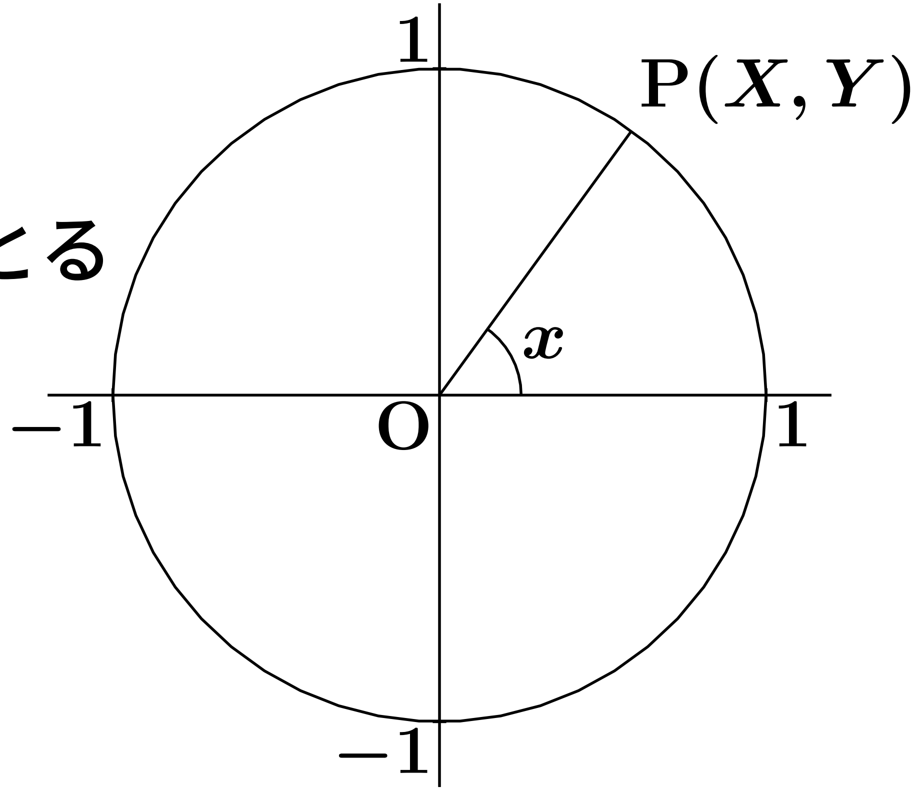
三角関数の性質

2022.05.16

三角関数のグラフ

$y = \sin x$ のグラフ

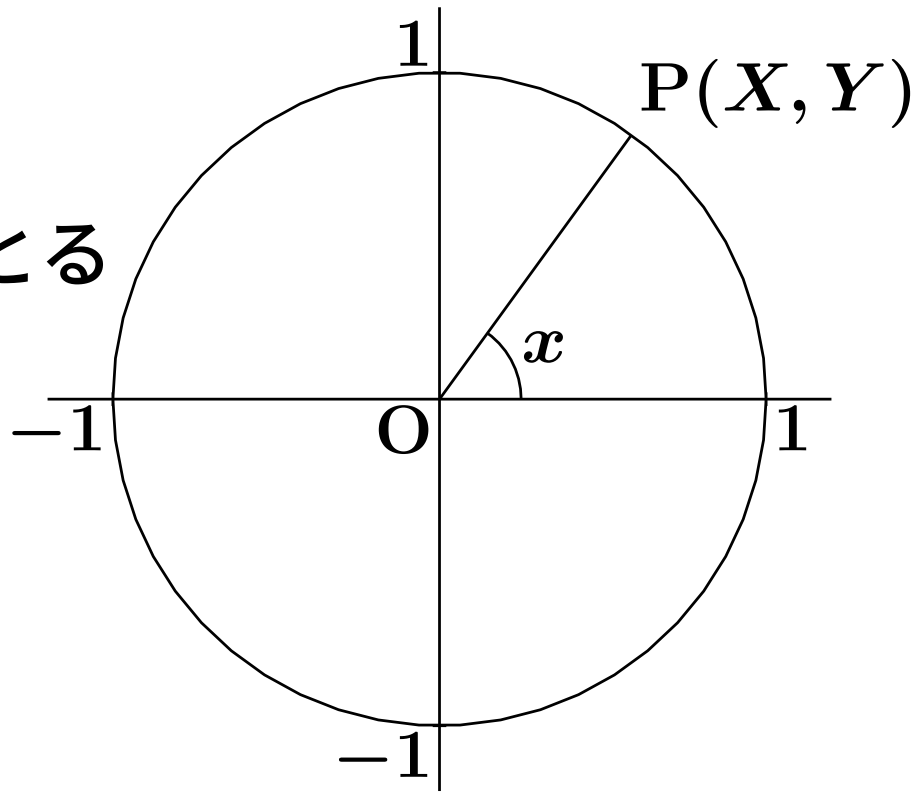
- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる



$y = \sin x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

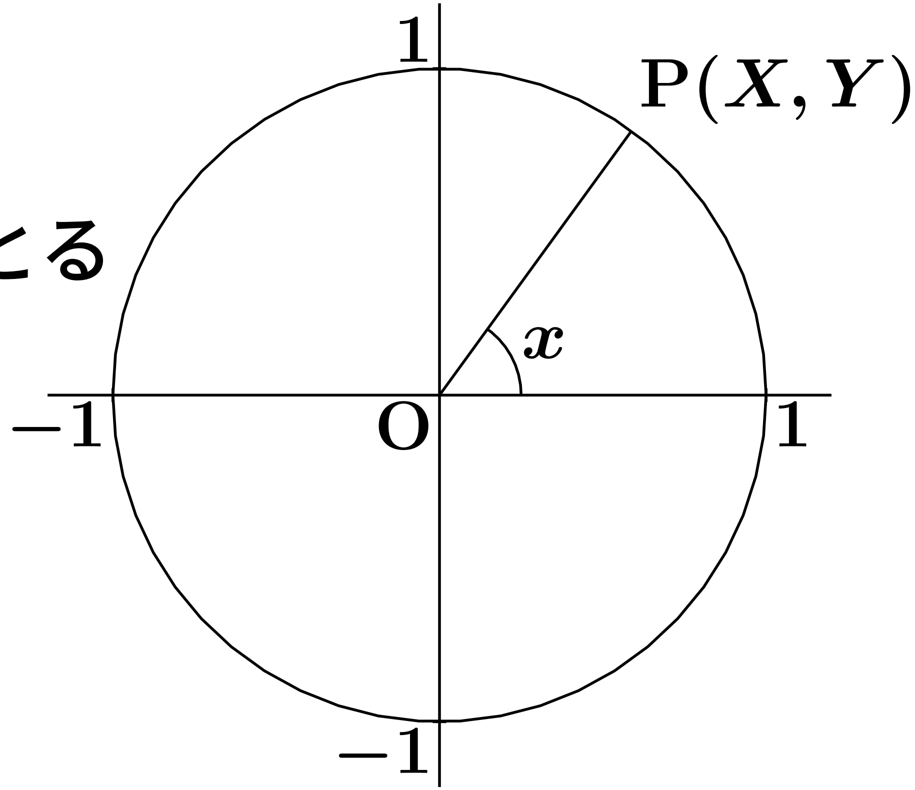
$$\sin x = \frac{Y}{r}$$



$y = \sin x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

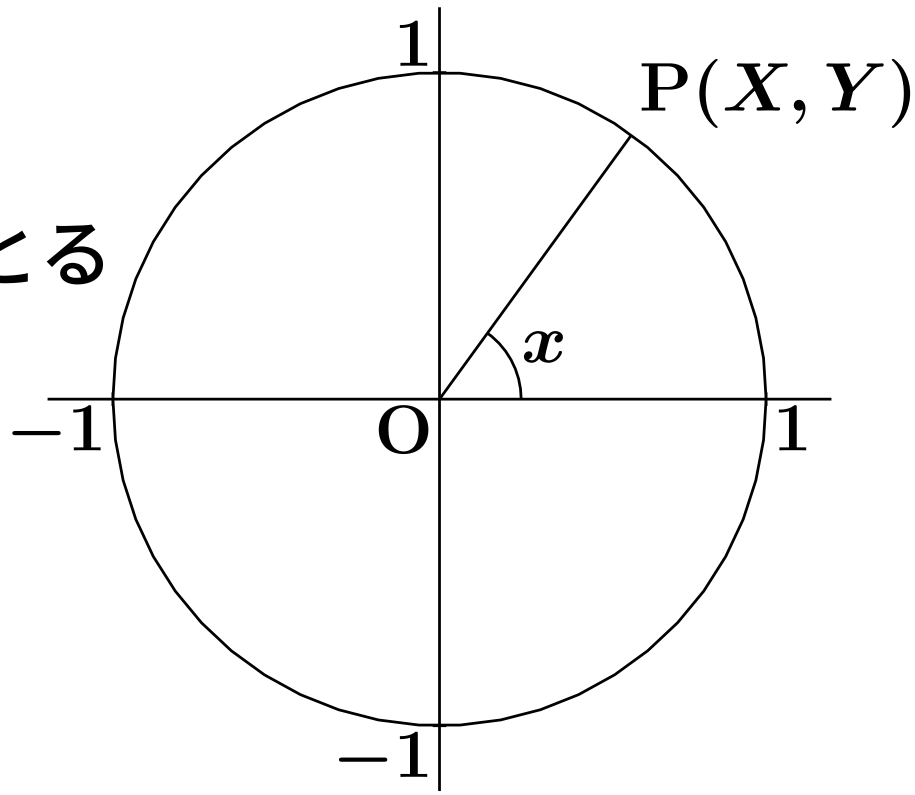
$$\sin x = \frac{Y}{r}$$



$y = \sin x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\sin x = \frac{Y}{r} = Y$$



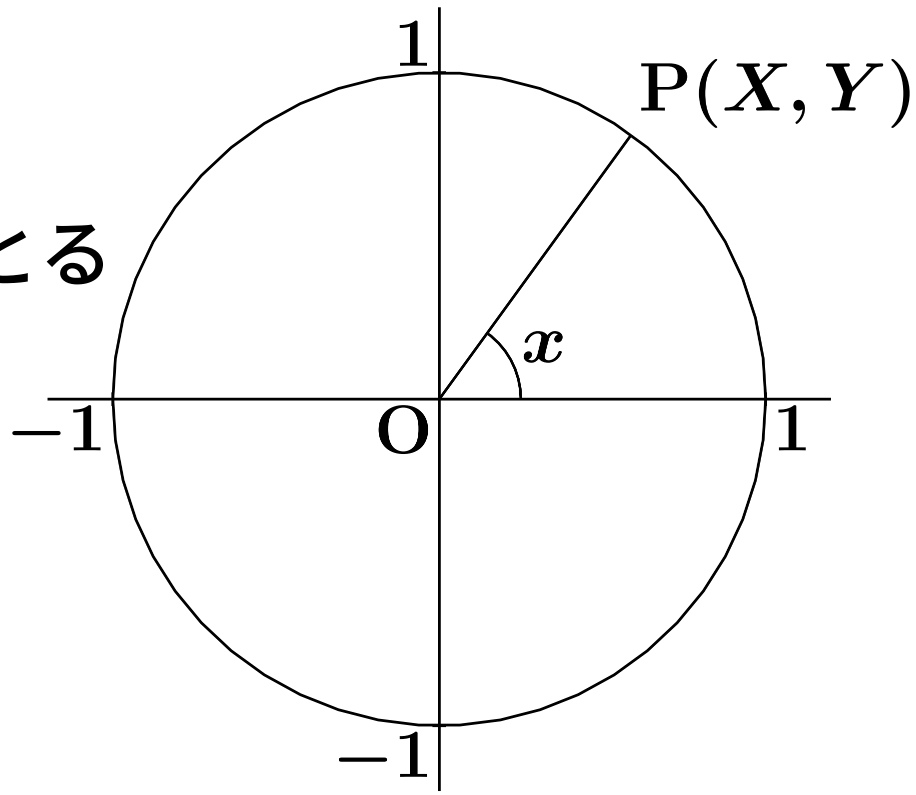
$y = \sin x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\sin x = \frac{Y}{r} = Y$$

- また弧の長さを ℓ とすると

$$x = \frac{\ell}{r}$$



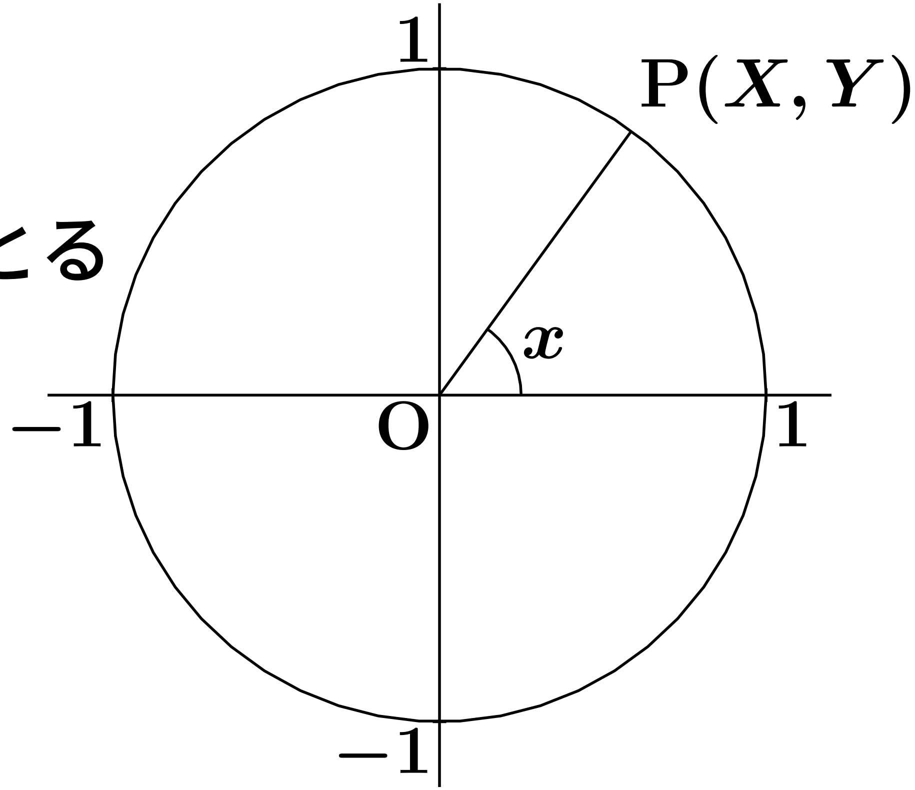
$y = \sin x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\sin x = \frac{Y}{r} = Y$$

- また弧の長さを ℓ とすると

$$x = \frac{\ell}{r}$$



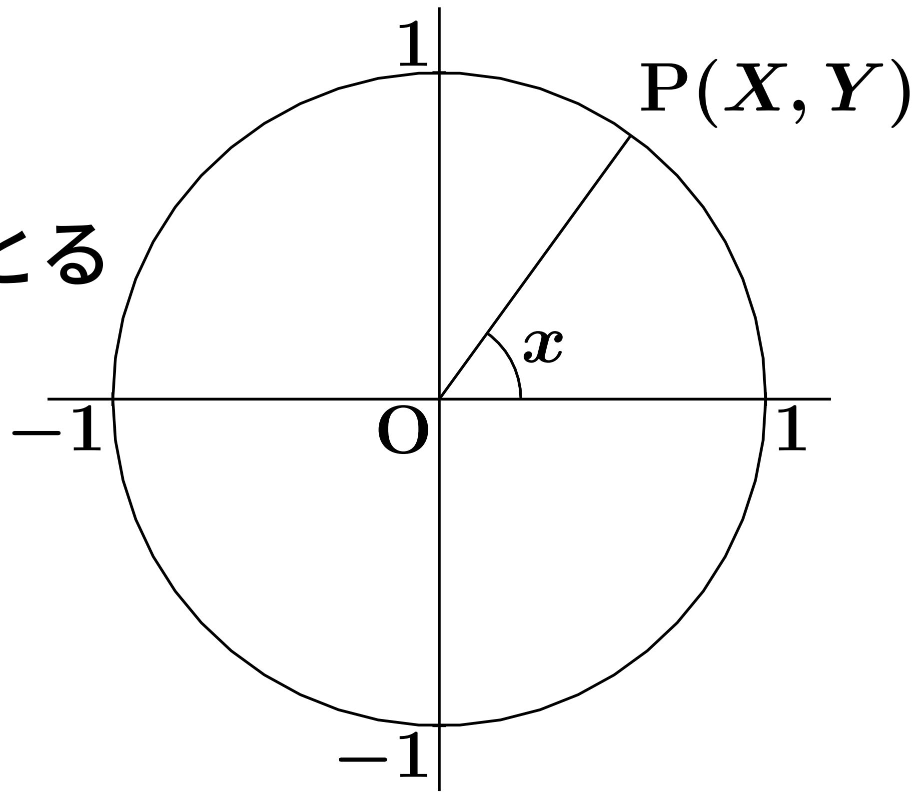
$y = \sin x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\sin x = \frac{Y}{r} = Y$$

- また弧の長さを ℓ とすると

$$x = \frac{\ell}{r} = \ell$$



$y = \sin x$ のグラフ

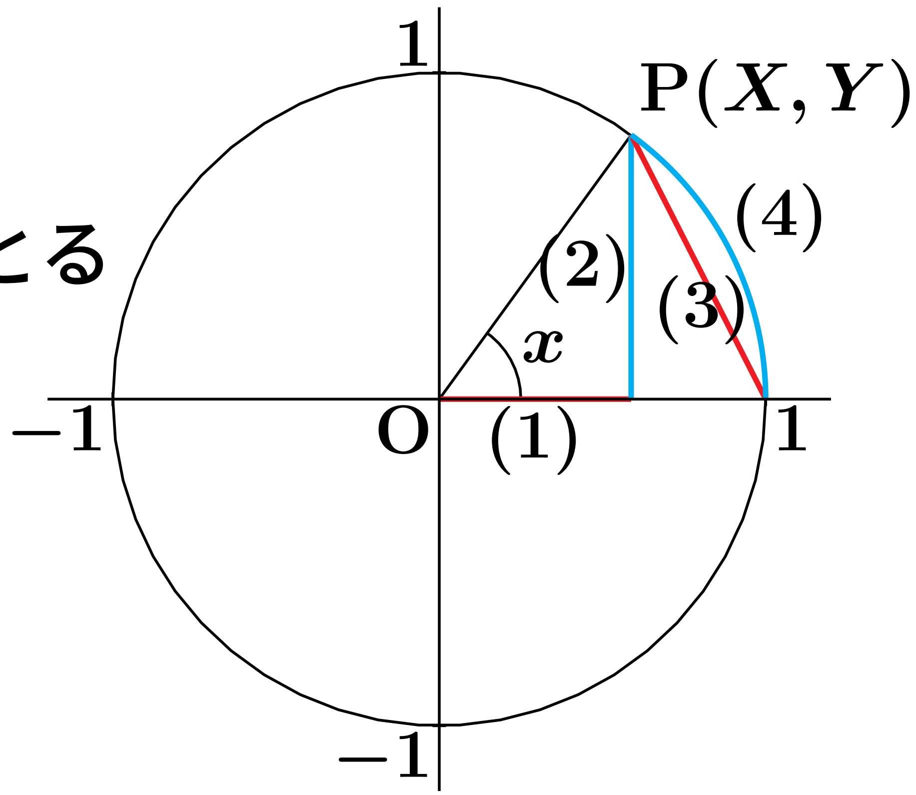
- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\sin x = \frac{Y}{r} = Y$$

- また弧の長さを ℓ とすると

$$x = \frac{\ell}{r} = \ell$$

- x は弧 (4) の長さ, $\sin x$ は (2) の長さ



正弦曲線を描く

アプリ「$y = \sin x$ のグラフ」を動かしてみよう

(1) 学生番号を入れて OK を押す

(2) 赤い点を動かして x を決め，「点を打つ」

＝＞長さが x の弧を表示，$(x, \sin x)$ に点が打たれる

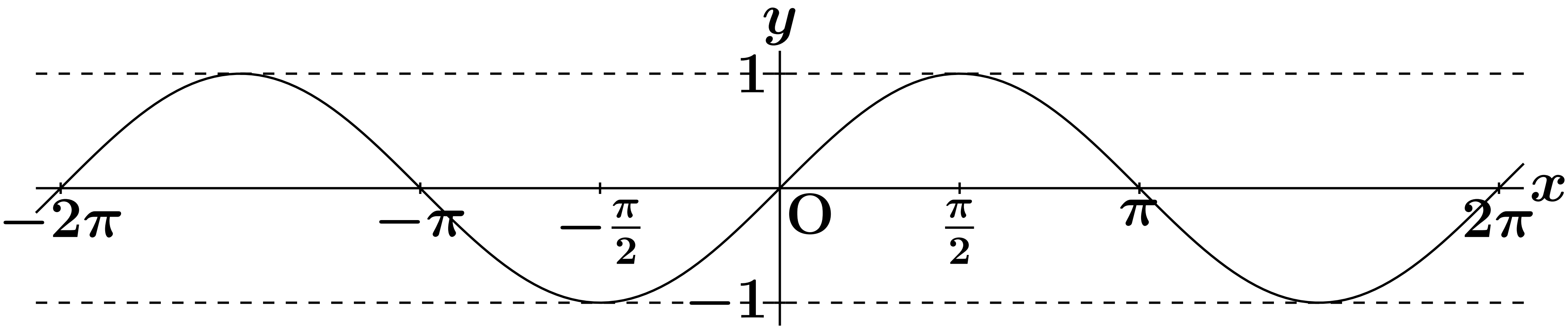
(3) いくつかの点を打って「点を結ぶ」

正弦曲線との誤差が表示される

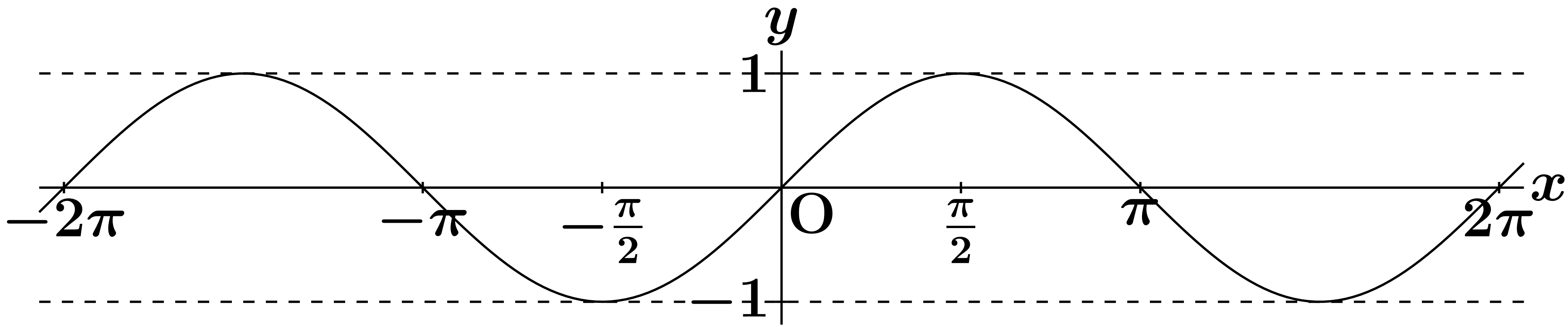
さらに「点を打つ」,「点を結ぶ」を繰り返す.

課題 0516-1 違いをできるだけ小さくして，点を結ぶ を押してから Rec を押し， 回答にコピペせよ.

正弦曲線の特徴

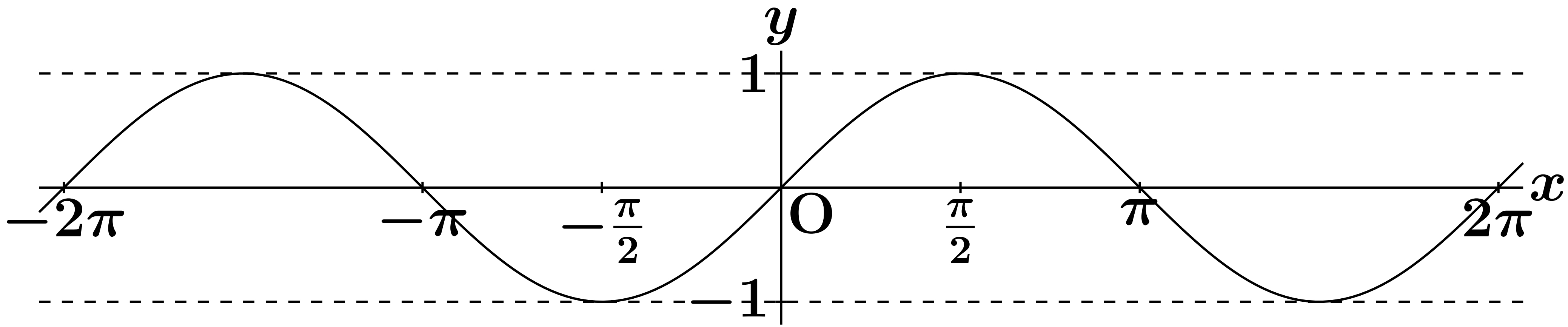


正弦曲線の特徴



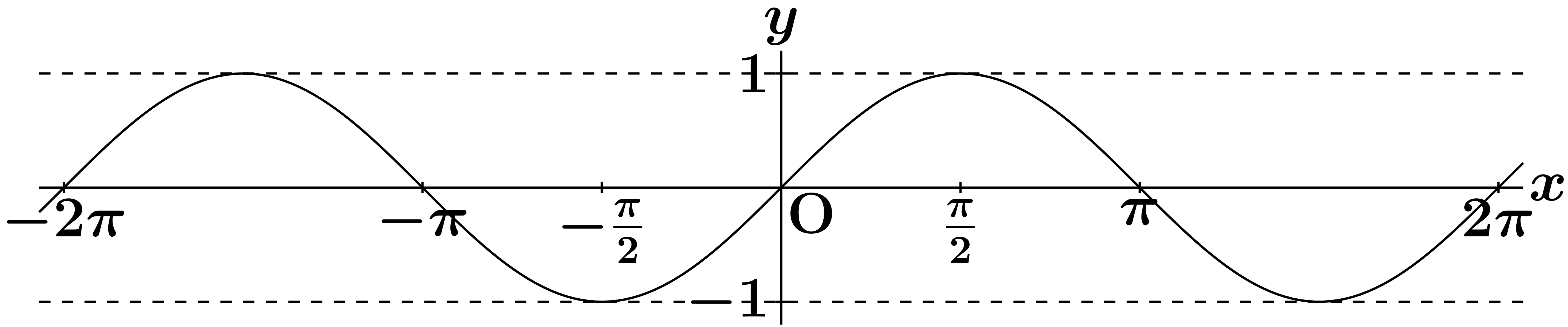
- 振幅は 1（値の範囲は -1 から 1）

正弦曲線の特徴



- 振幅は 1（値の範囲は -1 から 1）
- 周期は 2π（2π で元に戻る）

正弦曲線の特徴



- 振幅は 1（値の範囲は -1 から 1）
- 周期は 2π（2π で元に戻る）
- 原点対称

正弦曲線

- 関数のグラフで振幅と周期を求めよう

[1] $y = 2\sin x$

[2] $y = \dfrac{1}{3}\sin x$

[3] $y = \sin 2x$

[4] $y = 4\sin\dfrac{x}{2}$

正弦曲線

- 関数のグラフで振幅と周期を求めよう

[1] $y = 2\sin x$ [2] $y = \dfrac{1}{3}\sin x$

[3] $y = \sin 2x$ [4] $y = 4\sin\dfrac{x}{2}$

[1] 振幅 2, 周期 2π [2] 振幅 $\dfrac{1}{3}$, 周期 2π

[3] 振幅 1, 周期 π [4] 振幅 4, 周期 4π

正弦曲線

- 関数のグラフで振幅と周期を求めよう

[1] $y = 2\sin x$ [2] $y = \dfrac{1}{3}\sin x$

[3] $y = \sin 2x$ [4] $y = 4\sin\dfrac{x}{2}$

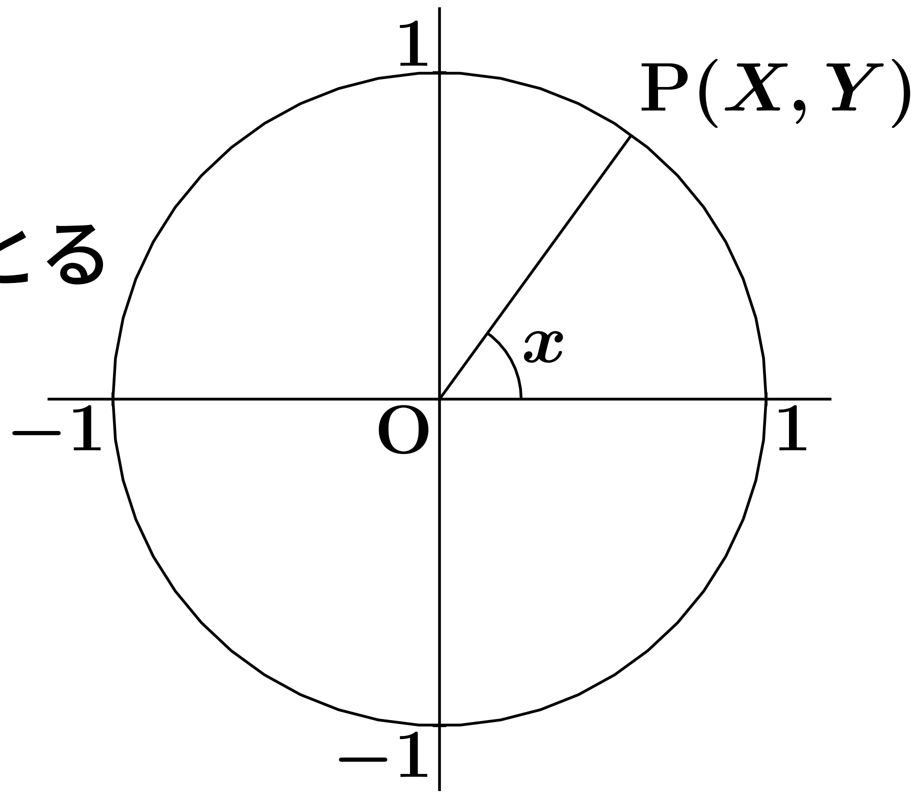
[1] 振幅 2, 周期 2π [2] 振幅 $\dfrac{1}{3}$, 周期 2π

[3] 振幅 1, 周期 π [4] 振幅 4, 周期 4π

課題 0516-2 $y = a\sin bx$ の振幅と周期を求めよ
ただし，a, b は正の定数である．

$y = \cos x$ のグラフ

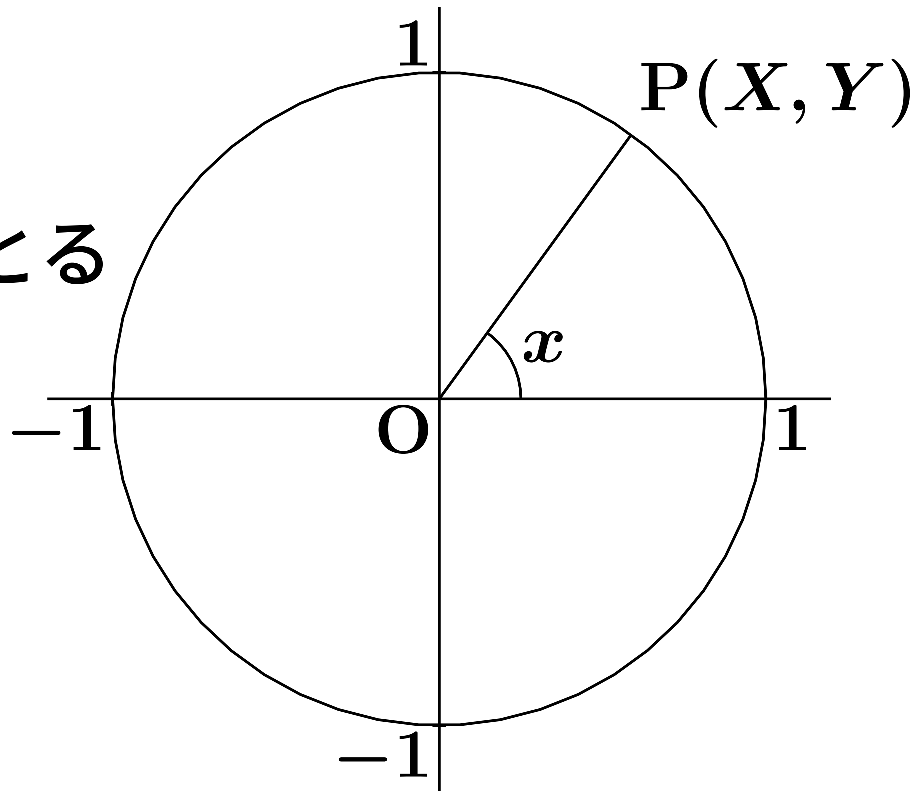
- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる



$y = \cos x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

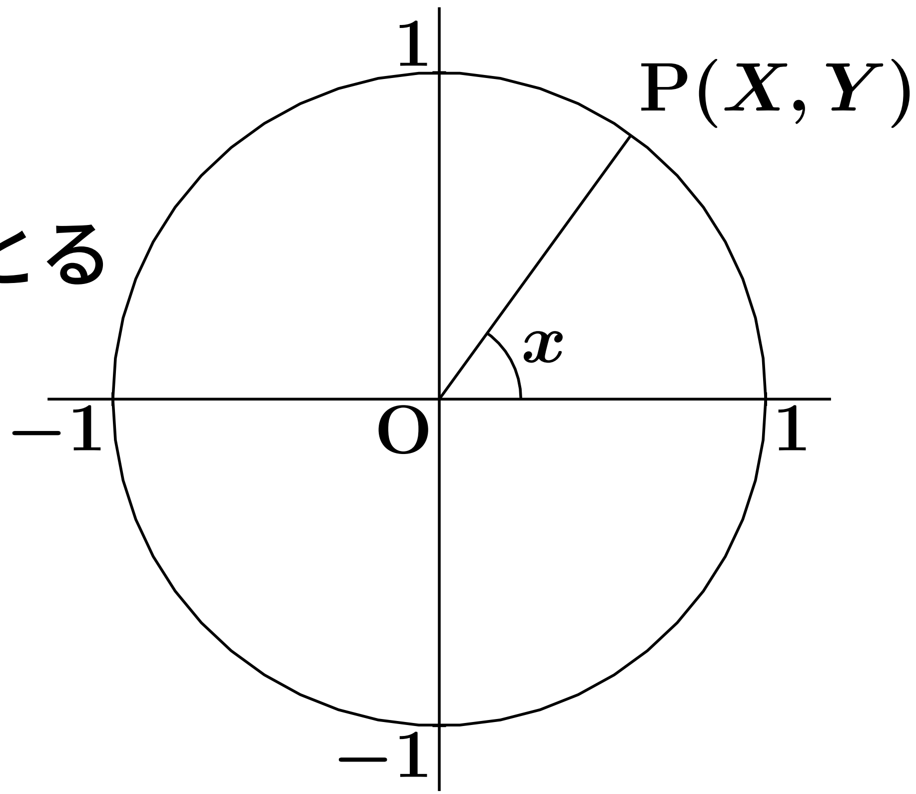
$$\cos x = \frac{X}{r}$$



$y = \cos x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

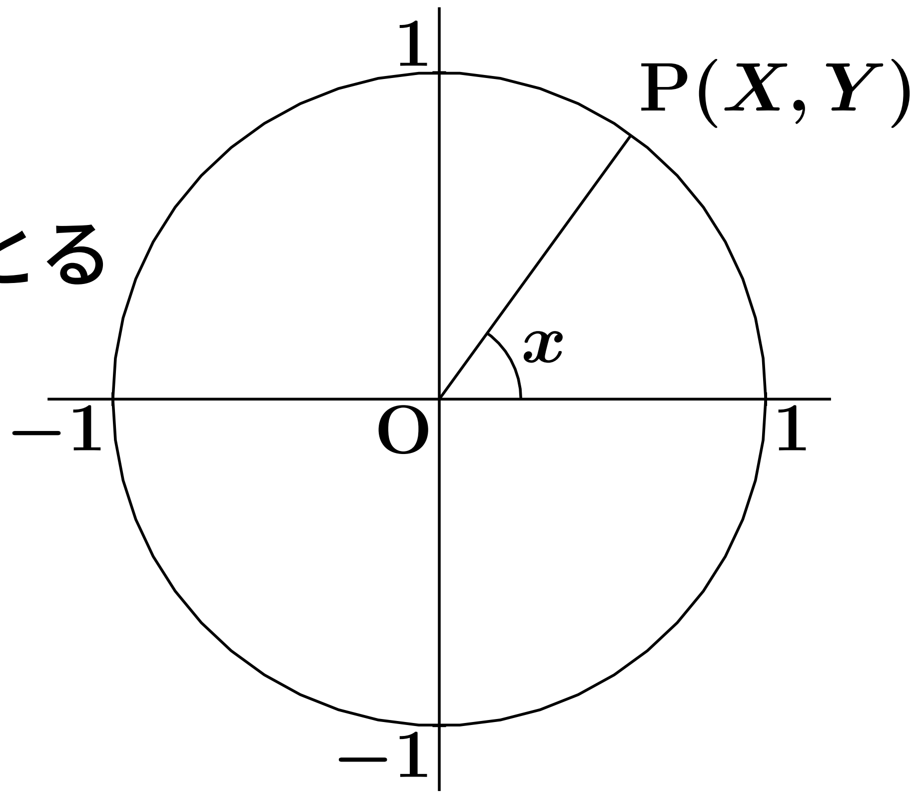
$$\cos x = \frac{X}{r}$$



$y = \cos x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\cos x = \frac{X}{r} = X$$



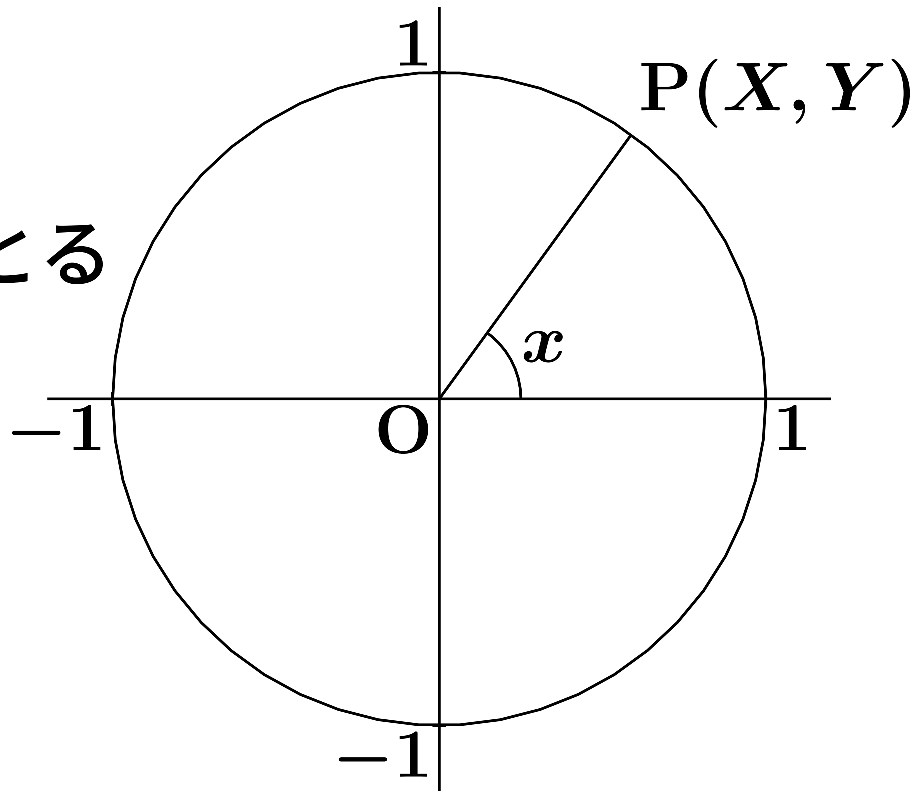
$y = \cos x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\cos x = \frac{X}{r} = X$$

- また弧の長さを ℓ とすると

$$x = \frac{\ell}{r}$$



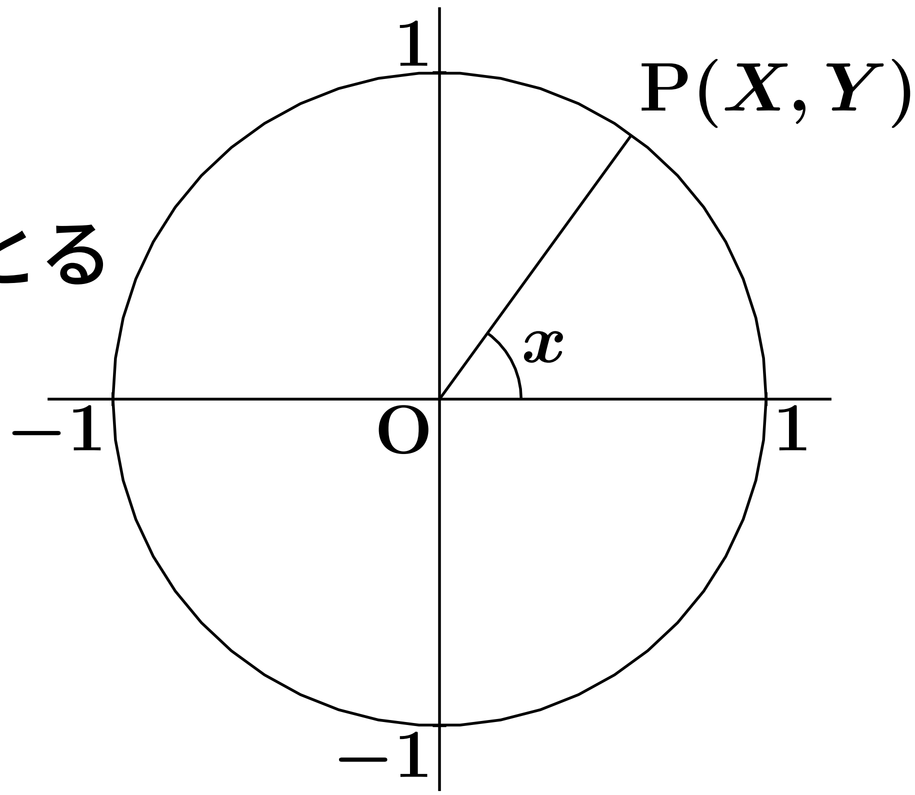
$y = \cos x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 P(X, Y) をとる

$$\cos x = \frac{X}{r} = X$$

- また弧の長さを ℓ とすると

$$x = \frac{\ell}{r}$$



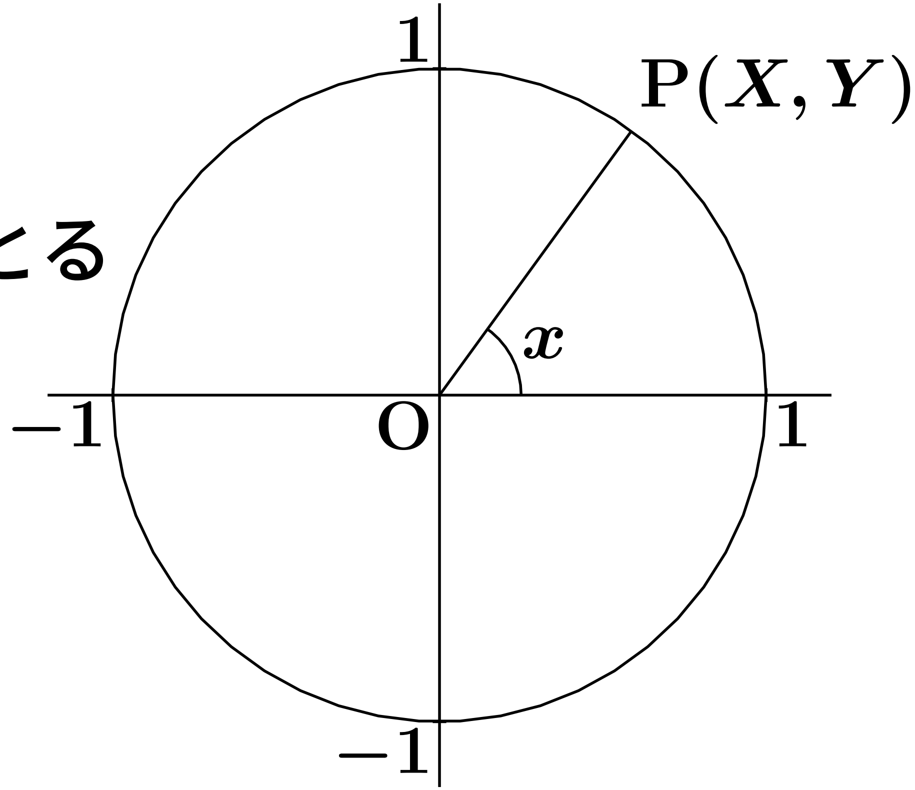
$y = \cos x$ のグラフ

- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\cos x = \frac{X}{r} = X$$

- また弧の長さを ℓ とすると

$$x = \frac{\ell}{r} = \ell$$



$y = \cos x$ のグラフ

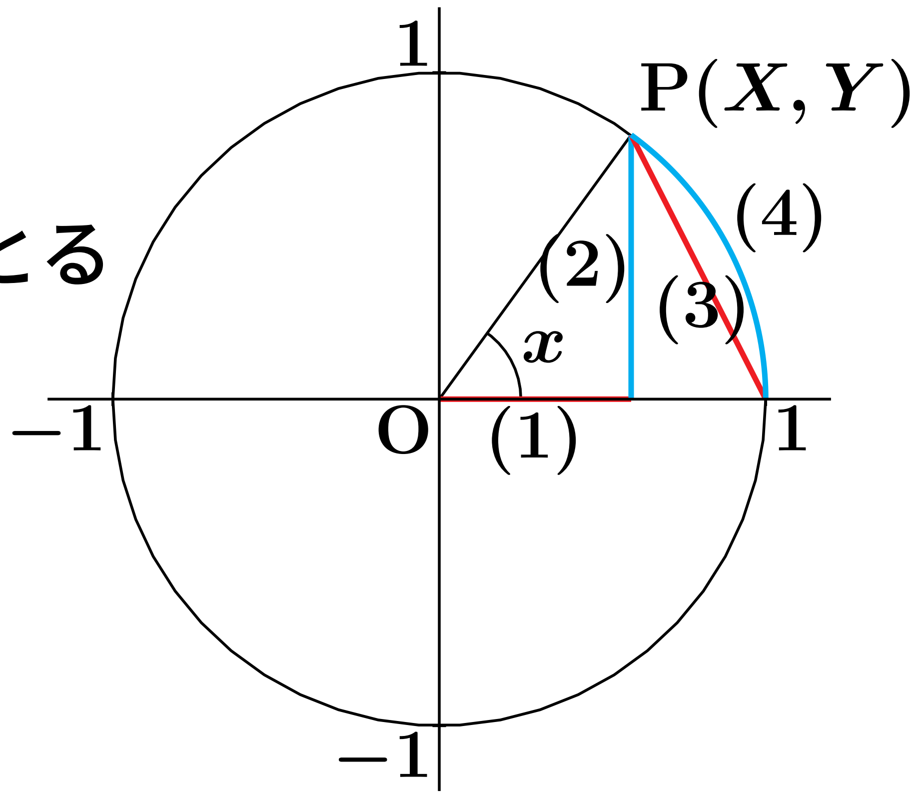
- 角 x はラジアンで測る
- 半径 1 の円に点 $\mathrm{P}(X, Y)$ をとる

$$\cos x = \frac{X}{r} = X$$

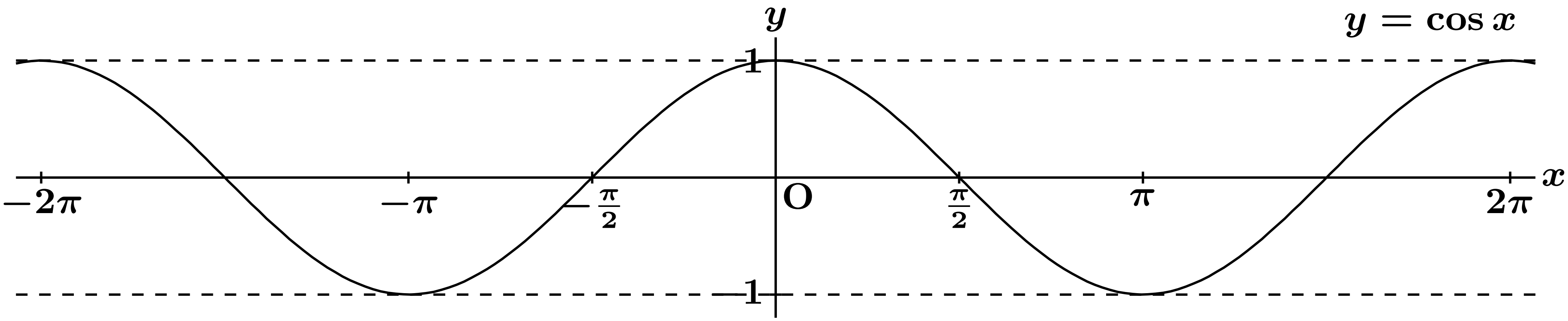
- また弧の長さを ℓ とすると

$$x = \frac{\ell}{r} = \ell$$

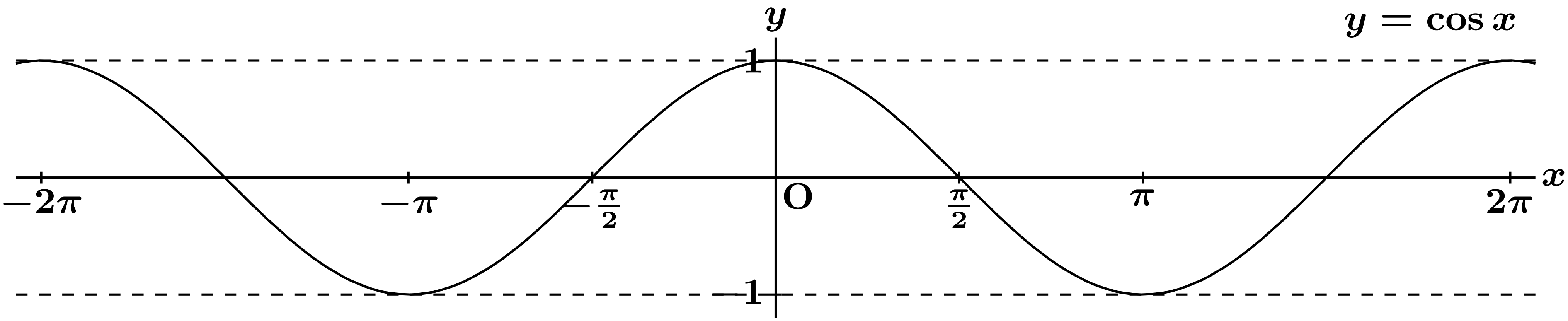
- x は弧 (4) の長さ, $\cos x$ は (1) の長さ



$y = \cos x$ のグラフ (余弦曲線)

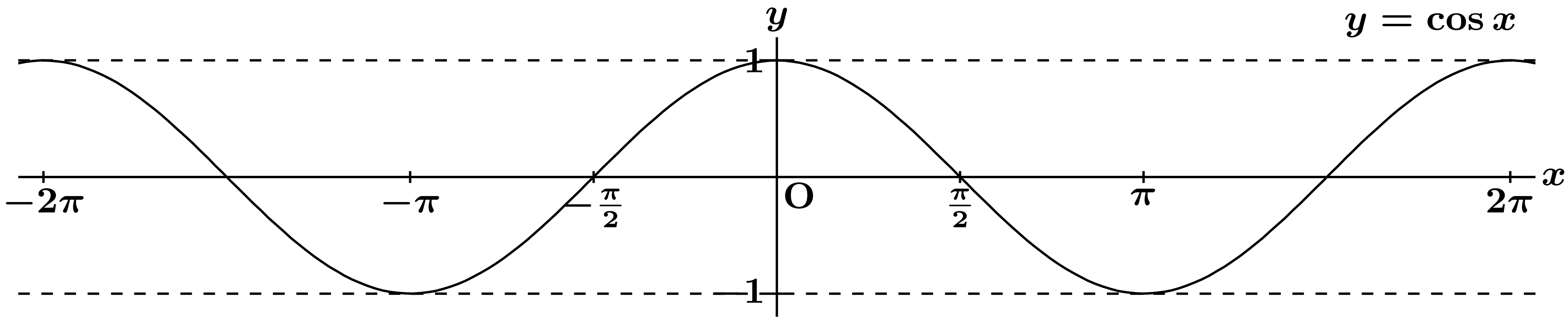


$y = \cos x$ のグラフ (余弦曲線)



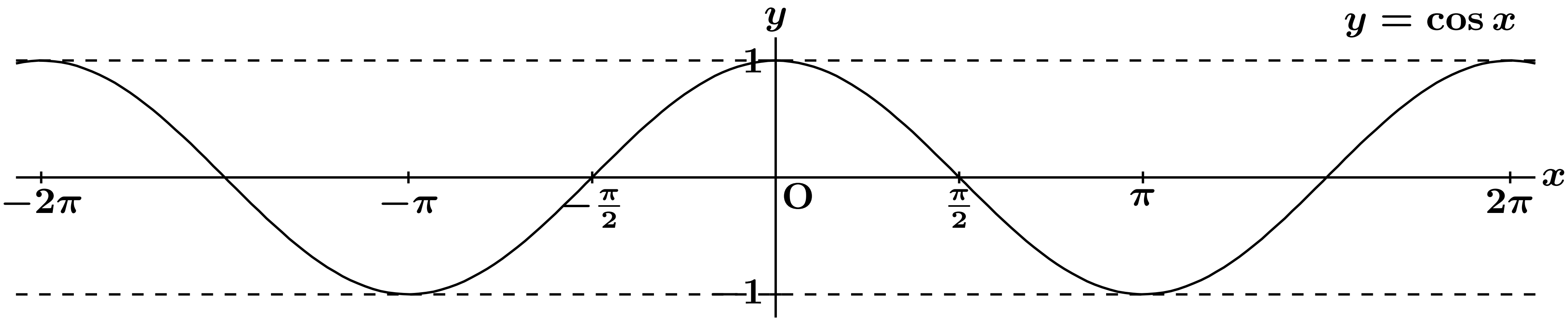
- **振幅**は 1（値の範囲は -1 から 1）
- **周期**は 2π（2π で元に戻る）

$y = \cos x$ のグラフ (余弦曲線)



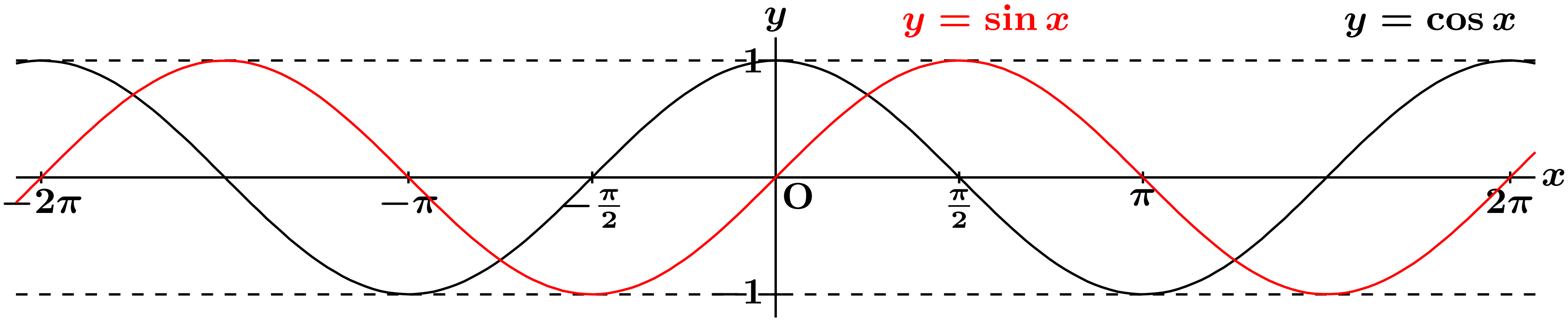
- **振幅**は 1（値の範囲は -1 から 1）
- **周期**は 2π（2π で元に戻る）

$y = \cos x$ のグラフ (余弦曲線)



- 振幅は 1（値の範囲は -1 から 1）
- 周期は 2π（2π で元に戻る）
- $\cos x$ は y 軸対称

$y = \cos x$ のグラフ (余弦曲線)



- 振幅は 1（値の範囲は -1 から 1）
- 周期は 2π（2π で元に戻る）
- $\cos x$ は y 軸対称
- $\cos x$ は $\sin x$ を左に $\frac{\pi}{2}$ 平行移動（位相が $\frac{\pi}{2}$ 進む）

位相のずれ

(1) $y = \sin x$ (2) $y = \cos x$ をもとにする

課題 0516-3 次の関数のグラフは (1) からどのくらい位相がずれているか（左にずれるときプラスとせよ）

[1] $y = \sin(x - 1)$ [2] $y = \sin(x + 2)$

[3] $y = \sin(x - \pi)$ [4] $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$

課題 0516-4 以下では，a を定数とする

[1] $y = \sin(x - a)$ の (1) からの位相のずれを求めよ

[2] $y = \cos(x + a)$ の (2) からの位相のずれを求めよ

角度の和の三角関数

- 2つの角を A, B とする（通常はギリシャ文字 α, β）
- $\sin(A+B) = \sin A + \sin B$ が成り立つかを考えよう
- $\sin 30^\circ + \sin 60^\circ = \sin(30^\circ + 60^\circ)$ になるかを調べる
- $\sin 90^\circ = 1,\ \sin 30^\circ = \dfrac{1}{2},\ \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

課題 0516-5 $\sqrt{3} = 1.732$ を用いて答えよ．

[1] $\sin 30^\circ + \sin 60^\circ$ を計算せよ

[2] $\sin(A+B) = \sin A + \sin B$ は成り立つと言えるか

加法定理

$$\sin(A + B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\cos(A + B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\cos(A - B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

加法定理

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$$

$$\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$$

$$\cos(A-B) = \cos A \cos B + \sin A \sin B$$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{}$, $\sin 45^\circ = \boxed{}$, $\sin 60^\circ = \boxed{}$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{}$, $\cos 45^\circ = \boxed{}$, $\cos 60^\circ = \boxed{}$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$, $\cos 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\cos 60^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$, $\cos 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\cos 60^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

- $\sin 75^\circ$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$, $\cos 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\cos 60^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

- $\sin 75^\circ$

  $= \sin(45^\circ + 30^\circ)$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\frac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$, $\cos 45^\circ = \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}}$, $\cos 60^\circ = \boxed{\frac{1}{2}}$

- $\sin 75^\circ$

  $= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$, $\cos 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\cos 60^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

- $\sin 75^\circ$

$$= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} =$$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$, $\cos 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\cos 60^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

- $\sin 75^\circ$

$$= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} =$$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$, $\cos 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\cos 60^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

- $\sin 75^\circ$

$$= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

具体例 (テキスト P181)

- $\sin 30^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$, $\sin 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\sin 60^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$

  $\cos 30^\circ = \boxed{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}$, $\cos 45^\circ = \boxed{\dfrac{1}{\sqrt{2}}}$, $\cos 60^\circ = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

- $\sin 75^\circ$

$$= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

課題 0516-6 次を求めよ

[1] $\sin 15^\circ$ [2] $\cos 75^\circ$

加法定理による等式証明 $(-x)$

- $\sin 0 = 0, \ \cos 0 = 1, \ \sin\pi = 0, \ \cos\pi = -1$
- $\sin(-x)$

加法定理による等式証明 $(-x)$

- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin\pi = 0,\ \cos\pi = -1$
- $\sin(-x)$
  $= \sin(0 - x) = \sin 0 \cos x - \cos 0 \sin x = -\sin x$

加法定理による等式証明 $(-x)$

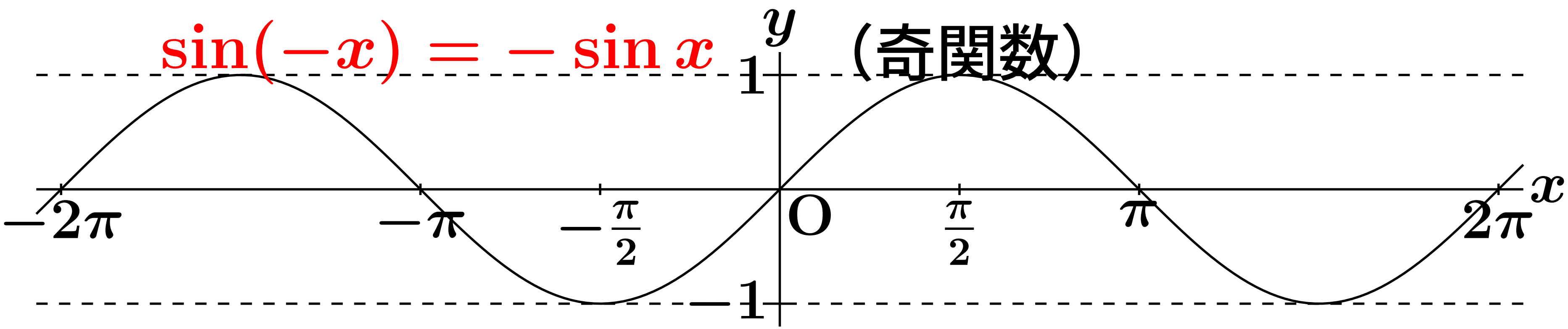
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin\pi = 0,\ \cos\pi = -1$
- $\sin(-x)$
  $= \sin(0 - x) = \sin 0\cos x - \cos 0\sin x = -\sin x$
- $\cos(-x)$

加法定理による等式証明 $(-x)$

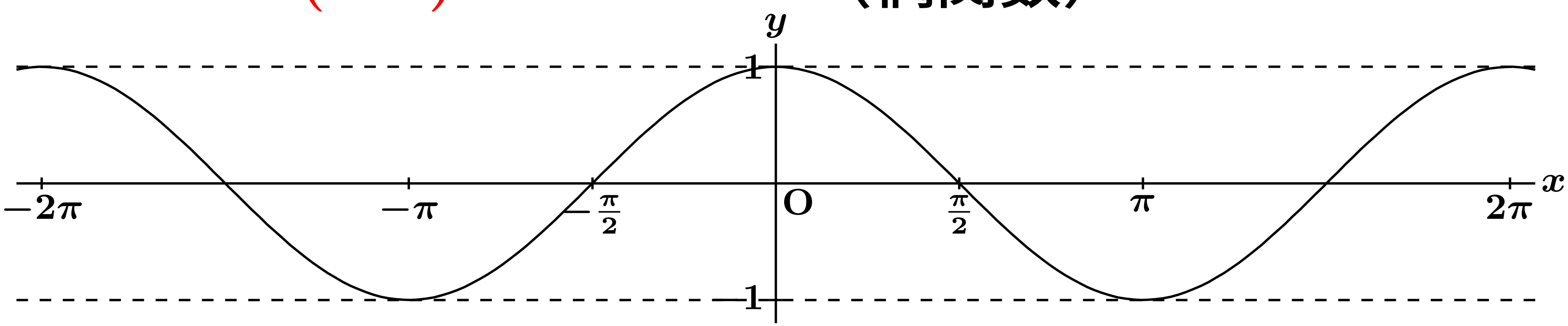
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin \pi = 0,\ \cos \pi = -1$
- $\sin(-x)$
  $= \sin(0 - x) = \sin 0 \cos x - \cos 0 \sin x = -\sin x$
- $\cos(-x)$
  $= \cos(0 - x) = \cos 0 \cos x + \sin 0 \sin x = \cos x$

グラフでの意味

$\sin(-x) = -\sin x$ (奇関数)



$\cos(-x) = \cos x$ (偶関数)



加法定理による等式証明 $(x + \pi)$

- 以下，角をラジアンで表す

加法定理による等式証明 $(x + \pi)$

- 以下，角をラジアンで表す
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin \pi = 0,\ \cos \pi = -1$

加法定理による等式証明 $(x + \pi)$

- 以下，角をラジアンで表す
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin \pi = 0,\ \cos \pi = -1$
- $\sin(x + \pi) =$

加法定理による等式証明 $(x+\pi)$

- 以下，角をラジアンで表す
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin\pi = 0,\ \cos\pi = -1$
- $\sin(x+\pi) = \sin x\cos\pi + \cos x\sin\pi$

加法定理による等式証明 $(x+\pi)$

- 以下，角をラジアンで表す
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin\pi = 0,\ \cos\pi = -1$
- $\sin(x+\pi) = \sin x\cos\pi + \cos x\sin\pi = -\sin x$

加法定理による等式証明 $(x+\pi)$

- 以下，角をラジアンで表す
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin\pi = 0,\ \cos\pi = -1$
- $\sin(x+\pi) = \sin x\cos\pi + \cos x\sin\pi = -\sin x$
- $\cos(x+\pi) =$

加法定理による等式証明 $(x + \pi)$

- 以下，角をラジアンで表す
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin\pi = 0,\ \cos\pi = -1$
- $\sin(x + \pi) = \sin x \cos\pi + \cos x \sin\pi = -\sin x$
- $\cos(x + \pi) = \cos x \cos\pi - \sin x \sin\pi$

加法定理による等式証明 $(x+\pi)$

- 以下，角をラジアンで表す
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin\pi = 0,\ \cos\pi = -1$
- $\sin(x+\pi) = \sin x\cos\pi + \cos x\sin\pi = -\sin x$
- $\cos(x+\pi) = \cos x\cos\pi - \sin x\sin\pi = -\cos x$

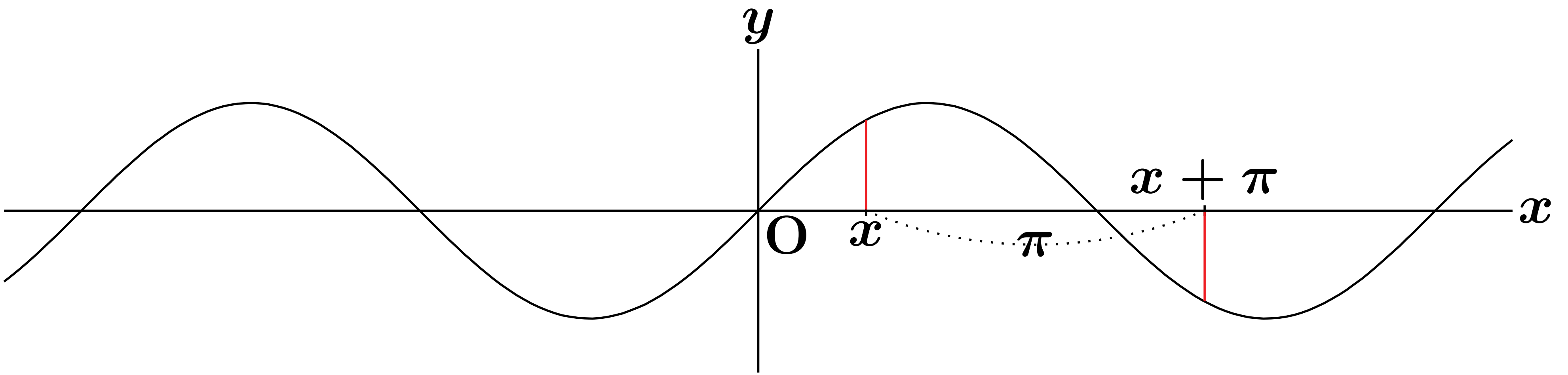
加法定理による等式証明 $(x+\pi)$

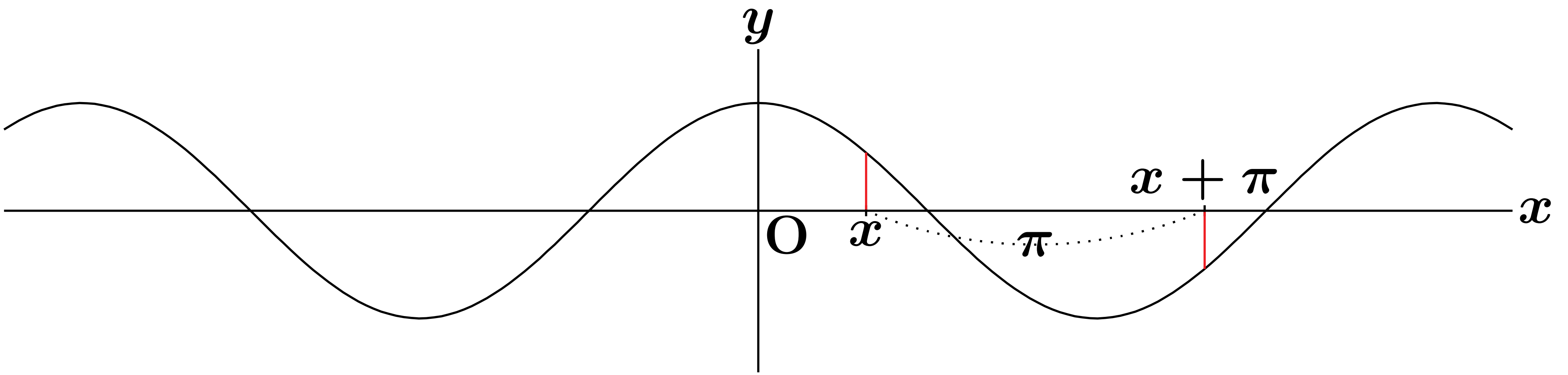
- 以下，角をラジアンで表す
- $\sin 0 = 0,\ \cos 0 = 1,\ \sin\pi = 0,\ \cos\pi = -1$
- $\sin(x+\pi) = \sin x\cos\pi + \cos x\sin\pi = -\sin x$
- $\cos(x+\pi) = \cos x\cos\pi - \sin x\sin\pi = -\cos x$

課題 0516-7 次はどうなるか

[1] $\sin(\pi - x)$ [2] $\cos(\pi - x)$

グラフでの意味 $x+\pi$





単振動の合成

- $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
- $\sin(x + \frac{\pi}{4}) =$

単振動の合成

- $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
- $\sin(x + \frac{\pi}{4}) = \sin x \cos\frac{\pi}{4} + \cos x \sin\frac{\pi}{4}$

単振動の合成

- $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
- $$\begin{aligned}\sin(x + \frac{\pi}{4}) &= \sin x \cos\frac{\pi}{4} + \cos x \sin\frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\end{aligned}$$

単振動の合成

- $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
- $$\begin{aligned}\sin(x+\frac{\pi}{4}) &= \sin x\cos\frac{\pi}{4} + \cos x\sin\frac{\pi}{4}\\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x)\end{aligned}$$

単振動の合成

- $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\cos\frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$
- $$\begin{aligned} \sin(x + \frac{\pi}{4}) &= \sin x \cos\frac{\pi}{4} + \cos x \sin\frac{\pi}{4} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos x \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x) \end{aligned}$$

  両辺に $\sqrt{2}$ を掛けて左辺と右辺を入れかえると

  $$\sin x + \cos x = \sqrt{2}\sin(x + \frac{\pi}{4})$$

単振動の合成

- $\sin\frac{\pi}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \cos\frac{\pi}{4}=\frac{1}{\sqrt{2}},\ \sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$
- $$\begin{aligned}\sin(x+\frac{\pi}{4}) &= \sin x\cos\frac{\pi}{4}+\cos x\sin\frac{\pi}{4}\\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(\sin x+\cos x)\end{aligned}$$

両辺に $\sqrt{2}$ を掛けて左辺と右辺を入れかえると

$$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin(x+\frac{\pi}{4})$$

周期の等しい単振動を足すと１つの単振動になる

単振動の合成 (課題)

課題 0516-8 次の単振動の和 (差) を１つの単振動で表せ．

[1] $\sqrt{3}\sin x + \cos x$ $\qquad \sin(x + \frac{\pi}{6})$ を展開せよ

[2] $\sin x + \sqrt{3}\cos x$ $\qquad \sin(x + \frac{\pi}{3})$ を展開せよ

[3] $\sin x - \cos x$ $\qquad \sin(x - \frac{\pi}{4})$ を展開せよ

- 一般に

$$a\sin x + b\cos x = \sqrt{a^2 + b^2}\sin(x + A)$$

角 A：$\cos A = \dfrac{a}{a^2 + b^2}$, $\sin A = \dfrac{b}{a^2 + b^2}$

三角関数のグラフ (課題)

課題 0516-9 アプリで次の関数のグラフをかけ．また，特徴をあげよ．

[1] $y = \cos x + \sin x$　　[2] $y = \sin x + \sqrt{3}\cos x$

[3] $y = \sin x + \sin 2x$　　[4] $y = \cos^2 x = (\cos x)^2$

KeTMath では `cos(2,x)` と書けばよい