (2)$
- 実数では，2 乗して -1 になることはない

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)

  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より　$(x+3)^2 = -1$ (2)

- 実数では，2 乗して -1 になることはない

- 2 乗して -1 になるものも数と考え，i とおく (虚数単位)

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)

  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x+3)^2 = -1$ (2)

- 実数では，2 乗して -1 になることはない

- 2 乗して -1 になるものも数と考え, i とおく (虚数単位)

- $i^2 = -1$

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)

  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x+3)^2 = -1$ (2)

- 実数では，2 乗して -1 になることはない

- 2 乗して -1 になるものも数と考え，i とおく (虚数単位)

- $i^2 = -1$ 　　また $(-i)^2 = -1$

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)

  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x+3)^2 = -1$ (2)
- 実数では，2 乗して -1 になることはない
- 2 乗して -1 になるものも数と考え，i とおく (虚数単位)
- $i^2 = -1$ また $(-i)^2 = -1$
- 2 乗して -1 になる数は $\pm i$ があるが $\sqrt{-1} = i$ とする

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0 \quad (1)$

  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より　$(x+3)^2 = -1 \quad (2)$
- 実数では，2 乗して -1 になることはない
- 2 乗して -1 になるものも数と考え，i とおく (虚数単位)
- $i^2 = -1$　　また $(-i)^2 = -1$
- 2 乗して -1 になる数は $\pm i$ があるが $\sqrt{-1} = i$ とする
- (2) より　$x + 3 = \pm i$

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0 \qquad (1)$

  $(x+3)^2 - 9 + 10 = 0$ より　$(x+3)^2 = -1 \qquad (2)$
- 実数では，2 乗して -1 になることはない
- 2 乗して -1 になるものも数と考え，i とおく (虚数単位)
- $i^2 = -1$　　また $(-i)^2 = -1$
- 2 乗して -1 になる数は $\pm i$ があるが $\sqrt{-1} = i$ とする
- (2) より　$x + 3 = \pm i$　　$x = -3 \pm i$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \ (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \ (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4,\ (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

例) $\sqrt{-2} = \boxed{}$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \ \ (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

例) $\sqrt{-2} = \boxed{\sqrt{2}\,i}$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4,\ (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

例) $\sqrt{-2} = \boxed{\sqrt{2}\,i}$

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a}\,i$$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \ (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

例) $\sqrt{-2} = \boxed{\sqrt{2}\, i}$ $\qquad \sqrt{-a} = \sqrt{a}\, i$

課題 0605-3 計算せよ. **Text P133 問 1**

[1] $\sqrt{-6}$ [2] $\sqrt{-\dfrac{9}{4}}$

[3] $\sqrt{-6}\sqrt{-2}$ [4] $\sqrt{-3}\sqrt{2}$

複素数

- $z = a + b\,i$ の形の数を**複素数**という　$(a, b$ は実数$)$

$$1+i,\ 2+3i,\ 4-2i,\ \cdots$$

複素数

- $z = a + b\,i$ の形の数を複素数という　(a, b は実数)

$$1 + i,\ 2 + 3i,\ 4 - 2i,\ \cdots$$

- a を z の実部，b を z の虚部という

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i)=\boxed{}$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i)=\boxed{7+2i}$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i) = \boxed{7+2i}$
- 積　$(2+3i)(4+i)$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i)=\boxed{7+2i}$
- 積　$(2+3i)(4+i)$
$$=8+2i+12i+3i^2$$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i)=\boxed{7+2i}$
- 積　$(2+3i)(4+i)$
  $=8+2i+12i+3i^2=8+14i-3$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i)=\boxed{7+2i}$
- 積　$(2+3i)(4+i)$

$$= 8 + 2i + 12i + 3i^2 = 8 + 14i - 3 = 5 + 14i$$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i)=\boxed{7+2i}$
- 積　$(2+3i)(4+i)$

$$= 8+2i+12i+3i^2 = 8+14i-3 = 5+14i$$

$$(2+i)(2-i)$$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i) = \boxed{7+2i}$
- 積　$(2+3i)(4+i)$

$$= 8 + 2i + 12i + 3i^2 = 8 + 14i - 3 = 5 + 14i$$

$$(2+i)(2-i)$$

$$= 4 - i^2$$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i)=\boxed{7+2i}$
- 積　$(2+3i)(4+i)$
  $= 8+2i+12i+3i^2 = 8+14i-3 = 5+14i$

  $(2+i)(2-i)$
  $= 4-i^2 = 4+1 = 5$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し，i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和　$(2+3i)+(5-i)=\boxed{7+2i}$
- 積　$(2+3i)(4+i)$

$$=8+2i+12i+3i^2=8+14i-3=5+14i$$

$$(2+i)(2-i)$$
$$=4-i^2=4+1=5$$

$$(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$$

複素数の計算（商）

- $\dfrac{\boldsymbol{1+3i}}{\boldsymbol{2+i}}$

複素数の計算（商）

- $\dfrac{1+3i}{2+i}$

  $(2+i)(2-i)=5$ を用いる

複素数の計算（商）

- $\dfrac{1+3i}{2+i}$

$(2+i)(2-i)=5$ を用いる

$= \dfrac{(1+3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)}$

複素数の計算（商）

- $\dfrac{1+3i}{2+i}$

$(2+i)(2-i)=5$を用いる

$$= \frac{(1+3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{5+5i}{5}$$

複素数の計算（商）

- $\dfrac{1+3i}{2+i}$

$(2+i)(2-i)=5$ を用いる

$$= \frac{(1+3i)(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{5+5i}{5} = 1+i$$

複素数の計算問題

課題 0605-4 計算せよ． TextP132 問 1

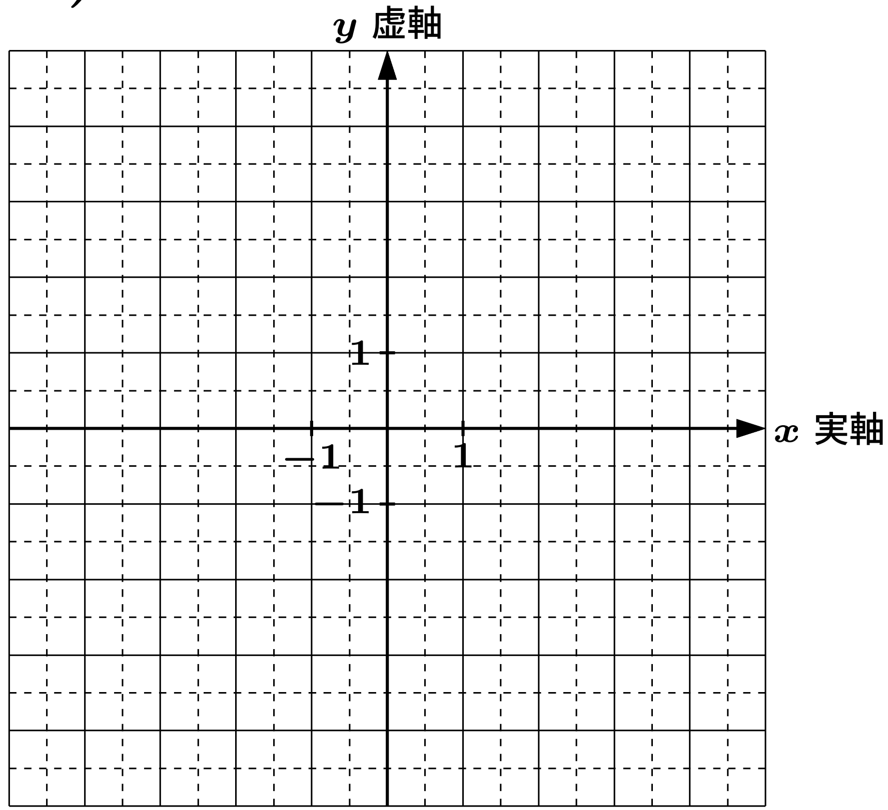
[1] $(1-3i)+(2-5i)$ [2] $(10-7i)-(3+9i)$

[3] $(-4+7i)(3+2i)$ [4] $(-2+6i)(2+6i)$

[5] $\dfrac{5+2i}{1-3i}$ [6] $\dfrac{1+i}{-2+5i}-\dfrac{4-2i}{2+5i}$

複素数平面

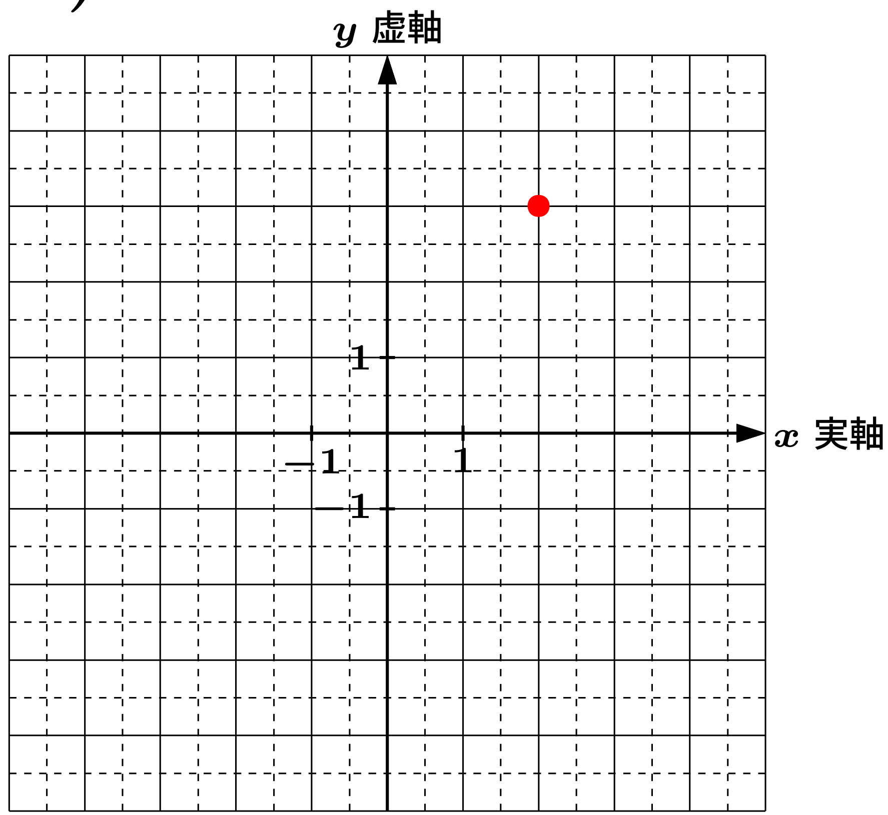
- $z = a + b\,i$ を平面上の点 $(a,\ b)$ で表す



複素数平面

- $z = a + b\,i$ を平面上の点 $(a,\ b)$ で表す

  [1] $2 + 3i \leftrightarrow$ 点 $(2, 3)$



複素数平面

- $z = a + b\,i$ を平面上の点 $(a,\ b)$ で表す

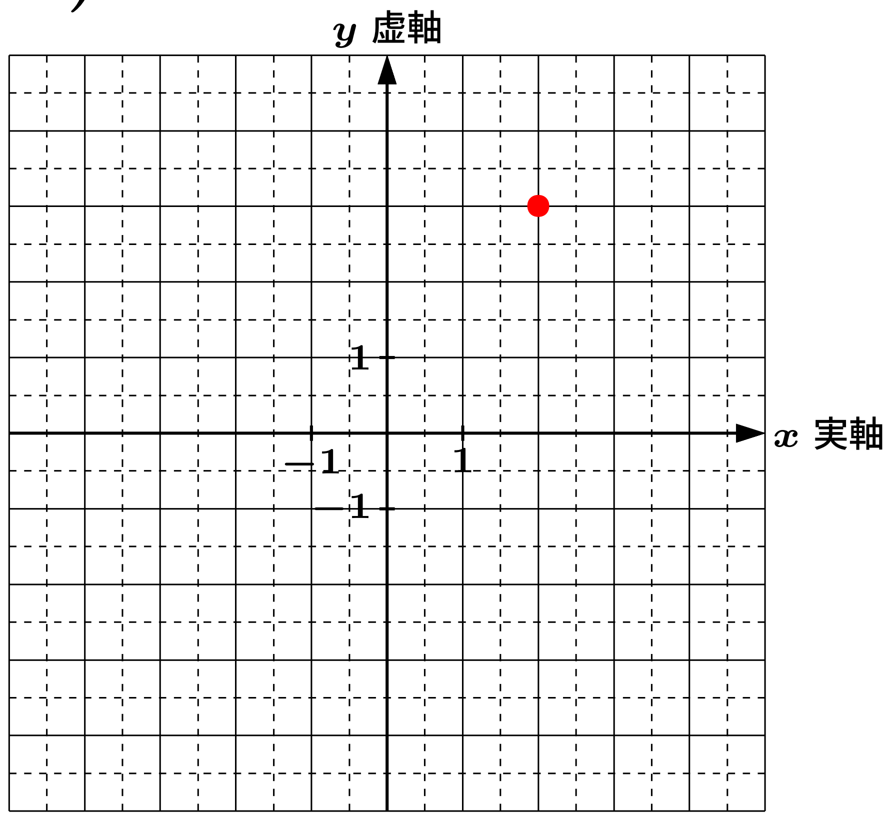
[1] $2 + 3i \leftrightarrow$ 点 $(2, 3)$

[2] $-2 + i \leftrightarrow$ 点

[3] $3 \leftrightarrow$ 点

[4] $-3 \leftrightarrow$ 点

[5] $4i \leftrightarrow$ 点



複素数平面

- $z = a + b\,i$ を平面上の点 $(a,\ b)$ で表す

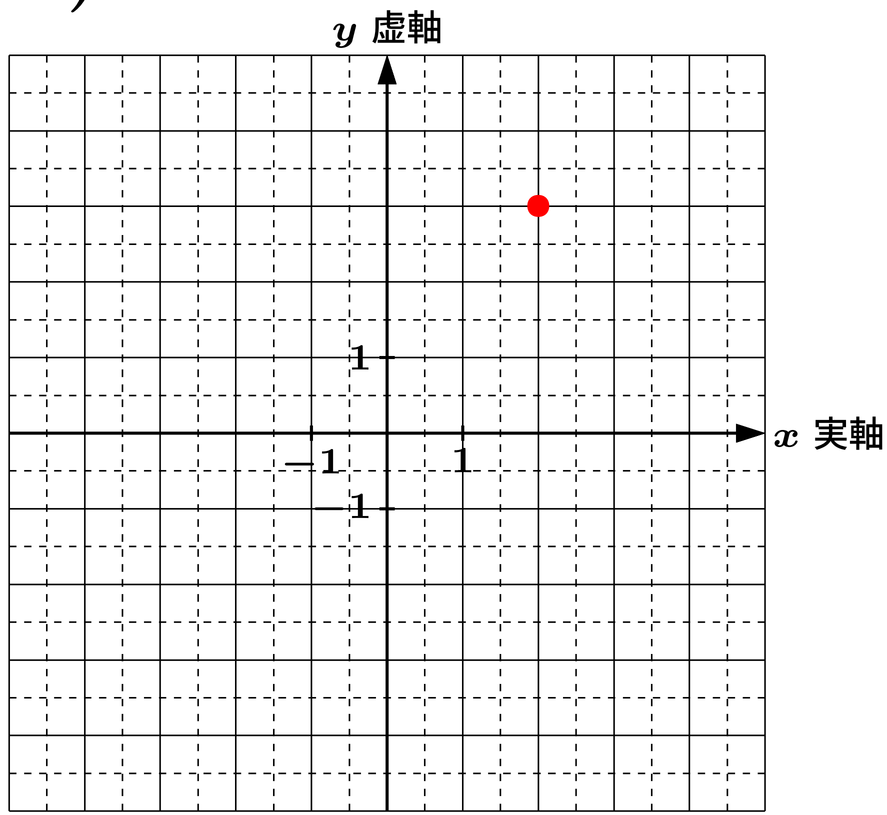
  [1] $2 + 3i \leftrightarrow$ 点 $(2, 3)$

  [2] $-2 + i \leftrightarrow$ 点

  [3] $3 \leftrightarrow$ 点

  [4] $-3 \leftrightarrow$ 点

  [5] $4i \leftrightarrow$ 点



課題 0605-5　[2]-[5] の点を求めよ

複素数の和 $z + w$ と図形

- $z = a + bi,\ w = c + di$ （a, b, c, d は実数）

複素数の和 $z + w$ と図形

- $z = a + bi,\ w = c + di$（a, b, c, d は実数）

  $$z + w = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$$

複素数の和 $z + w$ と図形

- $z = a + bi,\ w = c + di$ (a, b, c, d は実数)

$$z + w = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$$

- 複素数の和を動かそう

(1) ID に学生番号を入れて「確認」「出題」を押す．

(2) 赤い点を $z + w (= \alpha + \beta)$ の位置に動かす．

(3) 点が決まったら，「採点」を押す．

(4) 以上を 4 回ほど繰り返す．

複素数の和 $z+w$ と図形

- $z=a+bi,\ \ w=c+di$ (a,b,c,d は実数)

  $$z+w=a+bi+c+di=(a+c)+(b+d)i$$

- 複素数の和を動かそう

  (1) ID に学生番号を入れて「確認」「出題」を押す.

  (2) 赤い点を $z+w(=\alpha+\beta)$ の位置に動かす.

  (3) 点が決まったら,「採点」を押す.

  (4) 以上を 4 回ほど繰り返す.

課題 0605-6 $\mathrm{O}, z, z+w, w$ でできる四辺形は何か.

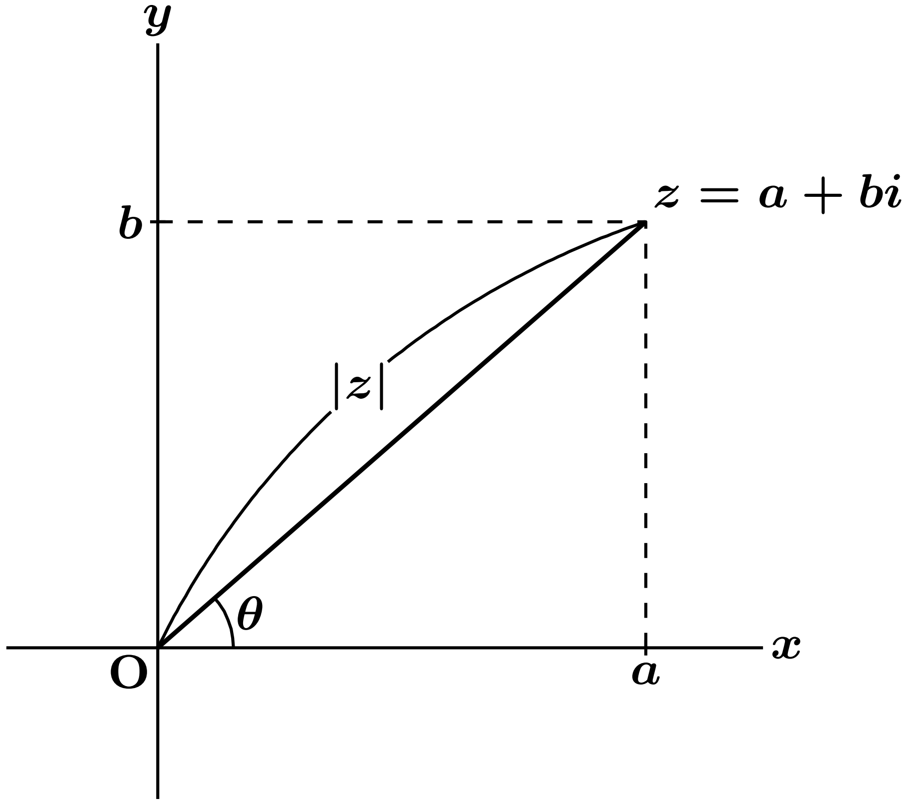
絶対値と偏角

- $z = a + b\,i$ を平面上の点 $(a,\ b)$ で表したとき

  絶対値 $|z|$

  原点 O と z の距離

  $$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



絶対値と偏角

- $z = a + b\,i$ を平面上の点 $(a,\ b)$ で表したとき

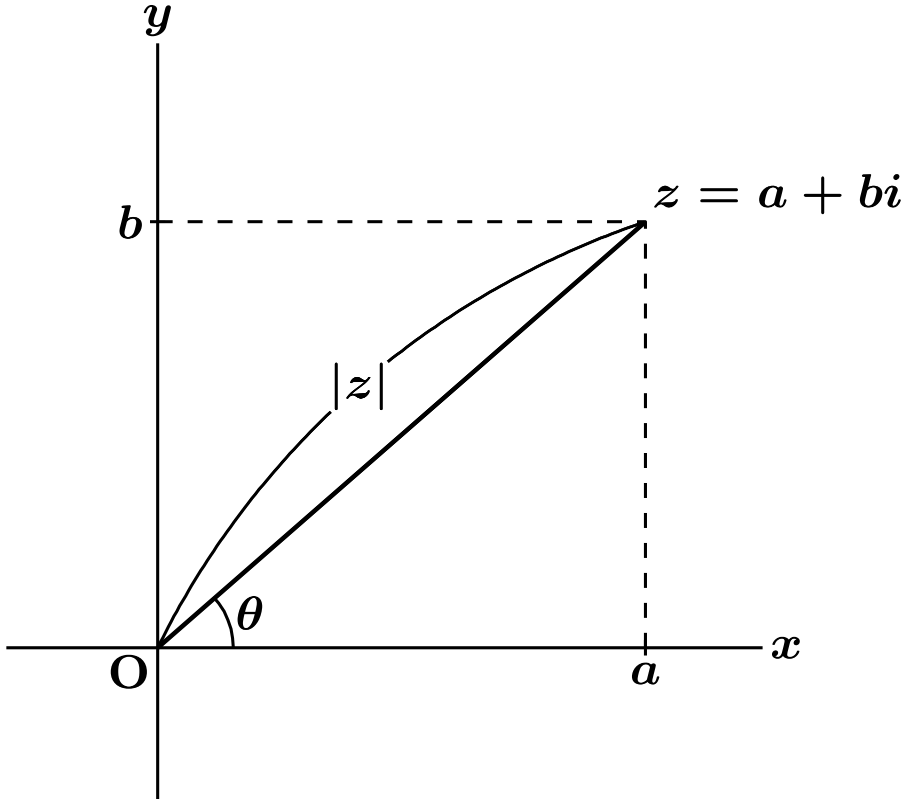
絶対値 $|z|$

原点 O と z の距離

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

偏角 $\arg z$

Oz と x 軸（正）の角 θ



絶対値と偏角

- $z = a + b\,i$ を平面上の点 $(a,\ b)$ で表したとき

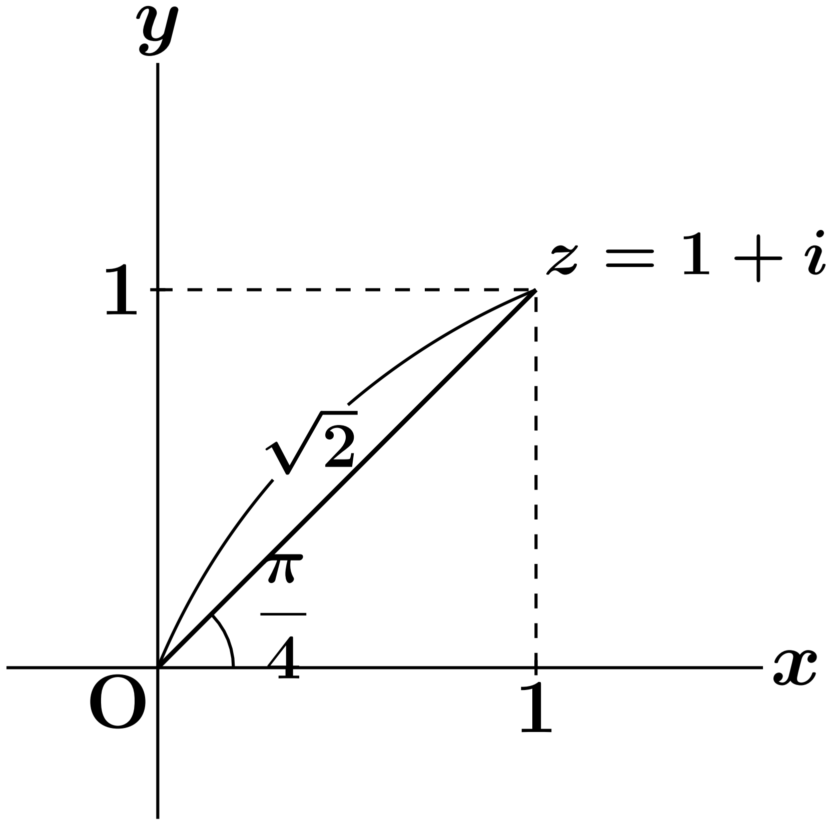
絶対値 $|z|$

原点 O と z の距離

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

偏角 $\arg z$

Oz と x 軸（正）の角 θ



例) $z = 1 + i$

絶対値 $\boxed{}$, 偏角 $\boxed{}$

絶対値と偏角

- $z = a + b\,i$ を平面上の点 $(a,\ b)$ で表したとき

  絶対値 $|z|$

  原点 O と z の距離

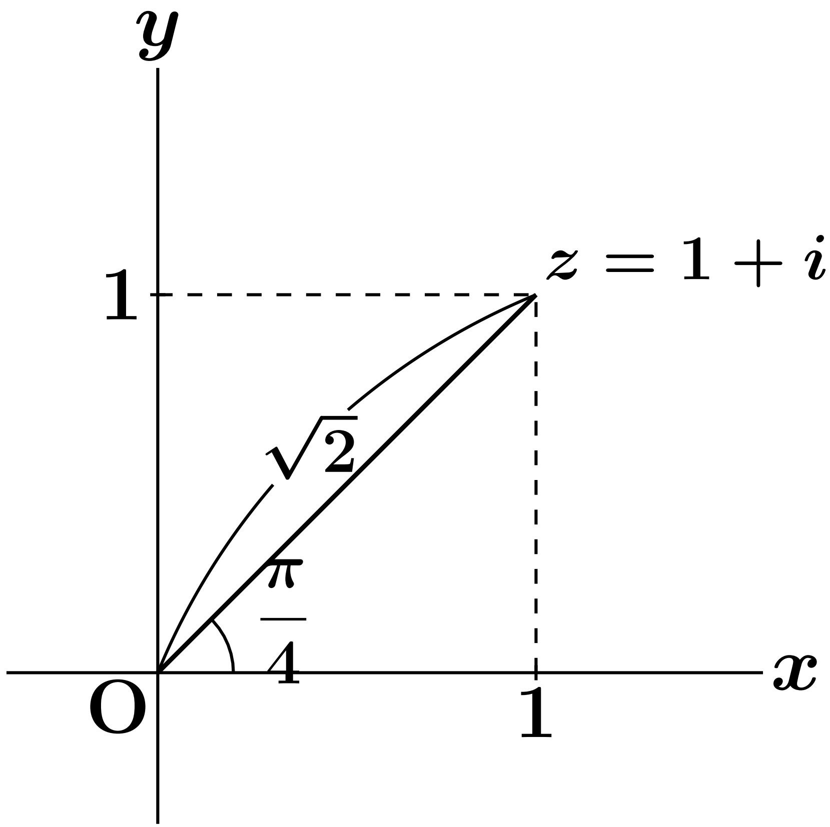
  $$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

  偏角 $\arg z$

  Oz と x 軸（正）の角 θ

例) $z = 1 + i$

絶対値 $\boxed{\sqrt{2}}$, 偏角 $\boxed{\dfrac{\pi}{4}}$



絶対値と偏角の問題

課題 0605-7 次の複素数の絶対値と偏角を求めよ．

[1] $z_1 = \sqrt{3} + i$　　[2] $z_2 = i$

[3] $z_3 = -2$　　[4] $z_4 = -3i$

絶対値と偏角の応用問題

課題 0605-8 $z = a + bi,\ w = c + di$ とする．

[1] $|z|^2$ を a, b で表せ

[2] $|w|^2$ を c, d で表せ

[3] zw の実部と虚部を a, b, c, d で表せ

[4] $|zw|^2$ を計算せよ

[5] $|zw|^2 = |z|^2|w|^2$ を証明せよ