三角比と三角関数

2022.04.25

2 次関数と方程式 (復習＋)

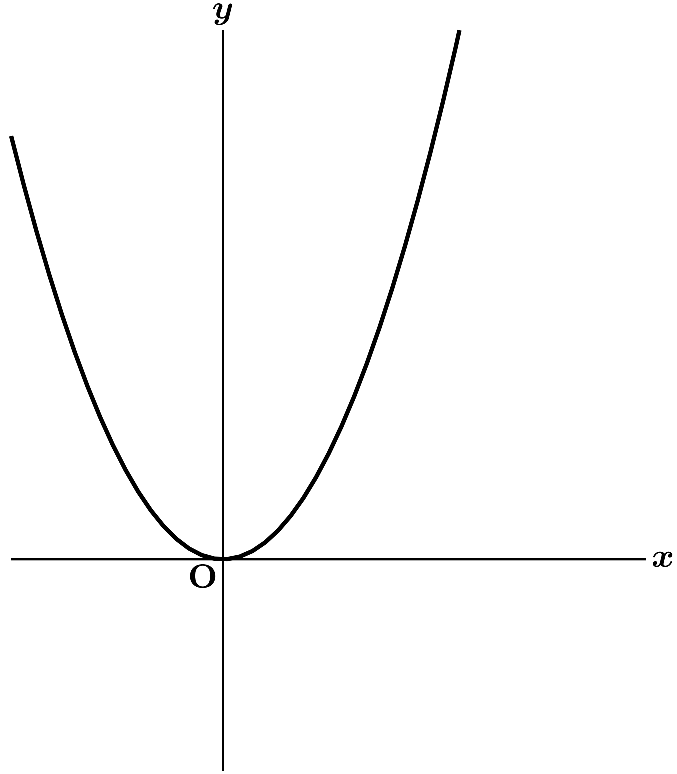
2 次関数のグラフ

(1) $y = a(x - b)^2 + c$

2 次関数のグラフ

(1) $y = a(x-b)^2 + c$

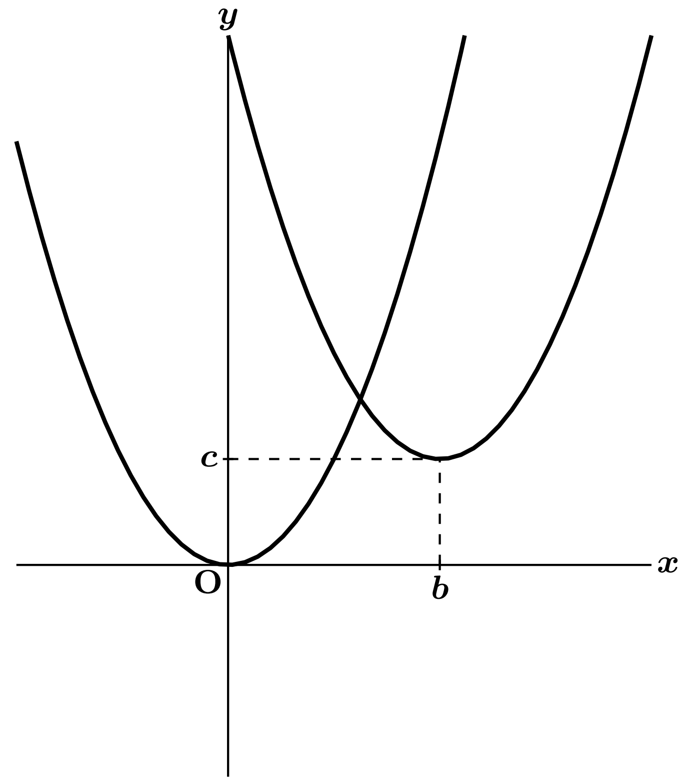
- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ



2 次関数のグラフ

(1) $y = a(x-b)^2 + c$

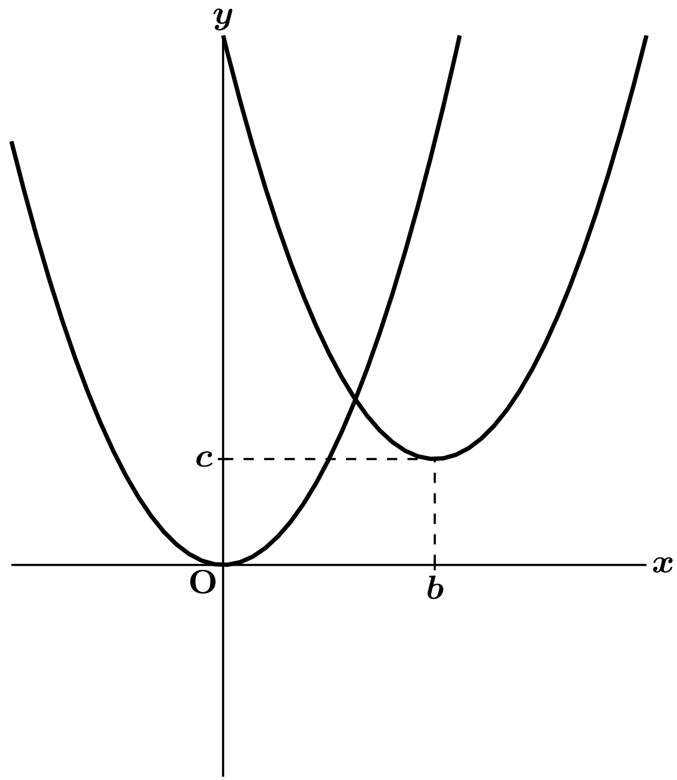
- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ
- x 方向に b，y 方向に c 平行移動



2 次関数のグラフ

(1) $y = a(x - b)^2 + c$

- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ
- x 方向に b, y 方向に c 平行移動
- 頂点は $(b,\ c)$

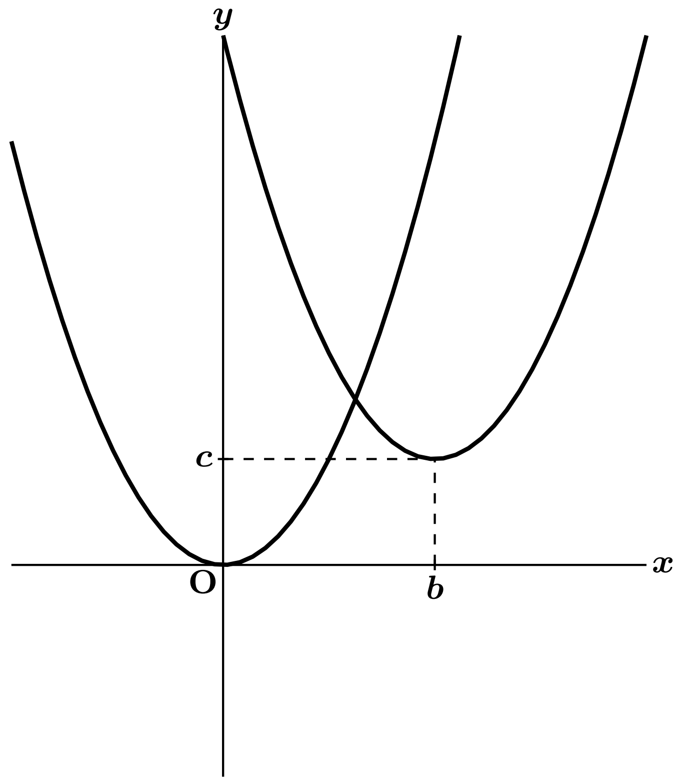


2 次関数のグラフ

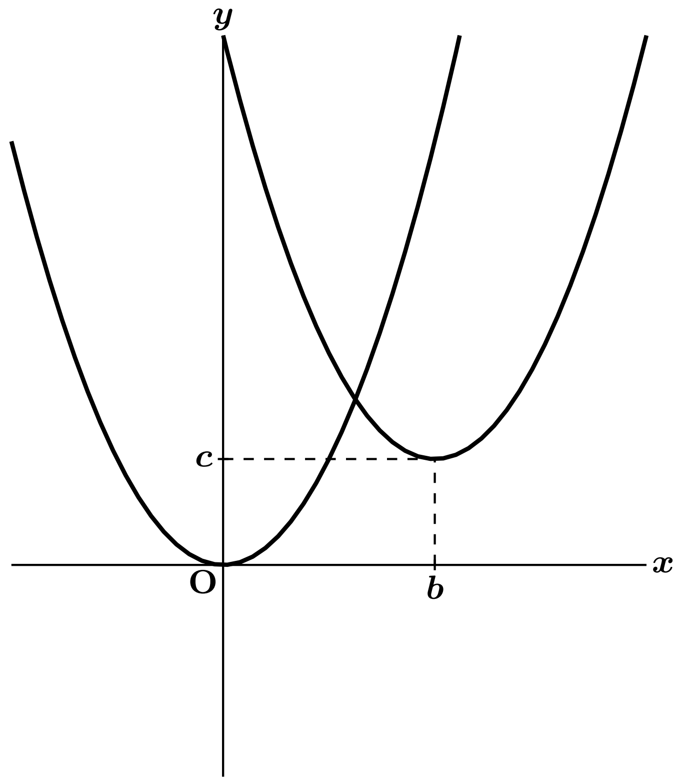
(1) $y = a(x-b)^2 + c$

- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ
- x 方向に b，y 方向に c 平行移動
- 頂点は $(b,\ c)$

(2) $y = ax^2 + bx + c$



2 次関数のグラフ



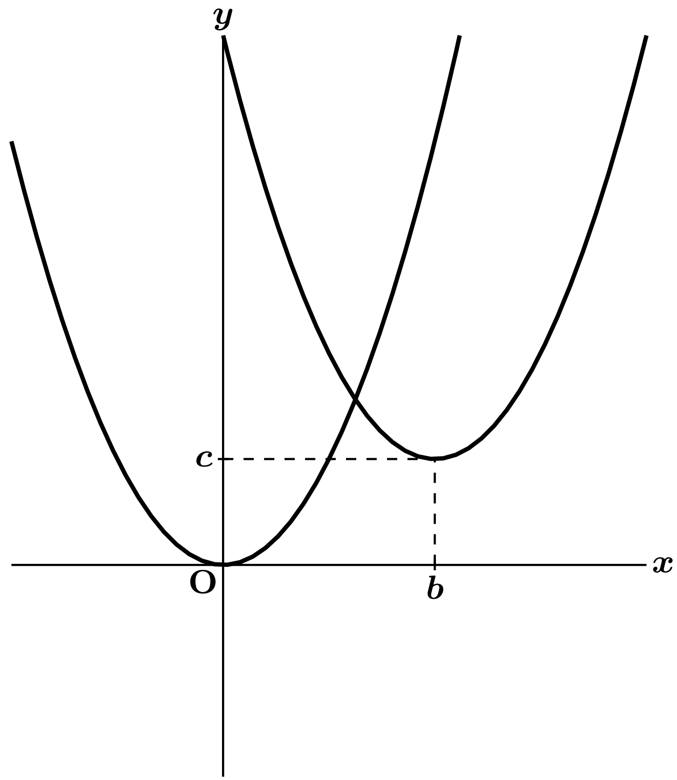
(1) $y = a(x-b)^2 + c$

- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ
- x 方向に b, y 方向に c 平行移動
- 頂点は $(b,\ c)$

(2) $y = ax^2 + bx + c$

- (1) の形に変形（平方完成)

2 次関数のグラフ



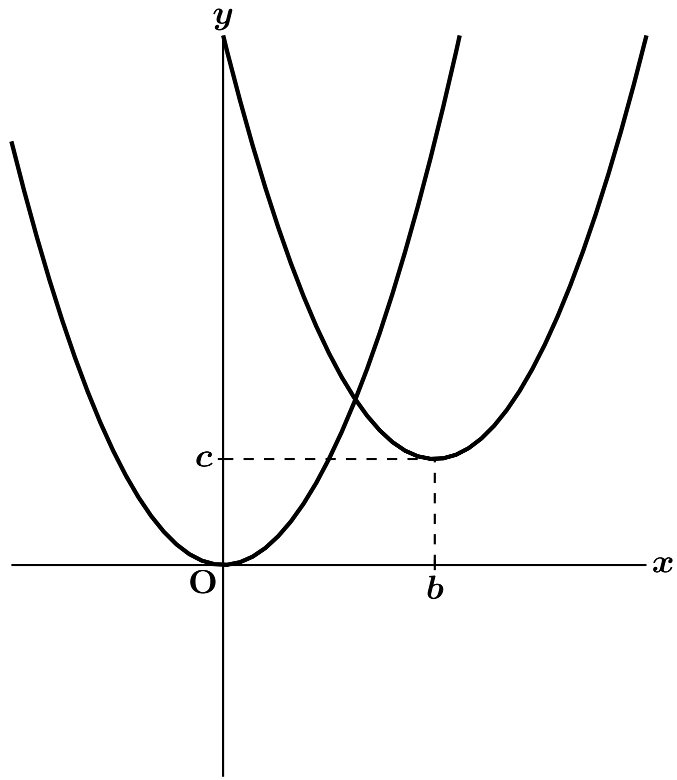
(1) $y = a(x-b)^2 + c$

- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ
- x 方向に b，y 方向に c 平行移動
- 頂点は $(b,\ c)$

(2) $y = ax^2 + bx + c$

- (1) の形に変形（平方完成)
- 例）$y = x^2 + 4x + 1$

2 次関数のグラフ



(1) $y = a(x-b)^2 + c$

- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ
- x 方向に b，y 方向に c 平行移動
- 頂点は $(b,\ c)$

(2) $y = ax^2 + bx + c$

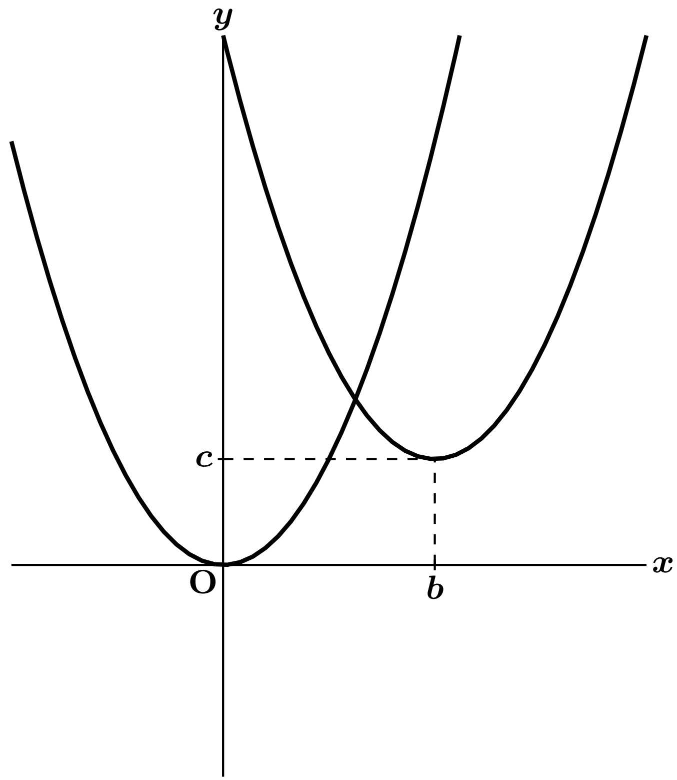
- (1) の形に変形（平方完成)
- 例）$y = x^2 + 4x + 1$

$$= (x^2 + 4x + 4) - 4 + 1$$

2 次関数のグラフ

(1) $y = a(x-b)^2 + c$

- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ
- x 方向に b，y 方向に c 平行移動
- 頂点は $(b,\ c)$



(2) $y = ax^2 + bx + c$

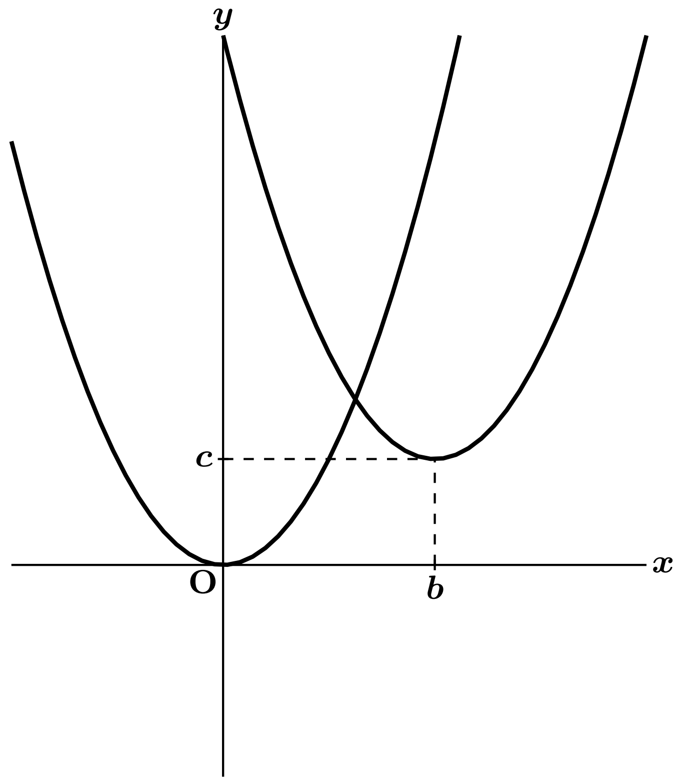
- (1) の形に変形（平方完成)
- 例）$y = x^2 + 4x + 1$

$$= (x^2 + 4x + 4) - 4 + 1 = (x+2)^2 - 3$$

2次関数のグラフ

(1) $y = a(x-b)^2 + c$

- $y = ax^2$ のグラフと形は同じ
- x 方向に b, y 方向に c 平行移動
- 頂点は $(b,\ c)$



(2) $y = ax^2 + bx + c$

- (1) の形に変形（平方完成)
- 例）$y = x^2 + 4x + 1$

$$= (x^2 + 4x + 4) - 4 + 1 = (x+2)^2 - 3$$

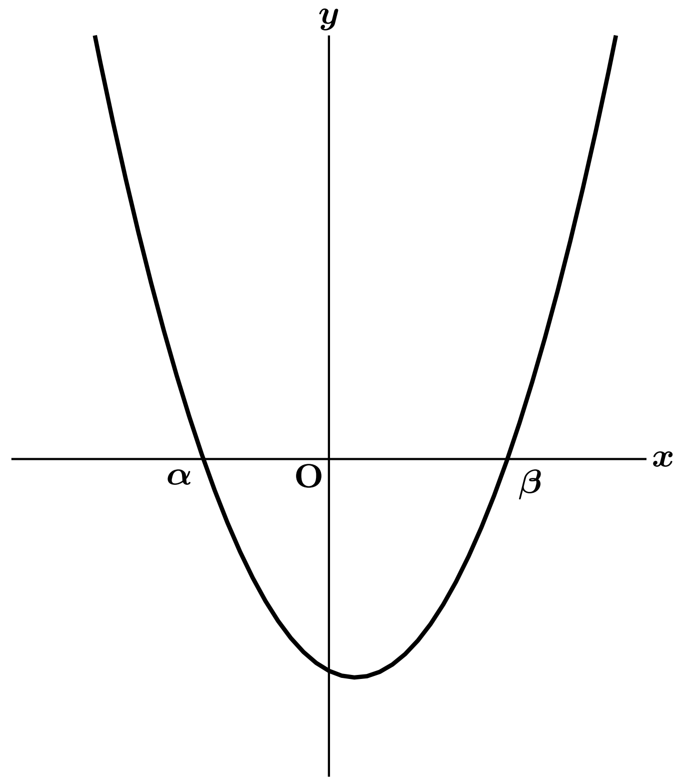
頂点は $(-2, -3)$

2 次方程式の解

- 方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は

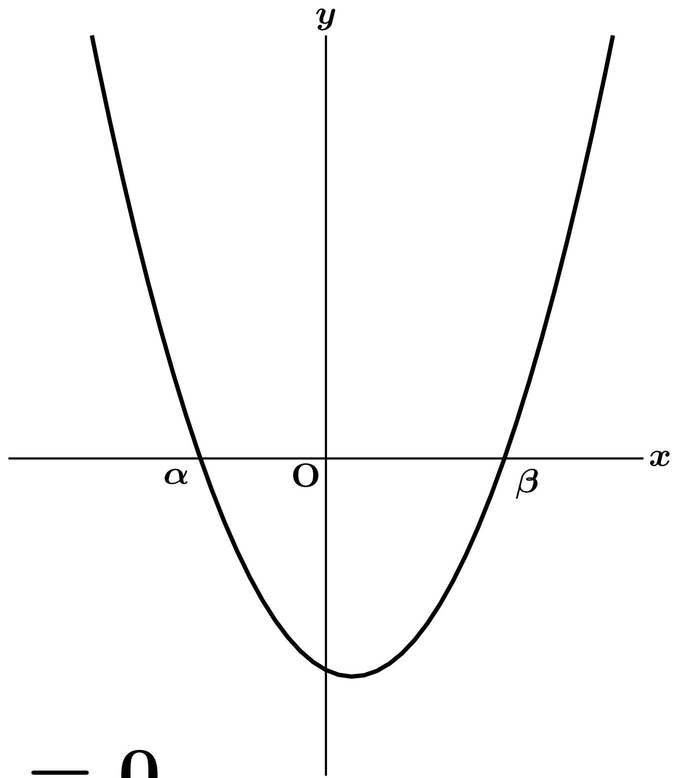
2 次方程式の解

- 方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は
  $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと
  x 軸との交点の x 座標



2 次方程式の解

- 方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は
  $y = ax^2 + bx + c$ のグラフと
  x 軸との交点の x 座標



課題 0425-1 グラフをかき，
方程式の解を求めよ

[1] $y = x^2 - 2x - 3,\ x^2 - 2x - 3 = 0$

[2] $y = 2x^2 + 7x - 4,\ 2x^2 + 7x - 4 = 0$

解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$

解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$

  $(x + a)^2 - a^2 + b = 0$

解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$

  $(x+a)^2 - a^2 + b = 0$

  $(x+a)^2 = a^2 - b$

解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$

  $(x + a)^2 - a^2 + b = 0$

  $(x + a)^2 = a^2 - b$

  $x + a = \pm\sqrt{a^2 - b}$

解の公式 1

- $x^2 + 2ax + b = 0$

  $(x+a)^2 - a^2 + b = 0$

  $(x+a)^2 = a^2 - b$

  $x + a = \pm\sqrt{a^2 - b}$

  よって $\boxed{x = -a \pm \sqrt{a^2 - b}}$

解の公式 2

- 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

解の公式 2

- 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

例）$2x^2 - 5x + 1 = 0$

解の公式 2

- 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

例）$2x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2}$$

解の公式 2

- 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

例）$2x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

解の公式 2

- 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

例）$2x^2 - 5x + 1 = 0$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1}}{2 \cdot 2} = \frac{5 \pm \sqrt{17}}{4}$$

課題 0425-2 次の 2 次方程式を解け．　Text P.74

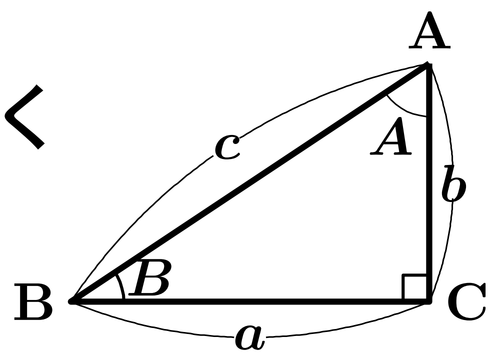
[1] $2x^2 + 2x - 3 = 0$　[2] $3x^2 + 5x + 1 = 0$

[3] $2x^2 + x - 2 = 0$　[4] $x^2 + 3x + 1 = 0$

三角比

三平方の定理

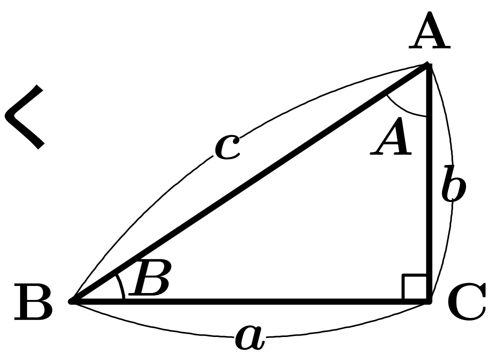
- 角 C が直角の直角三角形 $\triangle\mathrm{ABC}$
- $\mathrm{BC} = a,\ \mathrm{CA} = b,\ \mathrm{AB} = c$ とおく



三平方の定理

- 角 C が直角の直角三角形 $\triangle\mathrm{ABC}$
- $\mathrm{BC} = a,\ \mathrm{CA} = b,\ \mathrm{AB} = c$ とおく

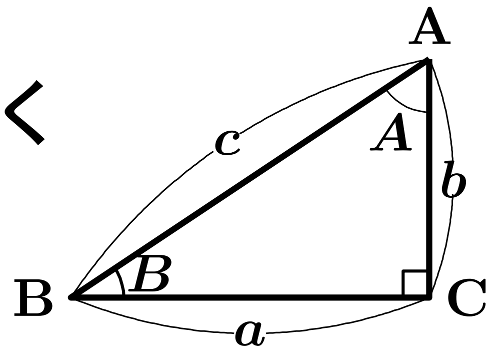
$$\Longrightarrow \boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$



三平方の定理

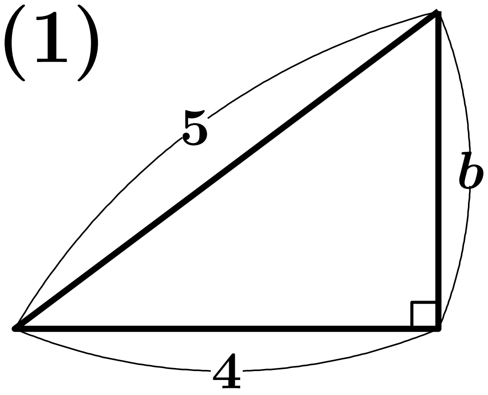
- 角 C が直角の直角三角形 △ABC
- $\mathrm{BC} = a,\ \mathrm{CA} = b,\ \mathrm{AB} = c$ とおく

$$\Longrightarrow \boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

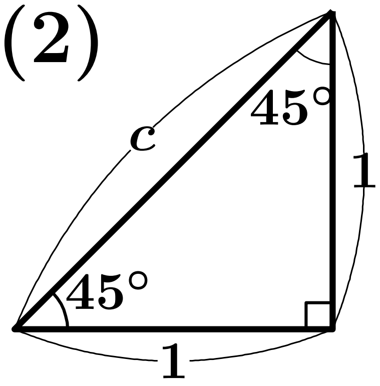


課題 0425-3 次の $a,\ b,\ c$ を求めよ

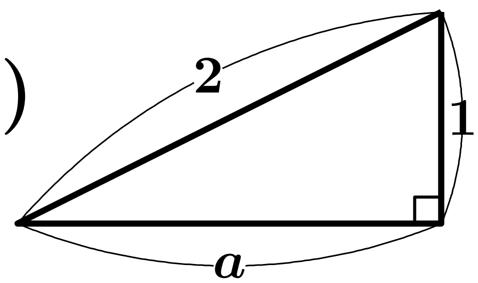
(1)



(2)



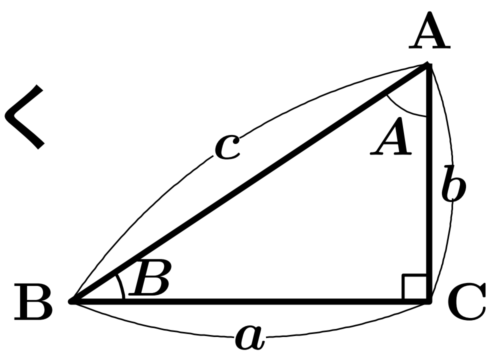
(3)



三平方の定理

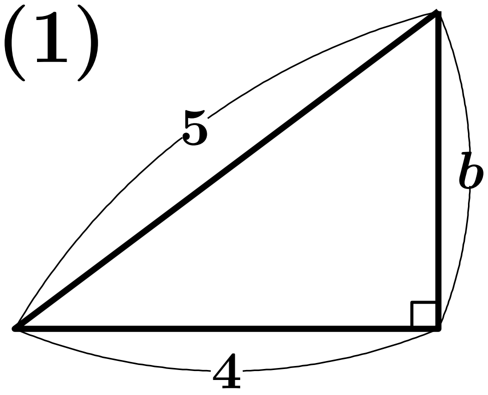
- 角 C が直角の直角三角形 △ABC
- $\mathrm{BC} = a,\ \mathrm{CA} = b,\ \mathrm{AB} = c$ とおく

$$\Longrightarrow \boxed{a^2 + b^2 = c^2}$$

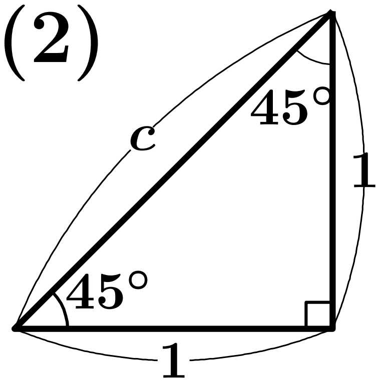


課題 0425-3 次の $a,\ b,\ c$ を求めよ

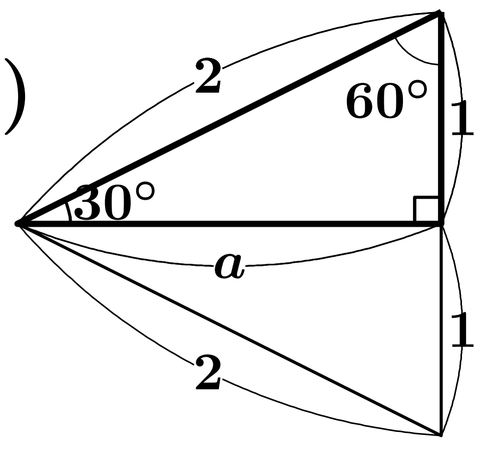
(1)



(2)



(3)

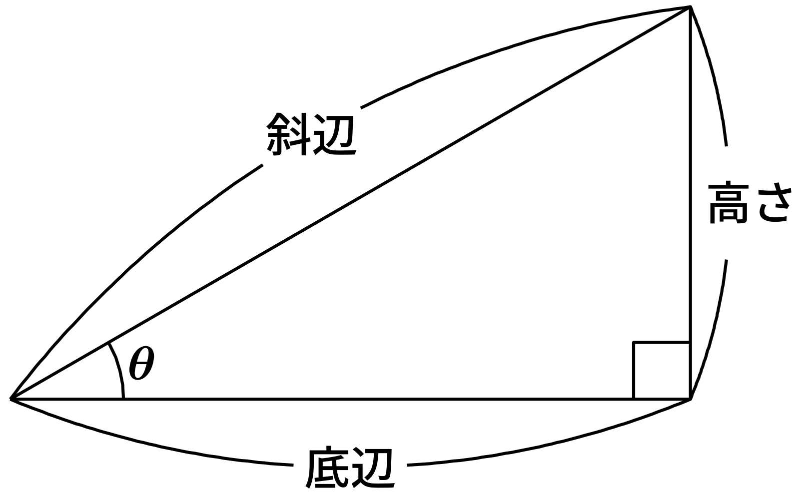


鋭角の三角比

$$\cos\theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{斜辺}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{底辺}}$$

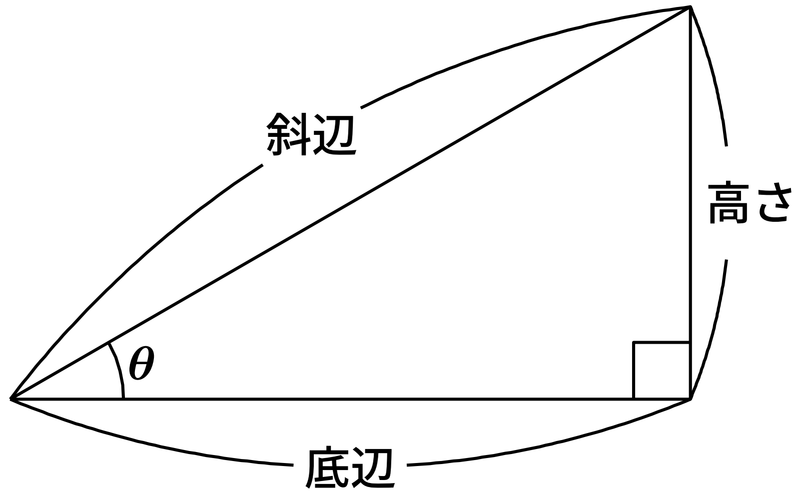


鋭角の三角比

$$\cos\theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{斜辺}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{底辺}}$$



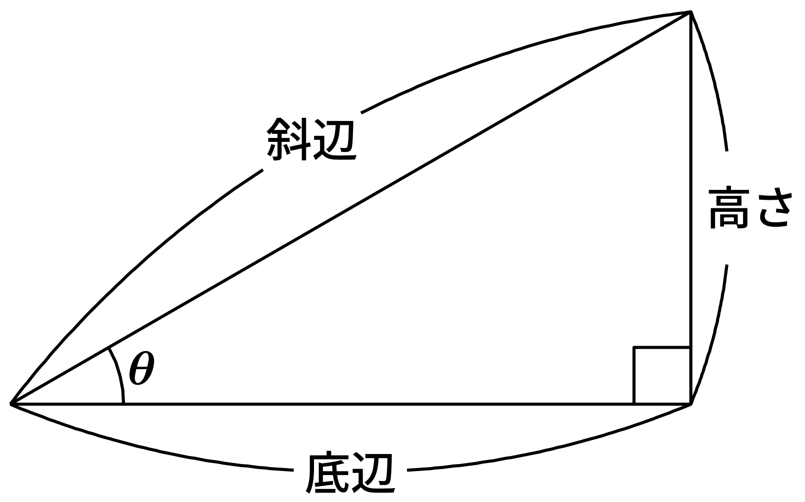
比だから大きさによらない

鋭角の三角比

$$\cos\theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{斜辺}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{底辺}}$$



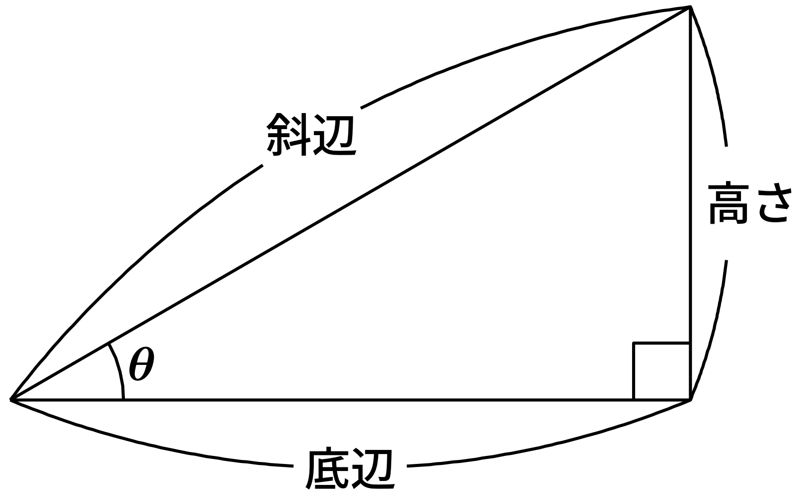
比だから大きさによらない
角 θ だけで決まる

鋭角の三角比

$$\cos\theta = \frac{\text{底辺}}{\text{斜辺}}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{斜辺}}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{高さ}}{\text{底辺}}$$



比だから大きさによらない
角 θ だけで決まる

課題　0425-4 次の三角比を求めよ．

（前ページの図または Text P.105 を用いよ）

[1] $\cos 30^\circ$　[2] $\sin 45^\circ$　[3] $\tan 60^\circ$

練習 (鋭角の三角比)

課題 0425-5 図の三角形について次を求めよ．

[1] x°	[2] 辺 AC	[3] 辺 AB
[4] $\tan x$	[5] $\cos x$	[6] $\sin x$
[7] $\tan 59^\circ$	[8] $\cos 59^\circ$	[9] $\sin 59^\circ$

三角比の拡張 1

(1) 0°

(2) 90°

(3) 鈍角 $(90^\circ < \theta < 180^\circ$

三角比の拡張１

(1) 0°

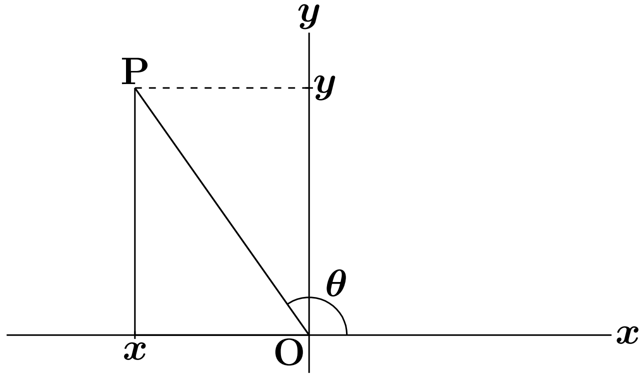
(2) 90°

(3) 鈍角 $(90^\circ < \theta < 180^\circ$

課題 0425-6 「鈍角等の三角比」で三角比がどうなるかを考えよ

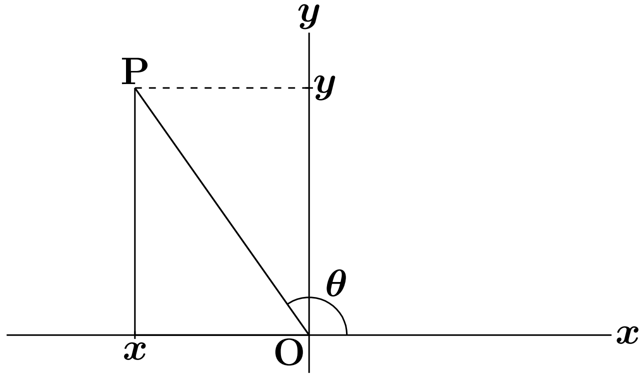
鈍角等の三角比

- 鈍角のとき，θ を 1 つの角とする直角三角形ができない



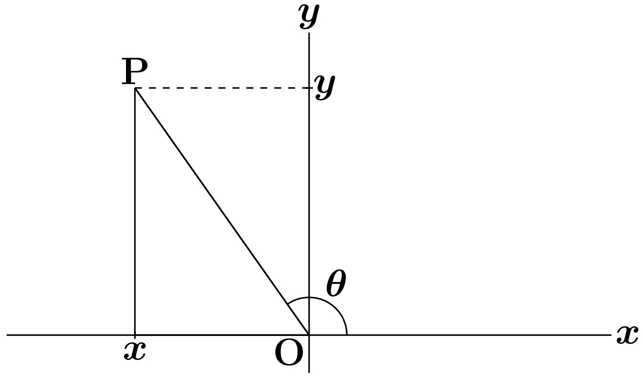
鈍角等の三角比

- 鈍角のとき，θ を 1 つの角とする直角三角形ができない
- 座標軸をおく
- 頂点 P の座標を (x, y) とする
- 斜辺 $= \mathrm{OP}$, 底辺 $= x$, 高さ $= y$



鈍角等の三角比

- 鈍角のとき，θ を 1 つの角とする直角三角形ができない
- 座標軸をおく
- 頂点 P の座標を (x, y) とする
- 斜辺 $=$ OP, 底辺 $= x$, 高さ $= y$



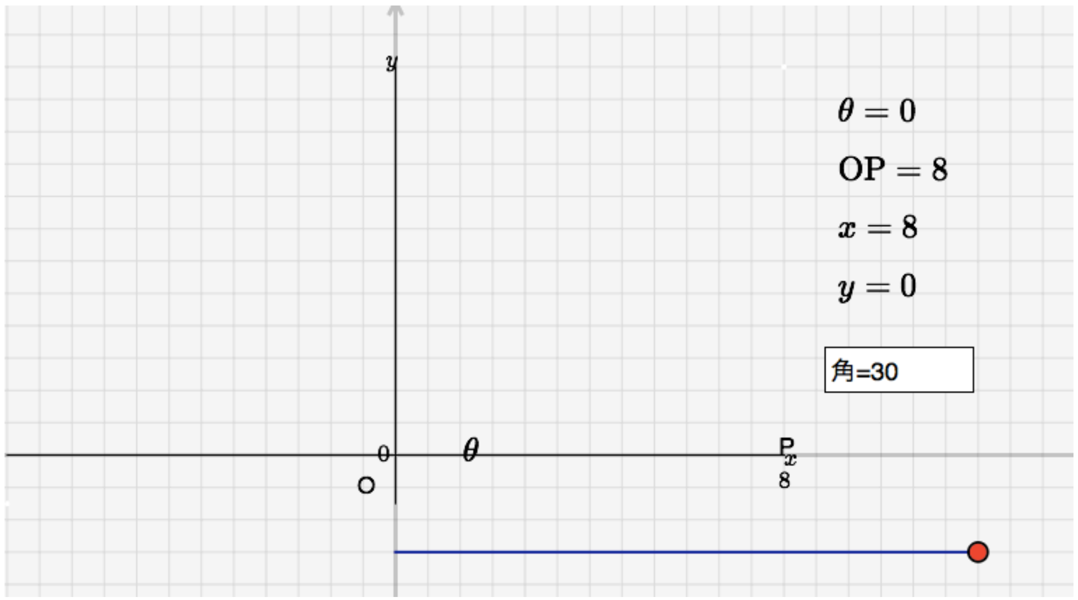
$$\cos\theta = \frac{x}{\mathrm{OP}},\ \sin\theta = \frac{y}{\mathrm{OP}},\ \tan\theta = \frac{y}{x}$$

0° の三角比

$$\cos 0^\circ =$$

$$\sin 0^\circ =$$

$$\tan 0^\circ =$$

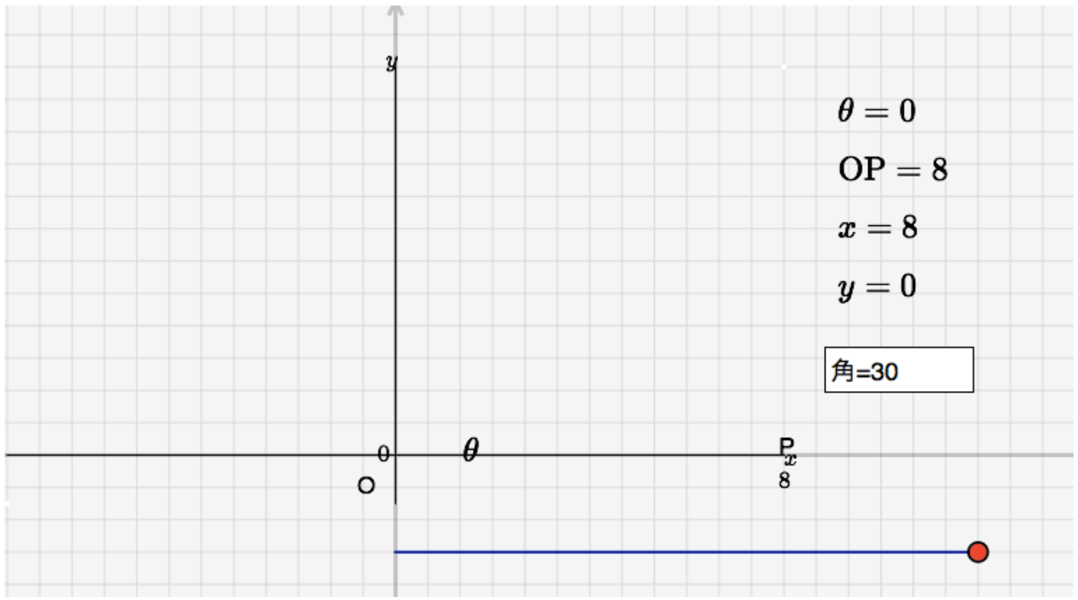


0° の三角比

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\sin 0^\circ =$$

$$\tan 0^\circ =$$

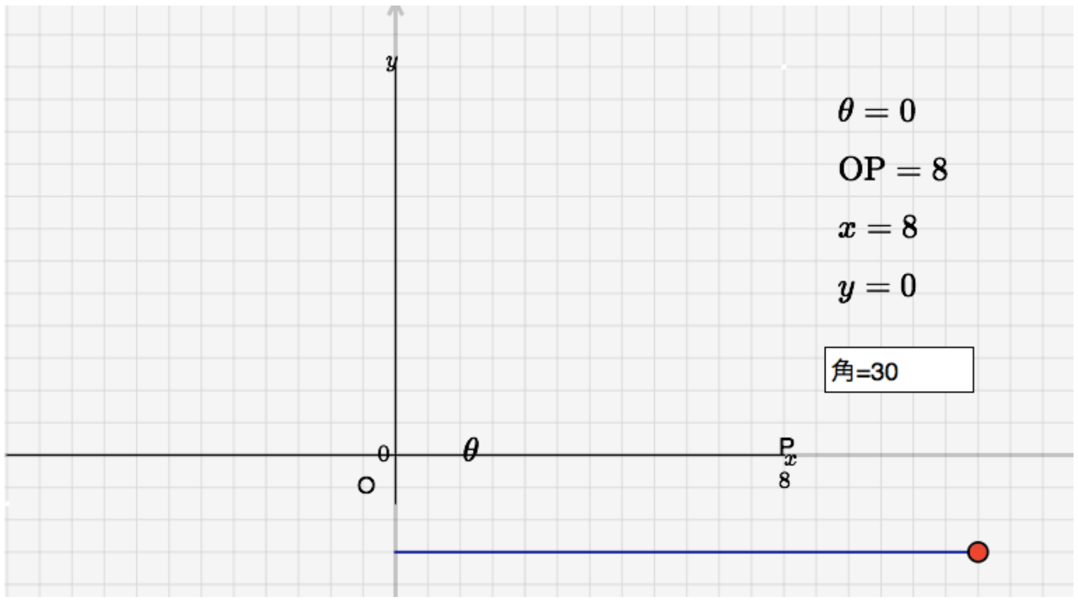


0° の三角比

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

$$\tan 0^\circ =$$

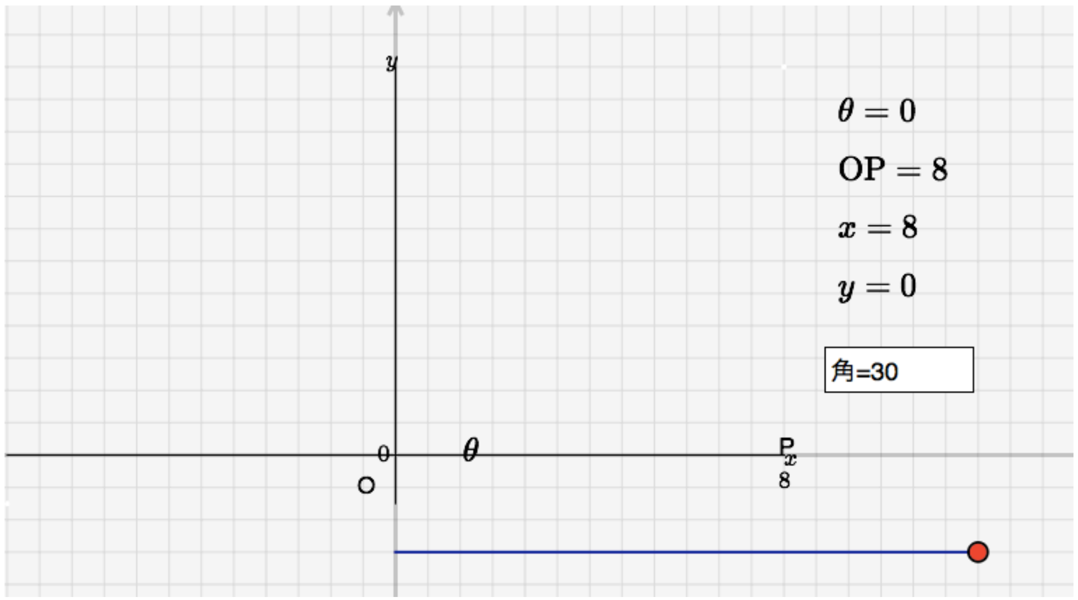


0° の三角比

$$\cos 0^\circ = 1$$

$$\sin 0^\circ = 0$$

$$\tan 0^\circ = 0$$

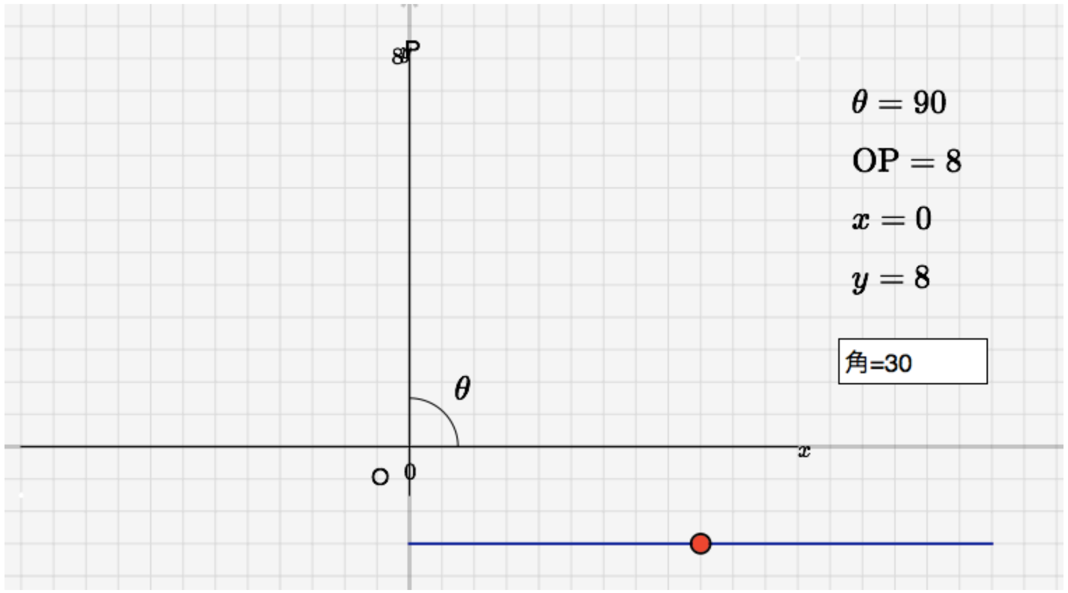


90° の三角比

$$\cos 90^\circ =$$

$$\sin 90^\circ =$$

$$\tan 90^\circ =$$

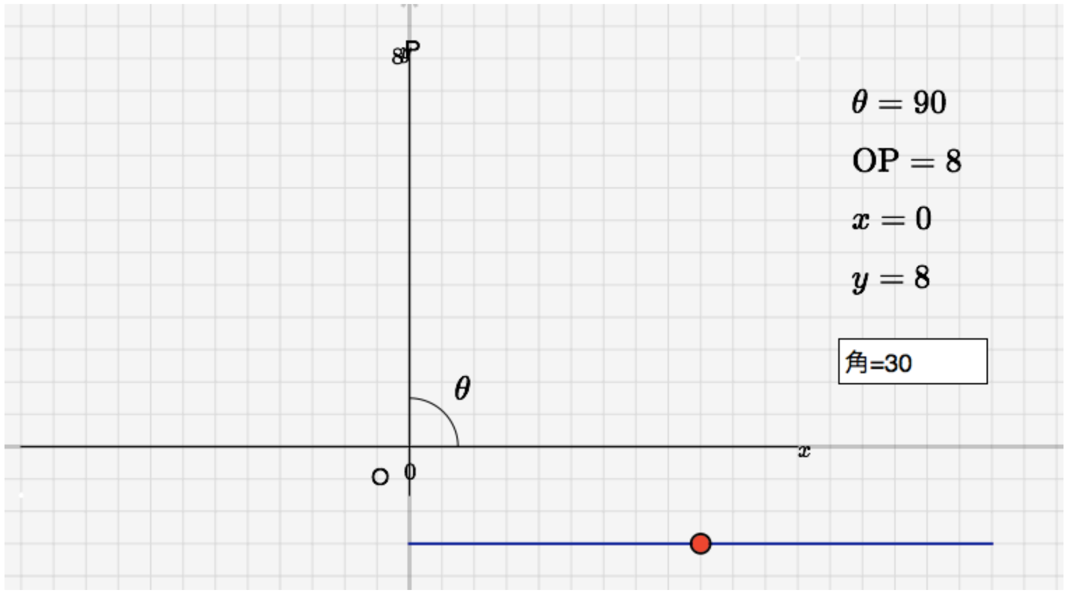


90° の三角比

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\sin 90^\circ =$$

$$\tan 90^\circ =$$

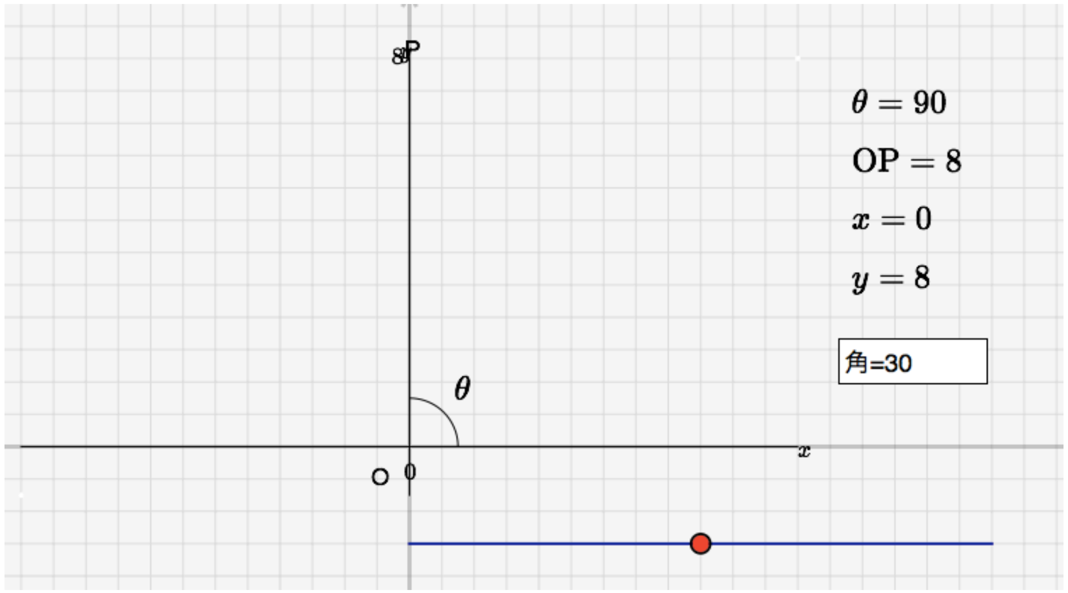


90° の三角比

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\tan 90^\circ =$$

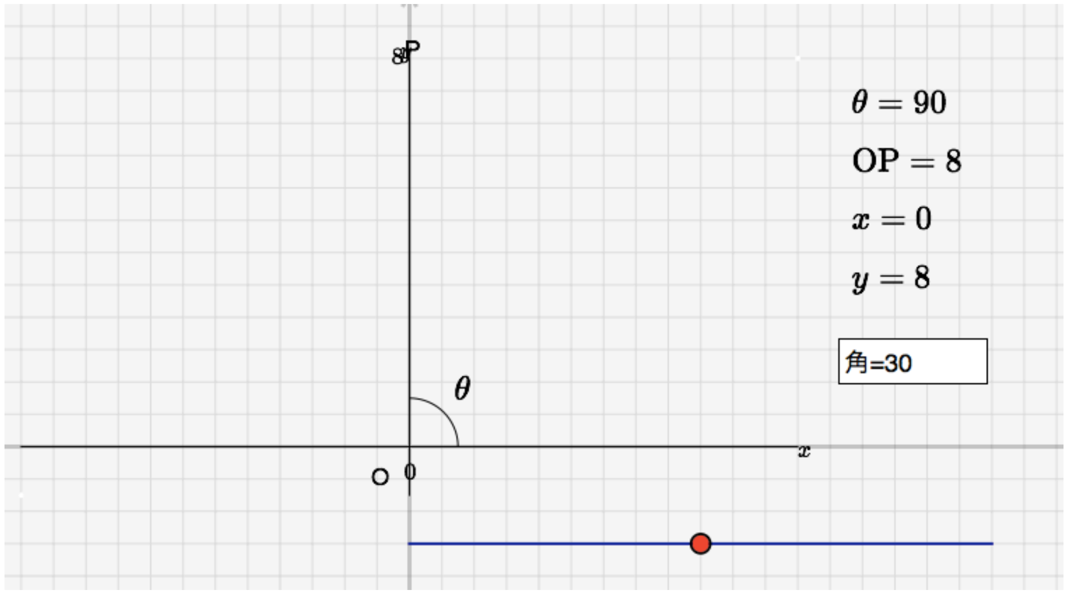


90° の三角比

$$\cos 90^\circ = 0$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$\tan 90^\circ =$ 値がない

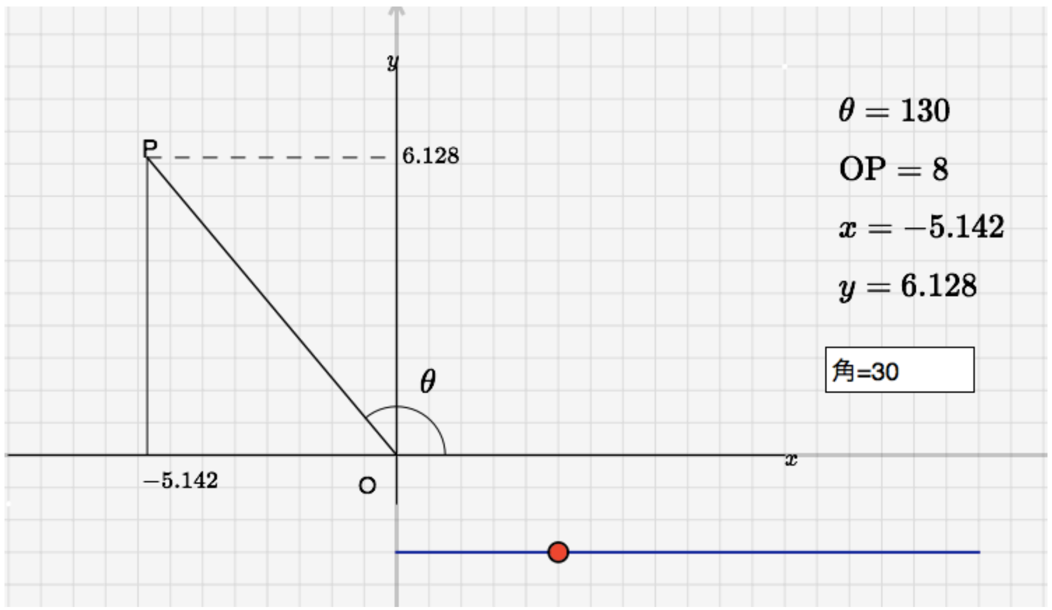


鈍角の三角比の符号

$\cos$ は

$\sin$ は

$\tan$ は

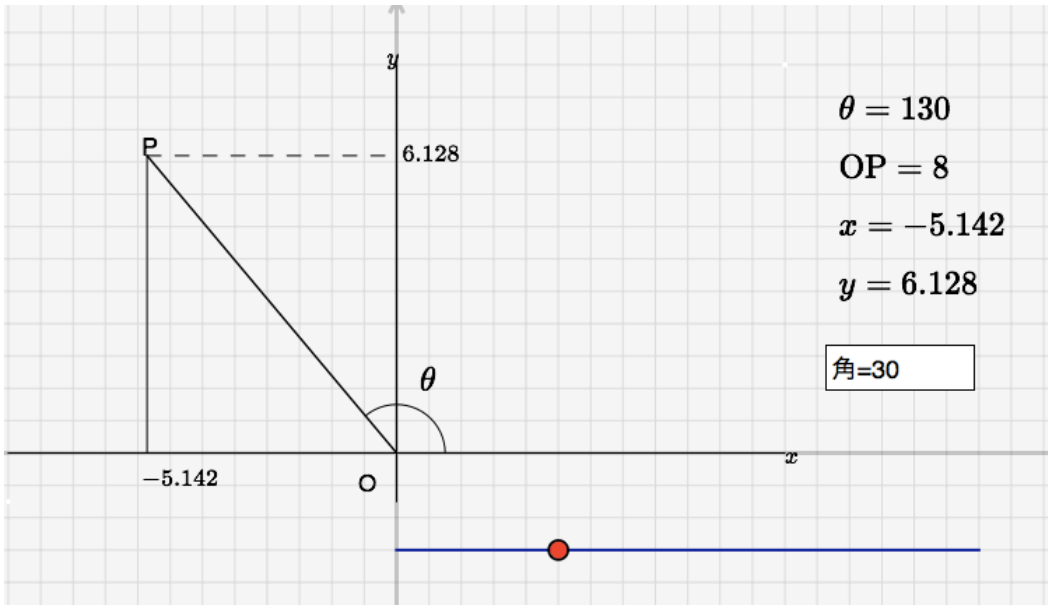


鈍角の三角比の符号

$\cos$ は $-$

$\sin$ は

$\tan$ は

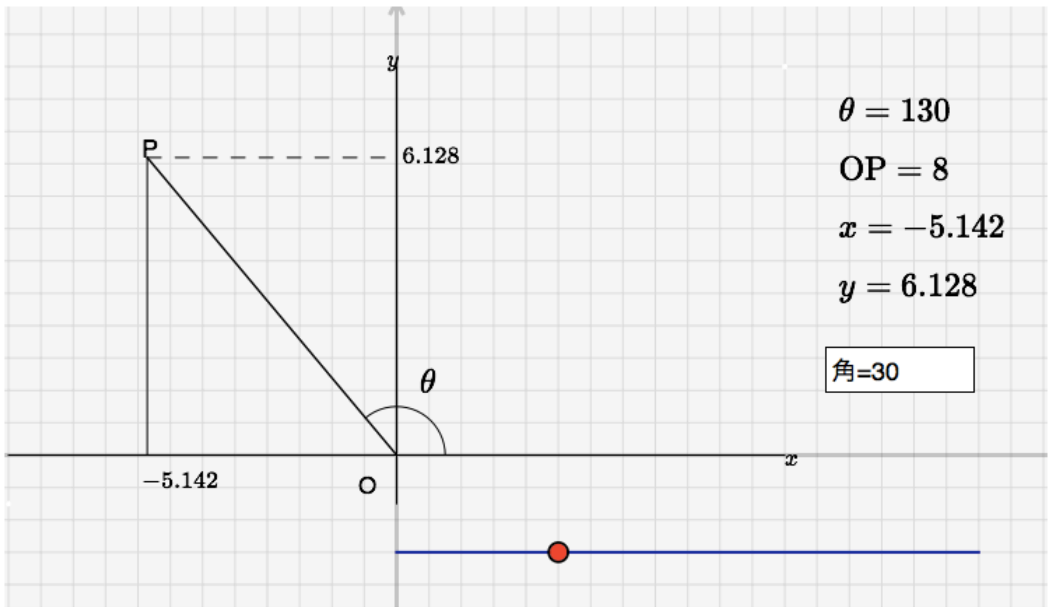


鈍角の三角比の符号

$\cos$ は $-$

$\sin$ は $+$

$\tan$ は

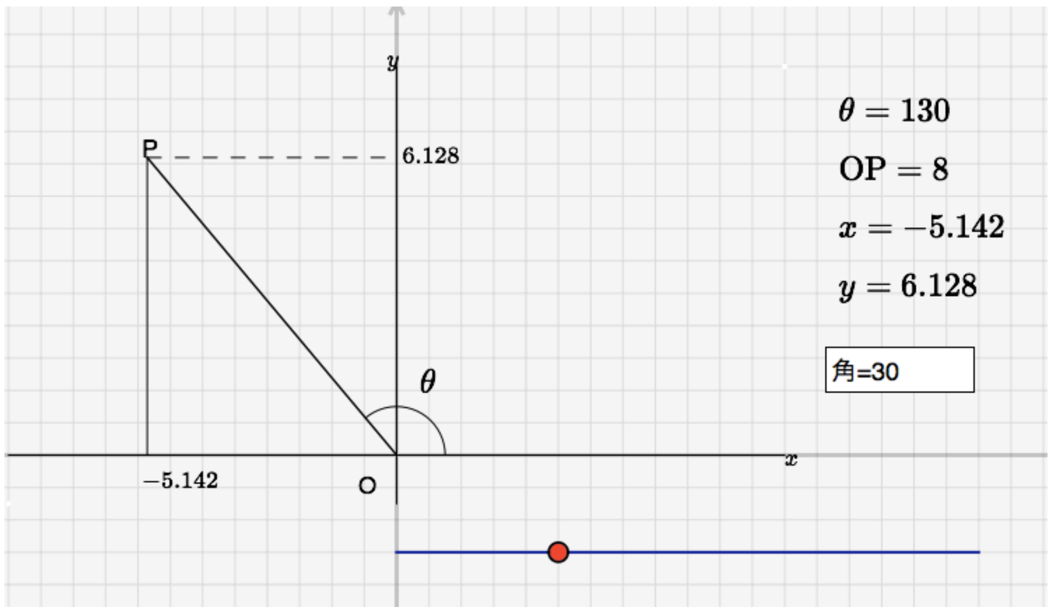


鈍角の三角比の符号

cos は $-$

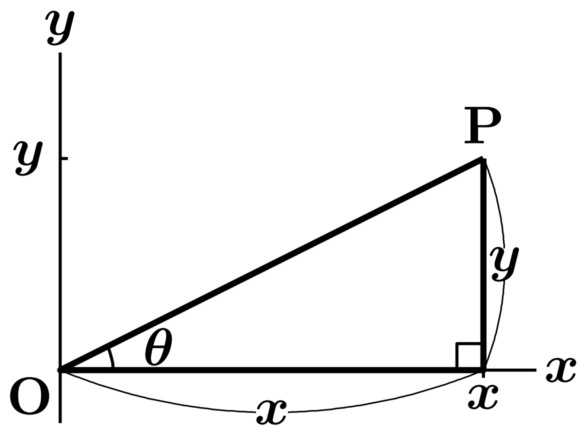
sin は $+$

tan は $-$



三角比の相互関係

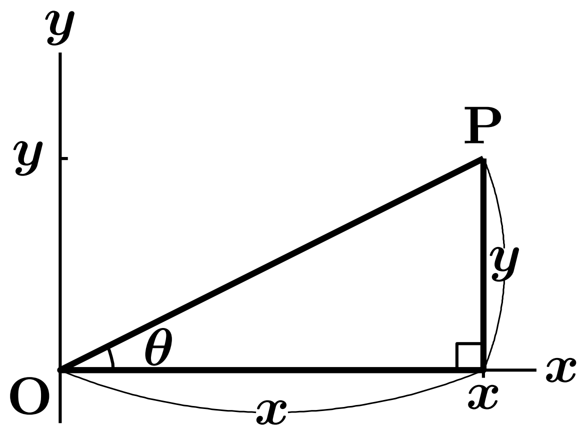
(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$



三角比の相互関係

$$(1)\quad \tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

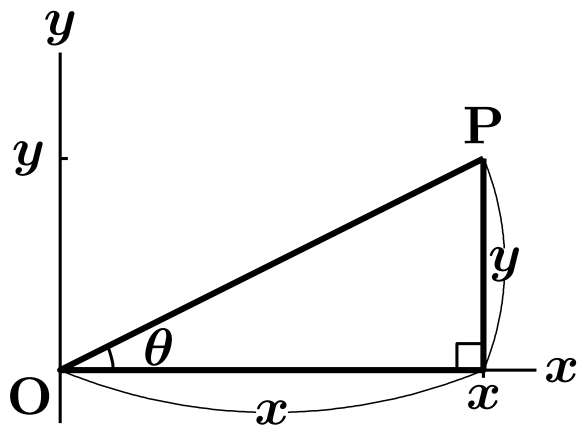
証) $\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{\frac{y}{\mathrm{OP}}}{\frac{x}{\mathrm{OP}}}$



三角比の相互関係

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

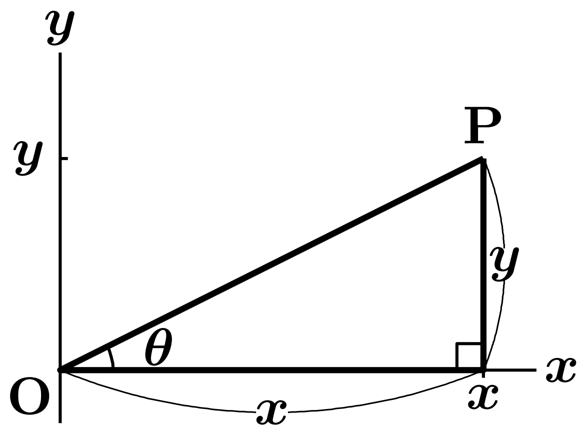
証) $\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{\frac{y}{\mathrm{OP}}}{\frac{x}{\mathrm{OP}}} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$



三角比の相互関係

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

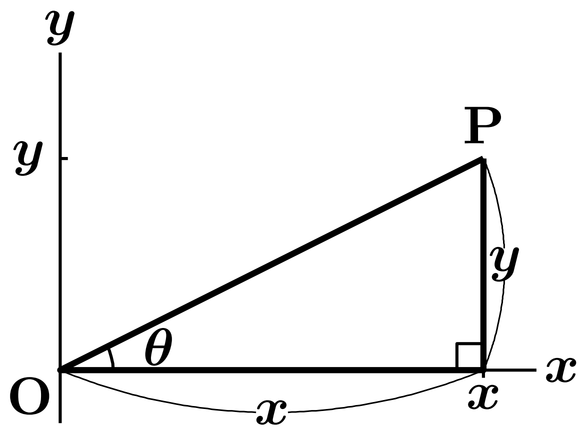
証) $\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{\frac{y}{\mathrm{OP}}}{\frac{x}{\mathrm{OP}}} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$



(2) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

三角比の相互関係

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$



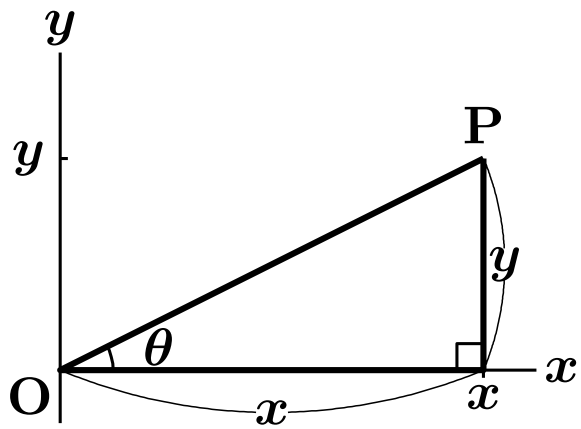
証) $\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{\frac{y}{\mathrm{OP}}}{\frac{x}{\mathrm{OP}}} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(2) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\big(\cos(\theta)\big)^2$ を $\cos^2\theta$ と書く

三角比の相互関係

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$



証) $\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{\frac{y}{\mathrm{OP}}}{\frac{x}{\mathrm{OP}}} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

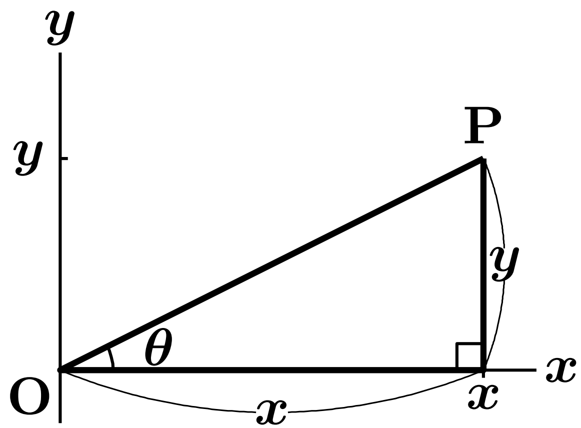
(2) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\left(\cos(\theta)\right)^2$ を $\cos^2\theta$ と書く

証) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = \dfrac{x^2}{\mathrm{OP}^2} + \dfrac{y^2}{\mathrm{OP}^2}$

三角比の相互関係

(1) $\tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$



証) $\tan\theta = \dfrac{y}{x} = \dfrac{\frac{y}{\mathrm{OP}}}{\frac{x}{\mathrm{OP}}} = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(2) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\left(\cos(\theta)\right)^2$ を $\cos^2\theta$ と書く

証) $\cos^2\theta + \sin^2\theta = \dfrac{x^2}{\mathrm{OP}^2} + \dfrac{y^2}{\mathrm{OP}^2} = \dfrac{x^2+y^2}{\mathrm{OP}^2} = 1$

課題 (三角比の相互関係)

課題 0425-7 $\cos\theta = \dfrac{1}{3}$ のとき，$\sin\theta$ を求めよ．ただし，θ は鋭角とする　　TextP107

課題 0425-8 $\sin\theta = \dfrac{2}{3}$ とする．次の場合のそれぞれについて $\cos\theta$ を求めよ

[1] θ が鋭角のとき　　[2] θ が鈍角のとき

一般角

一般角

- これまで，角 θ は 2 つの線分の間の角だった

$$0^\circ \leqq \theta \leqq 360^\circ$$

一般角

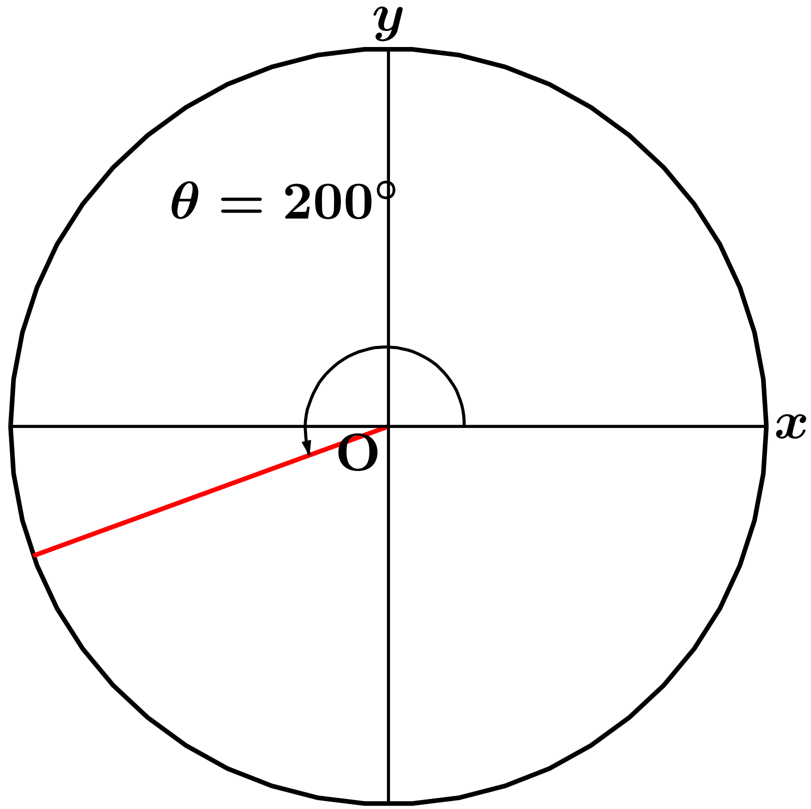
- これまで，角 θ は 2 つの線分の間の角だった

$$0^\circ \leqq \theta \leqq 360^\circ$$

- 角を回転を表す量とすると
  θ はどんな実数でもよい．

  ・x 軸を始線とする

  ・$\theta > 0^\circ$ のとき，反時計回り



一般角

- これまで，角 θ は 2 つの線分の間の角だった

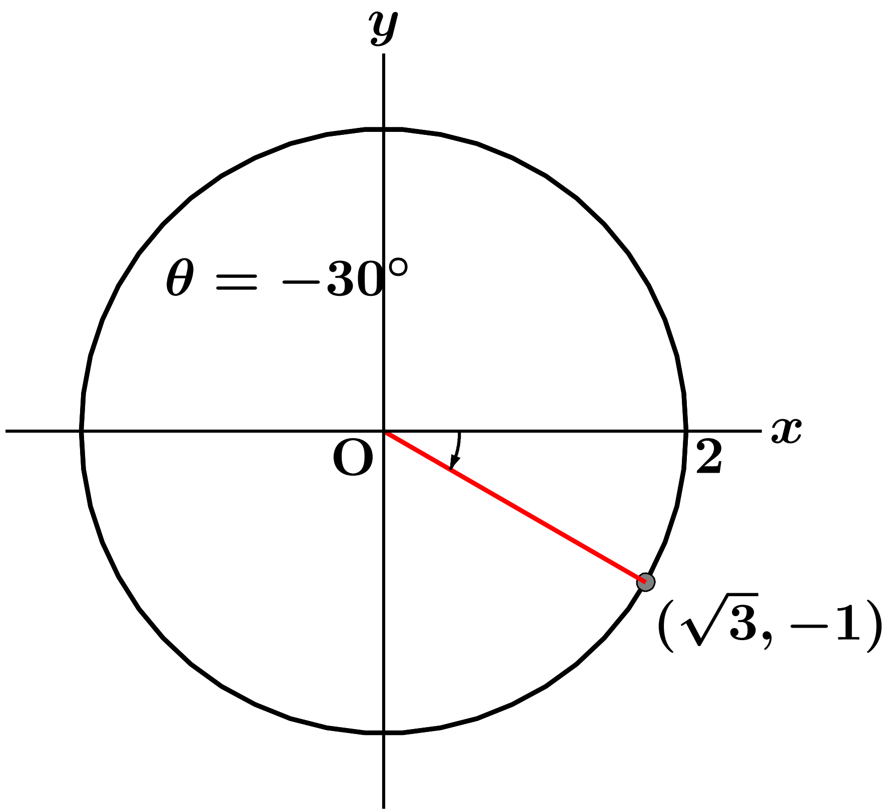
$$0^\circ \leqq \theta \leqq 360^\circ$$

- 角を回転を表す量とすると
  θ はどんな実数でもよい．

  · x 軸を始線とする

  · $\theta > 0^\circ$ のとき，反時計回り

  · $\theta < 0^\circ$ のとき，時計回り



一般角

HTML「一般角」で一般角を見てみよう

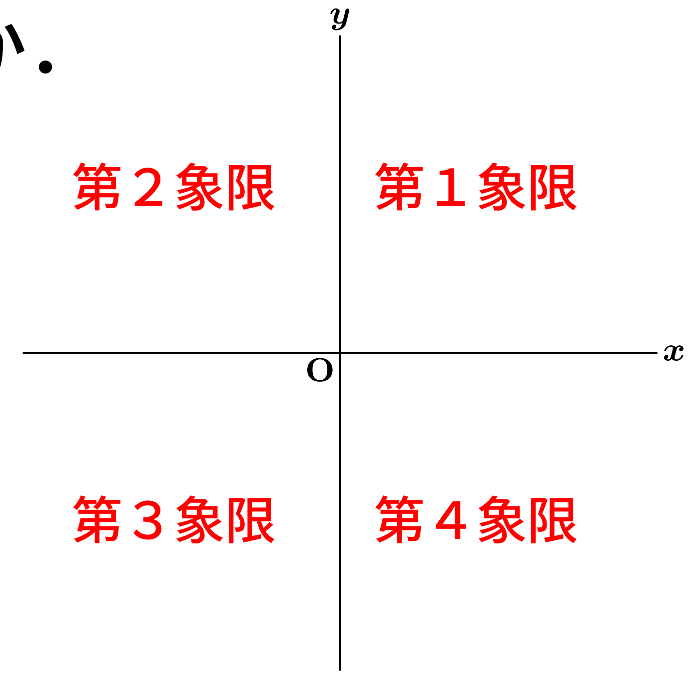
一般角

HTML「一般角」で一般角を見てみよう

課題 0425-9 次の角は第何象限にあるか.

[1] 400°　[2] 600°

[3] -500°　[4] -700°



一般角の三角比

- 座標を使う（鈍角の場合と同じ）

一般角の三角比

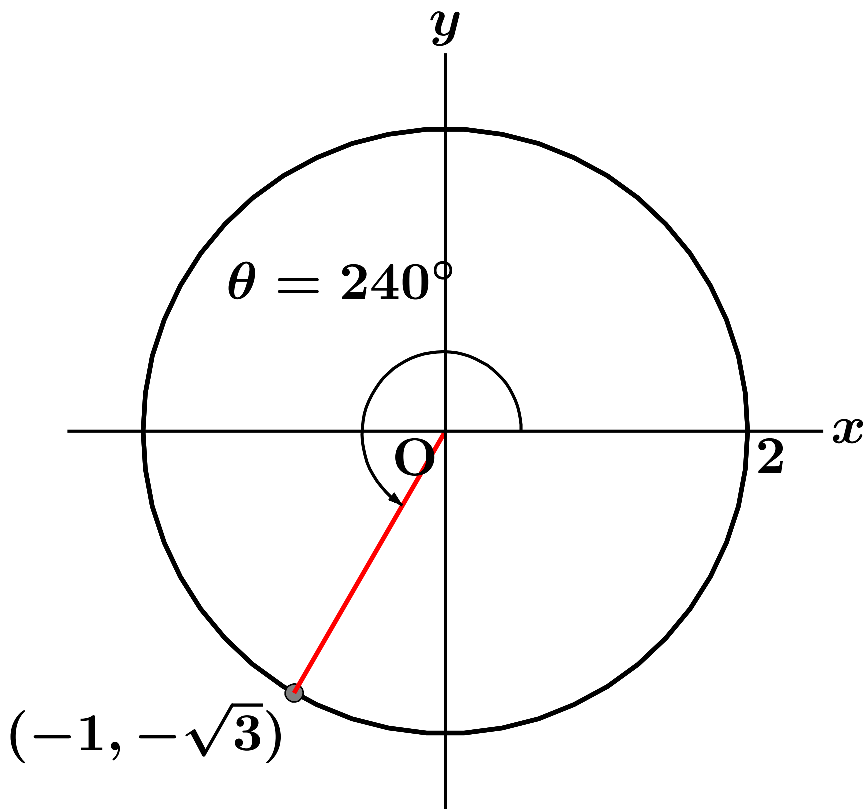
- 座標を使う（鈍角の場合と同じ）

例 $\theta = 240^\circ$

$\cos\theta =$

$\sin\theta =$

$\tan\theta =$



一般角の三角比

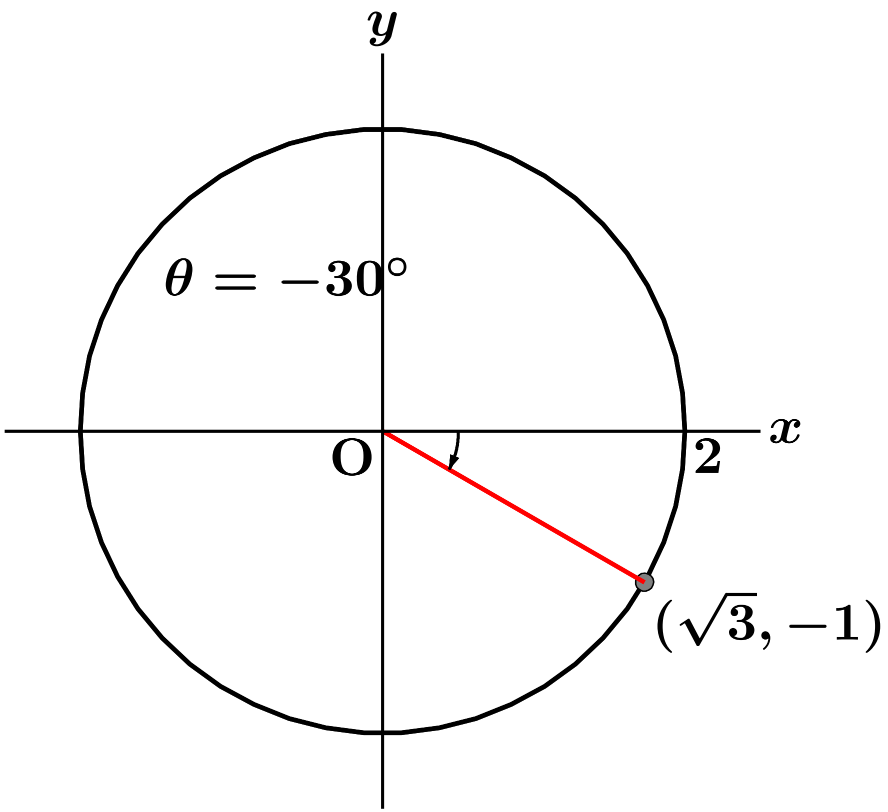
- 座標を使う（鈍角の場合と同じ）

例 $\theta = -30^\circ$

$$\cos\theta =$$

$$\sin\theta =$$

$$\tan\theta =$$



一般角の三角比

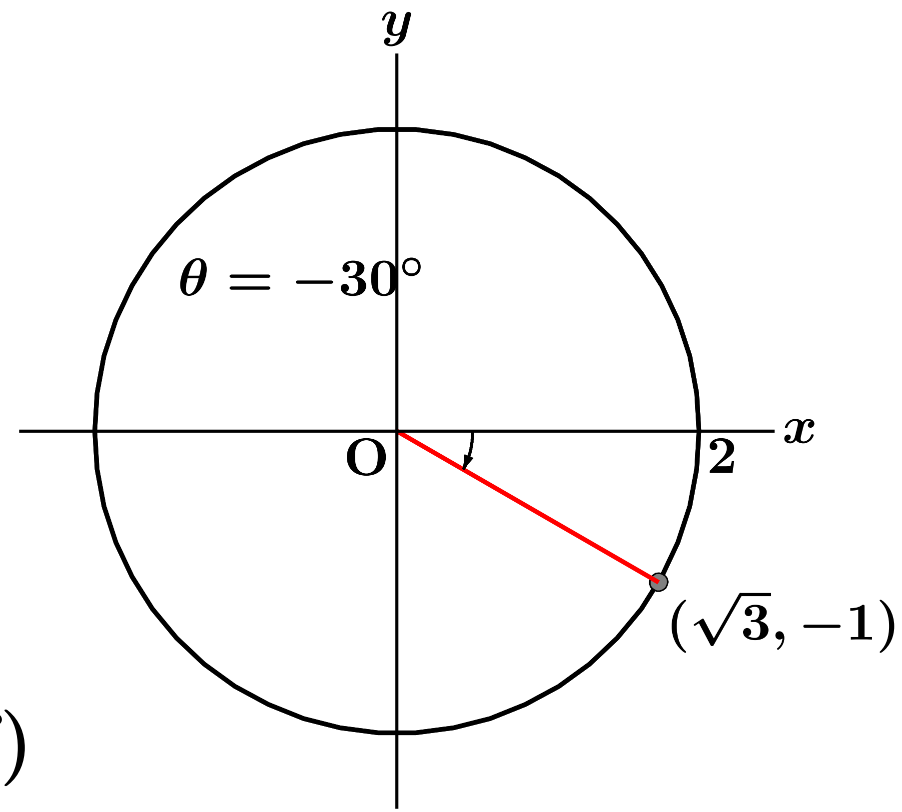
- 座標を使う（鈍角の場合と同じ）

例 $\theta = -30^\circ$

$\cos\theta =$

$\sin\theta =$

$\tan\theta =$



課題 0425-10 次の値を求めよ．

[1] $\cos 240^\circ$　[2] $\sin 240^\circ$

[3] $\sin(-30^\circ)$　[4] $\tan(-30^\circ)$