

# 微分の計算 $x^n$

2023.06.19

## 導関数の定義式

- $a$  における微分係数

$$f'(a) = \lim_{z \rightarrow a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

## 導関数の定義式

- $a$  における微分係数

$$f'(a) = \lim_{z \rightarrow a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

- $a$  を  $x$  で置き換える

## 導関数の定義式

- $a$  における微分係数

$$f'(a) = \lim_{z \rightarrow a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

- $a$  を  $x$  で置き換える

$$f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

## 導関数の定義式の別形

- $$f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

## 導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$
- $z - x = \Delta x$  とおく ( $x$  の変化量でデルタ  $x$  と読む)
- $f(z) - f(x) = \Delta y$  とおく ( $y$  の変化量)
- $z \rightarrow x$  より  $\Delta x \rightarrow 0$

## 導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $z - x = \Delta x$  とおく ( $x$  の変化量でデルタ  $x$  と読む)
- $f(z) - f(x) = \Delta y$  とおく ( $y$  の変化量)
- $z \rightarrow x$  より  $\Delta x \rightarrow 0$

## 導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $z - x = \Delta x$  とおく ( $x$  の変化量でデルタ  $x$  と読む)
- $f(z) - f(x) = \Delta y$  とおく ( $y$  の変化量)
- $z \rightarrow x$  より  $\Delta x \rightarrow 0$
- $z = x + \Delta x$  より
 
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (\text{教科書})$$



## $x^3$ の微分

- $f(x) = x^3$
- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$  (1)

## $x^3$ の微分

- $f(x) = x^3$
- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$  (1)
- 次の因数分解公式を用いる
$$z^3 - x^3 = (z - x)(z^2 + zx + x^2)$$

## $x^3$ の微分

- $f(x) = x^3$

- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x} \quad (1)$

- 次の因数分解公式を用いる

$$z^3 - x^3 = (z - x)(z^2 + zx + x^2)$$

- $(1) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{(z - x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$

## $x^3$ の微分

- $f(x) = x^3$
- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$  (1)

- 次の因数分解公式を用いる

$$z^3 - x^3 = (z - x)(z^2 + zx + x^2)$$

- (1) =  $\lim_{z \rightarrow x} \frac{(z - x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$   
 $= \lim_{z \rightarrow x} (z^2 + zx + x^2) = 3x^2$

## $x^3$ の微分

- $f(x) = x^3$
- $f'(x) = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$  (1)

- 次の因数分解公式を用いる

$$z^3 - x^3 = (z - x)(z^2 + zx + x^2)$$

- (1) =  $\lim_{z \rightarrow x} \frac{(z - x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$   
 $= \lim_{z \rightarrow x} (z^2 + zx + x^2) = 3x^2$

$$\boxed{(x^3)' = 3x^2}$$

## 課題 ( $x^4$ の微分)

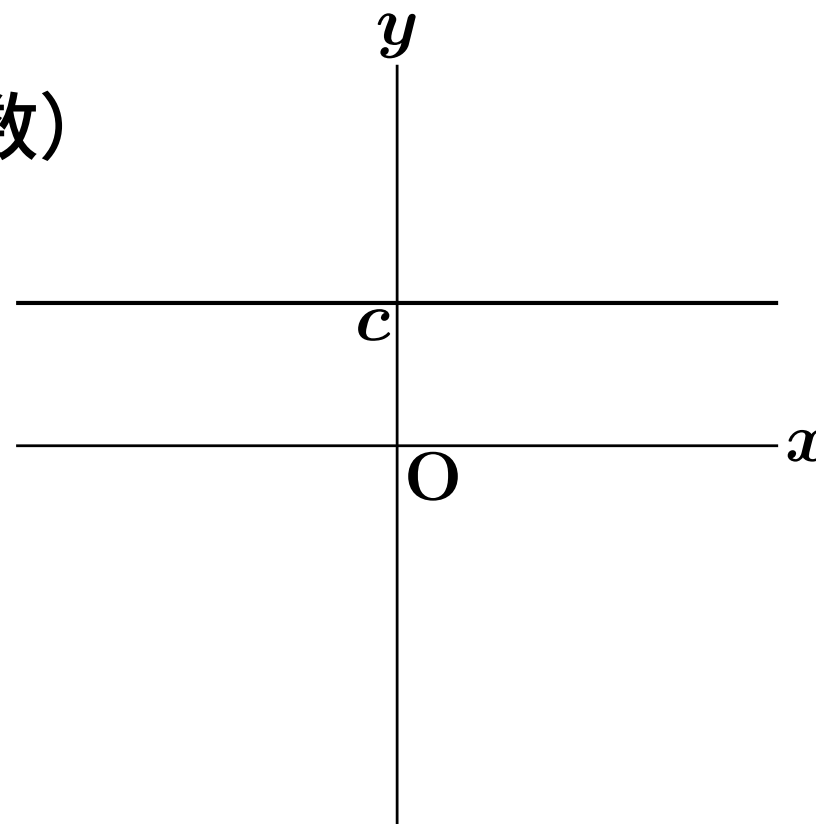
課題 0619-1 問いに答えよ.

[1]  $z^4 - x^4$  の因数分解公式をかけ

[2]  $(x^4)' = 4x^3$  を導け

## 微分の公式

- 定数関数  $f(x) = c$  ( $c$  は定数)  
 $(c)' = 0$



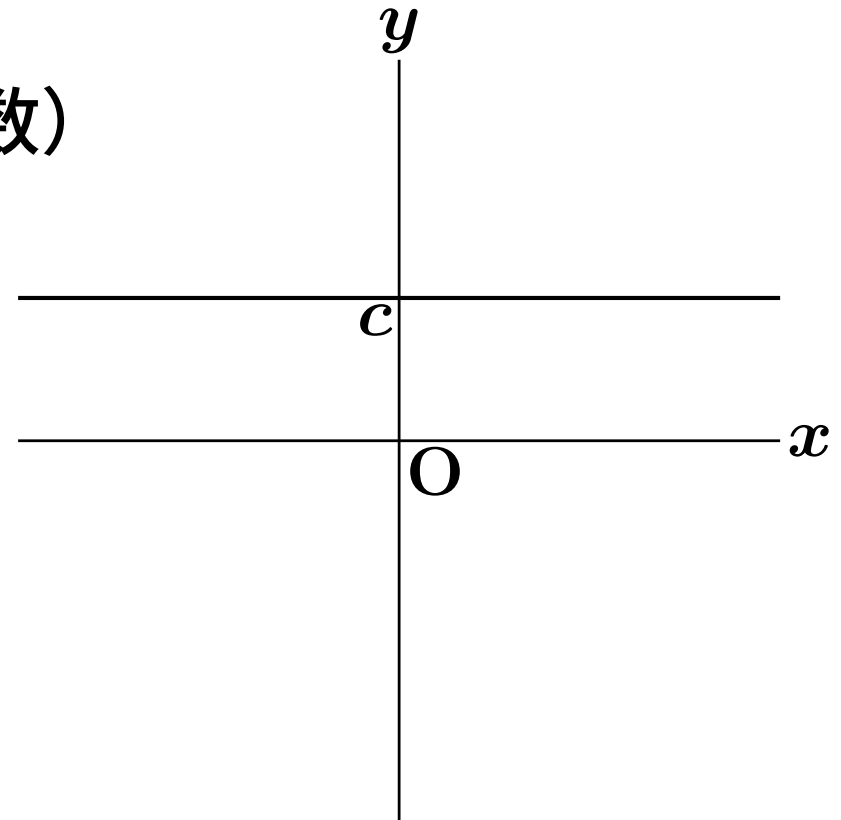
## 微分の公式

- 定数関数  $f(x) = c$  ( $c$  は定数)

$$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$





## 微分の公式

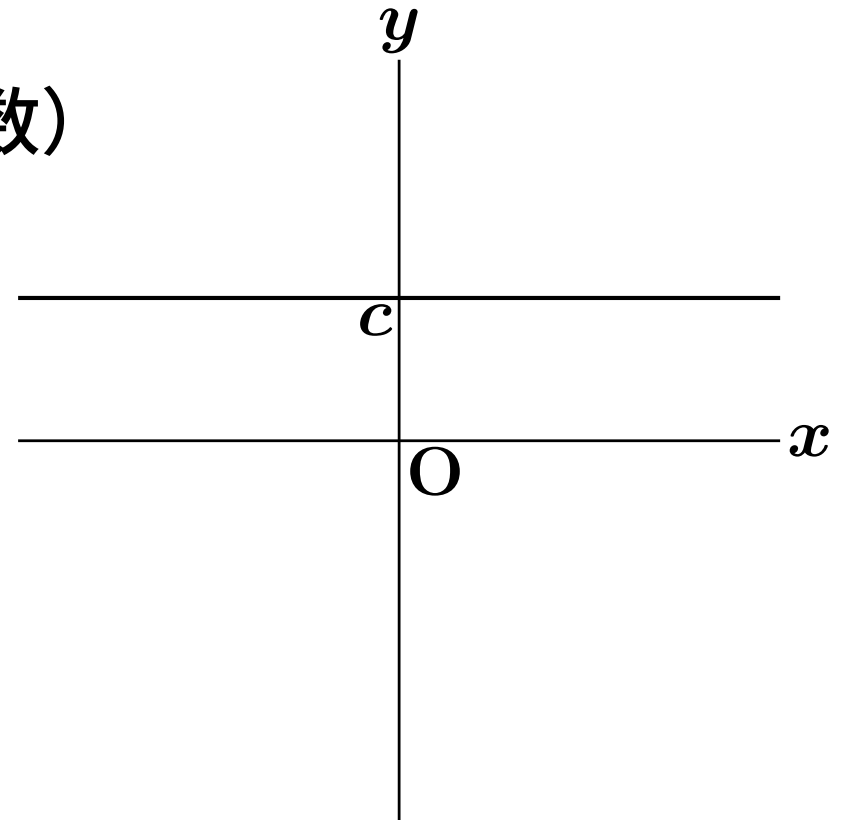
- 定数関数  $f(x) = c$  ( $c$  は定数)

$$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$



## 微分の公式

- 定数関数  $f(x) = c$  ( $c$  は定数)

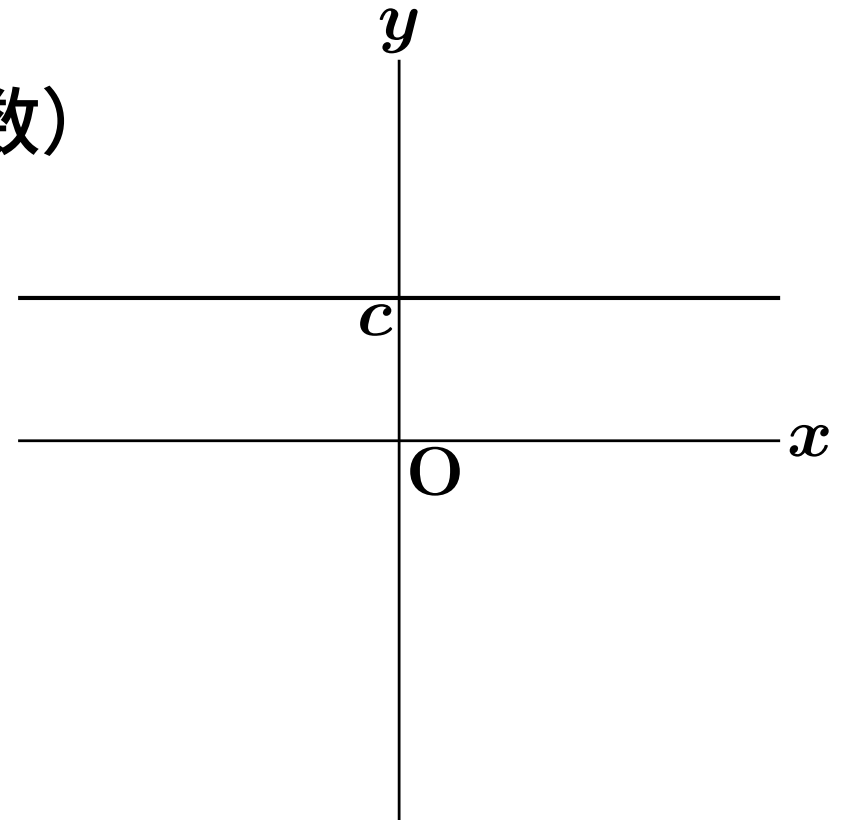
$$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$



# 微分の公式

- 定数関数  $f(x) = c$  ( $c$  は定数)

$$(c)' = 0$$

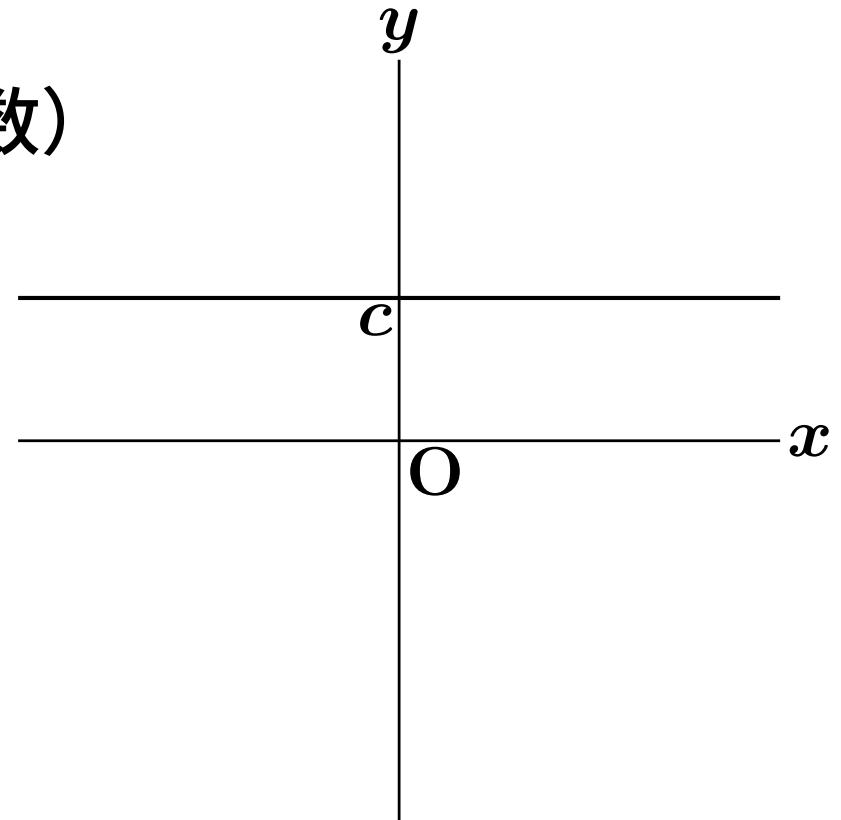
- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$

- 一般に  $(x^n)' =$



# 微分の公式

- 定数関数  $f(x) = c$  ( $c$  は定数)

$$(c)' = 0$$

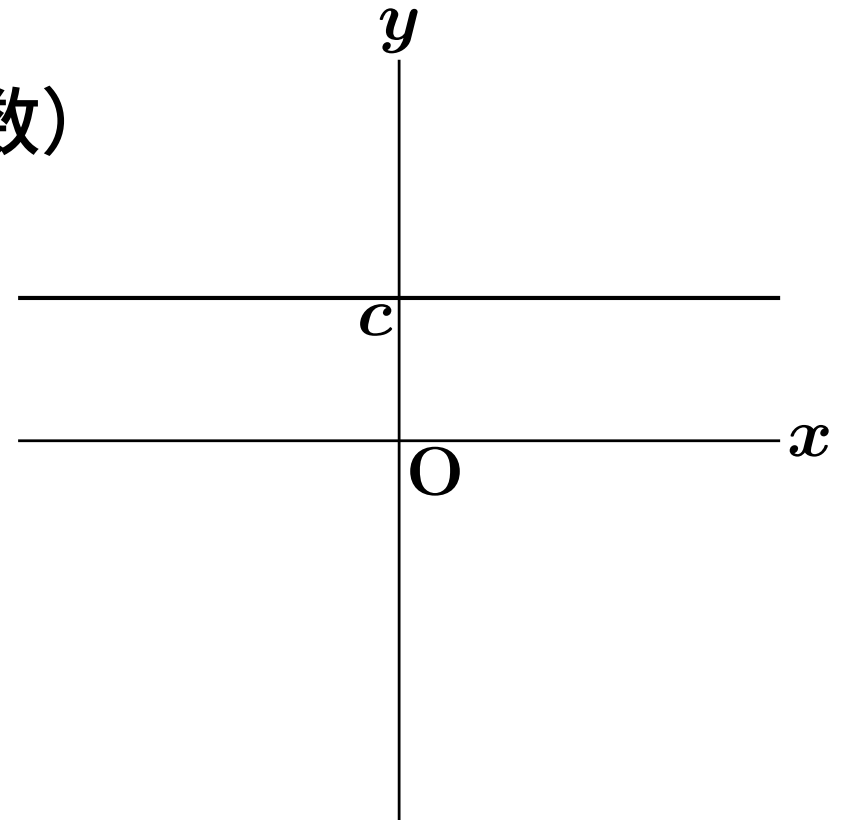
- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$

- 一般に  $(x^n)' = \boxed{nx^{n-1}}$



# 微分の性質

$f(x)$ ,  $g(x)$  と定数  $c$  について

## 微分の性質

$f(x)$ ,  $g(x)$  と定数  $c$  について

- $(f + g)' = f' + g'$ ,  $(f - g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

## 微分の性質

$f(x)$ ,  $g(x)$  と定数  $c$  について

- $(f + g)' = f' + g'$ ,  $(f - g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

例)  $(x^2 + 3x + 4)' = (x^2)' + (3x)' + (4)'$

## 微分の性質

$f(x)$ ,  $g(x)$  と定数  $c$  について

- $(f + g)' = f' + g'$ ,  $(f - g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

例)  $(x^2 + 3x + 4)' = (x^2)' + (3x)' + (4)' = 2x + 3$



## 微分の性質

$f(x)$ ,  $g(x)$  と定数  $c$  について

- $(f + g)' = f' + g'$ ,  $(f - g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

例)  $(x^2 + 3x + 4)' = (x^2)' + (3x)' + (4)' = 2x + 3$

課題 0619-2 次を微分せよ

TextP7

[1]  $y = 3x^2 + 3x - 3$       [2]  $y = 2x^2 - 5x + 4$

[3]  $y = -4x^2 + 3x - 2$     [4]  $y = \frac{5}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x$

## 導関数の書き方

- 関数  $y = f(x)$  を変数  $x$  で微分する  
 $y'$ ,  $f'(x)$ ,  $f'$ ,  $(f(x))'$  (ラグランジュ)

## 導関数の書き方

- 関数  $y = f(x)$  を変数  $x$  で微分する  
 $y'$ ,  $f'(x)$ ,  $f'$ ,  $(f(x))'$  (ラグランジュ)  
 $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{df}{dx}$ ,  $\frac{d}{dx}(f(x))$  (ライプニッツ)

## 導関数の書き方

- 関数  $y = f(x)$  を変数  $x$  で微分する  
 $y'$ ,  $f'(x)$ ,  $f'$ ,  $(f(x))'$  (ラグランジュ)  
 $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{df}{dx}$ ,  $\frac{d}{dx}(f(x))$  (ライプニッツ)

例)  $y = f(x) = x^3$

## 導関数の書き方

- 関数  $y = f(x)$  を変数  $x$  で微分する  
 $y'$ ,  $f'(x)$ ,  $f'$ ,  $(f(x))'$  (ラグランジュ)  
 $\frac{dy}{dx}$ ,  $\frac{df}{dx}$ ,  $\frac{d}{dx}(f(x))$  (ライプニッツ)

例)  $y = f(x) = x^3$

$$y' = f'(x) = f' = (x^3)' = 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$$