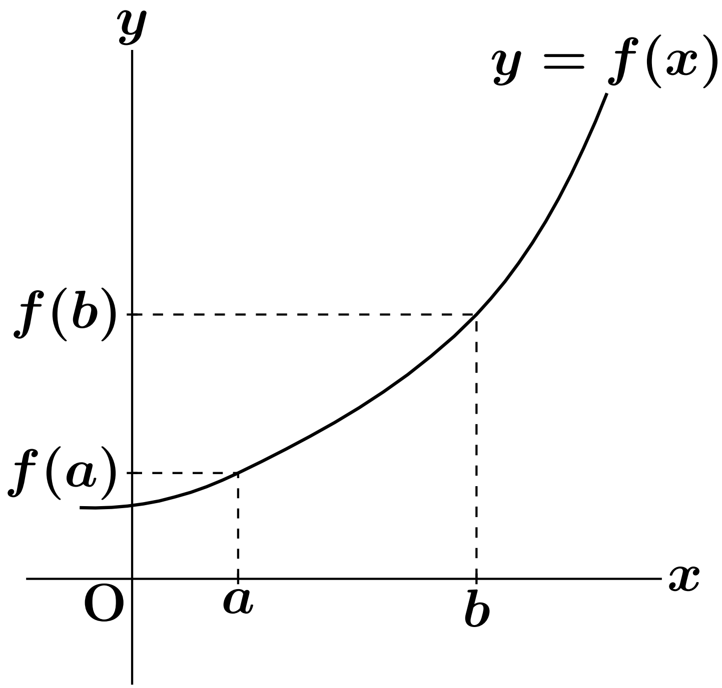
変化率と極限

2023.06.12

平均変化率

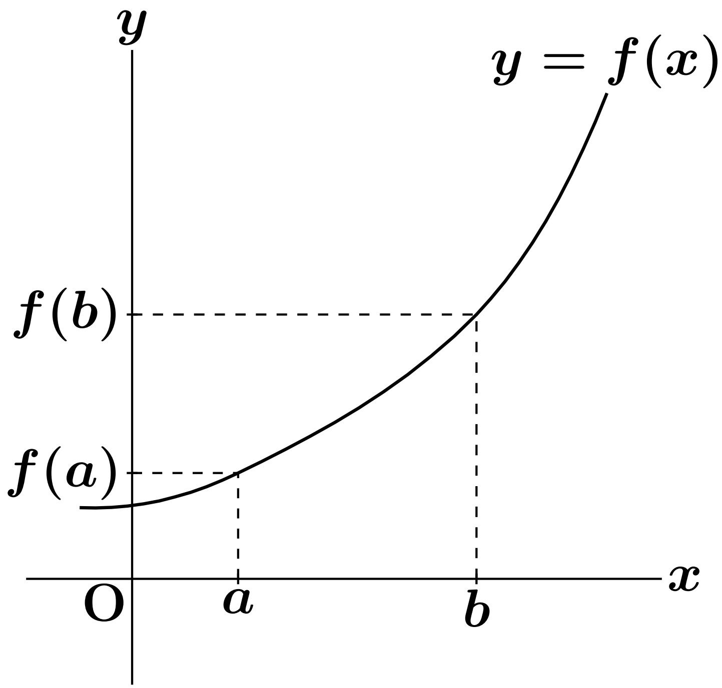
平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$



平均変化率の意味

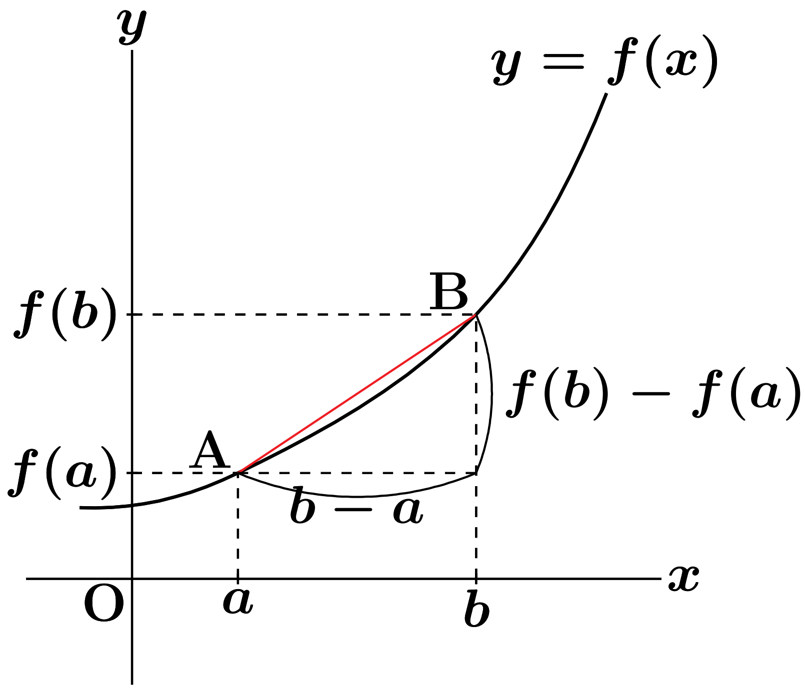
- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は



平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

$$f(b) - f(a)$$

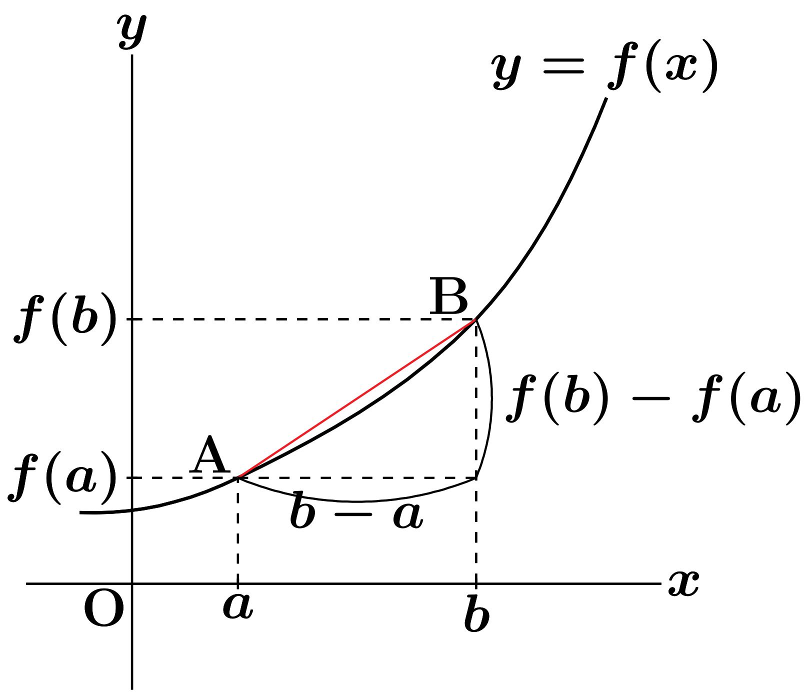


平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

$$f(b) - f(a)$$

区間幅 $b - a$ で割る



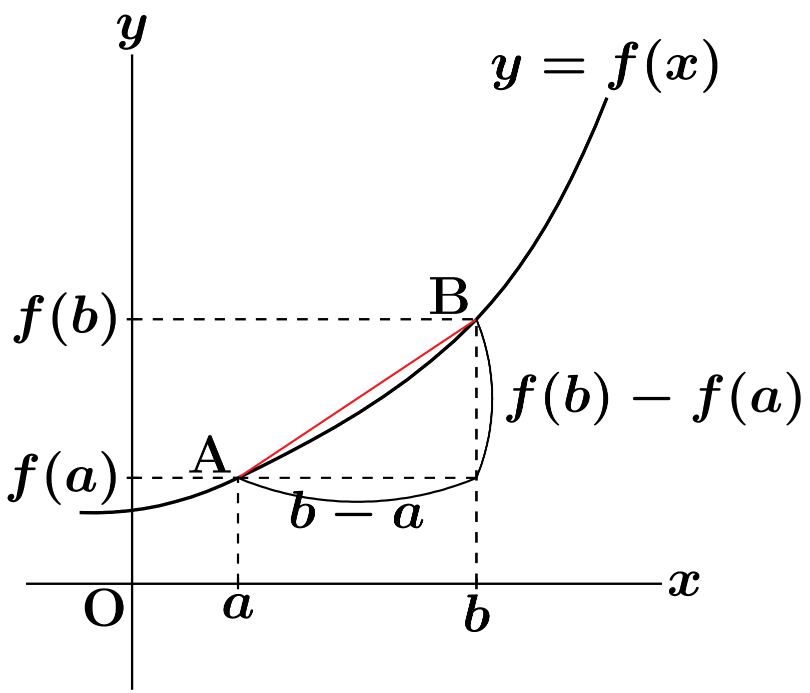
平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

$$f(b) - f(a)$$

区間幅 $b - a$ で割る

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



平均変化率の意味

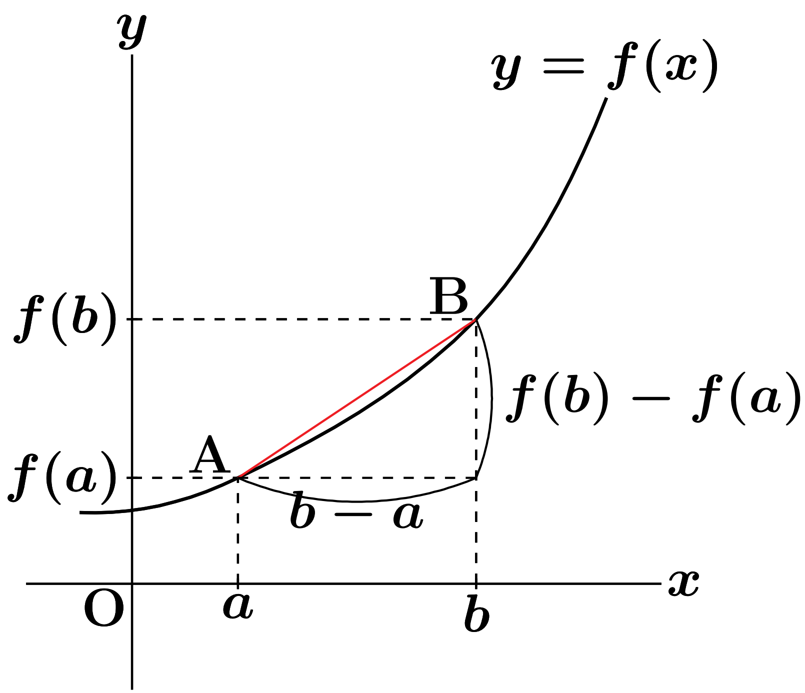
- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

$$f(b) - f(a)$$

区間幅 $b - a$ で割る

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

これを平均変化率という



平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

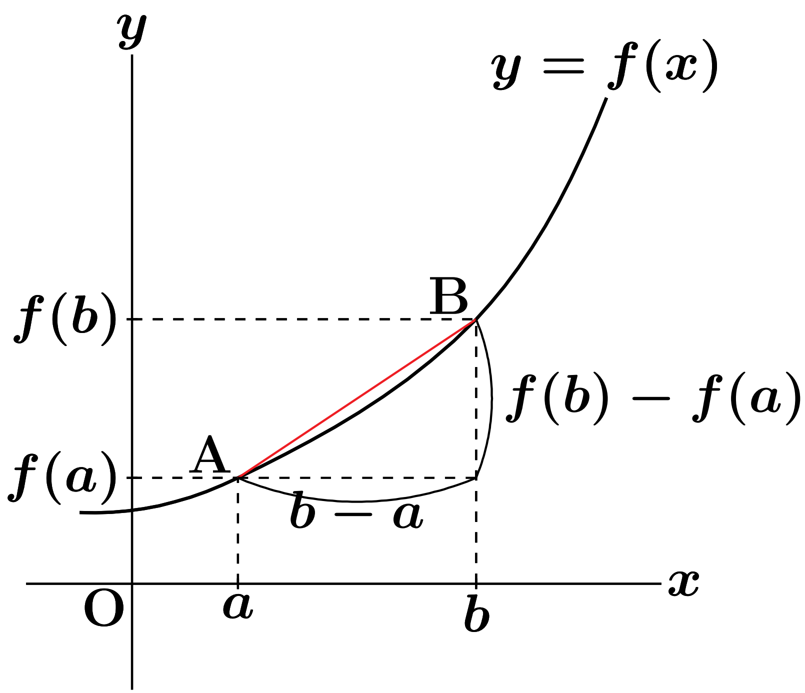
$$f(b) - f(a)$$

区間幅 $b - a$ で割る

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

これを平均変化率という

- 平均変化率は直線 AB の傾き



平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a} = \frac{(b - a)(b + a)}{b - a} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a} = \frac{(b - a)(b + a)}{b - a} = b + a$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a} = \frac{(b - a)(b + a)}{b - a} = b + a$$

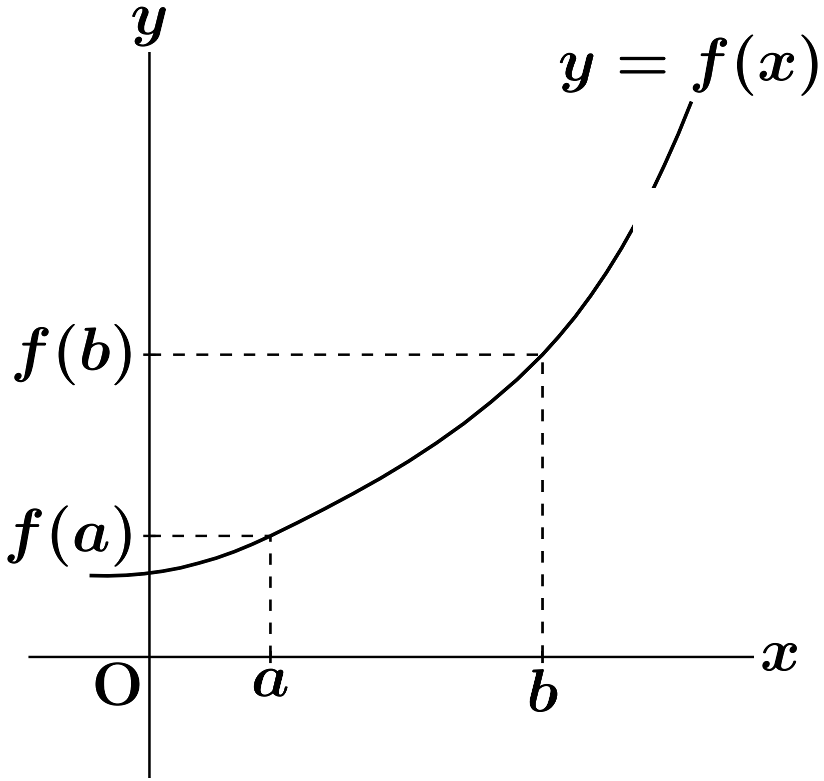
課題 0612-1 次を求めよ.

[1] $f(x) = 4x^2$ の $(2, 4)$ での平均変化率

[2] $f(x) = 3x$ の (a, b) での平均変化率

b を a に近づけたときの変化率

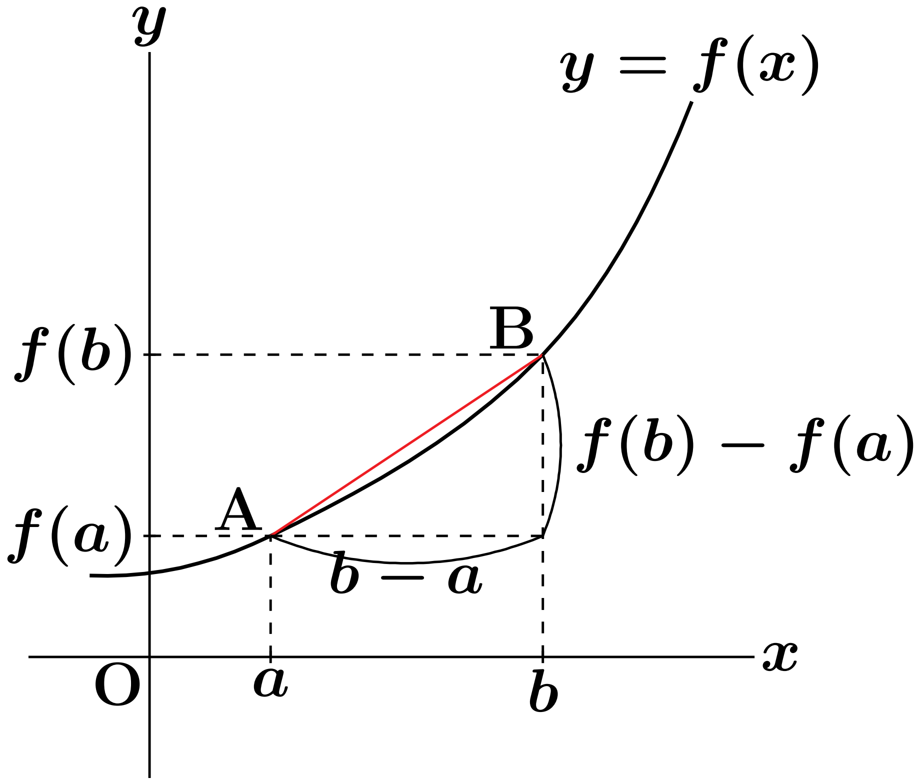
- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率



b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

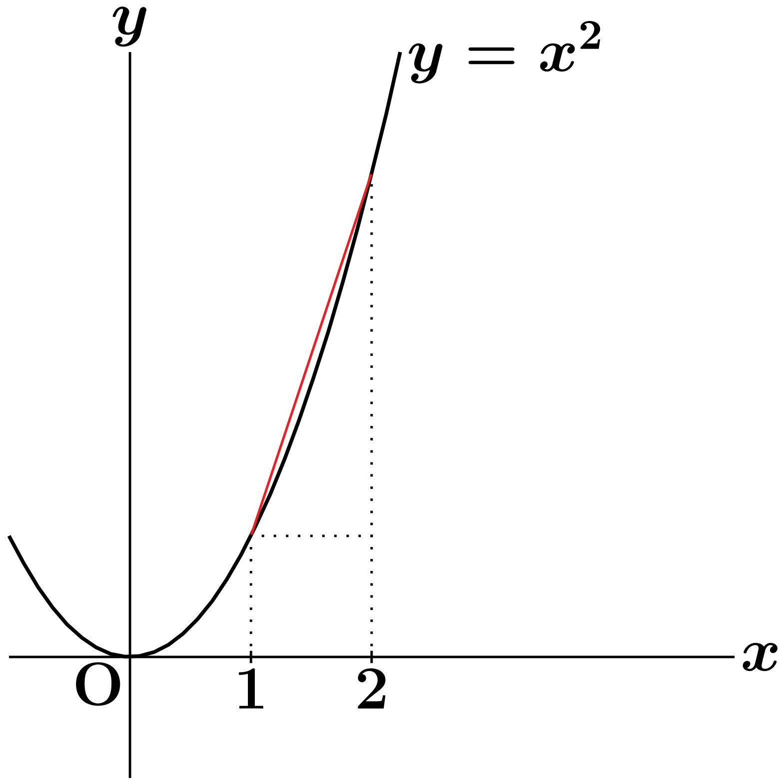


b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき



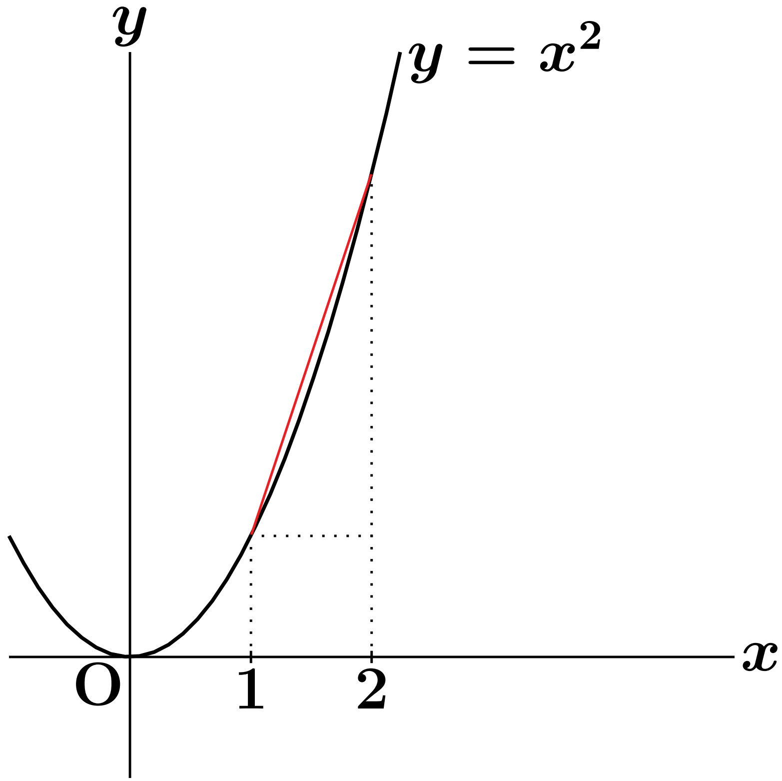
b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$



b を a に近づけたときの変化率

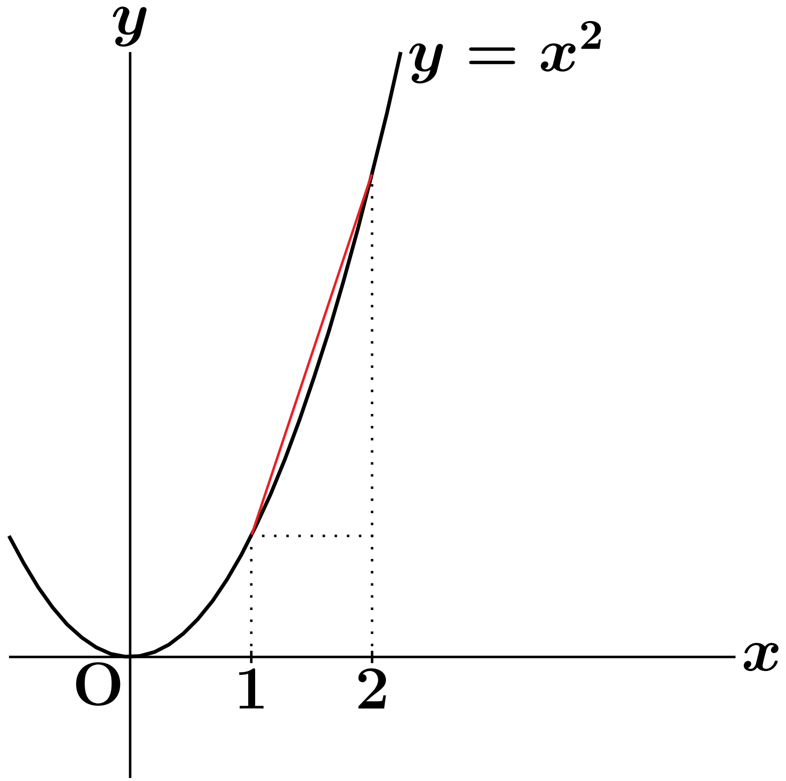
- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$

- $b = 2$ のとき　$r = \boxed{}$



b を a に近づけたときの変化率

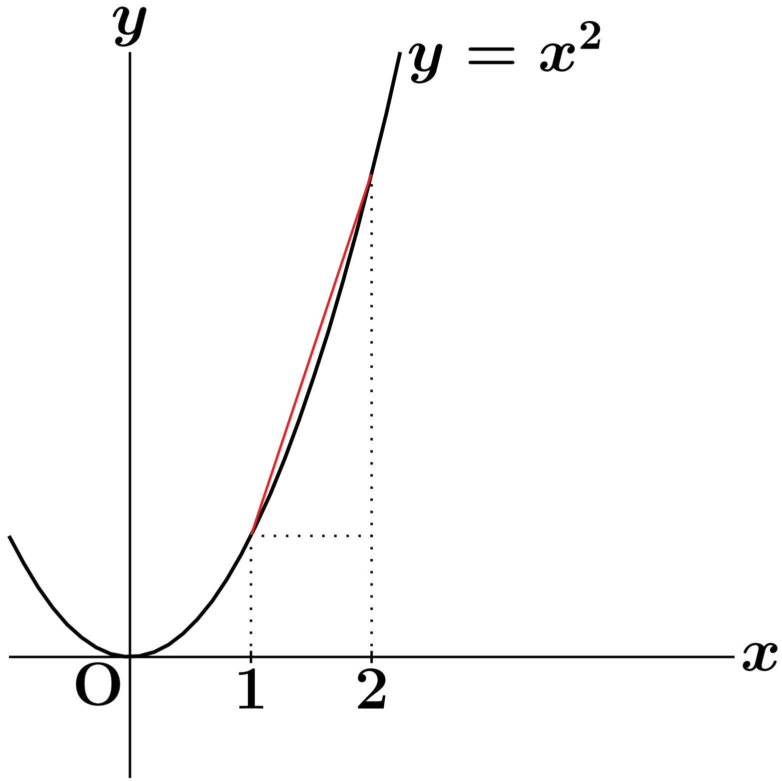
- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$

- $b = 2$ のとき　$r = \boxed{}$



b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

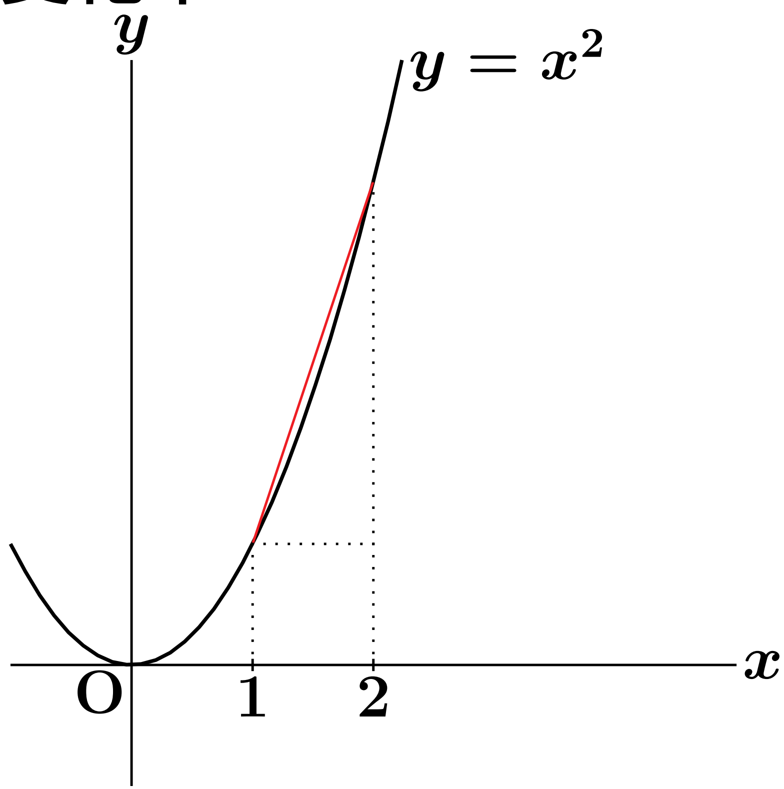
$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$

- $b = 2$ のとき　$r = \boxed{}$

- 「14.1 点における変化率」



b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

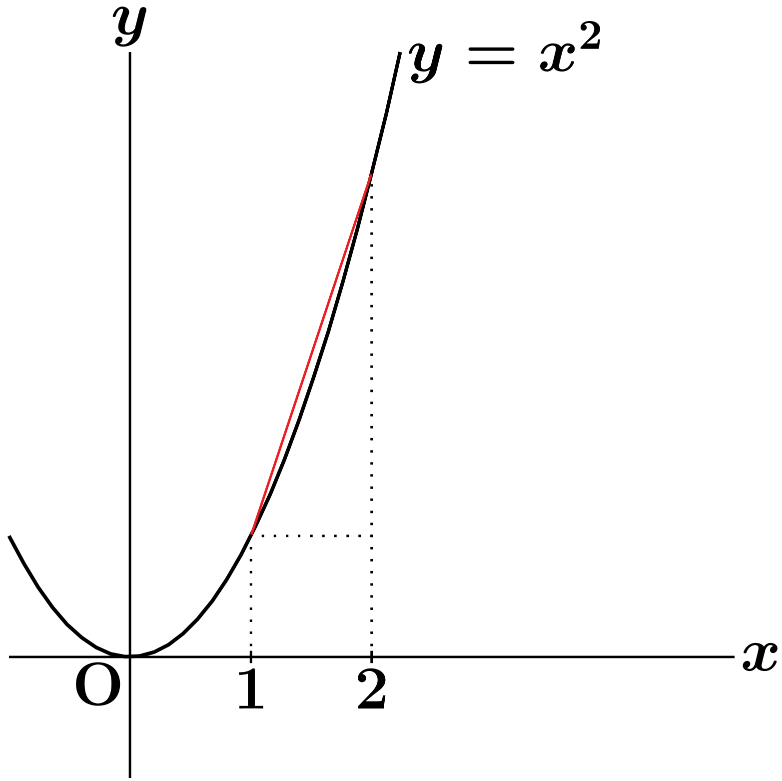
$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$

- $b = 2$ のとき　$r = \boxed{3}$

- 「14.1 点における変化率」



割り算（分数）の意味

- $a \div b \ \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

割り算（分数）の意味

- $a \div b \ \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

例)$x = \dfrac{6}{2}$

割り算（分数）の意味

- $\boldsymbol{a \div b}$ $\left(\dfrac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\right)$ とは

例)$\boldsymbol{x = \dfrac{6}{2} \iff 2x = 6}$ となる $\boldsymbol{x}$ のこと

割り算（分数）の意味

- $a \div b \ \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

例)$x = \dfrac{6}{2} \iff 2x = 6$ となる x のこと

例)$x = \dfrac{3}{5}$

割り算（分数）の意味

- $a \div b \;\; \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

例)$x = \dfrac{6}{2} \iff 2x = 6$ となる x のこと

例)$x = \dfrac{3}{5} \iff 5x = 3$ となる x のこと

割り算（分数）の意味

- $a \div b$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

  例)$x = \dfrac{6}{2} \iff 2x = 6$ となる x のこと

  例)$x = \dfrac{3}{5} \iff 5x = 3$ となる x のこと

- $x = \dfrac{a}{b} \iff bx = a$ となる x のこと

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{}$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{}\, x = \boxed{}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{\phantom{\text{求まらない}}}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{}\, x = \boxed{}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{\phantom{\text{求まらない}}}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{0}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{\text{決まらない}}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{0}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{\text{決まらない}}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\,x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0}\,x = \boxed{0}$$

- 分母が 0 となる分数は考えない

1 点における変化率

- 区間 $[a, b]$ の平均変化率 $r = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$

1 点における変化率

- 区間 $[a, b]$ の平均変化率 $r = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- 1 点 a における変化率 $r = \dfrac{f(a) - f(a)}{a - a}$

分母が 0 になってしまう

1 点における変化率

- 区間 $[a, b]$ の平均変化率 $r = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- 1 点 a における変化率 $r = \dfrac{f(a) - f(a)}{a - a}$

  分母が 0 になってしまう
- 1 点における変化率はどうやって求めればいいか

微分係数

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）

  a に等しくはないが，いくらでも近くなること

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を**極限値**という

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を**極限値**という
  $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を極限値という
  $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

例 $\lim_{x \to 1}(2x+3) =$

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を**極限値**という
  $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

例 $\lim_{x \to 1}(2x + 3) = 5$

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を**極限値**という
  $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

例 $\lim_{x \to 1}(2x+3) = 5$

課題 0612-2 次の極限値を求めよ　TextP3

[1] $\lim_{x \to 4}(x^2 - 2x)$　[2] $\lim_{x \to 2} \dfrac{5x+2}{x+2}$