

# 2次関数と2次方程式

2023.04.24

# 復習 (関数)

# 関数

- 変数  $x$  の値を与えると変数  $y$  の値が求まる  
例)  $y = 2x + 1$ ,  $y = x^2 + 2x + 1$

# 関数

- 変数  $x$  の値を与えると変数  $y$  の値が求まる  
例)  $y = 2x + 1$ ,  $y = x^2 + 2x + 1$
- これを変数  $x$  の関数という

# 関数

- 変数  $x$  の値を与えると変数  $y$  の値が求まる  
例)  $y = 2x + 1$ ,  $y = x^2 + 2x + 1$
- これを変数  $x$  の関数という
- 変数  $x$  の関数であることを  $f(x)$  などで表す  
例 1)  $f(x) = 2x + 1$  (1 次関数)  
例 2)  $g(x) = x^2 + 2x + 1$  (2 次関数)

## 関数記号

- 関数  $f(x)$  の  $x$  に定数  $a$  を代入した値を  $f(a)$  で表す
- 例)  $f(x) = x^2 + x - 1$  のとき  $f(2) = 2^2 + 2 - 1 = 5$

## 関数記号

- 関数  $f(x)$  の  $x$  に定数  $a$  を代入した値を  $f(a)$  で表す
- 例)  $f(x) = x^2 + x - 1$  のとき  $f(2) = 2^2 + 2 - 1 = 5$
- 課題 0424-1  $f(x) = x^2 - 1$  のとき, 次を求めよ.
  - [1]  $f(0)$
  - [2]  $f(1)$
  - [3]  $f(-2)$
  - [4]  $f(a + 1)$  ( $a$  は定数)

# 関数のグラフ

関数  $y = f(x)$

- $x$  を変えるとき，点  $(x, f(x))$  も変わる．

例) 1 次関数  $y = 2x + 1$

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11



# 関数のグラフ

関数  $y = f(x)$

- $x$  を変えるとき，点  $(x, f(x))$  も変わる．

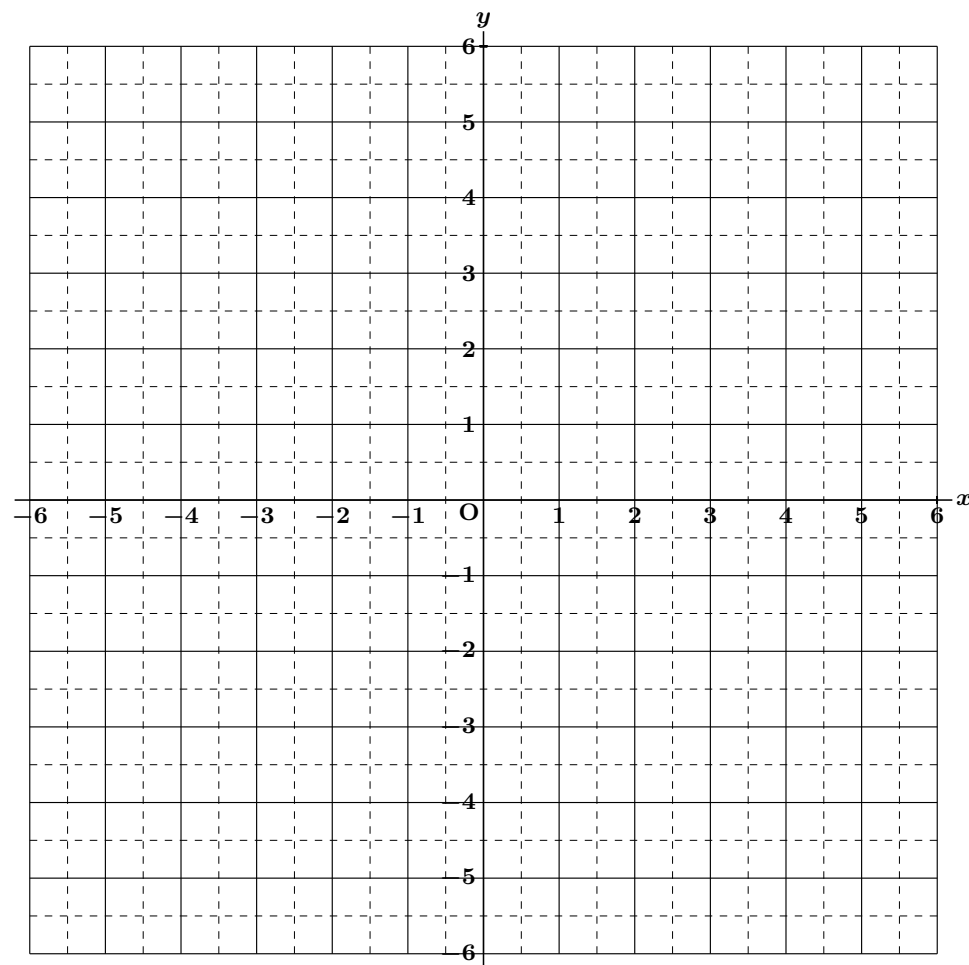
例) 1 次関数  $y = 2x + 1$

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11

- この点の集まりを，その関数の**グラフ**という．

# 1 次関数のグラフ

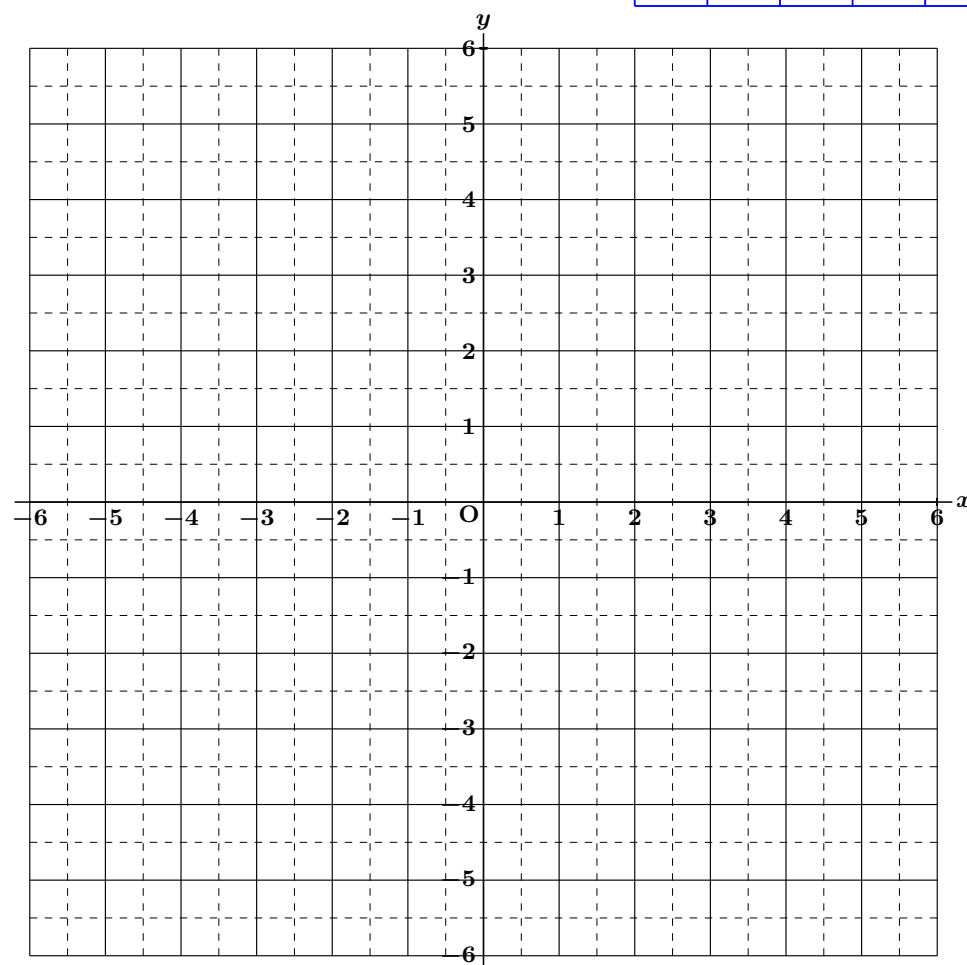
例)  $y = 2x + 1$



# 1 次関数のグラフ

例)  $y = 2x + 1$

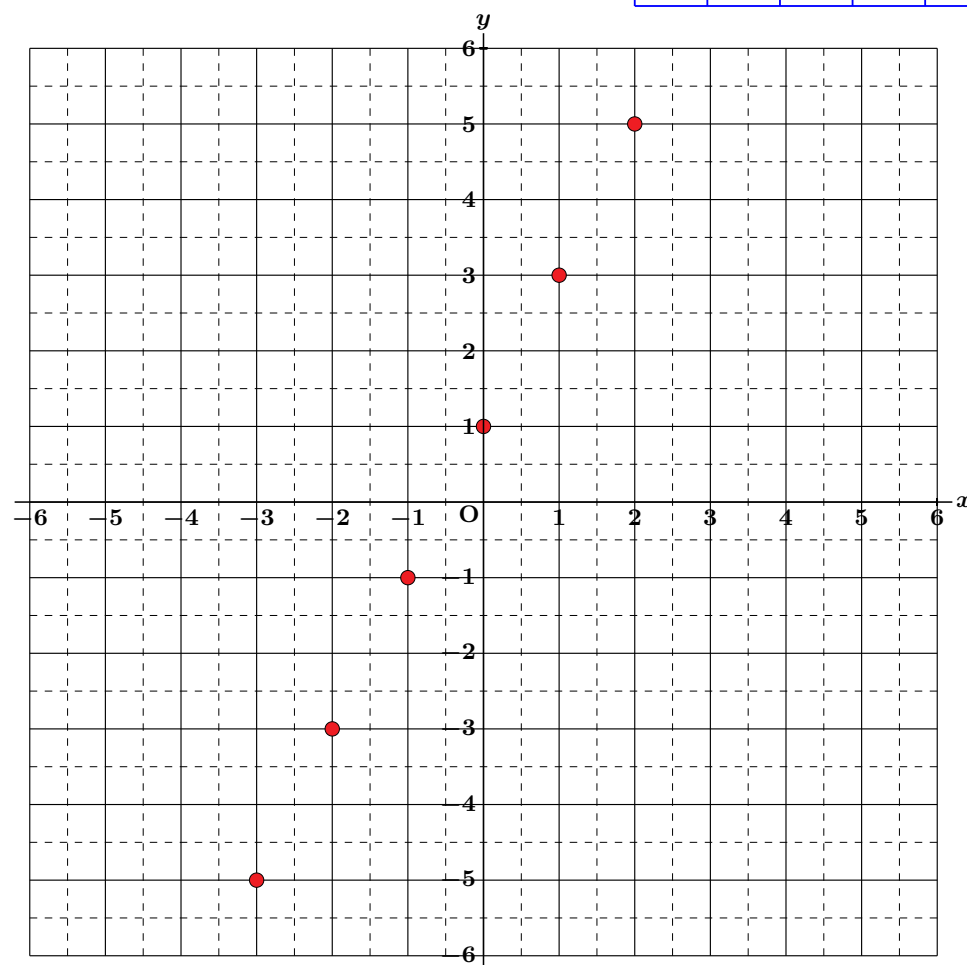
$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11



# 1 次関数のグラフ

例)  $y = 2x + 1$

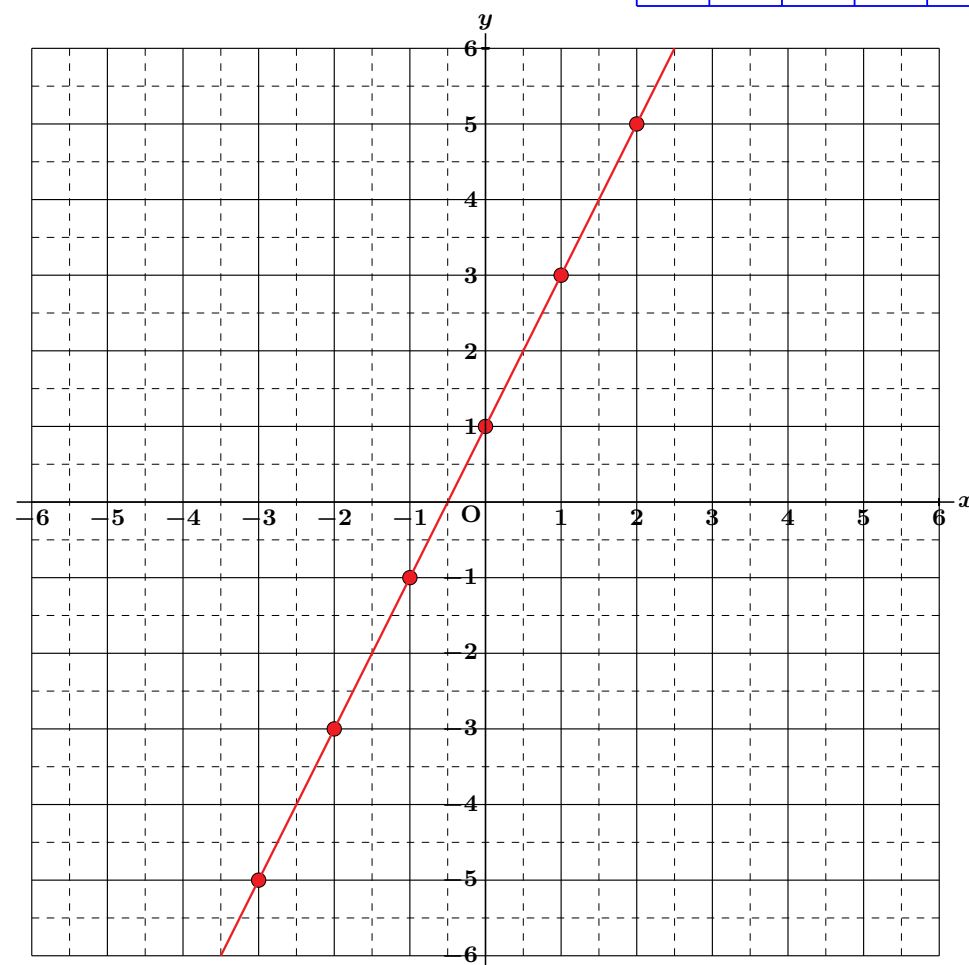
$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11



# 1 次関数のグラフ

例)  $y = 2x + 1$

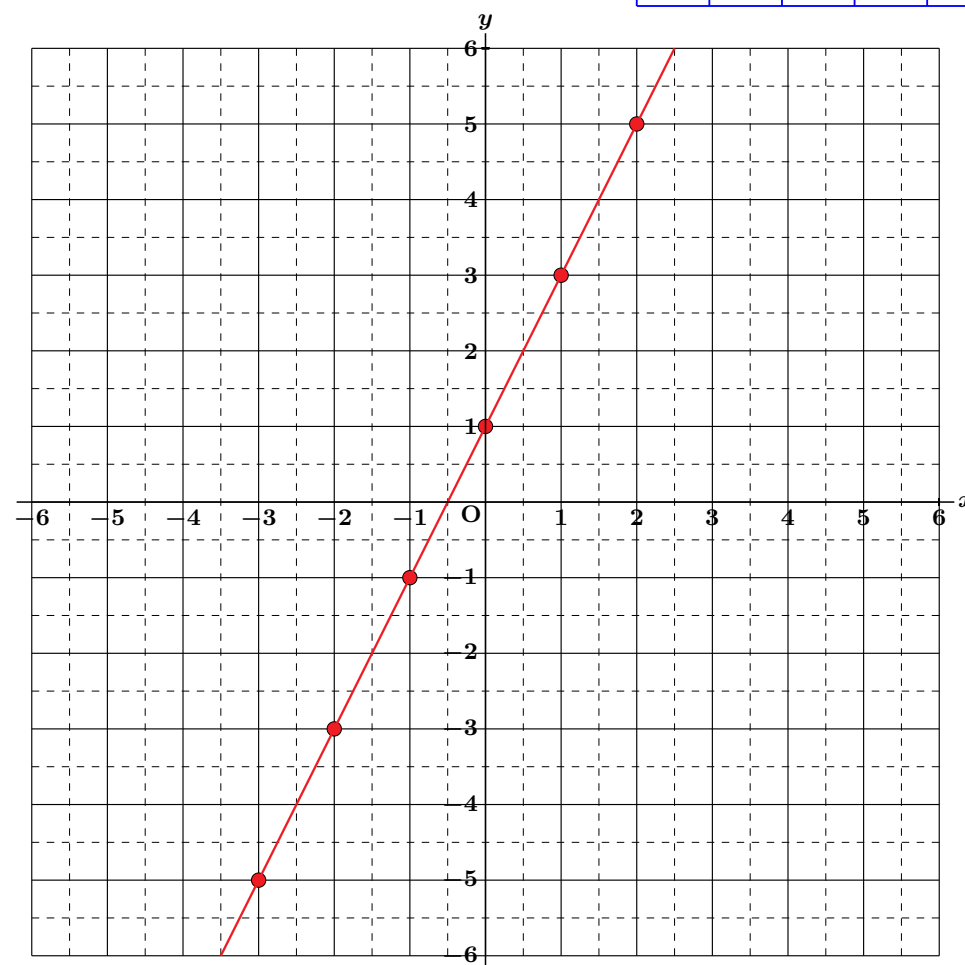
$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11



# 1 次関数のグラフ

例)  $y = 2x + 1$

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11

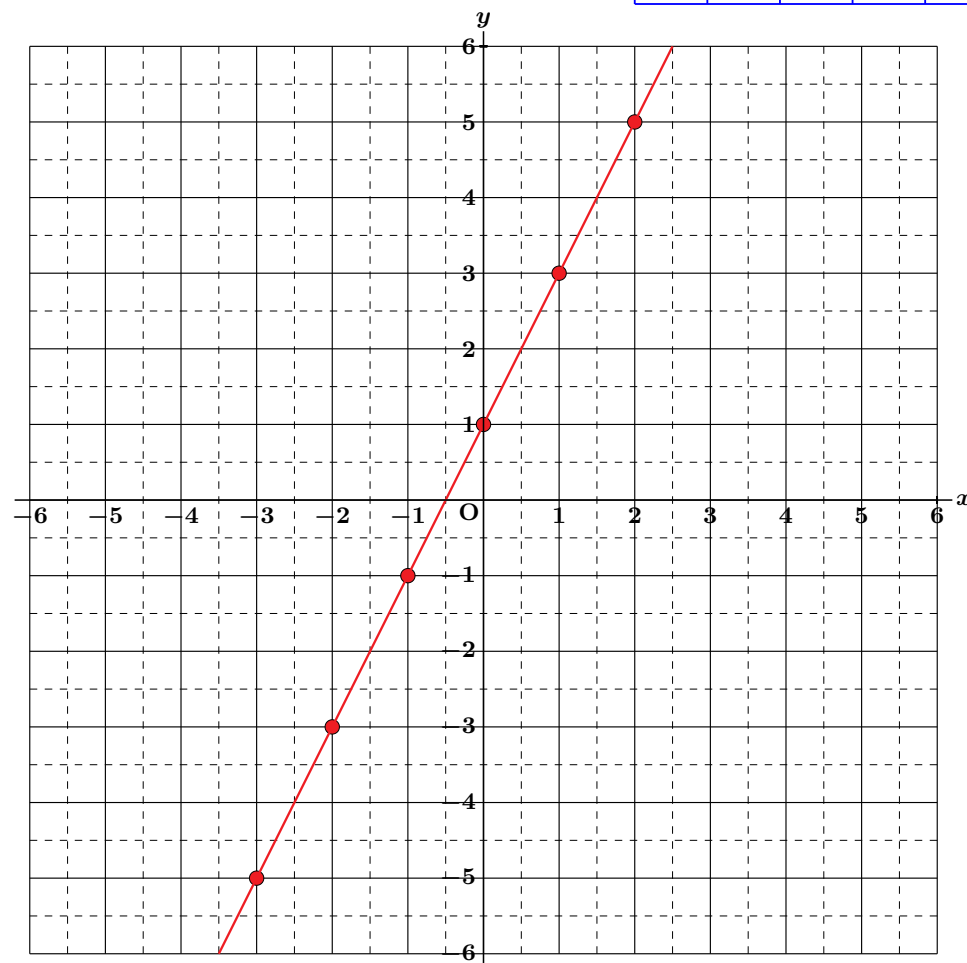


傾き  
 $y$  切片

# 1 次関数のグラフ

例)  $y = 2x + 1$

$x$	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$y$	-9	-7	-5	-3	-1	1	3	5	7	9	11



傾き 2  
 $y$  切片 1

# 1 次関数のグラフ

課題 0424-2 関数のグラフをかき，傾きと  $y$  切片を答えよ．

[1]  $y = 3x - 1$

[2]  $y = 5 - x$

[3]  $y = \frac{1}{2}x + 2$

[4]  $y = \frac{x+2}{2}$

注) 傾きと  $y$  切片をコンマで区切って答えよ．

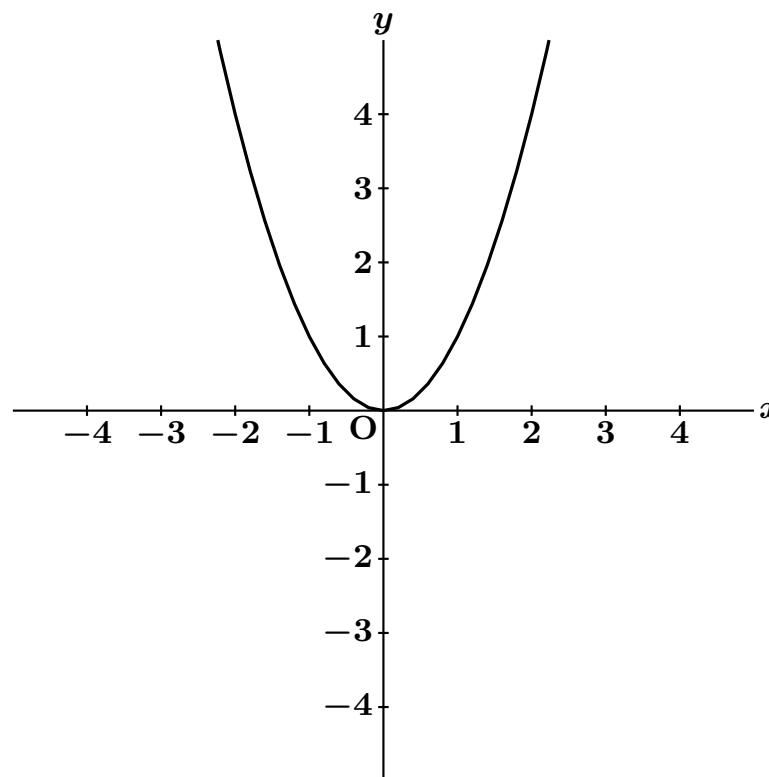


## 2 次関数のグラフ (基本形)

「関数のグラフ」で  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  をかこう

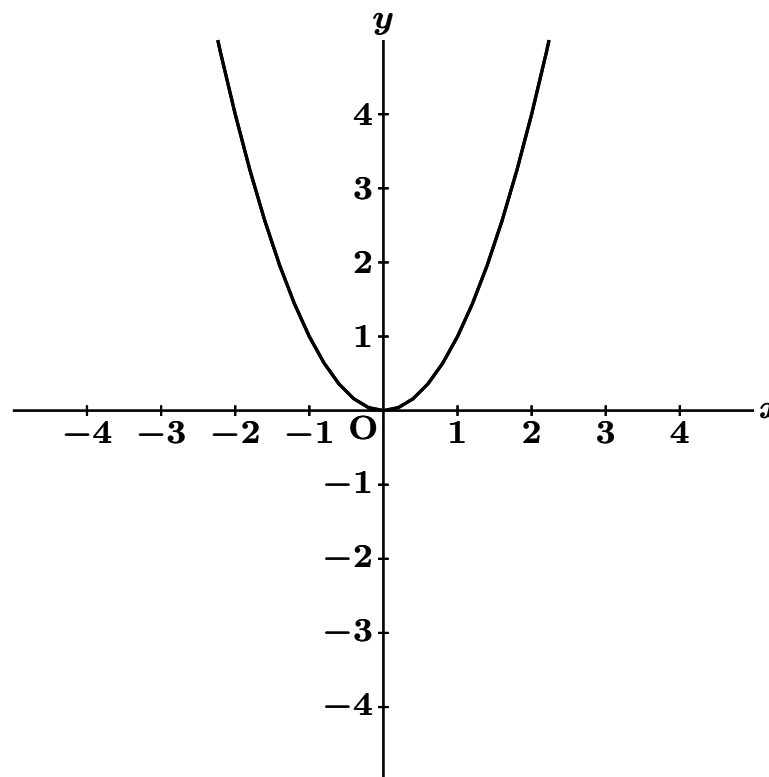
## 2 次関数のグラフ (基本形)

「関数のグラフ」で  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  をかこう



## 2 次関数のグラフ (基本形)

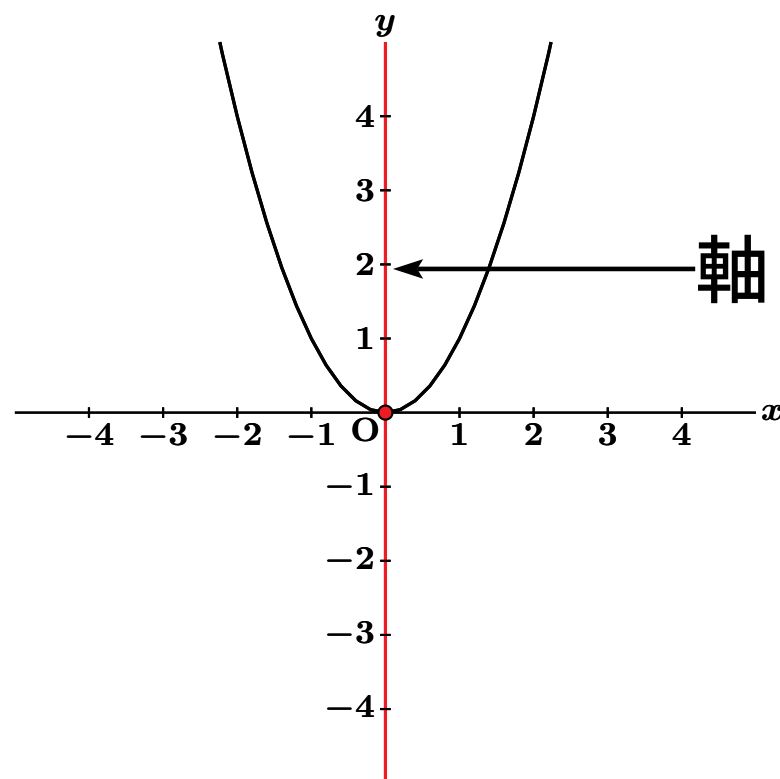
「関数のグラフ」で  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  をかこう



## 2 次関数のグラフ (基本形)

「関数のグラフ」で  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  をかこう

軸は  $x = 0$  ( $y$  軸)

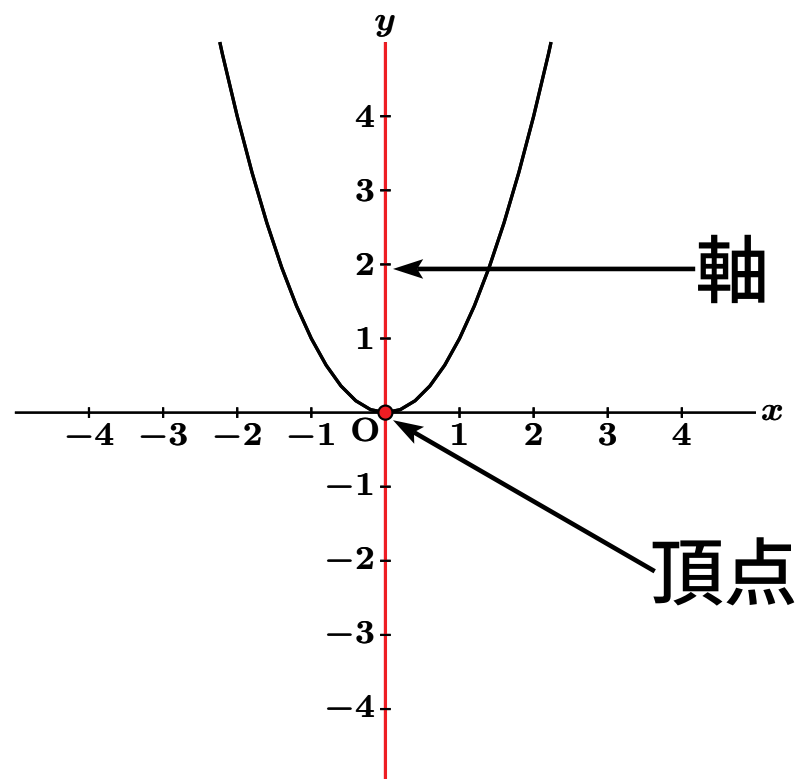


## 2 次関数のグラフ (基本形)

「関数のグラフ」で  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  をかこう

軸は  $x = 0$  ( $y$  軸)

頂点は  $(0, 0)$



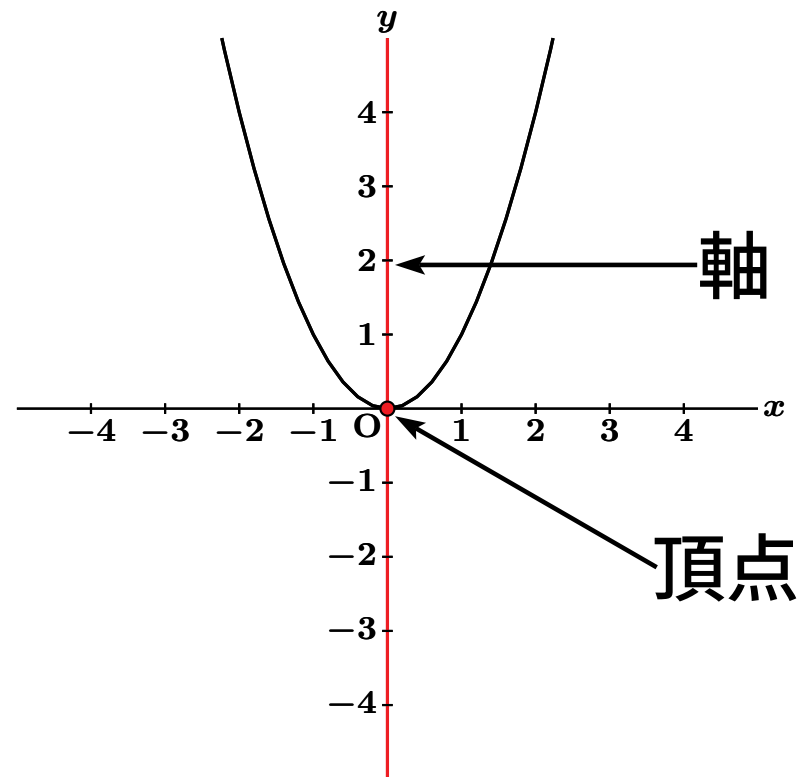
## 2 次関数のグラフ (基本形)

「関数のグラフ」で  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  をかこう

軸は  $x = 0$  ( $y$  軸)

頂点は  $(0, 0)$

下に凸



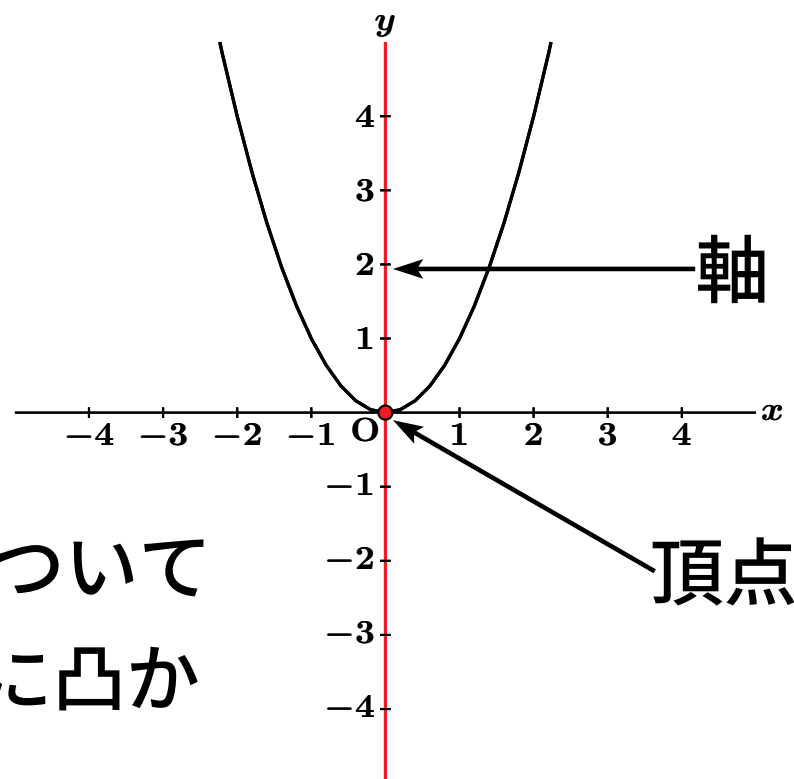
## 2 次関数のグラフ (基本形)

「関数のグラフ」で  $y = x^2$ ,  $y = -x^2$  をかこう

軸は  $x = 0$  ( $y$  軸)

頂点は  $(0, 0)$

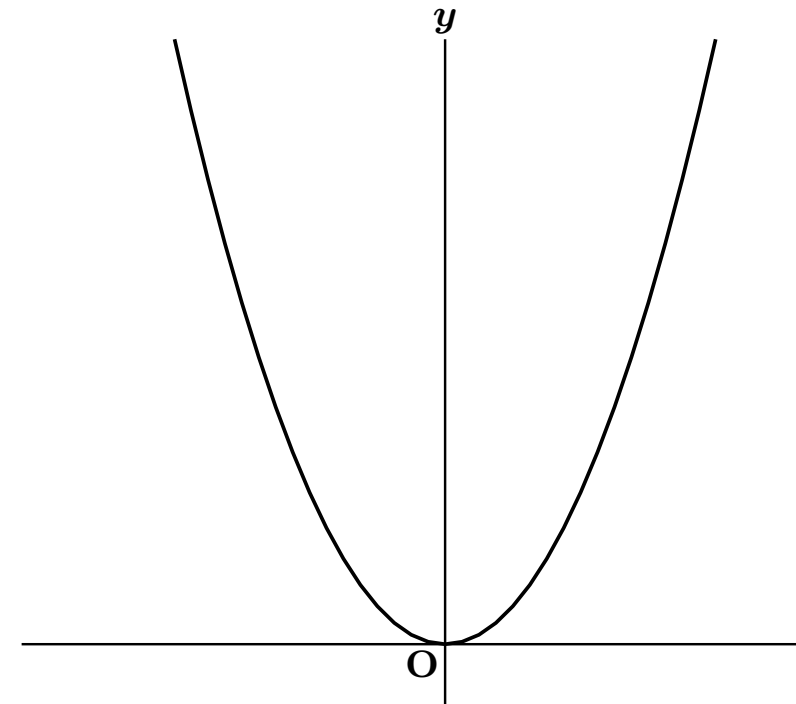
下に凸



課題 0424-3  $y = -x^2$  について  
軸, 頂点, どちらに凸かを答えよ.

## 2 次関数のグラフ 2

カッコ内の定数を変えたときのグラフをかこう

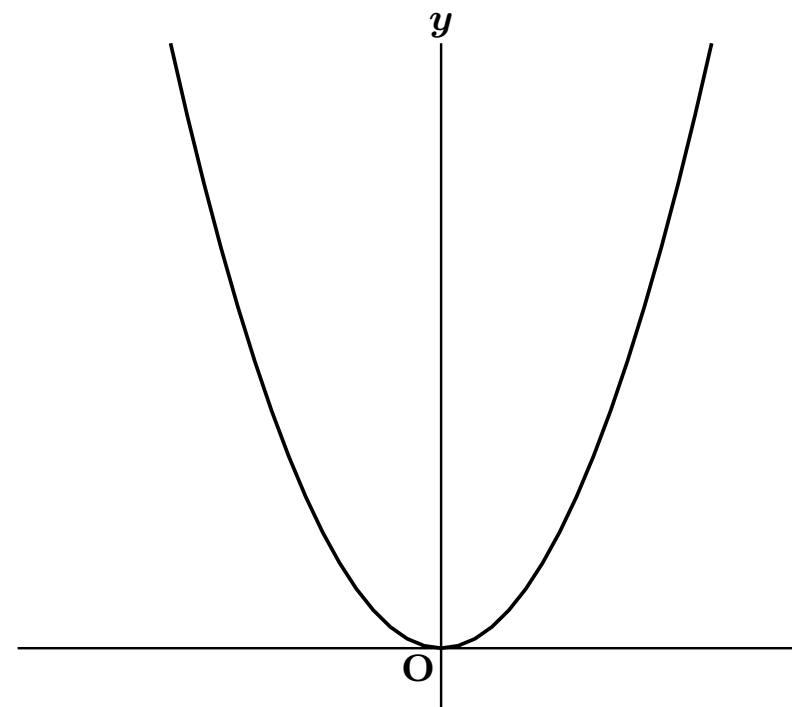




## 2 次関数のグラフ 2

カッコ内の定数を変えたときのグラフをかこう

(1)  $y = x^2 + c$  (定数  $c$ )

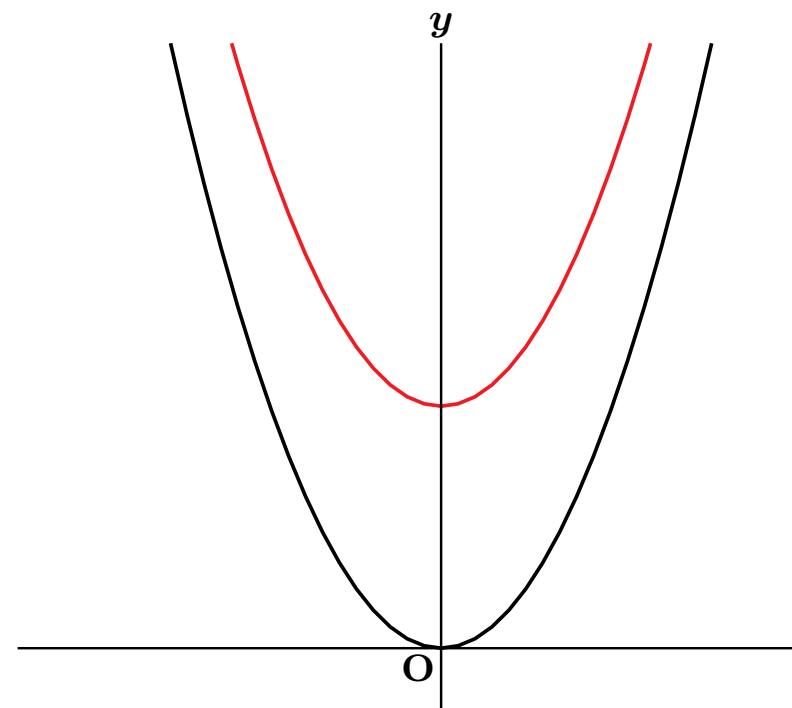


## 2 次関数のグラフ 2

カッコ内の定数を変えたときのグラフをかこう

(1)  $y = x^2 + c$  (定数  $c$ )

縦方向に  $c$  だけ平行移動



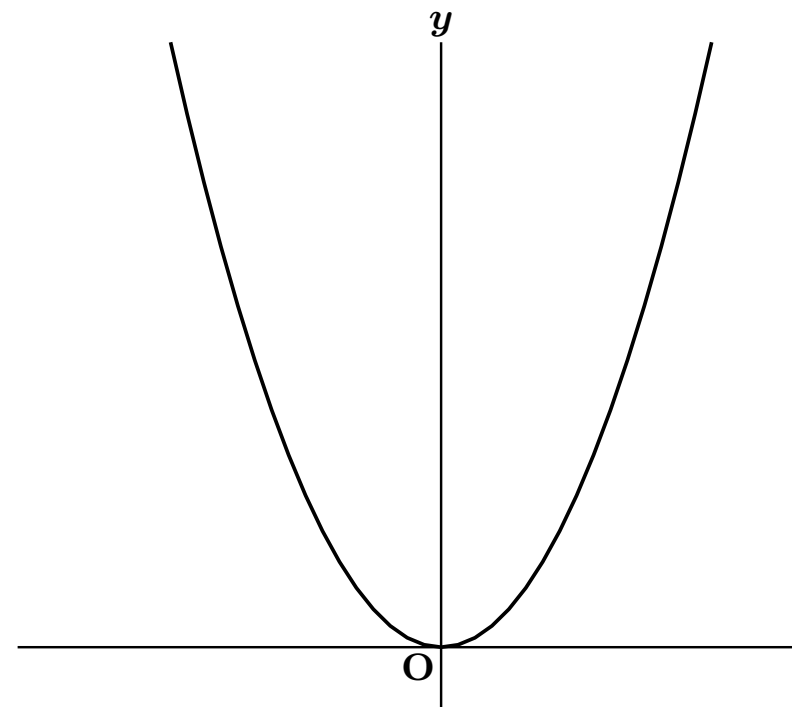
## 2 次関数のグラフ 2

カッコ内の定数を変えたときのグラフをかこう

(1)  $y = x^2 + c$  (定数  $c$ )

縦方向に  $c$  だけ平行移動

(2)  $y = (x - b)^2$  (定数  $b$ )



## 2 次関数のグラフ 2

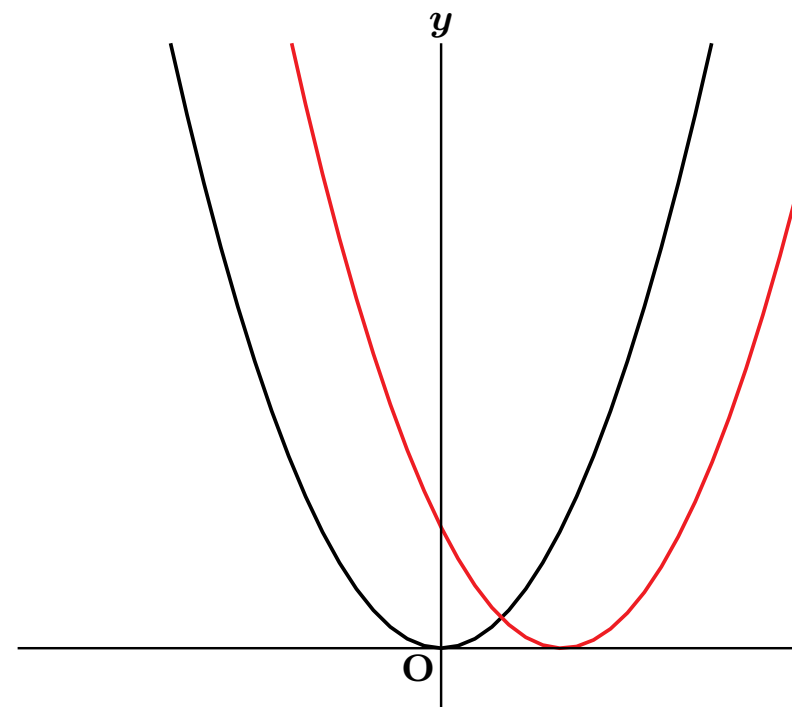
カッコ内の定数を変えたときのグラフをかこう

(1)  $y = x^2 + c$  (定数  $c$ )

縦方向に  $c$  だけ平行移動

(2)  $y = (x - b)^2$  (定数  $b$ )

横方向に  $b$  だけ平行移動



## 2 次関数のグラフ 2

カッコ内の定数を変えたときのグラフをかこう

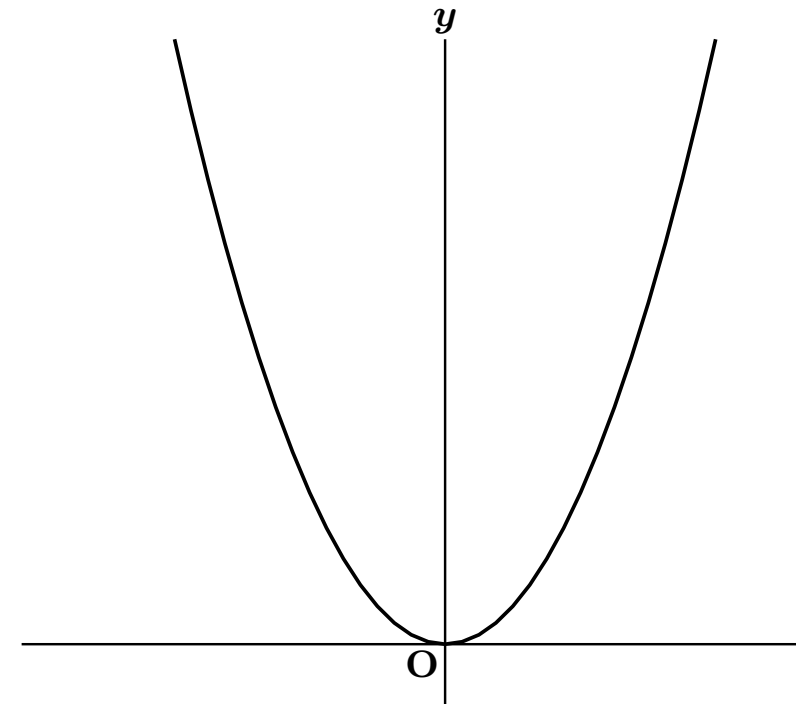
(1)  $y = x^2 + c$  (定数  $c$ )

縦方向に  $c$  だけ平行移動

(2)  $y = (x - b)^2$  (定数  $b$ )

横方向に  $b$  だけ平行移動

(3)  $y = (x - b)^2 + c$  (定数  $b, c$ )



## 2 次関数のグラフ 2

カッコ内の定数を変えたときのグラフをかこう

(1)  $y = x^2 + c$  (定数  $c$ )

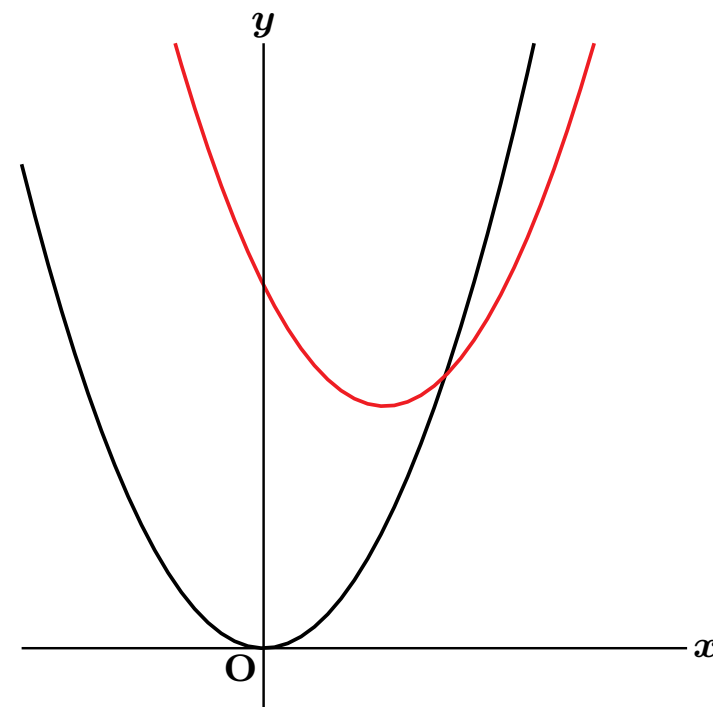
縦方向に  $c$  だけ平行移動

(2)  $y = (x - b)^2$  (定数  $b$ )

横方向に  $b$  だけ平行移動

(3)  $y = (x - b)^2 + c$  (定数  $b, c$ )

頂点の座標は  $(b, c)$



課題 0424-4  $y = ax^2$  は  $y = x^2$  からどう変わるか

## 課題 2 次関数のグラフ

課題 0424-5 「2 関数のグラフ」を用いて，次の2次関数のグラフをかけ．また， $y = x^2$  のグラフをどのように移動(変形)したかを答えよ．

[1]  $y = x^2 + 1$

[2]  $y = (x - 3)^2$

[3]  $y = (x + 1)^2$

[4]  $y = 2x^2$

## 2 次関数のグラフ 3

- $y = x^2 + 2bx + c$



## 2 次関数のグラフ 3

- $y = x^2 + 2bx + c \implies (x + b)^2 + d$  の形に変形

## 2 次関数のグラフ 3

$$(x^2 + 2bx + b^2) + d$$

||

•  $y = x^2 + 2bx + c \quad \Rightarrow \quad (x + b)^2 + d \text{ の形に変形}$

## 2 次関数のグラフ 3

$$(x^2 + 2bx + b^2) + d$$

||

$$\bullet y = x^2 + 2bx + c \quad \Longrightarrow \quad (x + b)^2 + d \text{ の形に変形}$$

$$\text{(例)} \quad y = x^2 - 2x + 3$$

## 2 次関数のグラフ 3

$$(x^2 + 2bx + b^2) + d$$

||

•  $y = x^2 + 2bx + c \quad \Rightarrow (x + b)^2 + d$  の形に変形

(例)  $y = x^2 - 2x + 3$   
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 + 3$

## 2 次関数のグラフ 3

$$(x^2 + 2bx + b^2) + d$$

||

•  $y = x^2 + 2bx + c \quad \Rightarrow \quad (x + b)^2 + d$  の形に変形

(例)  $y = x^2 - 2x + 3$   
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 + 3$   
 $= (x - 1)^2 + 2$

## 2 次関数のグラフ 3

$$(x^2 + 2bx + b^2) + d$$

||

•  $y = x^2 + 2bx + c \quad \Rightarrow (x + b)^2 + d$  の形に変形

(例)  $y = x^2 - 2x + 3$

$$= (x^2 - 2x + 1) - 1 + 3$$

$$= (x - 1)^2 + 2$$

(例)  $y = -x^2 - 4x + 1$

## 2 次関数のグラフ 3

$$(x^2 + 2bx + b^2) + d$$

||

•  $y = x^2 + 2bx + c \quad \Longrightarrow \quad (x + b)^2 + d$  の形に変形

(例)  $y = x^2 - 2x + 3$   
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 + 3$   
 $= (x - 1)^2 + 2$

(例)  $y = -x^2 - 4x + 1$   
 $= -(x^2 + 4x) + 1$

## 2 次関数のグラフ 3

$$(x^2 + 2bx + b^2) + d$$

||

•  $y = x^2 + 2bx + c \quad \Longrightarrow \quad (x + b)^2 + d \text{ の形に変形}$

(例)  $y = x^2 - 2x + 3$

$$= (x^2 - 2x + 1) - 1 + 3$$

$$= (x - 1)^2 + 2$$

(例)  $y = -x^2 - 4x + 1$

$$= -(x^2 + 4x) + 1$$

$$= -((x + 2)^2 - 4) + 1$$



## 2 次関数のグラフ 3

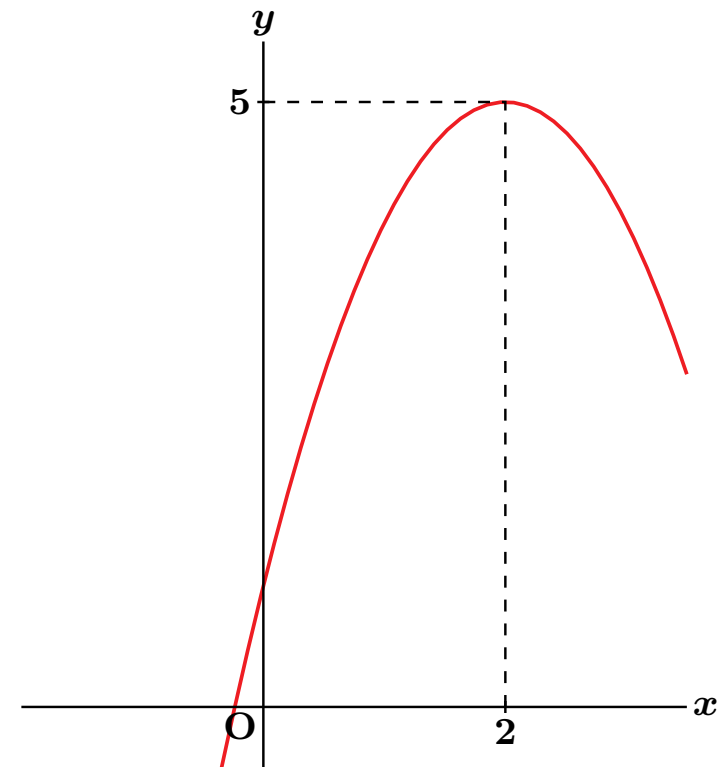
$$(x^2 + 2bx + b^2) + d$$

$$\parallel$$

•  $y = x^2 + 2bx + c \implies (x + b)^2 + d$  の形に変形

(例)  $y = x^2 - 2x + 3$   
 $= (x^2 - 2x + 1) - 1 + 3$   
 $= (x - 1)^2 + 2$

(例)  $y = -x^2 - 4x + 1$   
 $= -(x^2 + 4x) + 1$   
 $= -((x + 2)^2 - 4) + 1$   
 $= -(x + 2)^2 + 5$



## 課題 (2 次関数のグラフ)

課題 0424-6  $a(x + b)^2 + c$  の形に変形せよ.

[1]  $y = x^2 + 4x - 5$

[2]  $y = x^2 - 2x - 1$

[3]  $y = -x^2 - 4x + 1$

[4]  $y = x^2 + x + 1$

# 2 次方程式

## 2 次式の因数分解

$$(1) \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$
$$x^2 - 9$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \ x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$
$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \ x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \ x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \ x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + 4x + 4$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \ x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \ x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot 2 + 2^2x$$



## 2 次式の因数分解

$$(1) \ x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \ x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot 2 + 2^2x = (x + 2)^2$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \quad x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot 2 + 2^2x = (x + 2)^2$$

$$(3) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \quad x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot 2 + 2^2x = (x + 2)^2$$

$$(3) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$x^2 + 5x + 6$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \quad x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot 2 + 2^2x = (x + 2)^2$$

$$(3) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \quad x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot 2 + 2^2x = (x + 2)^2$$

$$(3) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

$$x^2 - 6x + 8$$

## 2 次式の因数分解

$$(1) \quad x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$$

$$x^2 - 9 = x^2 - 3^2 = (x + 3)(x - 3)$$

$$(2) \quad x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 2 \cdot 2 + 2^2x = (x + 2)^2$$

$$(3) \quad x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

$$x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$$

## 2 次方程式（因数分解）

- 「 $AB = 0$  ならば  $A = 0$  または  $B = 0$ 」を用いる.

(例)  $x^2 - 9 = 0$

## 2 次方程式（因数分解）

- 「 $AB = 0$  ならば  $A = 0$  または  $B = 0$ 」を用いる.

(例)  $x^2 - 9 = 0$

$$\iff (x + 3)(x - 3) = 0$$



## 2 次方程式（因数分解）

- 「 $AB = 0$  ならば  $A = 0$  または  $B = 0$ 」を用いる.

(例)  $x^2 - 9 = 0$

$$\iff (x + 3)(x - 3) = 0$$

$$\iff x = -3 \text{ (または) } x = 3$$

## 2 次方程式（因数分解）

- 「 $AB = 0$  ならば  $A = 0$  または  $B = 0$ 」を用いる.

(例)  $x^2 - 9 = 0$

$$\iff (x + 3)(x - 3) = 0$$

$$\iff x = -3 \text{ (または) } x = 3$$

$$\iff x = \pm 3 \text{ と書く}$$

## 2 次方程式（因数分解）

- 「 $AB = 0$  ならば  $A = 0$  または  $B = 0$ 」を用いる.

(例)  $x^2 - 9 = 0$

$$\iff (x + 3)(x - 3) = 0$$

$$\iff x = -3 \text{ (または) } x = 3$$

$$\iff x = \pm 3 \text{ と書く}$$

課題 0424-7 次の方程式を解け.

$$[1] \quad x^2 - 49 = 0$$

$$[2] \quad x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$[3] \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$[4] \quad x^2 - x - 20 = 0$$

## 平方根

- 2乗して4になる数 ( $x^2 = 4$ となる  $x$ )

## 平方根

- 2乗して4になる数 ( $x^2 = 4$ となる  $x$ )  
 $\implies 2, -2$ の2つがある.

## 平方根

- 2 乗して 4 になる数 ( $x^2 = 4$  となる  $x$ )  
 $\implies 2, -2$  の 2 つがある.
- このうち, 正の方の 2 を  $\sqrt{4}$  とかく

## 平方根

- 2 乗して 4 になる数 ( $x^2 = 4$  となる  $x$ )

$\implies 2, -2$  の 2 つがある.

- このうち, 正の方の 2 を  $\sqrt{4}$  とかく
- 正の数  $a$  について, 2 乗して  $a$  になる数のうち正の方を  $\sqrt{a}$  とかく

## 平方根

- 2 乗して 4 になる数 ( $x^2 = 4$  となる  $x$ )

$\implies 2, -2$  の 2 つがある.

- このうち, 正の方の 2 を  $\sqrt{4}$  とかく
- 正の数  $a$  について, 2 乗して  $a$  になる数のうち正の方を  $\sqrt{a}$  とかく

$$(\sqrt{a})^2 = a, \quad (-\sqrt{a})^2 = a$$



## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$

## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$   
2乗して  $4^2 (= 16)$  になるのは 4 と  $-4$

## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$   
2乗して  $4^2 (= 16)$  になるのは 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{4^2} = 4$

## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$   
2乗して  $4^2 (= 16)$  になるのは 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{4^2} = 4$   
 $a < 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = ?$

## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$   
2乗して  $4^2 (= 16)$  になるのは 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{4^2} = 4$
- $a < 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = ?$   
2乗して  $(-4)^2$  になるのも 4 と  $-4$

## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$   
2乗して  $4^2 (= 16)$  になるのは 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{4^2} = 4$
- $a < 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = ?$   
2乗して  $(-4)^2$  になるのも 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{(-4)^2} = 4$

## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$   
2乗して  $4^2 (= 16)$  になるのは 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{4^2} = 4$
- $a < 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = -a$   
2乗して  $(-4)^2$  になるのも 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{(-4)^2} = 4$

## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$   
2乗して  $4^2 (= 16)$  になるのは 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{4^2} = 4$
- $a < 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = -a$   
2乗して  $(-4)^2$  になるのも 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{(-4)^2} = 4$
- $\sqrt{a^2} = |a|$



## 平方根の性質

- $a > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = a$   
2乗して  $4^2 (= 16)$  になるのは 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{4^2} = 4$
- $a < 0$  のとき,  $\sqrt{a^2} = -a$   
2乗して  $(-4)^2$  になるのも 4 と  $-4$   
正の方をとって,  $\sqrt{(-4)^2} = 4$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $b > 0$  のとき,  $\sqrt{a^2 b} = |a| \sqrt{b}$

## 課題 平方根

課題 0424-8 次の数を根号を用いしないで表せ

TextP17

[1]  $-\sqrt{64}$

[2]  $\sqrt{\frac{4}{9}}$

[3]  $(-\sqrt{11})^2$

[4]  $-(-\sqrt{3})^2$

課題 0424-9 次を計算せよ ( $\sqrt{\quad}$  の中を簡単にせよ)

[1]  $-\sqrt{12}$

[2]  $\sqrt{18}$

[3]  $\sqrt{27} - \sqrt{3}$

[4]  $\sqrt{100}\sqrt{8}$

## 2 次方程式（平方完成）

- 平方完成

$$x^2 + 6x + 2 =$$

## 2 次方程式（平方完成）

- 平方完成  $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$$x^2 + 6x + 2 =$$

## 2 次方程式（平方完成）

- 平方完成  $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$$x^2 + 6x + 2 = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 2 =$$

## 2 次方程式（平方完成）

- 平方完成  $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$$x^2 + 6x + 2 = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 2 = (x + 3)^2 - 7$$

## 2 次方程式（平方完成）

- 平方完成  $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$   
$$x^2 + 6x + 2 = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 2 = (x + 3)^2 - 7$$
- 2 次方程式  $x^2 + 6x + 2 = 0$

## 2 次方程式（平方完成）

- 平方完成  $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$$x^2 + 6x + 2 = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 2 = (x + 3)^2 - 7$$

- 2 次方程式  $x^2 + 6x + 2 = 0$   
 $(x + 3)^2 - 7 = 0$



## 2 次方程式 (平方完成)

- 平方完成  $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$$x^2 + 6x + 2 = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 2 = (x + 3)^2 - 7$$

- 2 次方程式  $x^2 + 6x + 2 = 0$

$$(x + 3)^2 - 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 7$$

## 2 次方程式（平方完成）

- 平方完成  $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$$x^2 + 6x + 2 = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 2 = (x + 3)^2 - 7$$

- 2 次方程式  $x^2 + 6x + 2 = 0$

$$(x + 3)^2 - 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 7$$

$$x + 3 = \sqrt{7}, -\sqrt{7}$$

合わせて  $x + 3 = \pm\sqrt{7}$

## 2 次方程式 (平方完成)

- 平方完成  $(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

$$x^2 + 6x + 2 = (x^2 + 6x + 9) - 9 + 2 = (x + 3)^2 - 7$$

- 2 次方程式  $x^2 + 6x + 2 = 0$

$$(x + 3)^2 - 7 = 0$$

$$(x + 3)^2 = 7$$

$$x + 3 = \sqrt{7}, -\sqrt{7}$$

合わせて  $x + 3 = \pm\sqrt{7}$

$$x = -3 \pm \sqrt{7}$$

## 解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$

## 解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$   
 $(x + a)^2 - a^2 + b = 0$

## 解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$   
 $(x + a)^2 - a^2 + b = 0$   
 $(x + a)^2 = a^2 - b$

## 解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$   
 $(x + a)^2 - a^2 + b = 0$   
 $(x + a)^2 = a^2 - b$   
 $x + a = \pm\sqrt{a^2 - b}$

## 解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$

$$(x + a)^2 - a^2 + b = 0$$

$$(x + a)^2 = a^2 - b$$

$$x + a = \pm \sqrt{a^2 - b}$$

よって

$$x = -a \pm \sqrt{a^2 - b}$$



## 解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$

$$(x + a)^2 - a^2 + b = 0$$

$$(x + a)^2 = a^2 - b$$

$$x + a = \pm \sqrt{a^2 - b}$$

よって

$$x = -a \pm \sqrt{a^2 - b}$$

課題 0424-10 次の2次方程式を解け.

[1]  $x^2 + 4x + 2 = 0$

[2]  $x^2 + 2x - 2 = 0$

[3]  $x^2 - 6x + 1 = 0$

[4]  $x^2 - 8x + 2 = 0$

## 解の公式

- 2 次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

## 解の公式

- 2 次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

例)  $2x^2 - 5x + 1 = 0$

## 解の公式

- 2 次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

例)  $2x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2}$$

## 解の公式

- 2 次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

例)  $2x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

## 解の公式の導出

課題 0424-11  $ax^2 + bx + c = 0 \iff x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$$\bullet x^2 + \frac{b}{a}x = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \boxed{[1]}$$

$$\bullet x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \boxed{[1]} + \frac{c}{a} = 0$$

$$\bullet \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \boxed{[1]} - \frac{c}{a} = \frac{\boxed{[2]}}{4a^2}$$

$$\bullet x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\boxed{[3]}}{2a} \text{ から } x = \frac{-b \pm \boxed{[3]}}{2a}$$