

# 指数対数関数の微分

2022.7.11

# 復習 (課題)

## 微分係数と導関数

- $a$  における微分係数  $f'(a)$

$$f'(a) = \lim_{z \rightarrow a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a}$$

- 導関数

- 微分係数  $f'(a)$  は  $a$  の関数
- $a$  を  $x$  と書き，導関数という
- 導関数を求めることを「微分する」という

課題 0711-1 導関数の定義式をかけ

$$f'(x) =$$

## $x^p$ の微分

課題 0711-2 公式をかけ

$$(x^p)' =$$

課題 0711-3 微分せよ

$$[1] \ y = x$$

$$[2] \ y = x^3$$

$$[3] \ y = x^6$$

課題 0711-4 微分せよ

$$[1] \ y = x^{\frac{1}{2}}$$

$$[2] \ y = x^{-1}$$

$$[3] \ y = \frac{1}{x^2}$$

課題 0711-5 微分せよ

$$[1] \ y = x + \frac{1}{x}$$

$$[2] \ y = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

## 三角関数の微分

課題 0711-6  $\sin x, \cos x$  の微分公式を書け

$$[1] (\sin x)' = \quad [2] (\cos x)' =$$

課題 0711-7  $\cos^2 x$  の意味は次のどれか．番号を答えよ．

$$1 \cos(x^2) \quad 2 (\cos x)^2 \quad 3 (\cos)^2 x$$

課題 0711-8  $\tan x$  の微分公式を書け

$$(\tan x)' =$$

## 積と商の微分

課題 0711-9 積の微分公式を書け

$$(fg)' =$$

課題 0711-10 商の微分公式を書け

$$\left(\frac{f}{g}\right)' =$$

課題 0711-11 次の関数を微分せよ.

$$[1] \ y = x^2 \sin x \quad [2] \ y = \sin^2 x \quad [3] \ y = \frac{\cos x}{\sin x}$$

## $f(ax + b)$ の微分

- $f(ax + b)' = a f'(ax + b)$

そのまま微分

- $((2x + 3)^5)' = 2 \cdot 5(2x + 3)^4 = 10(2x + 3)^4$

課題 0711-12 次の関数を微分せよ.

[1]  $y = (-3x + 4)^5$       [2]  $y = \sin(2x + \frac{\pi}{4})$

# 指数関数の微分



## ネイピア数

- $y = a^x$  の  $(0, 1)$  での接線の傾きがちょうど 1 になる  $a$

課題 0711-13 ネイピア数で  $a$  の値を求めよ

- この  $a$  をネイピア数といい,  $e$  で表す

$$e = 2.7182818284 \dots$$

- $e$  は微分で重要な定数

# 自然対数

- ネイピア数  $e$  を底とする対数を自然対数という

$$y = \log_e x \iff e^y = x$$

- $\ln x$  または底を略して  $\log x$  と書くこともある.
- 自然対数と常用対数の変換

$$\log_e x = \frac{\log_{10} x}{\log_{10} e}, \quad \log_{10} x = \frac{\log_e x}{\log_e 10}$$

関数電卓

# 関数電卓—自然対数と常用対数



# 関数電卓—対数の計算

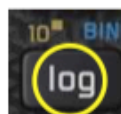
## ◆『基本計算』

### 6. 関数の計算 (3) 対数の計算

#### ■ 常用対数

(例)  $\log 2$

(ログ)  $\log$  2  $\square$   $\square$

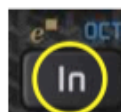


$\log(2)$   
0.3010299957

#### ■ 自然対数

(例)  $\ln 2$

(エル・エヌ)  $\ln$  2  $\square$   $\square$



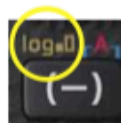
$\ln(2)$   
0.6931471806

#### ■ 底指定対数

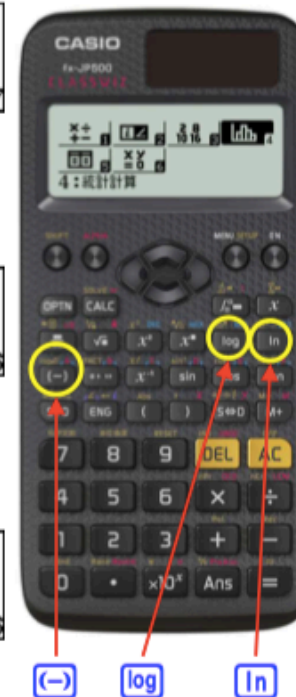
(例)  $\log_3 2$

※底=3の場合

$\text{SHIFT}$   $\text{log}$  3  $\text{>}$  2  $\square$   
 $\log_{\blacksquare}$



$\log_3(2)$   
0.6309297536



$\text{log}$   $\ln$

(15)

# 関数電卓—度とラジアン

## ◆『基本計算』

### 6. 関数の計算 (4)三角関数

#### ■ 度数法での計算

(例)  $\sin 30$

- ① **SHIFT** **MENU** ② **1** : 角度単位を度数法に設定

1: 入力/出力  
2: 角度単位  
3: 表示桁数  
4: 分数表示

1: 度数法(D)  
2: 弧度法(R)  
3: グラード(G)

- ② **sin** 3 0 **)** **=**

$\sin(30)$   
 $\frac{1}{2}$

#### ■ 弧度法での計算

(例)  $\sin \frac{\pi}{6}$

- ① **SHIFT** **MENU** ② **2** : 角度単位を弧度法に設定

- ② **sin** **SHIFT**  **$\times 10^{-x}$**   **$\frac{\pi}{x}$**  **6** **)** **=**  
( $\pi$ )

$\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$   
 $\frac{1}{2}$



# 指数関数 $e^x$ の微分

$$\lim_{z \rightarrow 0} \frac{e^z - 1}{z} = 1$$

$$\begin{aligned} \bullet (e^x)' &= \lim_{z \rightarrow x} \frac{e^z - e^x}{z - x} = \lim_{z \rightarrow x} \frac{e^{x+(z-x)} - e^x}{z - x} \\ &= \lim_{z \rightarrow x} \frac{e^x e^{z-x} - e^x}{z - x} = \lim_{z \rightarrow x} \frac{e^x (e^{z-x} - 1)}{z - x} \\ &= e^x \lim_{z-x \rightarrow 0} \frac{e^{z-x} - 1}{z - x} = e^x \lim_{\substack{z \rightarrow 0 \\ z}} \frac{e^z - 1}{z} = e^x \end{aligned}$$

( $z - x$  を  $z$  と考える)

• よって

$$(e^x)' = e^x$$

微分しても同じ関数になる

## $e^{ax+b}$ の微分

- $$(e^{ax+b})' = a e^{ax+b}$$

そのまま

例  $(e^{2x})' = 2e^{2x}$ ,  $(e^{-x+3})' = -e^{-x+3}$

課題 0711-14 次を微分せよ.

[1]  $y = e^{5x}$

[2]  $y = e^{-2x}$

[3]  $y = e^{3x+1}$

[4]  $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$



## 自然対数 $y = \log x$ の微分

$$\bullet \quad (\log x)' = \frac{1}{x} \quad (\log(ax + b))' = \frac{a}{ax + b}$$

証明  $(\log x)' = \lim_{z \rightarrow x} \frac{\log z - \log x}{z - x}$

$\log z = w, \log x = u$  とおくと  $z = e^w, x = e^u, w \rightarrow u$

$$= \lim_{w \rightarrow u} \frac{w - u}{e^w - e^u} = \frac{1}{e^u} = \frac{1}{x}$$

課題 0711-15 次の関数を微分せよ.

[1]  $y = \log(-x)$  [2]  $y = \log 2x$  [3]  $y = \log(x + 5)$