積分法 1

2022.8.29

復習 (微分)

微分と導関数

- a における微分係数 $f'(a)$ = 接線の傾き

$$f'(a) = \lim_{z \to a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

微分と導関数

- a における微分係数 $f'(a) =$ 接線の傾き

$$f'(a) = \lim_{z \to a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

- 導関数
  - 微分係数を x の関数 $f'(x)$ としたもの

$$y' = f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

  - 導関数を求めることを「微分する」

微分と導関数

- a における微分係数 $f'(a)$ ＝接線の傾き

$$f'(a) = \lim_{z \to a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

- 導関数
  - ・微分係数を x の関数 $f'(x)$ としたもの

$$y' = f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

  - ・導関数を求めることを「微分する」

課題 0829-1 次の関数の導関数はどうなるか．

[1] $y = x^2 - 2x$　　[2] $y = \sin x$

x^n の微分

- $(c)' = 0$（c は定数）
- $(x)' = 1$
- $(x^2)' = 2x$
- $(x^3)' = 3x^2$
- 一般に　$(x^n)' = nx^{n-1}$
  - ・n は負の整数でも分数 (実数) でもよい

微分の性質

- $(f+g)' = f' + g'$ 　和の微分

微分の性質

- $(f+g)' = f' + g'$ 和の微分
- $(cf)' = cf'$ (c は定数) 定数倍の微分

微分の性質

- $(f+g)' = f' + g'$　　和の微分
- $(cf)' = cf'$ (c は定数)　　定数倍の微分
- $(fg)' = f'g + fg'$　　積の微分

微分の性質

- $(f+g)' = f' + g'$ 和の微分
- $(cf)' = cf'$ (c は定数) 定数倍の微分
- $(fg)' = f'g + fg'$ 積の微分
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'g - fg'}{g^2}$ 商の微分

微分の性質

- $(f+g)' = f' + g'$ 和の微分
- $(cf)' = cf'$ (c は定数) 定数倍の微分
- $(fg)' = f'g + fg'$ 積の微分
- $\left(\dfrac{f}{g}\right)' = \dfrac{f'g - fg'}{g^2}$ 商の微分
- $\bigl(f(ax+b)\bigr)' = af'(ax+b)$ $ax+b$ 型の微分

課題 (微分の性質)

課題 0829-2 微分せよ.

[1] $y = x^4 + x^3 - x^2$

[2] $y = 3x^5$

[3] $y = (x+1)\sqrt{x}$

ヒント：$(\sqrt{x})' = \left(x^{\frac{1}{2}}\right)' = \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

[4] $y = \frac{x^2+1}{x+2}$

[5] $y = (2x+3)^5$

ヒント：$\left(\boxed{}^{\,5}\right)' = 5\boxed{}^{\,4}$

三角関数の微分

- $y = \sin x, \cos x, \tan x$

三角関数の微分

- $y = \sin x, \cos x, \tan x$

角 x の単位はラジアン

三角関数の微分

- $y = \sin x, \cos x, \tan x$

  角 x の単位はラジアン

- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

三角関数の微分

- $y = \sin x, \cos x, \tan x$

  角 x の単位はラジアン

- $(\sin x)' = \cos x$
- $(\cos x)' = -\sin x$
- $(\tan x)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

課題 0829-3 次の関数を微分せよ．

[1] $y = x + \cos x$ [2] $y = x \sin x$ [3] $y = \sin 4x$

指数関数 $y = e^x$ の微分

- e はネピアの定数

指数関数 $y = e^x$ の微分

- e はネピアの定数

課題 0829-4 e の値を小数点以下 5 位まで書け.

指数関数 $y = e^x$ の微分

- e はネピアの定数

課題 0829-4 e の値を小数点以下 5 位まで書け.

- $\boxed{(e^x)' = e^x}$

指数関数 $y = e^x$ の微分

- e はネピアの定数

課題 0829-4 e の値を小数点以下 5 位まで書け.

- $\boxed{(e^x)' = e^x}$

課題 0829-5 次の関数を微分せよ.

[1] $y = e^x + x^2$ [2] $y = e^{2x}$ [3] $y = e^{-x}$

自然対数 $y = \log x (= \ln x)$ の微分

- ネピア数 e を底とする対数

$$y = \log x \iff e^y = x$$

自然対数 $y = \log x (= \ln x)$ の微分

- ネピア数 e を底とする対数

$$y = \log x \iff e^y = x$$

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$

自然対数 $y = \log x (= \ln x)$ の微分

- ネピア数 e を底とする対数

$$y = \log x \iff e^y = x$$

- $\boxed{(\log x)' = \dfrac{1}{x}}$

課題 0829-6 次の関数を微分せよ．

[1] $y = \log x + e^x$ [2] $y = \log 2x$ [3] $y = \log(x+2)$

不定積分

微分と積分

微分と積分

- 関数の特徴を調べる

微分と積分

- 関数の特徴を調べる
- 微分：各点での値の変化を見る

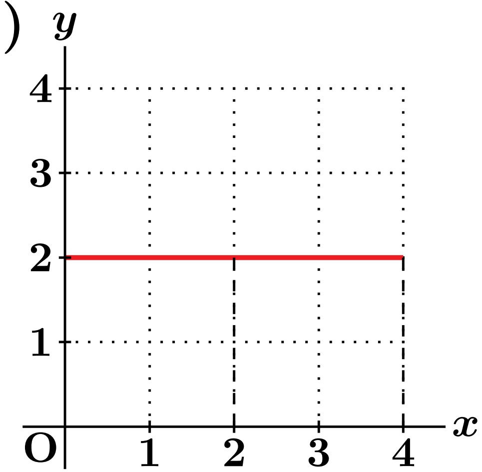
微分と積分

- 関数の特徴を調べる
- 微分：各点での値の変化を見る
- 積分：個別の値より全体の値 (合計) を見る

微分と積分

- 関数の特徴を調べる
- 微分：各点での値の変化を見る
- 積分：個別の値より全体の値 (合計) を見る

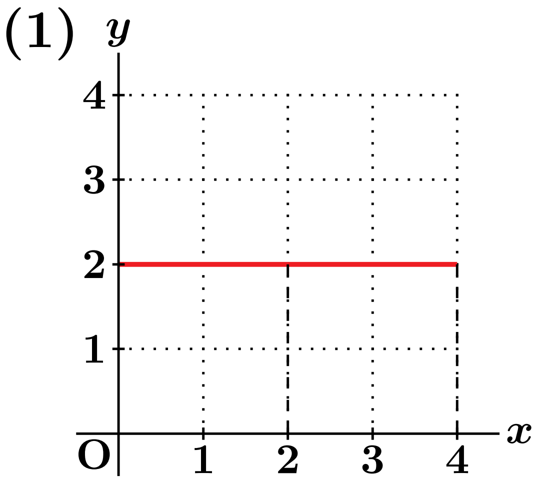
(1)



- $x = 2$ での傾きと全体の面積は？

微分と積分

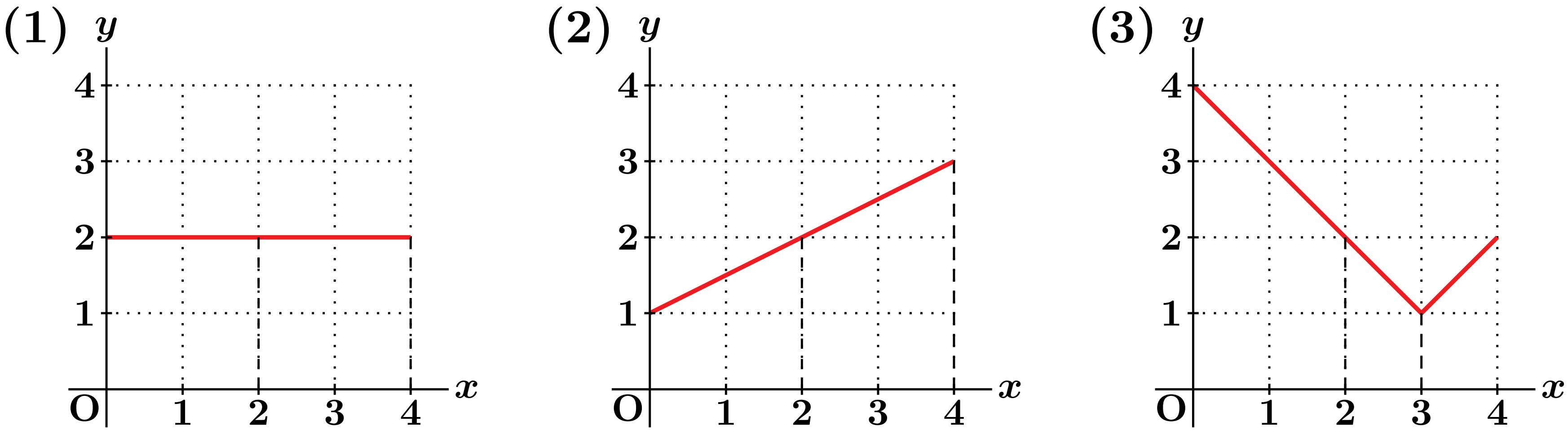
- 関数の特徴を調べる
- 微分：各点での値の変化を見る
- 積分：個別の値より全体の値 (合計) を見る



- $x = 2$ での傾きと全体の面積は？

微分と積分

- 関数の特徴を調べる
- 微分：各点での値の変化を見る
- 積分：個別の値より全体の値 (合計) を見る



- $x = 2$ での傾きと全体の面積は？

定積分と不定積分

- 定積分：全体の面積

定積分と不定積分

- 定積分：全体の面積
  それ自体は微分と無関係

定積分と不定積分

- 定積分：全体の面積

  それ自体は微分と無関係

- 不定積分：微分の逆計算

定積分と不定積分

- 定積分：全体の面積
  それ自体は微分と無関係

- 不定積分：微分の逆計算
  微分と密接な関係

定積分と不定積分

- 定積分：全体の面積
  それ自体は微分と無関係
- 不定積分：微分の逆計算
  微分と密接な関係
- 微分と定積分は関係なさそうだが

定積分と不定積分

- 定積分：全体の面積
  それ自体は微分と無関係
- 不定積分：微分の逆計算
  微分と密接な関係
- 微分と定積分は関係なさそうだが
  実は密接に関係する (17 世紀に発見)

$f(x)$ の不定積分

- 微分したら $f(x)$ になる関数

$f(x)$ の不定積分

- 微分したら $f(x)$ になる関数
- $F'(x) = f(x)$ となる関数 $F(x)$ のこと

$f(x)$ の不定積分

- 微分したら $f(x)$ になる関数
- $F'(x) = f(x)$ となる関数 $F(x)$ のこと
- $f(x)$ の不定積分 $F(x)$ を $\displaystyle\int f(x)\,dx$ と書く

$f(x)$ の不定積分

- 微分したら $f(x)$ になる関数
- $F'(x) = f(x)$ となる関数 $F(x)$ のこと
- $f(x)$ の不定積分 $F(x)$ を $\displaystyle\int f(x)\,dx$ と書く

例) $(\dfrac{1}{2}x^2)' = x$ より

$f(x)$ の不定積分

- 微分したら $f(x)$ になる関数
- $F'(x) = f(x)$ となる関数 $F(x)$ のこと
- $f(x)$ の不定積分 $F(x)$ を $\displaystyle\int f(x)\,dx$ と書く

例) $(\frac{1}{2}x^2)' = x$ より $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2$

$f(x)$ の不定積分

- 微分したら $f(x)$ になる関数
- $F'(x) = f(x)$ となる関数 $F(x)$ のこと
- $f(x)$ の不定積分 $F(x)$ を $\displaystyle\int f(x)\,dx$ と書く

例) $(\dfrac{1}{2}x^2)' = x$ より $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2$

- C が定数のとき $(\dfrac{1}{2}x^2 + C)' = x$

$f(x)$ の不定積分

- 微分したら $f(x)$ になる関数
- $F'(x) = f(x)$ となる関数 $F(x)$ のこと
- $f(x)$ の不定積分 $F(x)$ を $\displaystyle\int f(x)\,dx$ と書く

  例) $(\dfrac{1}{2}x^2)' = x$ より $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2$
- C が定数のとき $(\dfrac{1}{2}x^2 + C)' = x$

  したがって, $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$ でもある.

不定積分の書き方

- 不定積分には $+C$ の任意性がある．

不定積分の書き方

- 不定積分には $+C$ の任意性がある．
- この C を積分定数という．

不定積分の書き方

- 不定積分には $+C$ の任意性がある．
- この C を積分定数という．
- $f(x)$ の不定積分を求めるには

不定積分の書き方

- 不定積分には $+C$ の任意性がある．
- この C を積分定数という．
- $f(x)$ の不定積分を求めるには

  (1) 微分して $f(x)$ になる関数を求める．

不定積分の書き方

- 不定積分には $+C$ の任意性がある．
- この C を積分定数という．
- $f(x)$ の不定積分を求めるには

(1) 微分して $f(x)$ になる関数を求める．

(2) それに $+C$ をつけて $\displaystyle\int$ で表せばよい．

不定積分の例と課題

例 $\displaystyle \int 1\, dx$

不定積分の例と課題

例 $\displaystyle\int 1\,dx$

微分して 1 になる関数

不定積分の例と課題

例 $\displaystyle\int 1\,dx$

微分して 1 になる関数 $\left(\boxed{}\right)' = 1$

不定積分の例と課題

例 $\displaystyle\int 1\,dx$

微分して 1 になる関数　$(\boxed{x})' = 1$

不定積分の例と課題

例 $\displaystyle\int 1\,dx$

微分して１になる関数　$(\boxed{\,x\,})' = 1$

したがって　$\displaystyle\int 1\,dx = x + C$

不定積分の例と課題

例 $\displaystyle\int 1\,dx$

微分して1になる関数　$(\boxed{x})' = 1$

したがって　$\displaystyle\int 1\,dx = x + C$

例 $\displaystyle\int x\,dx$

不定積分の例と課題

例 $\displaystyle\int 1\,dx$

微分して 1 になる関数　$(\boxed{x})' = 1$

したがって　$\displaystyle\int 1\,dx = x + C$

例 $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$

不定積分の例と課題

例 $\displaystyle\int 1\,dx$

微分して1になる関数 $(\boxed{x})' = 1$

したがって $\displaystyle\int 1\,dx = x + C$

例 $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$

課題 0829-7 $\displaystyle\int x^2\,dx$ はどうなるか.

不定積分の公式 (べき関数)

- $\displaystyle\int 1\,dx = x + C$
- $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$
- $\displaystyle\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$

不定積分の公式 (べき関数)

- $\displaystyle\int 1\,dx = x + C$
- $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$
- $\displaystyle\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$
- $\displaystyle\int x^3\,dx = \boxed{}$

不定積分の公式 (べき関数)

- $\displaystyle\int 1\,dx = x + C$
- $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$
- $\displaystyle\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$
- $\displaystyle\int x^3\,dx = \boxed{\frac{1}{4}x^4 + C}$

不定積分の公式(べき関数)

- $\displaystyle \int 1\,dx = x + C$
- $\displaystyle \int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$
- $\displaystyle \int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$
- $\displaystyle \int x^3\,dx = \boxed{\frac{1}{4}x^4 + C}$
- $\displaystyle \int x^n\,dx = \boxed{\phantom{\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C}}$

不定積分の公式 (べき関数)

- $\displaystyle\int 1\,dx = x + C$
- $\displaystyle\int x\,dx = \frac{1}{2}x^2 + C$
- $\displaystyle\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$
- $\displaystyle\int x^3\,dx = \boxed{\frac{1}{4}x^4 + C}$
- $\displaystyle\int x^n\,dx = \boxed{\frac{1}{n+1}x^{n+1} + C}$

不定積分の性質

- $$\int (f(x) + g(x))\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$$

不定積分の性質

- $\displaystyle \int \big(f(x) + g(x)\big)\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$
- $\displaystyle \int \big(f(x) - g(x)\big)\,dx = \int f(x)\,dx - \int g(x)\,dx$

不定積分の性質

- $\displaystyle \int (f(x) + g(x))\, dx = \int f(x)\, dx + \int g(x)\, dx$
- $\displaystyle \int (f(x) - g(x))\, dx = \int f(x)\, dx - \int g(x)\, dx$
- $\displaystyle \int cf(x)\, dx = c \int f(x)\, dx$（$c$ は定数）

不定積分の性質

- $\displaystyle\int \bigl(f(x)+g(x)\bigr)\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$
- $\displaystyle\int \bigl(f(x)-g(x)\bigr)\,dx = \int f(x)\,dx - \int g(x)\,dx$
- $\displaystyle\int cf(x)\,dx = c\int f(x)\,dx$ （c は定数）

注) 定数の違いがあっても，$=$ と考える

不定積分の計算例

例 1 $\displaystyle\int (3x^2 + 2x + 1)\,dx$

不定積分の計算例

例 1 $\displaystyle\int (3x^2 + 2x + 1)\, dx$

$$= \int 3x^2\, dx + \int 2x\, dx + \int 1\, dx$$

不定積分の計算例

例 1 $\displaystyle\int (3x^2 + 2x + 1)\,dx$

$$= \int 3x^2\,dx + \int 2x\,dx + \int 1\,dx$$

$$= x^3 + x^2 + x + C$$（C は積分定数）

不定積分の計算例

例 1 $\displaystyle\int (3x^2 + 2x + 1)\,dx$

$$= \int 3x^2\,dx + \int 2x\,dx + \int 1\,dx$$

$$= x^3 + x^2 + x + C$$（C は積分定数）

例 2 $\displaystyle\int x(x-2)\,dx$

不定積分の計算例

例 1 $\displaystyle\int (3x^2 + 2x + 1)\,dx$

$$= \int 3x^2\,dx + \int 2x\,dx + \int 1\,dx$$

$$= x^3 + x^2 + x + C$$ （C は積分定数）

例 2 $\displaystyle\int x(x-2)\,dx$

$$= \int (x^2 - 2x)\,dx$$

不定積分の計算例

例 1 $\displaystyle\int (3x^2 + 2x + 1)\,dx$

$$= \int 3x^2\,dx + \int 2x\,dx + \int 1\,dx$$

$$= x^3 + x^2 + x + C \text{（C は積分定数）}$$

例 2 $\displaystyle\int x(x-2)\,dx$

$$= \int (x^2 - 2x)\,dx$$

$$= \frac{1}{3}x^3 - x^2 + C \text{（C は積分定数）}$$

不定積分の計算 (課題)

課題 0829-8 次の不定積分を求めよ． TextP19 問 1

[1] $\displaystyle\int (x^3 - 5x^2 + 1)\,dx$ [2] $\displaystyle\int (1 - x - x^2)\,dx$

[3] $\displaystyle\int (3x^2)\,dx$ [4] $\displaystyle\int (-3x^2 + 2x + 3)\,dx$

[5] $\displaystyle\int (4x^3 - 8x + 3)\,dx$ [6] $\displaystyle\int (2x^3 + 4x - 3)\,dx$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle \int \cos x \, dx = \boxed{}$ $\qquad (\boxed{})' = \cos x$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle\int \cos x\,dx = \boxed{}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle \int \cos x\, dx = \boxed{\sin x + C}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle\int \cos x\,dx = \boxed{\sin x + C}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$
- $\displaystyle\int \sin x\,dx = \boxed{}$ $\qquad (\boxed{})' = \sin x$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle\int \cos x\, dx = \boxed{\sin x + C}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$
- $\displaystyle\int \sin x\, dx = \boxed{}$ $\qquad (\boxed{-\cos x})' = \sin x$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle\int \cos x\,dx = \boxed{\sin x + C}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$
- $\displaystyle\int \sin x\,dx = \boxed{-\cos x + C}$ $\qquad (\boxed{-\cos x})' = \sin x$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle \int \cos x \, dx = \boxed{\sin x + C}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$
- $\displaystyle \int \sin x \, dx = \boxed{-\cos x + C}$ $\qquad (\boxed{-\cos x})' = \sin x$
- $\displaystyle \int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \boxed{}$ $\qquad (\boxed{})' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle\int \cos x\, dx = \boxed{\sin x + C}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$
- $\displaystyle\int \sin x\, dx = \boxed{-\cos x + C}$ $\qquad (\boxed{-\cos x})' = \sin x$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\, dx = \boxed{}$ $\qquad (\boxed{\tan x})' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle\int \cos x\,dx = \boxed{\sin x + C}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$
- $\displaystyle\int \sin x\,dx = \boxed{-\cos x + C}$ $\qquad (\boxed{-\cos x})' = \sin x$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \boxed{\tan x + C}$ $\qquad (\boxed{\tan x})' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle\int \cos x \, dx = \boxed{\sin x + C} \qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$
- $\displaystyle\int \sin x \, dx = \boxed{-\cos x + C} \qquad (\boxed{-\cos x})' = \sin x$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x} \, dx = \boxed{\tan x + C} \qquad (\boxed{\tan x})' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- $\displaystyle\int \cos ax \, dx = \frac{1}{a} \sin ax + C$

不定積分の公式 (三角関数)

- $\displaystyle\int \cos x\,dx = \boxed{\sin x + C}$ $\qquad (\boxed{\sin x})' = \cos x$
- $\displaystyle\int \sin x\,dx = \boxed{-\cos x + C}$ $\qquad (\boxed{-\cos x})' = \sin x$
- $\displaystyle\int \frac{1}{\cos^2 x}\,dx = \boxed{\tan x + C}$ $\qquad (\boxed{\tan x})' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$
- $\displaystyle\int \cos ax\,dx = \frac{1}{a}\sin ax + C$
- $\displaystyle\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax + C$

不定積分の計算 (三角関数)

例 1) $\displaystyle\int (\sin 3x + \cos 4x)\, dx$

不定積分の計算 (三角関数)

例 1) $\displaystyle\int (\sin 3x + \cos 4x)\, dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$

不定積分の計算 (三角関数)

例 1) $\displaystyle\int (\sin 3x + \cos 4x)\,dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$

例 2) $\displaystyle\int \tan^2 x\,dx$

不定積分の計算 (三角関数)

例 1) $\displaystyle\int(\sin 3x+\cos 4x)\,dx=-\frac{1}{3}\cos 3x+\frac{1}{4}\sin 4x+C$

例 2) $\displaystyle\int\tan^2 x\,dx=\int\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\,dx$

不定積分の計算 (三角関数)

例 1) $\displaystyle\int (\sin 3x + \cos 4x)\, dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$

例 2) $\displaystyle\int \tan^2 x\, dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\, dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x}\, dx$

不定積分の計算 (三角関数)

例 1) $\displaystyle\int (\sin 3x+\cos 4x)\,dx = -\frac{1}{3}\cos 3x+\frac{1}{4}\sin 4x+C$

例 2) $\displaystyle\int \tan^2 x\,dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\,dx = \int \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\,dx$

$\displaystyle= \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) dx$

不定積分の計算 (三角関数)

例 1) $\displaystyle\int (\sin 3x + \cos 4x)\,dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$

例 2) $\displaystyle\int \tan^2 x\,dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\,dx = \int \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\,dx$

$$= \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) dx = \tan x - x + C$$

不定積分の計算 (三角関数)

例 1) $\displaystyle\int (\sin 3x + \cos 4x)\, dx = -\frac{1}{3}\cos 3x + \frac{1}{4}\sin 4x + C$

例 2) $\displaystyle\int \tan^2 x\, dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}\, dx = \int \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x}\, dx$

$\displaystyle = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right) dx = \tan x - x + C$

課題 0829-9 次の不定積分を求めよ．

[1] $\displaystyle\int (3\sin x + \cos 3x)\, dx$

[2] $\displaystyle\int (1 + \frac{1}{\cos x})(1 - \frac{1}{\cos x})\, dx$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{} \qquad (\boxed{})' = e^x$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle \int e^x \, dx = \boxed{}$ $\quad (\boxed{e^x})' = e^x$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C} \qquad \left(\boxed{e^x}\right)' = e^x$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C}$ $\quad (\boxed{e^x})' = e^x$
- $\displaystyle\int e^{ax}\,dx = \boxed{}$ $\quad (e^{ax})' = \boxed{}$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\int e^x \, dx = \boxed{e^x + C}$ $\quad (\boxed{e^x})' = e^x$
- $\int e^{ax} \, dx = \boxed{}$ $\quad (e^{ax})' = \boxed{ae^{ax}}$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C} \qquad (\boxed{e^x})' = e^x$
- $\displaystyle\int e^{ax}\,dx = \boxed{\frac{1}{a}e^{ax} + C} \quad (e^{ax})' = \boxed{ae^{ax}}$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C}$ $\qquad (\boxed{e^x})' = e^x$
- $\displaystyle\int e^{ax}\,dx = \boxed{\frac{1}{a}e^{ax} + C}$ $\qquad (e^{ax})' = \boxed{ae^{ax}}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \boxed{}$ $\qquad (\boxed{})' = \frac{1}{x}$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C}$ $\qquad (\boxed{e^x})' = e^x$
- $\displaystyle\int e^{ax}\,dx = \boxed{\frac{1}{a}e^{ax} + C}$ $\qquad (e^{ax})' = \boxed{ae^{ax}}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \boxed{}$ $\qquad (\boxed{\log x})' = \frac{1}{x}$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C}$　　$(\boxed{e^x})' = e^x$
- $\displaystyle\int e^{ax}\,dx = \boxed{\frac{1}{a}e^{ax} + C}$　$(e^{ax})' = \boxed{ae^{ax}}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \boxed{\log x + C}$　$(\boxed{\log x})' = \dfrac{1}{x}$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C} \qquad (\boxed{e^x})' = e^x$
- $\displaystyle\int e^{ax}\,dx = \boxed{\frac{1}{a}e^{ax} + C} \quad (e^{ax})' = \boxed{ae^{ax}}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \boxed{\log x + C} \qquad (\boxed{\log x})' = \frac{1}{x}$

注) $x < 0$ のとき $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \log(-x) + C$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C} \qquad (\boxed{e^x})' = e^x$
- $\displaystyle\int e^{ax}\,dx = \boxed{\frac{1}{a}e^{ax} + C} \quad (e^{ax})' = \boxed{ae^{ax}}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \boxed{\log x + C} \quad (\boxed{\log x})' = \frac{1}{x}$

注) $x < 0$ のとき $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \log(-x) + C$

$(\log(ax))' = \dfrac{1}{x}$

不定積分の公式 (指数対数)

- $\displaystyle\int e^x\,dx = \boxed{e^x + C}$ $\qquad (\boxed{e^x})' = e^x$
- $\displaystyle\int e^{ax}\,dx = \boxed{\frac{1}{a}e^{ax} + C}$ $\qquad (e^{ax})' = \boxed{ae^{ax}}$
- $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \boxed{\log x + C}$ $\qquad (\boxed{\log x})' = \frac{1}{x}$

注) $x < 0$ のとき $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \log(-x) + C$

$(\log(ax))' = \frac{1}{x}$

合わせて $\displaystyle\int \frac{1}{x}\,dx = \log|x| + C$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle \int (e^{2x} + e^{-x})\, dx$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle \int (e^{2x} + e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\int (e^{2x} + e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

例 2) $\int (x + \frac{1}{x})\,dx$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle\int (e^{2x} + e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

例 2) $\displaystyle\int (x + \frac{1}{x})\,dx = \frac{1}{2}x^2 + \log x + C \;\; (x > 0)$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle\int (e^{2x} + e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

例 2) $\displaystyle\int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{1}{2}x^2 + \log|x| + C$ ($x < 0$ も含む)

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle \int (e^{2x} + e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

例 2) $\displaystyle \int (x + \frac{1}{x})\,dx = \frac{1}{2}x^2 + \log|x| + C$ ($x < 0$ も含む)

例 3) $\displaystyle \int (e^{x} + e^{-x})^2\,dx$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle\int (e^{2x} + e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

例 2) $\displaystyle\int (x + \frac{1}{x})\,dx = \frac{1}{2}x^2 + \log|x| + C$ ($x < 0$ も含む)

例 3) $\displaystyle\int (e^{x} + e^{-x})^2\,dx = \int ((e^{x})^2 + 2e^{x}e^{-x} + (e^{-x})^2)\,dx$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle \int (e^{2x} + e^{-x})\, dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

例 2) $\displaystyle \int (x + \frac{1}{x})\, dx = \frac{1}{2}x^2 + \log|x| + C$ ($x < 0$ も含む)

例 3) $\displaystyle \int (e^{x} + e^{-x})^2\, dx = \int ((e^{x})^2 + 2e^{x}e^{-x} + (e^{-x})^2)\, dx$

$\displaystyle = \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x})\, dx$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle \int (e^{2x} + e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

例 2) $\displaystyle \int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{1}{2}x^2 + \log|x| + C$ ($x < 0$ も含む)

例 3) $\displaystyle \int (e^{x} + e^{-x})^2\,dx = \int ((e^{x})^2 + 2e^{x}e^{-x} + (e^{-x})^2)\,dx$

$$= \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$$

不定積分の計算 (指数対数)

例 1) $\displaystyle\int (e^{2x} + e^{-x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - e^{-x} + C$

例 2) $\displaystyle\int \left(x + \frac{1}{x}\right) dx = \frac{1}{2}x^2 + \log|x| + C$ ($x < 0$ も含む)

例 3) $\displaystyle\int (e^{x} + e^{-x})^2\,dx = \int ((e^x)^2 + 2e^x e^{-x} + (e^{-x})^2)\,dx$

$\displaystyle = \int (e^{2x} + 2 + e^{-2x})\,dx = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{2}e^{-2x} + C$

課題 0829-10 次の不定積分を求めよ.

[1] $\displaystyle\int \left(2e^x + \frac{3}{x}\right) dx$ [2] $\displaystyle\int (e^x + 1)^2\,dx$