いろいろな関数の微分 2

2023.07.03

復習

導関数の定義式

- $\boxed{f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}}$

導関数の定義式

- $\boxed{f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{f(z) - f(x)}{z - x}}$
- $\boldsymbol{\Delta x = z - x,\ \Delta y = f(z) - f(x)}$ とおくと

導関数の定義式

- $$\boxed{f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}}$$
- $\Delta x = z - x,\ \Delta y = f(z) - f(x)$ とおくと
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

導関数の定義式

- $\boxed{f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{f(z) - f(x)}{z - x}}$
- $\Delta x = z - x,\ \Delta y = f(z) - f(x)$ とおくと

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

導関数の定義式

- $$\boxed{f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}}$$
- $\boldsymbol{\Delta} x = z - x,\ \boldsymbol{\Delta} y = f(z) - f(x)$ とおくと
$$f'(x) = \lim_{\boldsymbol{\Delta} x \to 0} \frac{\boldsymbol{\Delta} y}{\boldsymbol{\Delta} x} = \lim_{\boldsymbol{\Delta} x \to 0} \frac{f(x + \boldsymbol{\Delta} x) - f(x)}{\boldsymbol{\Delta} x}$$
- 書き方
$$y',\ f'(x),\ f',\ \bigl(f(x)\bigr)' \text{（ラグランジュ）}$$
$$\frac{dy}{dx},\ \frac{df}{dx},\ \frac{d}{dx}\bigl(f(x)\bigr) \text{（ライプニッツ）}$$

和・定数倍・積・商

- $(f+g)' = f' + g'$, $(f-g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$　　定数倍の微分

和・定数倍・積・商

- $(f+g)' = f' + g',\ (f-g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$ 　定数倍の微分
- $(f\,g)' = f'\,g + f\,g'$ 　積の微分

和・定数倍・積・商

- $(f+g)' = f' + g'$, $(f-g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$ 定数倍の微分
- $(f\,g)' = f'\,g + f\,g'$ 積の微分
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'\,g - f\,g'}{g^2}$ 商の微分

和・定数倍・積・商

- $(f+g)' = f' + g',\ (f-g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$ 定数倍の微分
- $(f\,g)' = f'\,g + f\,g'$ 積の微分
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'\,g - f\,g'}{g^2}$ 商の微分

課題 202-1 積と商の微分を用いて微分せよ．

[1] $y = x^3(4x+1)$ [2] $y = \dfrac{x^3}{4x+1}$

三角関数の微分

$\sin x, \cos x$ の微分

課題 202-2 「導関数の意味」を用いて導関数を求めよ．

[1] $y = \sin x$ [2] $y = \cos x$

$\sin x, \cos x$ の微分公式

- $\boxed{(\sin x)' = \cos x,\ \ (\cos x)' = -\sin x}$

$\sin x$, $\cos x$ の微分公式

- $\boxed{(\sin x)' = \cos x, \ \ (\cos x)' = -\sin x}$

課題 202-3 次の関数を微分せよ

[1] $y = 2\sin x$ [2] $y = -\cos x$

[3] $y = 3\sin x + 4\cos x$ [4] $y = x - \cos x$

$\tan x$ の微分

- $\boxed{(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}}$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$\tan x$ の微分

- $$\boxed{(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$$(\tan x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)'$$

$\tan x$ の微分

- $$\boxed{(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$$(\tan x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)'$$
$$= \frac{(\sin x)'(\cos x) - (\sin x)(\cos x)'}{\cos^2 x}$$

$\tan x$ の微分

- $\boxed{(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}}$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$$(\tan x)' = (\frac{\sin x}{\cos x})'$$
$$= \frac{(\sin x)'(\cos x) - (\sin x)(\cos x)'}{\cos^2 x}$$
$$= \frac{(\cos x \cos x) - \sin x(-\sin x)'}{\cos^2 x}$$

$\tan x$ の微分

- $\boxed{(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}}$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cos^2 x = (\cos x)^2$$

$$\begin{aligned}
(\tan x)' &= \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' \\
&= \frac{(\sin x)'(\cos x) - (\sin x)(\cos x)'}{\cos^2 x} \\
&= \frac{(\cos x \cos x) - \sin x(-\sin x)'}{\cos^2 x} \\
&= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}
\end{aligned}$$

課題

課題 202-4 次の関数を微分せよ

[1] $y = \sin x \cos x$

[2] $y = \sin^2 x (= \sin x \sin x)$

[3] $y = x \tan x$

[4] $y = \tan x - x$

$\sin(ax + b)$ の微分

$\sin(ax+b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z\to x} \frac{\sin(az+b) - \sin(ax+b)}{z-x}$$

$\sin(ax+b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z \to x} \frac{\sin(az+b) - \sin(ax+b)}{z-x}$$

$ax+b=u,\ az+b=w$ とおくと

$$w-u=a(z-x),\ w \to u$$

$\sin(ax+b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z\to x} \frac{\sin(az+b) - \sin(ax+b)}{z-x}$$

$ax+b=u,\ az+b=w$ とおくと

$$w-u = a(z-x),\ w\to u$$

$$y' = \lim_{w\to u} \frac{\sin(w)-\sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a\lim_{w\to u}\frac{\sin(w)-\sin(u)}{w-u}$$

$\sin(ax+b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z\to x} \frac{\sin(az+b) - \sin(ax+b)}{z-x}$$

$ax+b=u,\ az+b=w$ とおくと

$$w-u=a(z-x),\ w\to u$$

$$y' = \lim_{w\to u} \frac{\sin(w)-\sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a\lim_{w\to u}\frac{\sin(w)-\sin(u)}{w-u}$$

$$(\sin x)' = \lim_{z\to x}\frac{\sin z - \sin x}{z-x}$$

$\sin(ax+b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z\to x} \frac{\sin(az+b) - \sin(ax+b)}{z-x}$$

$ax+b=u,\ az+b=w$ とおくと

$$w-u = a(z-x),\ w\to u$$

$$y' = \lim_{w\to u} \frac{\sin(w)-\sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a\lim_{w\to u}\frac{\sin(w)-\sin(u)}{w-u}$$

$$(\sin x)' = \lim_{z\to x}\frac{\sin z - \sin x}{z-x}$$

$$= a\cos u = a\cos(ax+b)$$

$\sin(ax+b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z\to x} \frac{\sin(az+b) - \sin(ax+b)}{z-x}$$

$ax+b=u,\ az+b=w$ とおくと

$$w-u=a(z-x),\ w\to u$$

$$y' = \lim_{w\to u} \frac{\sin(w)-\sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a\lim_{w\to u}\frac{\sin(w)-\sin(u)}{w-u}$$

$$(\sin x)' = \lim_{z\to x}\frac{\sin z - \sin x}{z-x}$$

$$= a\cos u = a\cos(ax+b)$$

$$\boxed{\sin(ax+b)' = a\cos(ax+b)}$$

$\sin(ax+b)$ の微分

$$y' = (\sin(ax+b))' = \lim_{z\to x} \frac{\sin(az+b) - \sin(ax+b)}{z-x}$$

$ax+b=u,\ az+b=w$ とおくと

$$w-u = a(z-x),\ w \to u$$

$$y' = \lim_{w\to u} \frac{\sin(w)-\sin(u)}{\frac{w-u}{a}} = a\lim_{w\to u}\frac{\sin(w)-\sin(u)}{w-u}$$

$$(\sin x)' = \lim_{z\to x}\frac{\sin z - \sin x}{z-x}$$

$$= a\cos u = a\cos(ax+b)$$

$$\boxed{\sin(ax+b)' = a\cos(ax+b)}$$

微分

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

1 つの変数とみて微分

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

  1つの変数とみて微分

- $\big(\cos(3x+1)\big)'$

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

  1つの変数とみて微分

- $\big(\cos(3x+1)\big)' = 3(-\sin(3x+1))$

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

  1 つの変数とみて微分

- $\Big(\cos(3x+1)\Big)' = 3(-\sin(3x+1)) = -3\sin(3x+1)$

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

  1 つの変数とみて微分

- $\left(\cos(3x+1)\right)' = 3(-\sin(3x+1)) = -3\sin(3x+1)$
- $\left((2x+3)^5\right)'$

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

  1 つの変数とみて微分

- $\left(\cos(3x+1)\right)' = 3(-\sin(3x+1)) = -3\sin(3x+1)$
- $\left((2x+3)^5\right)' = 2\cdot 5(2x+3)^4$

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

  1つの変数とみて微分

- $\big(\cos(3x+1)\big)' = 3(-\sin(3x+1)) = -3\sin(3x+1)$

- $\big((2x+3)^5\big)' = 2 \cdot 5(2x+3)^4 = 10(2x+3)^4$

$f(ax+b)$ の微分

- $\boxed{f(ax+b)' = af'(ax+b)}$

  1つの変数とみて微分

- $\left(\cos(3x+1)\right)' = 3(-\sin(3x+1)) = -3\sin(3x+1)$
- $\left((2x+3)^5\right)' = 2\cdot 5(2x+3)^4 = 10(2x+3)^4$

課題 202-5 微分せよ

[1] $y = \sin 3x$ [2] $y = (5x+1)^3$

[3] $y = \cos(2x+3)$ [4] $y = \tan(-x+1)$

指数関数の微分

ネイピア数

- $y = a^x$ の $(0,1)$ での接線の傾きがちょうど 1 になる a

ネイピア数

- $y = a^x$ の $(0, 1)$ での接線の傾きがちょうど 1 になる a

課題 202-6 ネイピア数で a の値を求めよ

ネイピア数

- $y = a^x$ の $(0, 1)$ での接線の傾きがちょうど 1 になる a

課題 202-6 ネイピア数で a の値を求めよ

- この a をネイピア数といい，e で表す

ネイピア数

- $y = a^x$ の $(0, 1)$ での接線の傾きがちょうど 1 になる a

課題 202-6 ネイピア数で a の値を求めよ

- この a をネイピア数といい，e で表す

$$e = 2.7182818284\cdots$$

ネイピア数

- $y = a^x$ の $(0, 1)$ での接線の傾きがちょうど 1 になる a

課題 202-6 ネイピア数で a の値を求めよ

- この a をネイピア数といい，e で表す

$$e = 2.7182818284 \cdots$$

- e は微分で重要な定数

自然対数

- ネイピア数 e を底とする対数を自然対数という

自然対数

- ネイピア数 e を底とする対数を自然対数という

$$y = \log_e x \iff e^y = x$$

自然対数

- ネイピア数 e を底とする対数を自然対数という

$$y = \log_e x \iff e^y = x$$

- $\ln x$ または底を略して $\log x$ と書くこともある．

自然対数

- ネイピア数 e を底とする対数を自然対数という

$$y = \log_e x \iff e^y = x$$

- $\ln x$ または底を略して $\log x$ と書くこともある.

- 自然対数と常用対数の変換

$$\log_e x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} e}, \quad \log_{10} x = \frac{\log_e x}{\log_e 10}$$

関数電卓

関数電卓—自然対数と常用対数

関数電卓—自然対数と常用対数

$\log_{10}$

関数電卓–自然対数と常用対数

関数電卓–対数の計算


◆『基本計算』

6. 関数の計算 (3)対数の計算

■常用対数

(例) log2

(ログ)
log 2) =

log(2)
0.3010299957

■自然対数

(例) ln2

(エル・エヌ)
ln 2) =

ln(2)
0.6931471806

■底指定対数

(例)$\log_3 2$ ※底＝3の場合

SHIFT (−) 3 ▶ 2 =

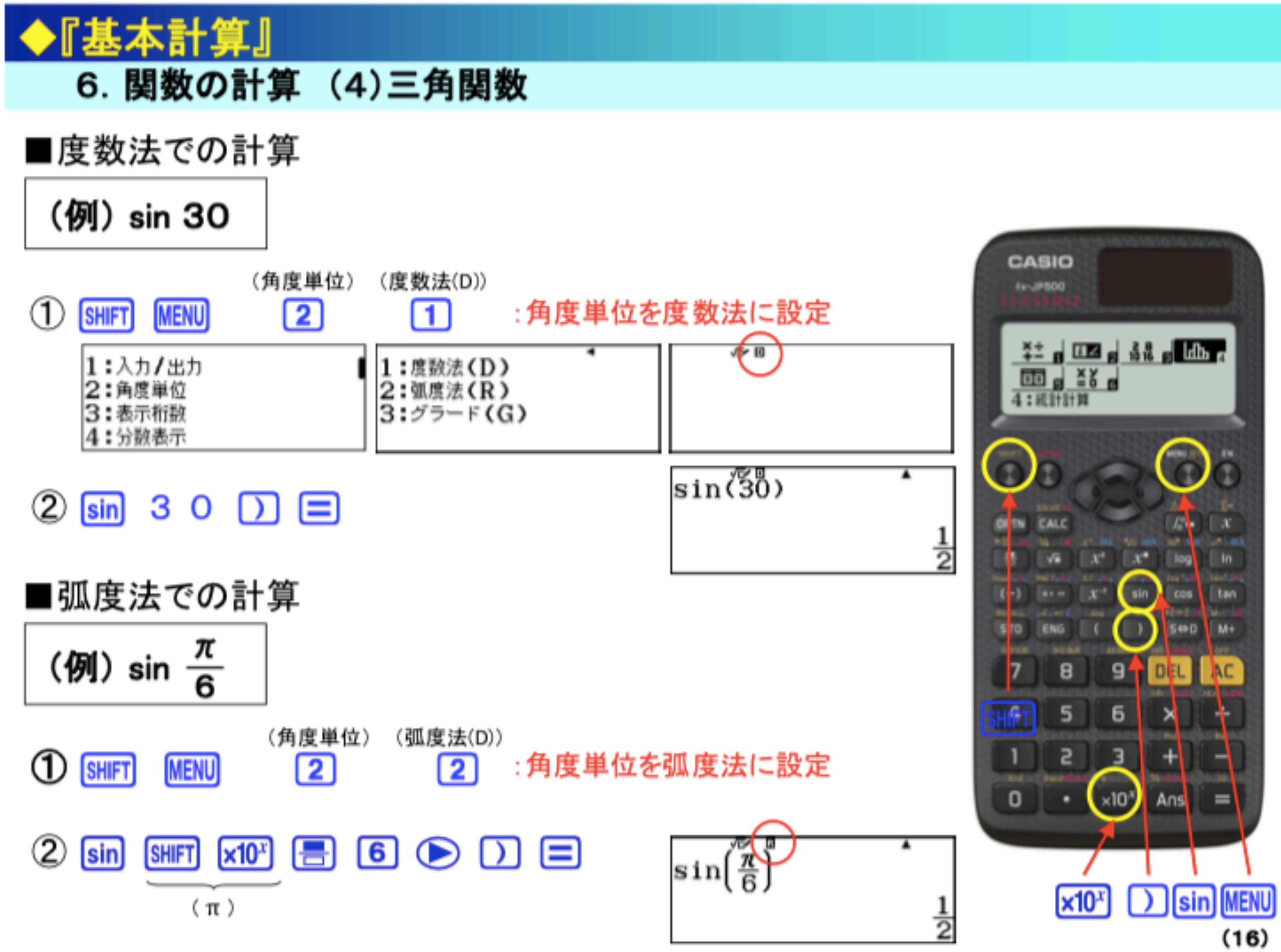
log■□

$\log_3(2)$
0.6309297536

(−) log ln

(15)

関数電卓—度とラジアン


◆『基本計算』
6. 関数の計算 (4)三角関数
■度数法での計算
(例) sin 30
(角度単位) (度数法(D))
① SHIFT MENU 2 1 :角度単位を度数法に設定
1:入力/出力
2:角度単位
3:表示桁数
4:分数表示
1:度数法(D)
2:弧度法(R)
3:グラード(G)
② sin 3 0) =
sin(30)
1/2
■弧度法での計算
(例) sin π/6
(角度単位) (弧度法(D))
① SHIFT MENU 2 2 :角度単位を弧度法に設定
② sin SHIFT x10^x ▭ 6 ▶) =
(π)
sin(π/6)
1/2
CASIO
x10^x) sin MENU
(16)

指数関数 e^x の微分

- $(e^x)' = \lim_{z \to x} \dfrac{e^z - e^x}{z - x}$

指数関数 e^x の微分

- $(e^x)' = \lim_{z \to x} \dfrac{e^z - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \dfrac{e^{x+(z-x)} - e^x}{z - x}$

指数関数 e^x の微分

- $$(e^x)' = \lim_{z \to x} \frac{e^z - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^{x+(z-x)} - e^x}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} \frac{e^x e^{z-x} - e^x}{z - x}$$

指数関数 e^x の微分

- $$(e^x)' = \lim_{z \to x} \frac{e^z - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^{x+(z-x)} - e^x}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} \frac{e^x e^{z-x} - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^x (e^{z-x} - 1)}{z - x}$$

指数関数 e^x の微分

- $$(e^x)' = \lim_{z \to x} \frac{e^z - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^{x+(z-x)} - e^x}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} \frac{e^x e^{z-x} - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^x (e^{z-x} - 1)}{z - x}$$
$$= e^x \lim_{z-x \to 0} \frac{e^{z-x} - 1}{z - x} =$$

指数関数 e^x の微分

- $$(e^x)' = \lim_{z \to x} \frac{e^z - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^{x+(z-x)} - e^x}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} \frac{e^x e^{z-x} - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^x(e^{z-x} - 1)}{z - x}$$
$$= e^x \lim_{z-x \to 0} \frac{e^{z-x} - 1}{z - x} =$$

($z - x$ を z と考える)

指数関数 e^x の微分

- $$(e^x)' = \lim_{z\to x}\frac{e^z - e^x}{z-x} = \lim_{z\to x}\frac{e^{x+(z-x)} - e^x}{z-x}$$
$$= \lim_{z\to x}\frac{e^x e^{z-x} - e^x}{z-x} = \lim_{z\to x}\frac{e^x(e^{z-x}-1)}{z-x}$$
$$= e^x \lim_{z-x\to 0}\frac{e^{z-x}-1}{z-x} = e^x \lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z}$$

($z-x$ を z と考える)

指数関数 e^x の微分

$$\boxed{\lim_{z \to 0} \frac{e^z - 1}{z} = 1}$$

- $$(e^x)' = \lim_{z \to x} \frac{e^z - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^{x+(z-x)} - e^x}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} \frac{e^x e^{z-x} - e^x}{z - x} = \lim_{z \to x} \frac{e^x (e^{z-x} - 1)}{z - x}$$
$$= e^x \lim_{z-x \to 0} \frac{e^{z-x} - 1}{z - x} = e^x \lim_{z \to 0} \frac{e^z - 1}{z}$$

($z - x$ を z と考える)

指数関数 e^x の微分

$$\boxed{\lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z}=1}$$

- $$(e^x)' = \lim_{z\to x}\frac{e^z-e^x}{z-x} = \lim_{z\to x}\frac{e^{x+(z-x)}-e^x}{z-x}$$
$$= \lim_{z\to x}\frac{e^x e^{z-x}-e^x}{z-x} = \lim_{z\to x}\frac{e^x(e^{z-x}-1)}{z-x}$$
$$= e^x \lim_{z-x\to 0}\frac{e^{z-x}-1}{z-x} = e^x\lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z} = e^x$$

($z-x$ を z と考える)

指数関数 e^x の微分

$$\boxed{\lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z}=1}$$

- $$(e^x)'=\lim_{z\to x}\frac{e^z-e^x}{z-x}=\lim_{z\to x}\frac{e^{x+(z-x)}-e^x}{z-x}$$
  $$=\lim_{z\to x}\frac{e^x e^{z-x}-e^x}{z-x}=\lim_{z\to x}\frac{e^x(e^{z-x}-1)}{z-x}$$
  $$=e^x\lim_{z-x\to 0}\frac{e^{z-x}-1}{z-x}=e^x\lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z}=e^x$$

  ($z-x$ を z と考える)

- よって

指数関数 e^x の微分

$$\boxed{\lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z}=1}$$

- $$(e^x)' = \lim_{z\to x}\frac{e^z-e^x}{z-x} = \lim_{z\to x}\frac{e^{x+(z-x)}-e^x}{z-x}$$
$$= \lim_{z\to x}\frac{e^x e^{z-x}-e^x}{z-x} = \lim_{z\to x}\frac{e^x(e^{z-x}-1)}{z-x}$$
$$= e^x \lim_{z-x\to 0}\frac{e^{z-x}-1}{z-x} = e^x \lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z} = e^x$$

($z-x$ を z と考える)

- よって

$$\boxed{(e^x)' = e^x}$$

指数関数 e^x の微分

$$\boxed{\lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z}=1}$$

- $$(e^x)'=\lim_{z\to x}\frac{e^z-e^x}{z-x}=\lim_{z\to x}\frac{e^{x+(z-x)}-e^x}{z-x}$$
$$=\lim_{z\to x}\frac{e^xe^{z-x}-e^x}{z-x}=\lim_{z\to x}\frac{e^x(e^{z-x}-1)}{z-x}$$
$$=e^x\lim_{z-x\to 0}\frac{e^{z-x}-1}{z-x}=e^x\lim_{z\to 0}\frac{e^z-1}{z}=e^x$$

($z-x$ を z と考える)

- よって

$$\boxed{(e^x)'=e^x}$$

微分しても同じ関数になる

e^{ax+b} の微分

- $\boxed{(e^{ax+b})' = ae^{ax+b}}$

e^{ax+b} の微分

- $\boxed{(e^{ax+b})' = ae^{ax+b}}$

e^{ax+b} の微分

- $\boxed{(e^{ax+b})' = ae^{ax+b}}$

そのまま

e^{ax+b} の微分

- $\boxed{(e^{ax+b})' = ae^{ax+b}}$

そのまま

例 $(e^{2x})' = 2e^{2x}$, $(e^{-x+3})' = -e^{-x+3}$

e^{ax+b} の微分

- $\boxed{(e^{ax+b})' = ae^{ax+b}}$

そのまま

例 $(e^{2x})' = 2e^{2x}$, $(e^{-x+3})' = -e^{-x+3}$

課題 202-7 次を微分せよ．

[1] $y = e^{5x}$　　[2] $y = e^{-2x}$

[3] $y = e^{3x+1}$　　[4] $y = \dfrac{e^{x} + e^{-x}}{2}$

自然対数 $y = \log x$ の微分

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$

自然対数 $y = \log x$ の微分

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$

証明 $(\log x)' = \lim_{z \to x} \dfrac{\log z - \log x}{z - x}$

自然対数 $y = \log x$ の微分

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$

証明 $(\log x)' = \displaystyle\lim_{z \to x} \frac{\log z - \log x}{z - x}$

$\log z = w,\ \log x = u$ とおくと

自然対数 $y = \log x$ の微分

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$

証明 $(\log x)' = \displaystyle\lim_{z \to x} \frac{\log z - \log x}{z - x}$

$\log z = w,\ \log x = u$ とおくと　$z = e^w,\ x = e^u,\ w \to u$

自然対数 $y = \log x$ の微分

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$

証明 $$(\log x)' = \lim_{z \to x} \frac{\log z - \log x}{z - x}$$

$\log z = w,\ \log x = u$ とおくと　$z = e^w,\ x = e^u,\ w \to u$

$$= \lim_{w \to u} \frac{w - u}{e^w - e^u}$$

自然対数 $y = \log x$ の微分

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$

証明 $(\log x)' = \displaystyle\lim_{z \to x} \frac{\log z - \log x}{z - x}$

$\log z = w$, $\log x = u$ とおくと　$z = e^w$, $x = e^u$, $w \to u$

$$= \lim_{w \to u} \frac{w - u}{e^w - e^u} = \frac{1}{e^u} = \frac{1}{x}$$

自然対数 $y = \log x$ の微分

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$　　$\boxed{(\log(ax+b))' = \dfrac{a}{ax+b}}$

証明 $(\log x)' = \displaystyle\lim_{z \to x} \frac{\log z - \log x}{z - x}$

$\log z = w,\ \log x = u$ とおくと　$z = e^w,\ x = e^u,\ w \to u$

$$= \lim_{w \to u} \frac{w - u}{e^w - e^u} = \frac{1}{e^u} = \frac{1}{x}$$

自然対数 $y = \log x$ の微分

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$ $\boxed{(\log(ax+b))' = \dfrac{a}{ax+b}}$

証明 $(\log x)' = \lim_{z \to x} \dfrac{\log z - \log x}{z - x}$

$\log z = w$, $\log x = u$ とおくと $z = e^w$, $x = e^u$, $w \to u$

$$= \lim_{w \to u} \frac{w - u}{e^w - e^u} = \frac{1}{e^u} = \frac{1}{x}$$

課題 202-8 次の関数を微分せよ．

[1] $y = \log(-x)$ [2] $y = \log 2x$ [3] $y = \log(x+5)$