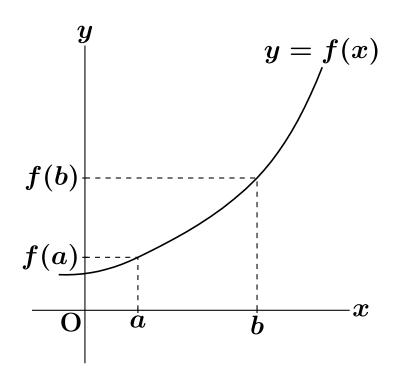
変化率と極限

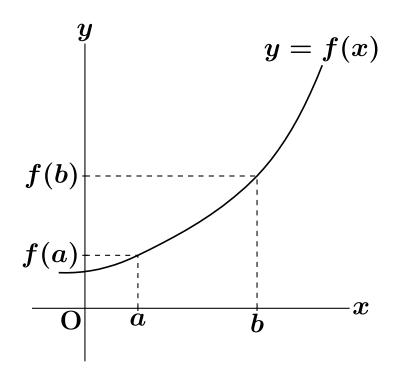
2023.06.12

平均変化率

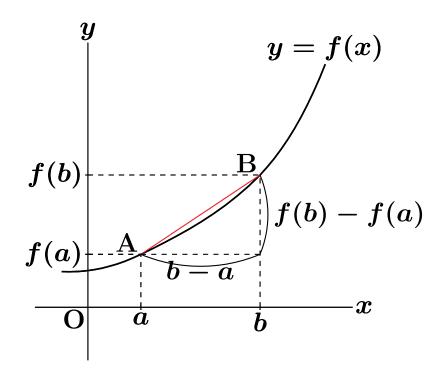
• 関数 y = f(x), 区間 [a, b]



- 関数 y = f(x), 区間 [a, b]
- ullet f(x) の $[a,\ b]$ での変化量は

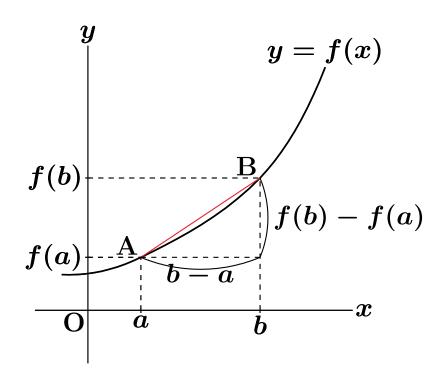


- 関数 y = f(x), 区間 [a, b]
- $oldsymbol{oldsymbol{\phi}} oldsymbol{f}(x)$ の $oldsymbol{[a,\ b]}$ での変化量はf(b)-f(a)



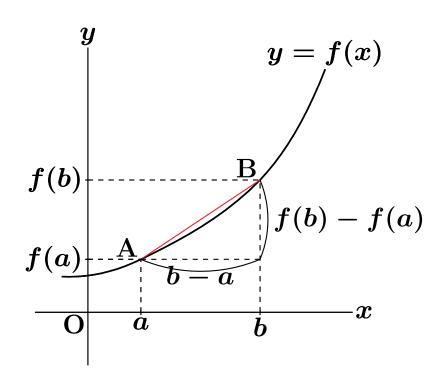
- 関数 y = f(x), 区間 [a, b]
- ullet f(x)の $[a,\ b]$ での変化量はf(b)-f(a)

区間幅b-aで割る



- 関数 y = f(x), 区間 [a, b]
- ullet f(x)の $[a,\ b]$ での変化量はf(b)-f(a)

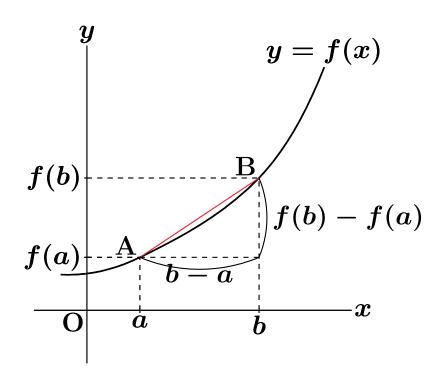
区間幅b-aで割る $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$



- 関数 y = f(x), 区間 [a, b]
- ullet f(x)の $[a,\ b]$ での変化量はf(b)-f(a)

区間幅
$$b-a$$
で割る $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

これを平均変化率という

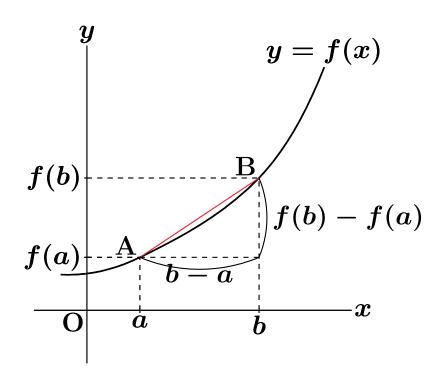


- 関数 y = f(x), 区間 [a, b]
- ullet f(x)の $[a,\ b]$ での変化量はf(b)-f(a)

区間幅
$$b-a$$
で割る $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

これを平均変化率という

● 平均変化率は直線 AB の傾き



ullet $f(x)=x^2$ の[1,3]での平均変化率(rとおく)

•
$$f(x)=x^2$$
の $\left[1,3\right]$ での平均変化率 $\left(r$ とおく
ight) $r=rac{f(3)-f(1)}{3-1}=$

•
$$f(x)=x^2$$
の $[1,3]$ での平均変化率 $(r$ とおく $)$ $r=rac{f(3)-f(1)}{3-1}=rac{3^2-1^2}{3-1}=$

•
$$f(x)=x^2$$
の $[1,3]$ での平均変化率 $(r$ とおく) $r=rac{f(3)-f(1)}{3-1}=rac{3^2-1^2}{3-1}=rac{9-1}{3-1}=$

•
$$f(x)=x^2$$
の $[1,3]$ での平均変化率 $(r$ とおく)
$$r=\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{3^2-1^2}{3-1}=\frac{9-1}{3-1}=4$$

- $f(x) = x^2$ の [1,3] での平均変化率 (rとおく) $r = \frac{f(3) f(1)}{3 1} = \frac{3^2 1^2}{3 1} = \frac{9 1}{3 1} = 4$
- ullet $f(x)=x^2$ の [a,b]での平均変化率

- $f(x) = x^2$ の [1,3] での平均変化率 (rとおく) $r = \frac{f(3) f(1)}{3 1} = \frac{3^2 1^2}{3 1} = \frac{9 1}{3 1} = 4$
- $f(x)=x^2$ の [a,b]での平均変化率 $r=rac{b^2-a^2}{b-a}=$

- $f(x) = x^2$ の [1,3] での平均変化率 (r とおく) $r = \frac{f(3) f(1)}{3 1} = \frac{3^2 1^2}{3 1} = \frac{9 1}{3 1} = 4$
- $f(x)=x^2\, \mathcal{O}\left[a,b
 ight]$ での平均変化率 $r=rac{b^2-a^2}{b-a}=rac{(b-a)(b+a)}{b-a}=$

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

ullet $f(x)=x^2$ の [a,b]での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a} = \frac{(b - a)(b + a)}{b - a} = b + a$$

ullet $f(x)=x^2$ の [1,3] での平均変化率 (r とおく)

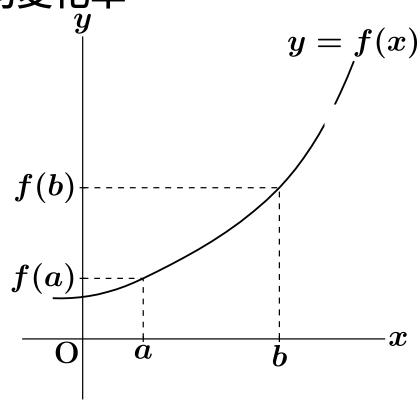
$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

ullet $f(x)=x^2$ の [a,b]での平均変化率

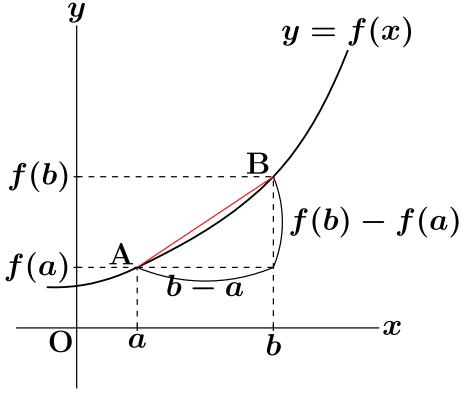
$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a} = \frac{(b - a)(b + a)}{b - a} = b + a$$

課題 0612-1 次を求めよ.

- $\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} f(x) = 4x^2$ の(2,4)での平均変化率
- $\left[2
 ight] f(x) = 3x\, \mathcal{O}\left(a,b
 ight)$ での平均変化率



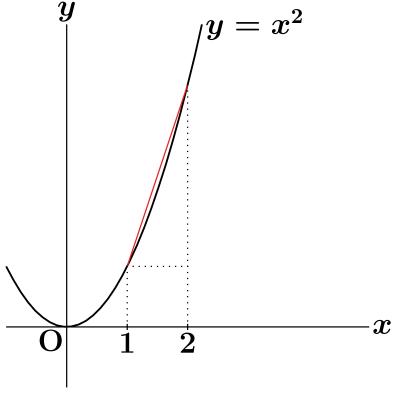
$$r=rac{b^2-a^2}{b-a}$$



ullet 関数 $y=x^2$ の [a,b] での平均変化率

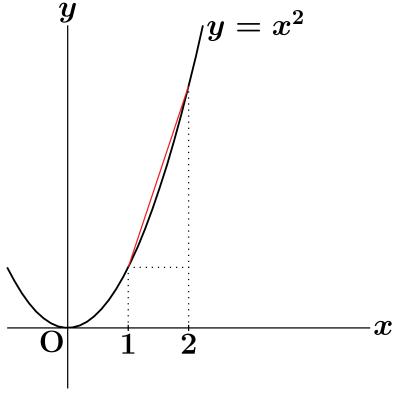
$$r=rac{b^2-a^2}{b-a}$$

[1,b] のとき



$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$$[1,b]$$
のとき $r=rac{b^2-1}{b-1}$

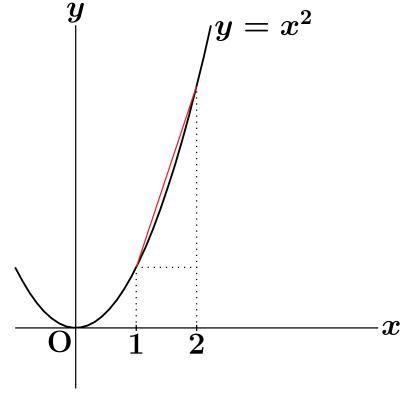


ullet 関数 $y=x^2$ の [a,b] での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$$[1,b]$$
のとき $r=rac{b^2-1}{b-1}$

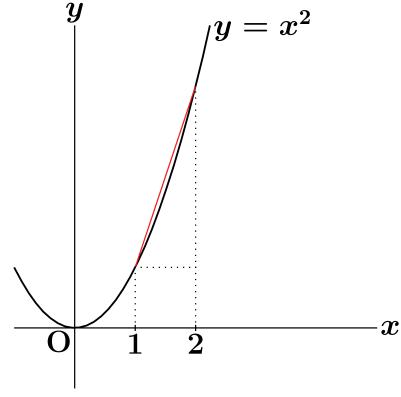
ullet b=2のとき r=



$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$$[1,b]$$
のとき $r=rac{b^2-1}{b-1}$

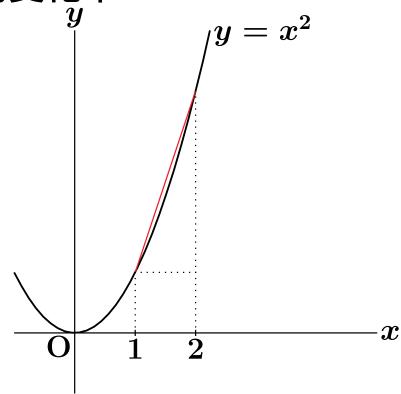
$$ullet$$
 $b=2$ のとき $r=$



$$r=rac{b^2-a^2}{b-a}$$

$$[1,b]$$
のとき $r=rac{b^2-1}{b-1}$

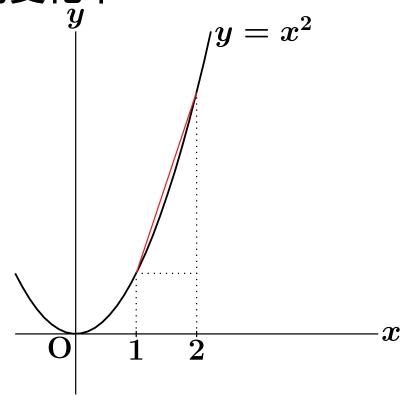
- ullet b=2のとき r=
- 「14.1点における変化率」



$$r=rac{b^2-a^2}{b-a}$$

$$[1,b]$$
のとき $r=rac{b^2-1}{b-1}$

- ullet b=2のとき $r=\overline{3}$
- 「14.1点における変化率」



$$ullet a \div b \ \left(rac{a}{b}
ight)$$
とは

$$ullet a \div b \ \left(rac{a}{b}
ight)$$
とは

例)
$$x = \frac{6}{2}$$

$$ullet a \div b \left(rac{a}{b}
ight)$$
とは

例)
$$x = \frac{6}{2} \iff 2x = 6$$
 となる x のこと

$$ullet a \div b \left(rac{a}{b}
ight)$$
とは

例)
$$x = \frac{6}{2} \iff 2x = 6$$
 となる x のこと

例)
$$x = \frac{3}{5}$$

$$ullet a \div b \left(rac{a}{b}
ight)$$
とは

例)
$$x=rac{6}{2}\Longleftrightarrow\ 2x=6$$
となる x のこと

例)
$$x=rac{3}{5}\Longleftrightarrow 5x=3$$
となる x のこと

$$ullet a \div b \left(rac{a}{b}
ight)$$
とは

例)
$$x = \frac{6}{2} \iff 2x = 6$$
 となる x のこと

例)
$$x = \frac{3}{5} \iff 5x = 3$$
となる x のこと

•
$$x = \frac{a}{b} \iff bx = a$$
 となる x のこと

分母が0になると?

$$(1)$$
 $\frac{1}{0}$ は

$$(2)$$
 $\frac{0}{0}$ は

分母が0になると?

$$(1)$$
 $\frac{1}{0}$ は

$$(2)$$
 $\frac{0}{0}$ は

$$x=rac{1}{0}\iff oxed{x}=oxed{ ext{}}$$

分母が0になると?

$$(1)$$
 $\frac{1}{0}$ は

(2)
$$\frac{0}{0}$$
 は

$$x=rac{1}{0}\iff lackbox{0} x=lackbox{1}$$

$$(1)$$
 $\frac{1}{0}$ は 求まらない

(2)
$$\frac{0}{0}$$
 は

$$x=rac{1}{0}\iff egin{bmatrix}0\x=egin{bmatrix}x=egin{bmatrix}1\x=egin{bmatrix}$$

$$(1)$$
 $\frac{1}{0}$ は 求まらない

$$(2)$$
 $\frac{0}{0}$ は

$$x = rac{1}{0} \iff \boxed{0} x = \boxed{1}$$

$$x=rac{0}{0}\iff oxed{x}=oxed{egin{array}{c}}$$

$$(1)$$
 $\frac{1}{0}$ は 求まらない

$$(2)$$
 $\frac{0}{0}$ は

$$x=rac{1}{0}\iff egin{bmatrix}0\x=egin{bmatrix}x=egin{bmatrix}1\x=egin{bmatrix}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0} x = \boxed{0}$$

- (1) $\frac{1}{0}$ は 求まらない
- (2) $\frac{0}{0}$ は 決まらない

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0} x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0} x = \boxed{0}$$

$$(1)$$
 $\frac{1}{0}$ は 求まらない

$$(2)$$
 $\frac{0}{0}$ は 決まらない

$$x = rac{1}{0} \iff \boxed{0} x = \boxed{1}$$

$$x = rac{0}{0} \iff \boxed{0} x = \boxed{0}$$

分母が0となる分数は考えない

1点における変化率

$$ullet$$
 区間 $[a,b]$ の平均変化率 $r=rac{f(b)-f(a)}{b-a}$

1点における変化率

$$ullet$$
 区間 $[a,b]$ の平均変化率 $r=rac{f(b)-f(a)}{b-a}$

•
$$1$$
点 a における変化率 $r=rac{f(a)-f(a)}{a-a}$ 分母が 0 になってしまう

1点における変化率

- ullet 区間 [a,b] の平均変化率 $r=rac{f(b)-f(a)}{b-a}$
- 1点aにおける変化率 $r=rac{f(a)-f(a)}{a-a}$ 分母が0になってしまう
- 1点における変化率はどうやって求めればいいか

微分係数

• x が a に限りなく近づくとする $(x \rightarrow a)$

ullet x が a に限りなく近づくとする($oldsymbol{x}
ightarrow a$) a に等しくはないが,いくらでも近くなること

- ullet xがaに限りなく近づくとする($oldsymbol{x}
 ightarrow a$) aに等しくはないが,いくらでも近くなること
- f(x) が α に近づくとき, α を極限値という

- ullet xがaに限りなく近づくとする($oldsymbol{x}
 ightarrow a$)aに等しくはないが,いくらでも近くなること
- f(x) が α に近づくとき, α を極限値という $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

- ullet xがaに限りなく近づくとする($oldsymbol{x}
 ightarrow a$) aに等しくはないが,いくらでも近くなること
- f(x) が α に近づくとき, α を極限値という $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

例
$$\lim_{x \to 1} (2x+3) =$$

- ullet xがaに限りなく近づくとする($oldsymbol{x}
 ightarrow a$)aに等しくはないが,いくらでも近くなること
- f(x) が α に近づくとき, α を極限値という $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

例
$$\lim_{x \to 1} (2x+3) = 5$$

- ullet xがaに $(x \rightarrow a)$ aに等しくはないが,いくらでも近くなること
- f(x) が α に近づくとき, α を極限値という $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

例
$$\lim_{x \to 1} (2x+3) = 5$$

課題 0612-2 次の極限値を求めよ

$$[1] \lim_{x \to 4} (x^2 - 2x)$$

$$[2]\lim_{x o 2}rac{5x+2}{x+2}$$

TextP3