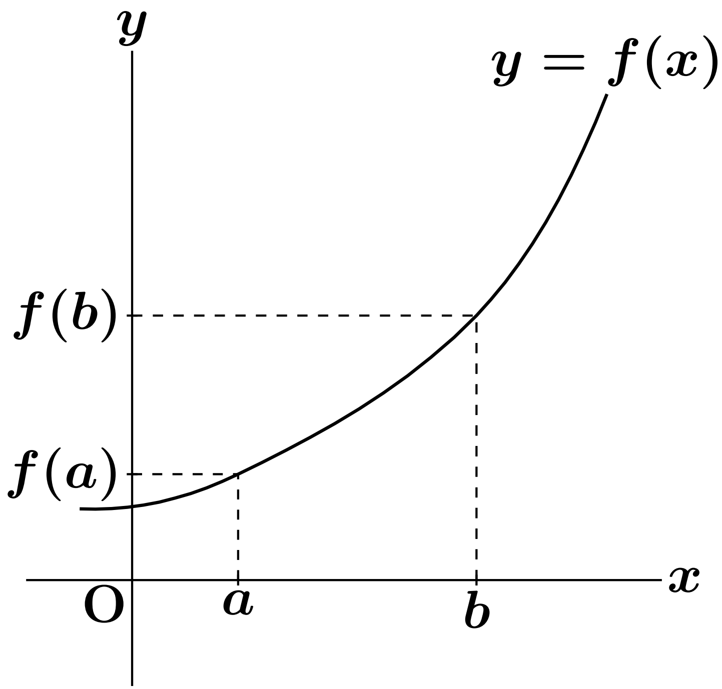
微分係数と導関数

2022.6.27

平均変化率

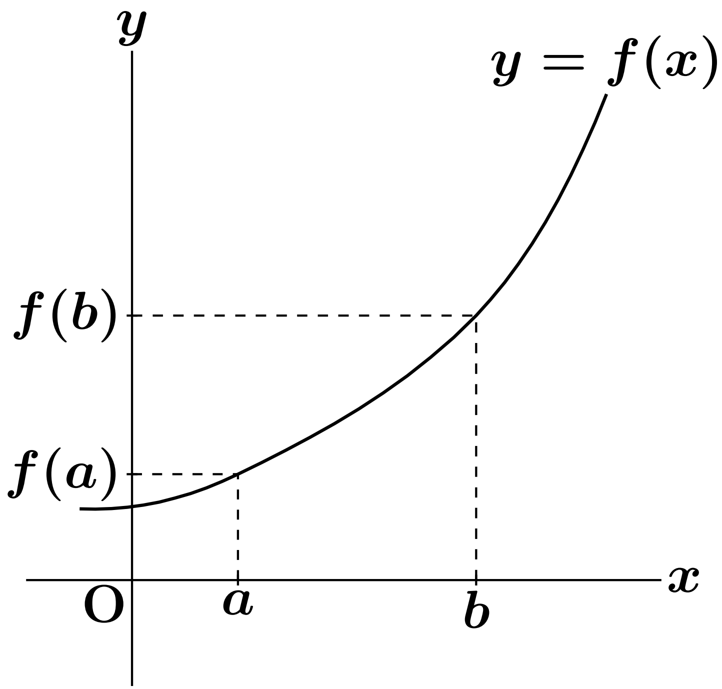
平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$



平均変化率の意味

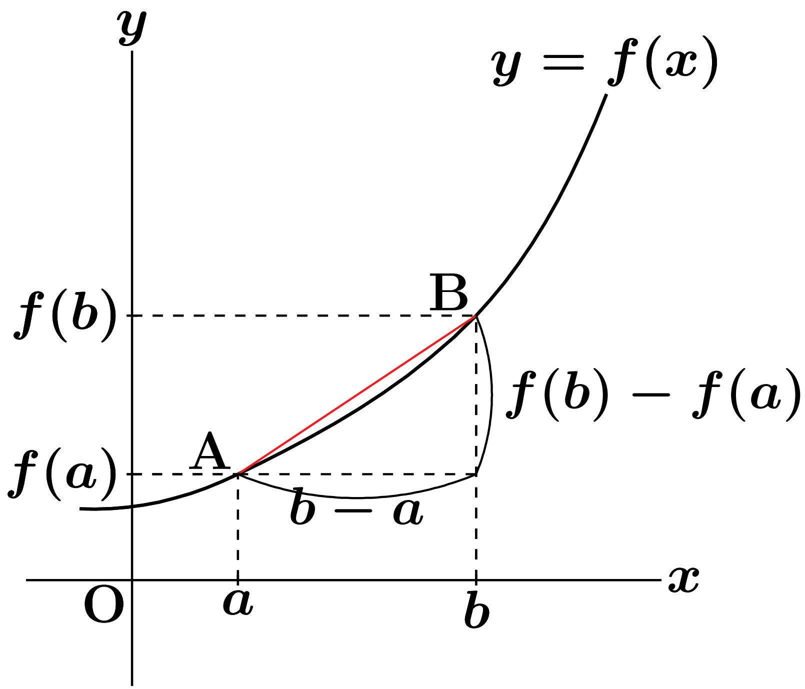
- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は



平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

$$f(b) - f(a)$$

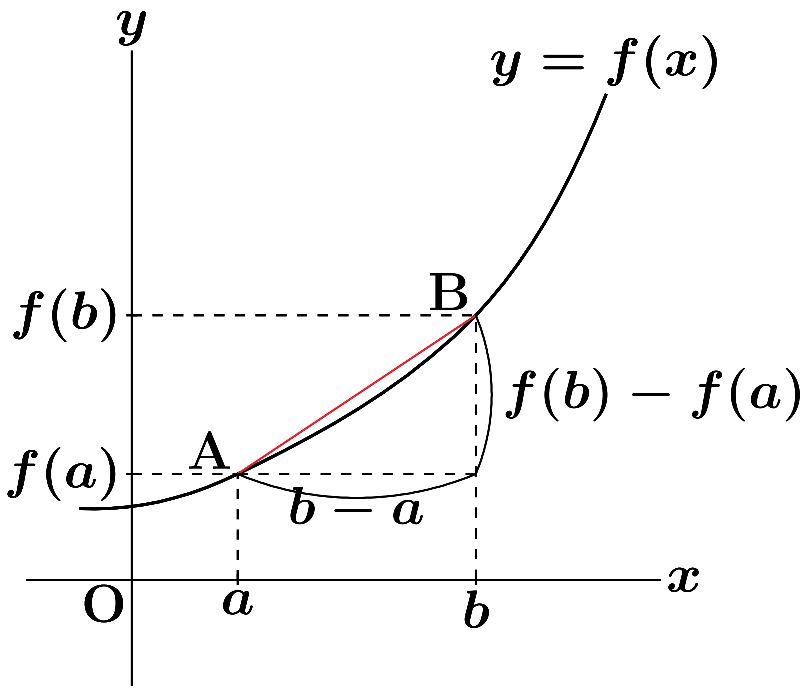


平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

$$f(b) - f(a)$$

区間幅 $b - a$ で割る



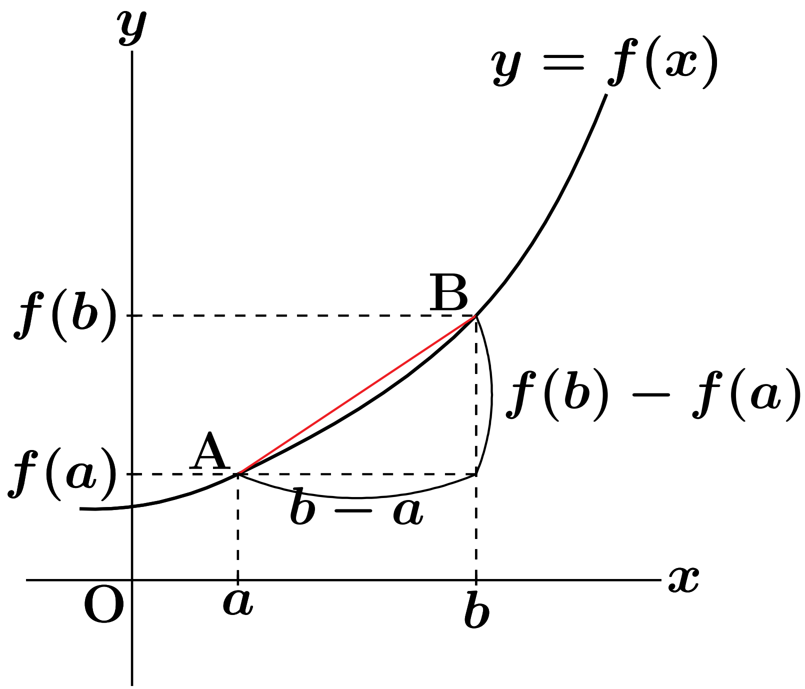
平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

$$f(b) - f(a)$$

区間幅 $b - a$ で割る

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$



平均変化率の意味

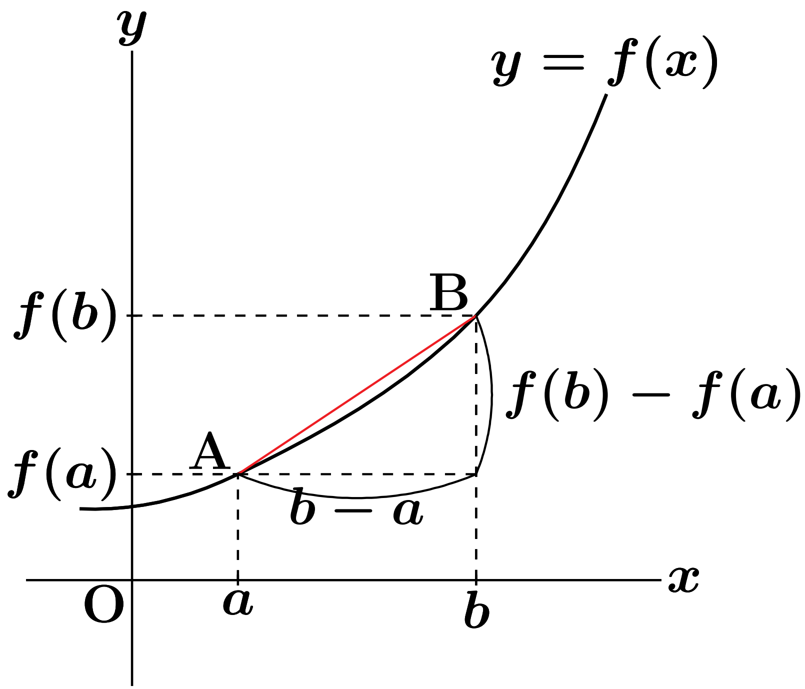
- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

$$f(b) - f(a)$$

区間幅 $b - a$ で割る

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

これを平均変化率という



平均変化率の意味

- 関数 $y = f(x)$, 区間 $[a,\ b]$
- $f(x)$ の $[a,\ b]$ での変化量は

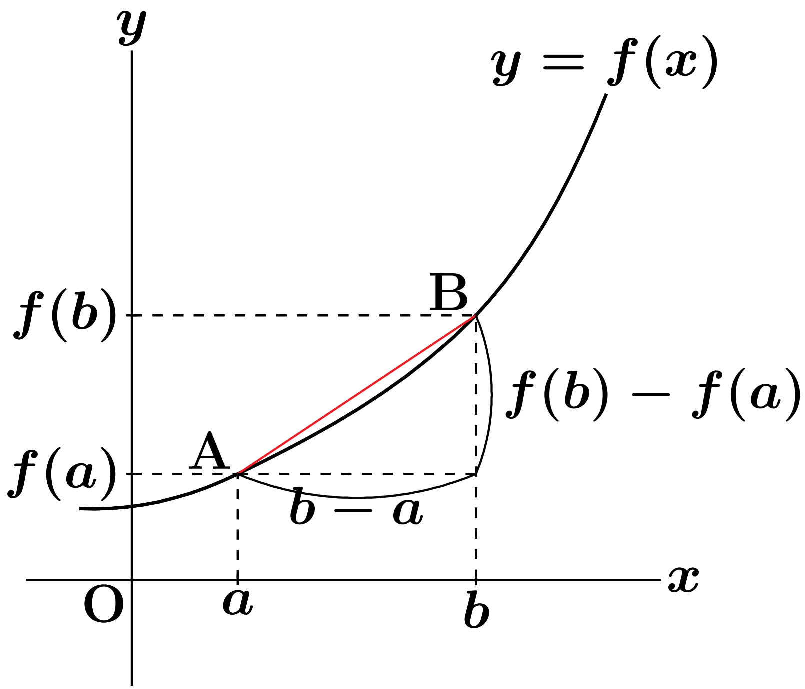
$$f(b) - f(a)$$

区間幅 $b - a$ で割る

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

これを平均変化率という

- 平均変化率は直線 AB の傾き



平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1, 3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1,3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3-1} = \frac{3^2 - 1^2}{3-1} = \frac{9-1}{3-1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a,b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b-a} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1,3]$ での平均変化率 (r とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3-1} = \frac{3^2 - 1^2}{3-1} = \frac{9-1}{3-1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a,b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b-a} = \frac{(b-a)(b+a)}{b-a} =$$

平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$ の $[1,3]$ での平均変化率 (r とおく)

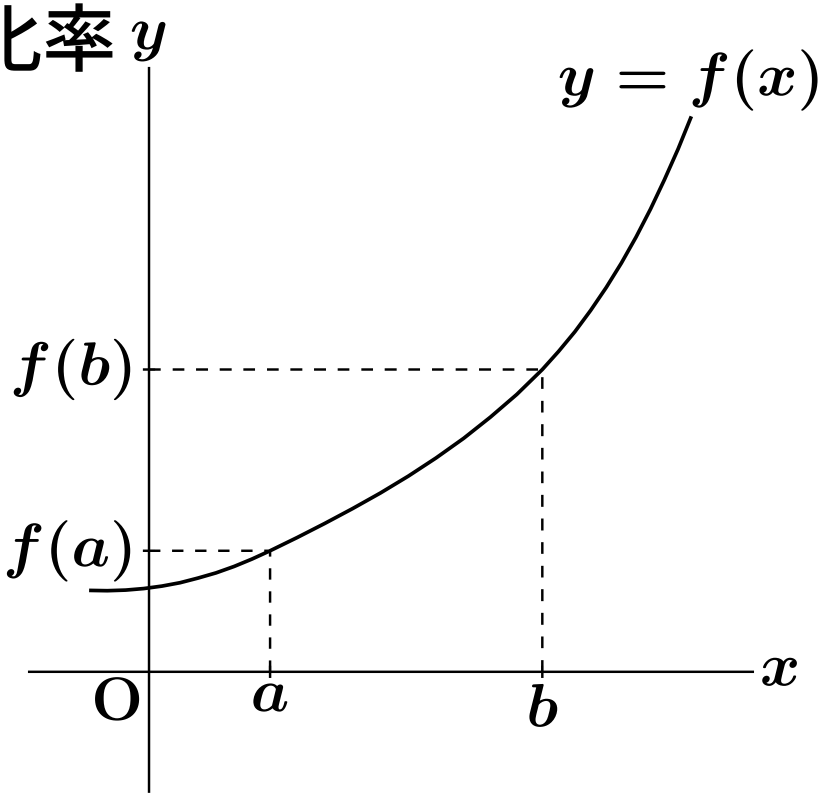
$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

- $f(x) = x^2$ の $[a,b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a} = \frac{(b - a)(b + a)}{b - a} = b + a$$

b を a に近づけたときの変化率

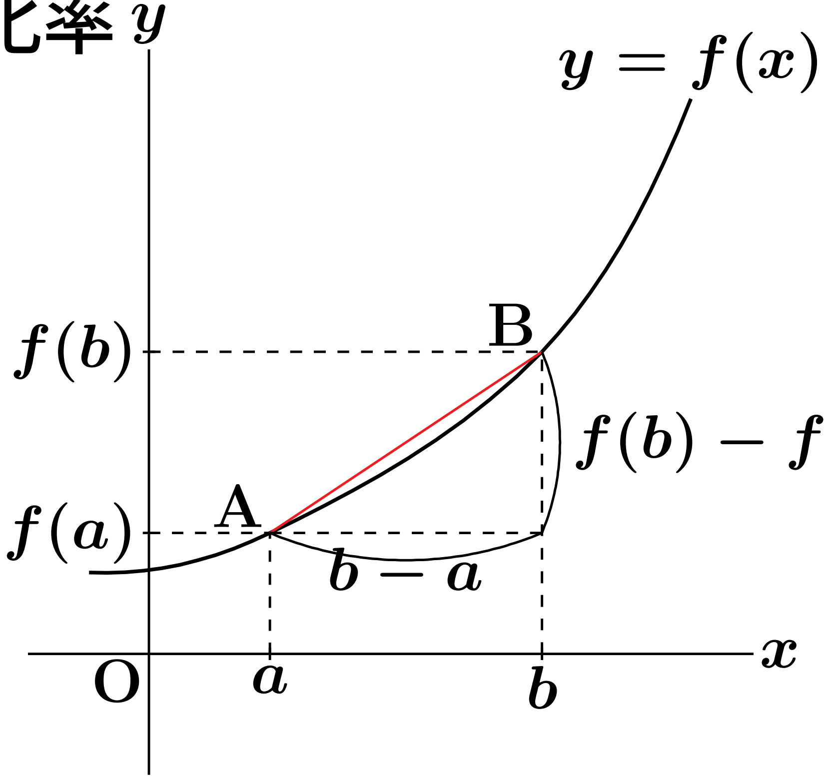
- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率



b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

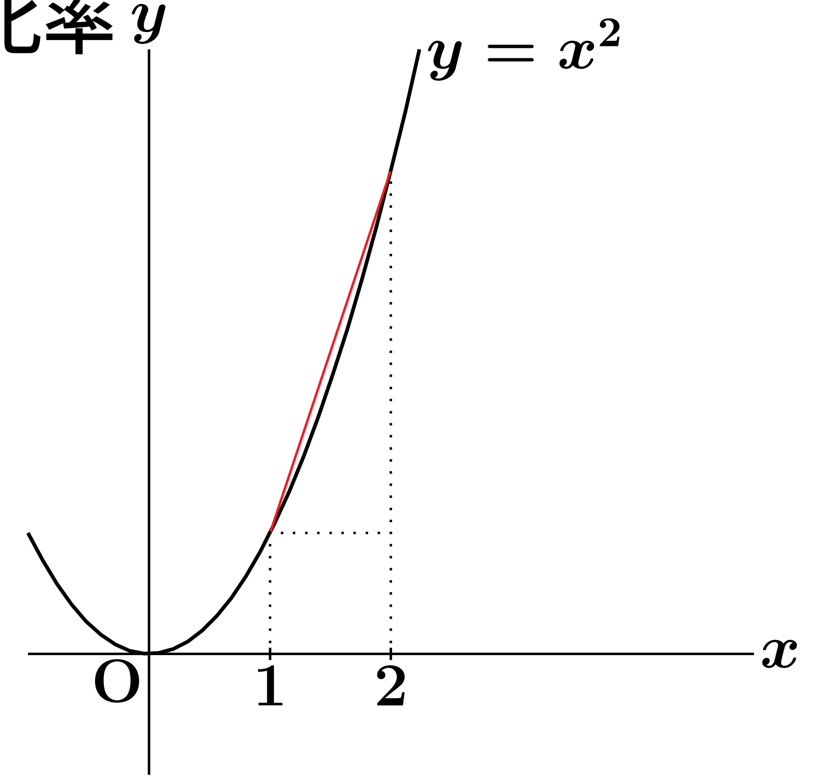


b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき



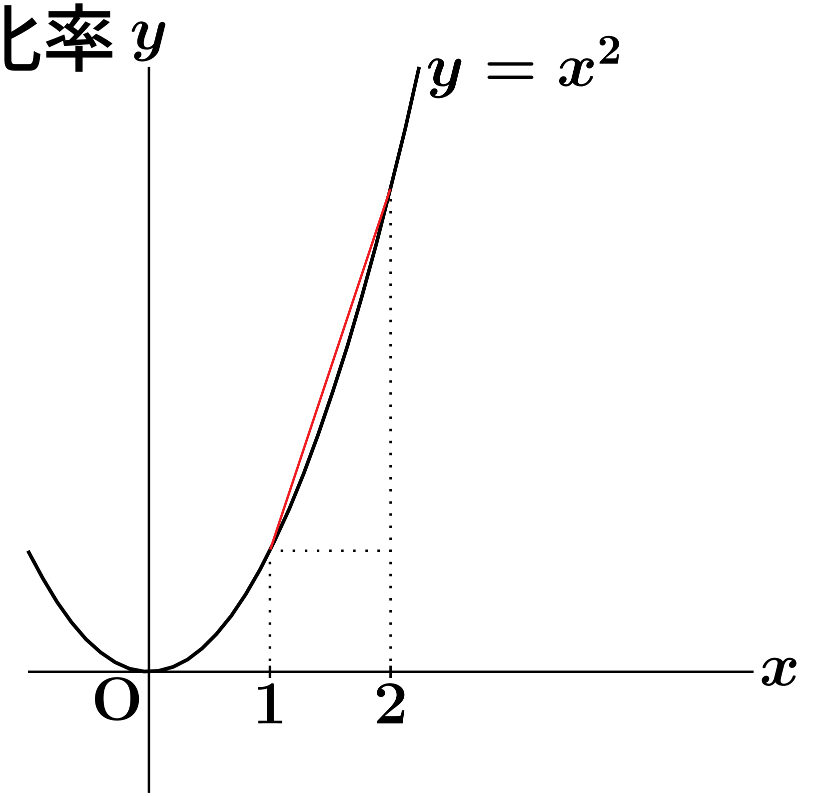
b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$



b を a に近づけたときの変化率

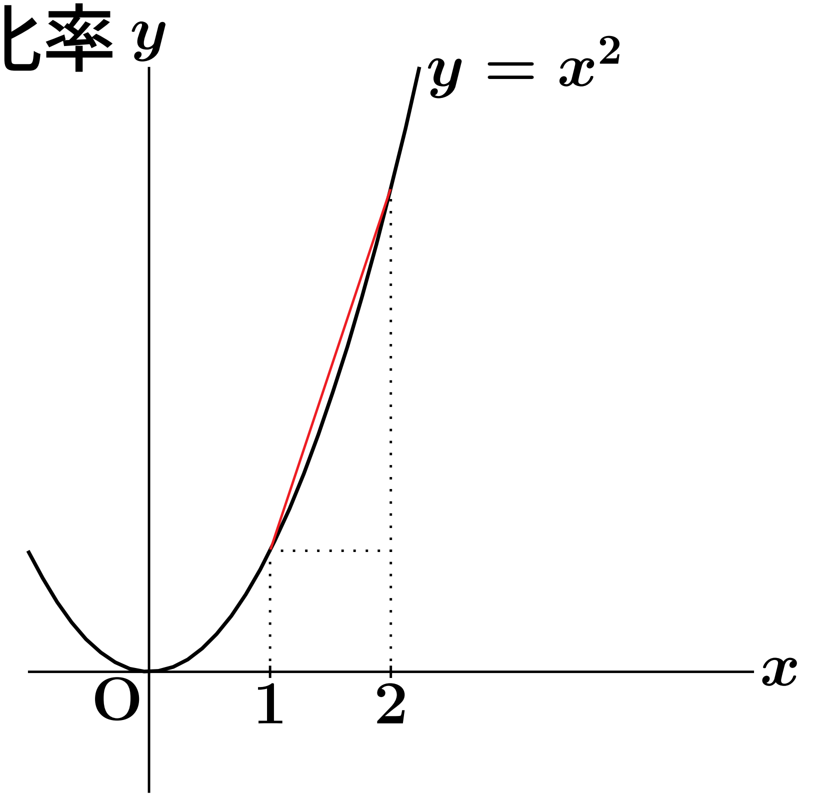
- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$

- $b = 2$ のとき　$r = \boxed{}$



b を a に近づけたときの変化率

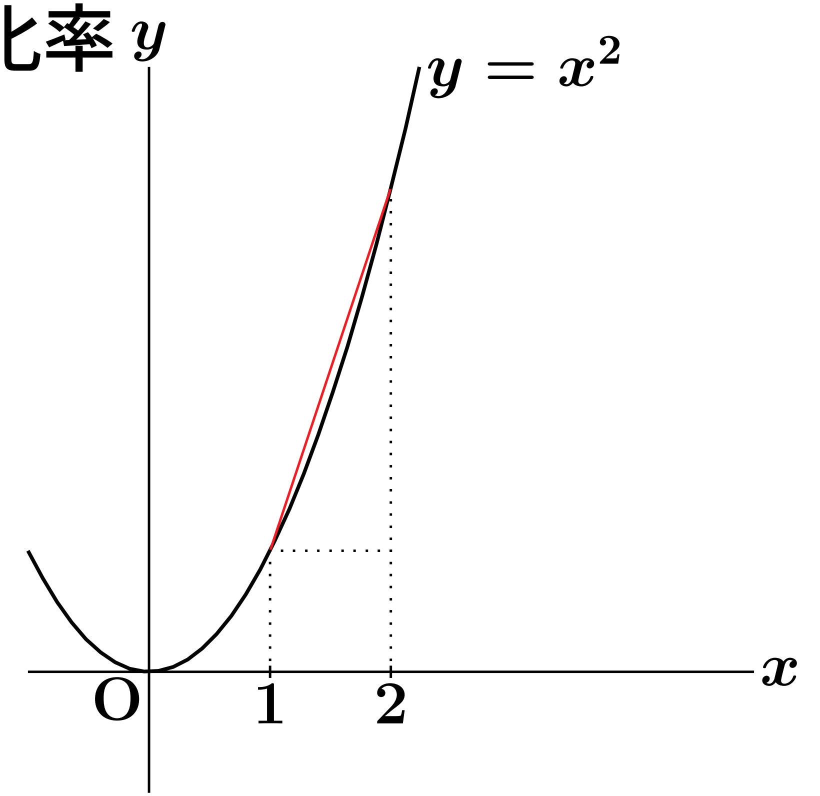
- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$

- $b = 2$ のとき　$r = \boxed{}$



b を a に近づけたときの変化率

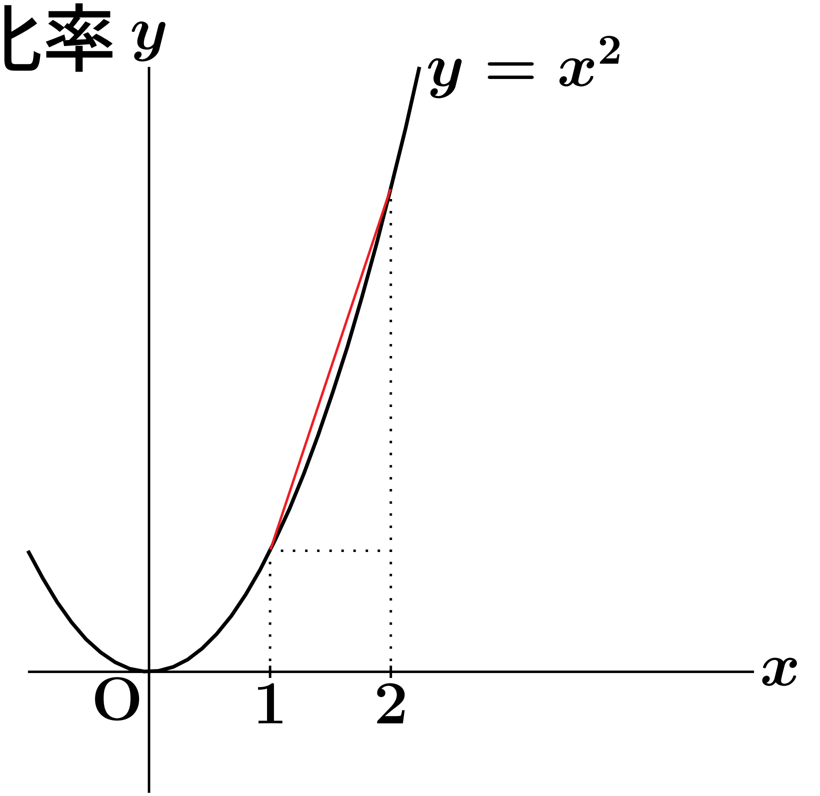
- 関数 $y = x^2$ の $[a, b]$ での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$ のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$

- $b = 2$ のとき　$r = \boxed{}$



b を a に近づけたときの変化率

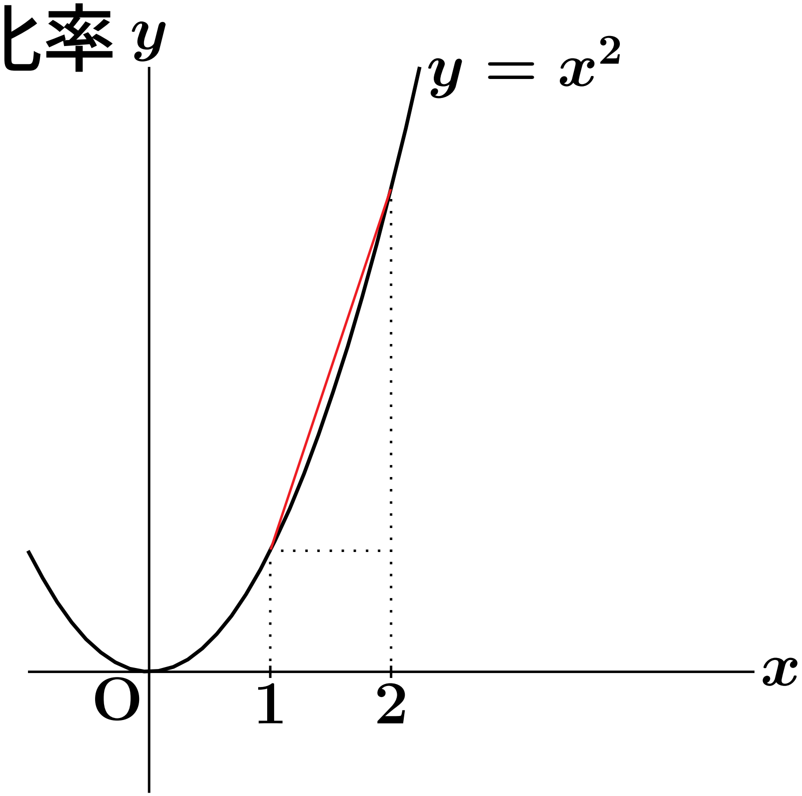
- 関数 $y=x^2$ の $[a,b]$ での平均変化率

$$r=\frac{b^2-a^2}{b-a}$$

$[1,b]$ のとき

$$r=\frac{b^2-1}{b-1}$$

- $b=2$ のとき　$r=\boxed{3}$



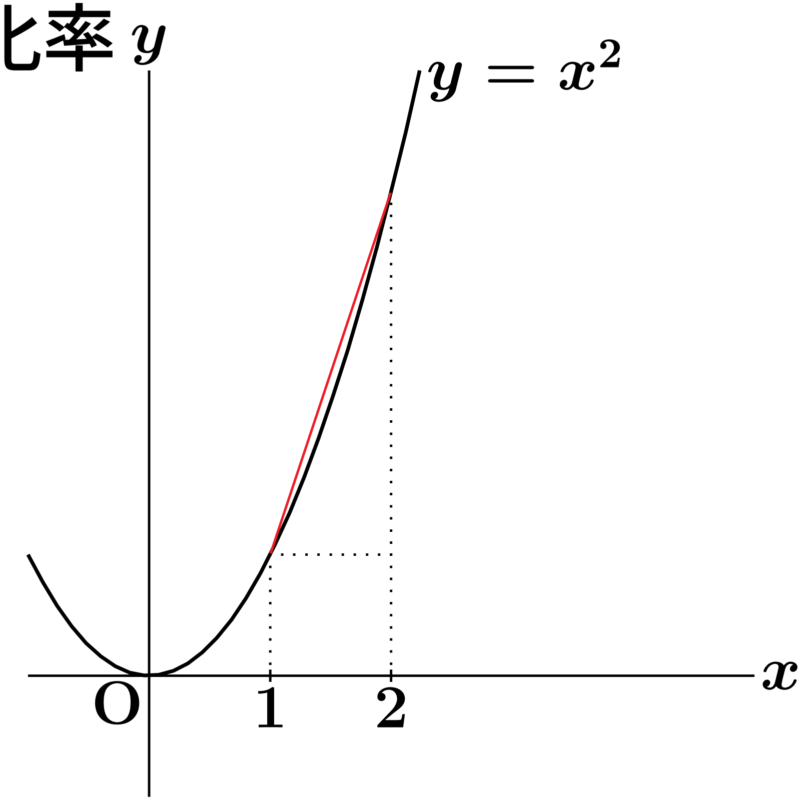
b を a に近づけたときの変化率

- 関数 $y=x^2$ の $[a,b]$ での平均変化率

$$r=\frac{b^2-a^2}{b-a}$$

$[1,b]$ のとき

$$r=\frac{b^2-1}{b-1}$$



- $b=2$ のとき　$r=\boxed{3}$

課題 0627-1 1点における変化率を動かして答えよ

・$b=1$ における r はどうなるか

割り算（分数）の意味

- $a \div b \ \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

割り算（分数）の意味

- $a \div b \ \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

例)$x = \dfrac{6}{2}$

割り算（分数）の意味

- $a \div b$ $\left(\dfrac{a}{b}\right)$とは

例)$x = \dfrac{6}{2} \iff 2x = 6$ となる x のこと

割り算（分数）の意味

- $a \div b \ \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

例) $x = \dfrac{6}{2} \iff 2x = 6$ となる x のこと

例) $x = \dfrac{3}{5}$

割り算（分数）の意味

- $a \div b \quad \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

例)$x = \dfrac{6}{2} \iff 2x = 6$ となる x のこと

例)$x = \dfrac{3}{5} \iff 5x = 3$ となる x のこと

割り算（分数）の意味

- $a \div b \ \left(\dfrac{a}{b}\right)$ とは

  例)$x = \dfrac{6}{2} \iff 2x = 6$ となる x のこと

  例)$x = \dfrac{3}{5} \iff 5x = 3$ となる x のこと

- $x = \dfrac{a}{b} \iff bx = a$ となる x のこと

分母が0になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{}$

分母が０になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{}\, x = \boxed{}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{\phantom{\text{求まらない}}}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{}\, x = \boxed{}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{\phantom{\text{求まらない}}}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{0}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{\text{決まらない}}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{0}$$

分母が 0 になると？

(1) $\dfrac{1}{0}$ は $\boxed{\text{求まらない}}$

(2) $\dfrac{0}{0}$ は $\boxed{\text{決まらない}}$

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0}\, x = \boxed{0}$$

- 分母が 0 となる分数は考えない

1 点における変化率

- 区間 $[a, b]$ の平均変化率 $r = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$

1 点における変化率

- 区間 $[a, b]$ の平均変化率 $r = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- 1 点 a における変化率 $r = \dfrac{f(a) - f(a)}{a - a}$

分母が 0 になってしまう

1 点における変化率

- 区間 $[a, b]$ の平均変化率 $r = \dfrac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- 1 点 a における変化率 $r = \dfrac{f(a) - f(a)}{a - a}$

分母が 0 になってしまう

- 1 点における変化率はどうやって求めればいいか

微分係数

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）

  a に等しくはないが，いくらでも近くなること

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を**極限値**という

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を**極限値**という
  $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を**極限値**という
  $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

例 $\lim_{x \to 1}(2x+3) =$

関数の極限

- x が a に限りなく近づくとする（$x \to a$）
  a に等しくはないが，いくらでも近くなること
- $f(x)$ が α に近づくとき，α を**極限値**という
  $\lim_{x \to a} f(x) = \alpha$ と書く

例 $\lim_{x \to 1}(2x + 3) = 5$

$y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$ のグラフ

- $y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} =$

$y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$ のグラフ

- $y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} = \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}$

$y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$ のグラフ

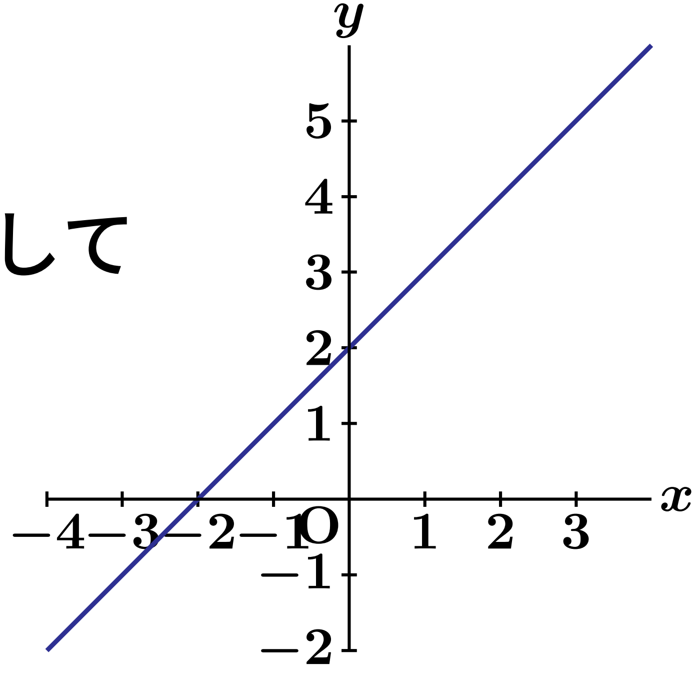
- $y = \dfrac{x^2 - 4}{x - 2} = \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}$

  $= x + 2$

$y = \dfrac{x^2-4}{x-2}$ のグラフ

- $y = \dfrac{x^2-4}{x-2} = \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}$

  $= x + 2$

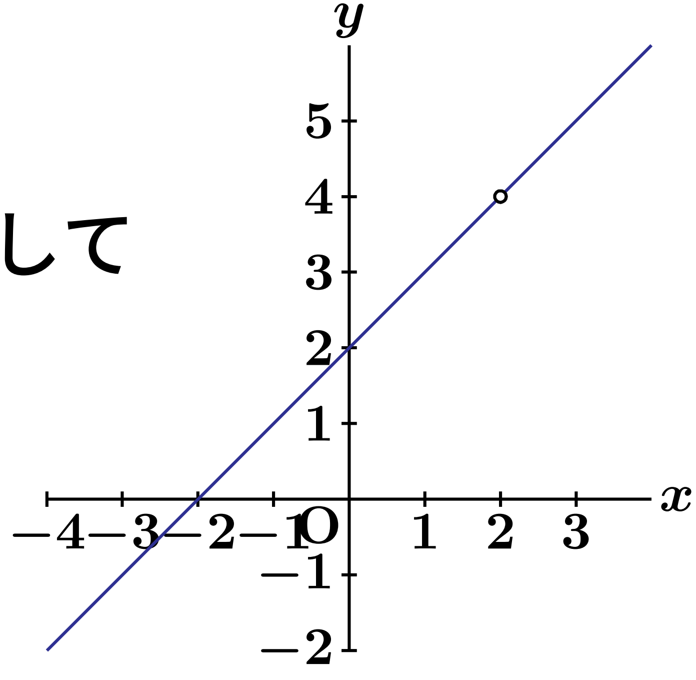


課題 0627-2 $y = \dfrac{x^2-4}{x-2}$ のグラフとして図は正しくない．理由を述べよ．

$y = \dfrac{x^2-4}{x-2}$ のグラフ

- $y = \dfrac{x^2-4}{x-2} = \dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}$

  $= x+2$



課題 0627-2 $y = \dfrac{x^2-4}{x-2}$ のグラフとして図は正しくない．理由を述べよ．

- 正しくは $\Longrightarrow$

分母が 0 に近づくときの極限

例 2) $\displaystyle \lim_{x \to 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

分母が 0 に近づくときの極限

例 2) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$

- $x \to 2$ とすると，分母も分子も 0 に近づく

分母が0に近づくときの極限

例2) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$

- $x \to 2$ とすると，分母も分子も0に近づく
- そのままでは極限値がわからない

分母が 0 に近づくときの極限

例 2) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$

- $x \to 2$ とすると，分母も分子も 0 に近づく
- そのままでは極限値がわからない
- $x^2-4=(x-2)(x+2)$ と因数分解して

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}$$

分母が 0 に近づくときの極限

例 2) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$

- $x \to 2$ とすると，分母も分子も 0 に近づく
- そのままでは極限値がわからない
- $x^2-4=(x-2)(x+2)$ と因数分解して
$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{x+2}{1}=\square$$

分母が 0 に近づくときの極限

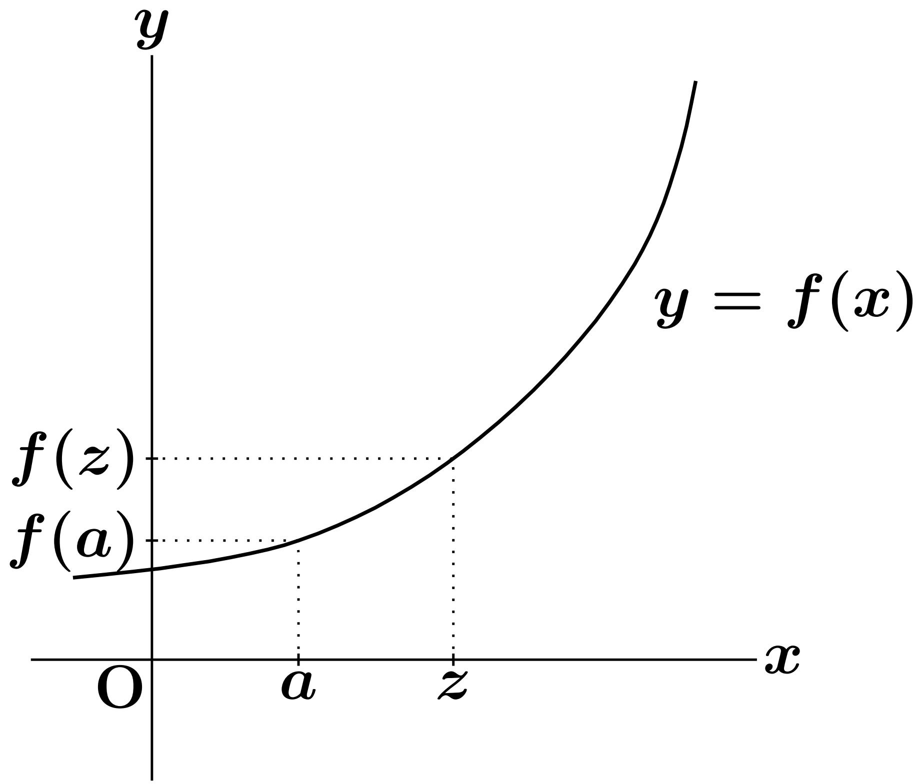
例 2) $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$

- $x \to 2$ とすると，分母も分子も 0 に近づく
- そのままでは極限値がわからない
- $x^2-4=(x-2)(x+2)$ と因数分解して

$$\lim_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim_{x\to 2}\frac{x+2}{1}=\boxed{4}$$

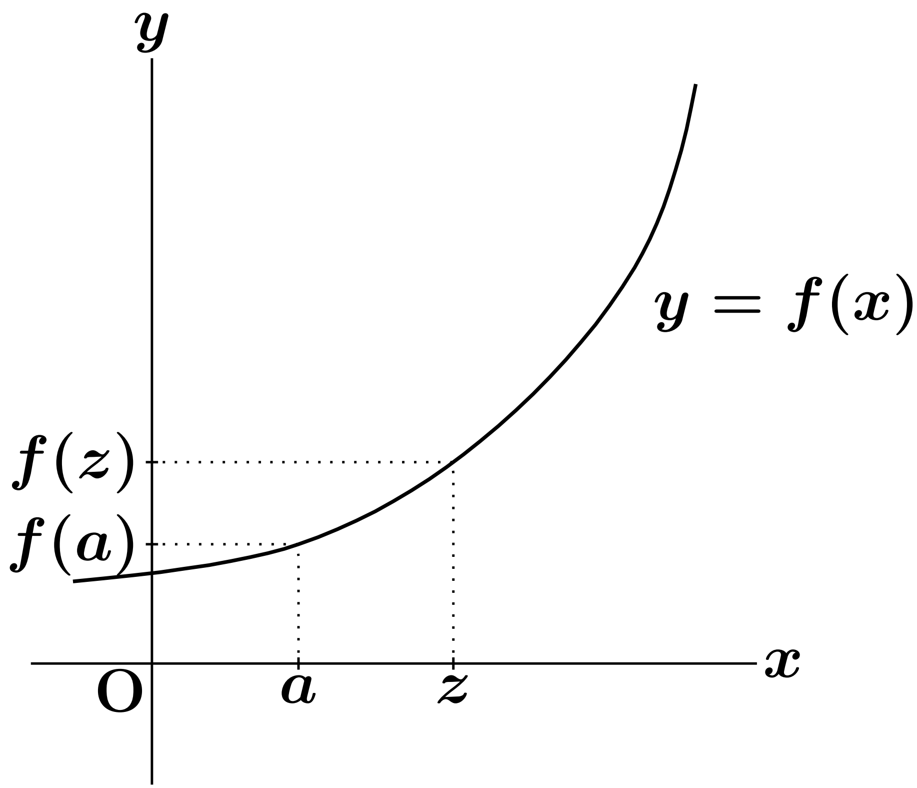
a における変化率

- a の近くに z をとる



a における変化率

- a の近くに z をとる
- $[a,\ z]$ での平均変化率は
$$\frac{f(z)-f(a)}{z-a}$$



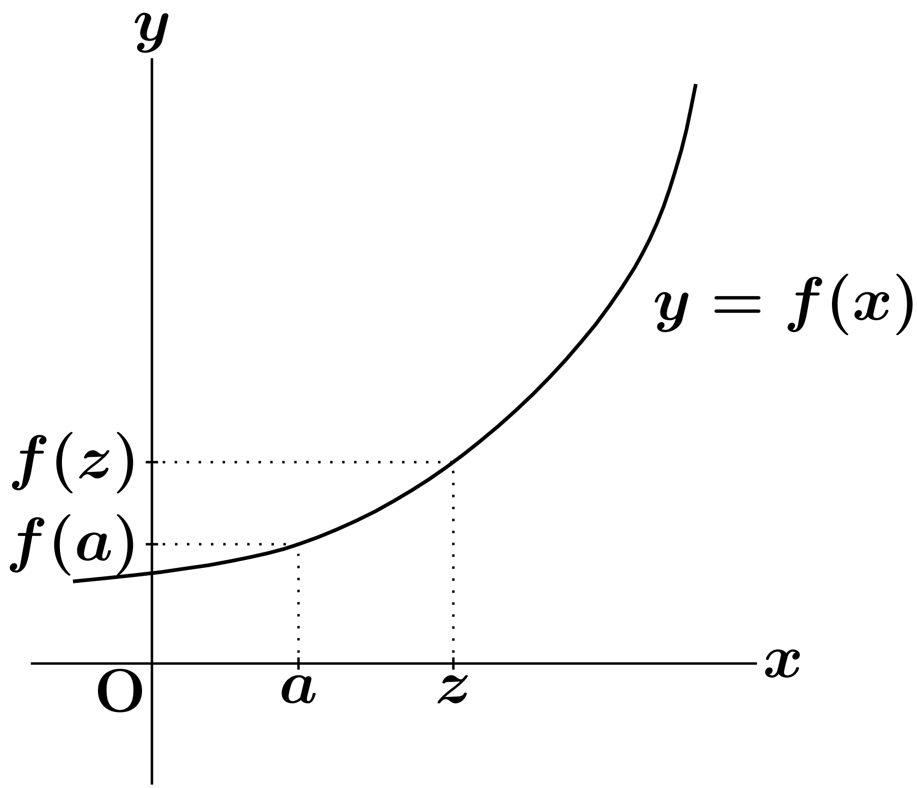
a における変化率

- a の近く に z をとる
- $[a,\ z]$ での平均変化率は

$$\frac{f(z)-f(a)}{z-a}$$

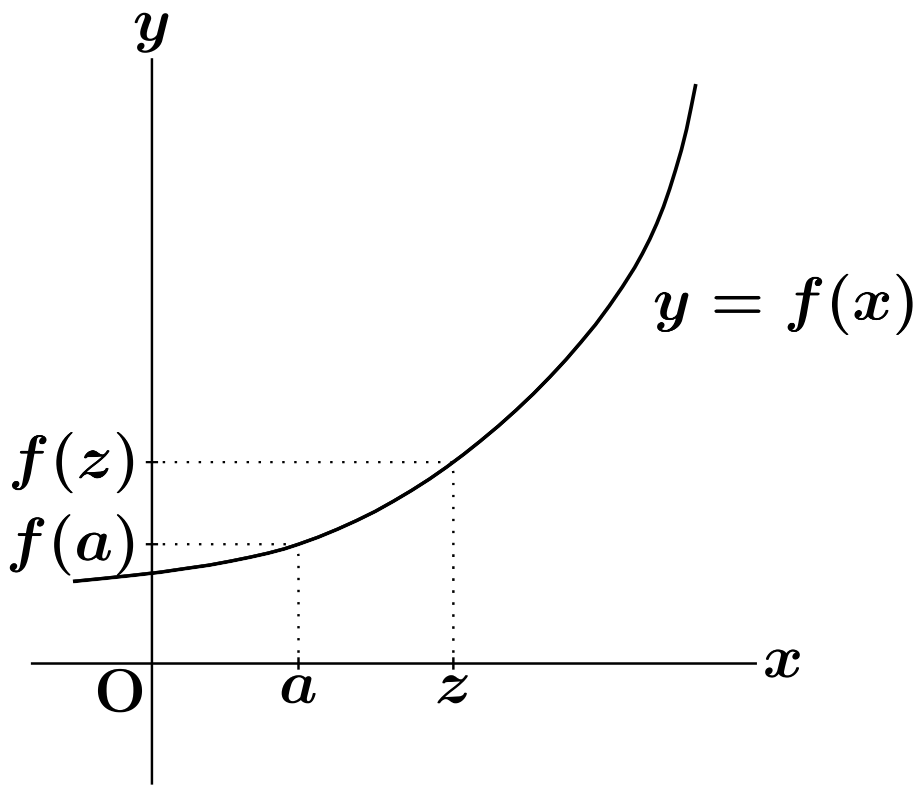
- $z \to a$ の極限値

$$\lim_{z\to a}\frac{f(z)-f(a)}{z-a}$$



a における変化率

- a の近くに z をとる
- $[a,\ z]$ での平均変化率は
$$\frac{f(z)-f(a)}{z-a}$$
- $z \to a$ の極限値
$$\lim_{z\to a}\frac{f(z)-f(a)}{z-a}$$



- これを a における微分係数といい，$f'(a)$ と書く

微分係数の計算例

例 $f(x) = x^2$ の 1 における微分係数 $f'(1)$

$$f'(1) = \lim_{z \to 1} \frac{f(z) - f(1)}{z - 1}$$

微分係数の計算例

例 $f(x) = x^2$ の 1 における微分係数 $f'(1)$

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= \lim_{z \to 1} \frac{f(z) - f(1)}{z - 1} \\
&= \lim_{z \to 1} \frac{z^2 - 1}{z - 1} =
\end{aligned}
$$

微分係数の計算例

例 $f(x) = x^2$ の 1 における微分係数 $f'(1)$

$$f'(1) = \lim_{z\to 1} \frac{f(z) - f(1)}{z - 1}$$

$$= \lim_{z\to 1} \frac{z^2 - 1}{z - 1} = \lim_{z\to 1} \frac{(z+1)(z-1)}{z - 1}$$

微分係数の計算例

例 $f(x) = x^2$ の 1 における微分係数 $f'(1)$

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= \lim_{z \to 1} \frac{f(z) - f(1)}{z - 1} \\
&= \lim_{z \to 1} \frac{z^2 - 1}{z - 1} = \lim_{z \to 1} \frac{(z+1)\cancel{(z-1)}}{\cancel{z-1}} \\
&= \lim_{z \to 1} (z + 1)
\end{aligned}
$$

微分係数の計算例

例 $f(x) = x^2$ の 1 における微分係数 $f'(1)$

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= \lim_{z \to 1} \frac{f(z) - f(1)}{z - 1} \\
&= \lim_{z \to 1} \frac{z^2 - 1}{z - 1} = \lim_{z \to 1} \frac{(z+1)\cancel{(z-1)}}{\cancel{z-1}} \\
&= \lim_{z \to 1} (z+1) = 2
\end{aligned}
$$

微分係数の計算例

例 $f(x)=x^2$ の 1 における微分係数 $f'(1)$

$$
\begin{aligned}
f'(1) &= \lim_{z\to 1}\frac{f(z)-f(1)}{z-1} \\
&= \lim_{z\to 1}\frac{z^2-1}{z-1} = \lim_{z\to 1}\frac{(z+1)\cancel{(z-1)}}{\cancel{z-1}} \\
&= \lim_{z\to 1}(z+1) = 2
\end{aligned}
$$

課題 0627-3 次を求めよ

[1] $f(x)=2x^2$ のとき，$f'(1)$

[2] $f(x)=3x$ のとき，$f'(2)$

微分係数の図形的意味

課題 0627-4 微分係数の意味を動かせ

・a における微分係数の値 $f'(a)$ を求めよ

微分係数の図形的意味

課題 0627-4 微分係数の意味を動かせ

・a における微分係数の値 $f'(a)$ を求めよ

- 微分係数 $f'(a)$ は

微分係数の図形的意味

課題 0627-4 微分係数の意味を動かせ

・a における微分係数の値 $f'(a)$ を求めよ

- 微分係数 $f'(a)$ は
  A における接線の傾き

微分係数の定義式の別形

- $$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a} \tag{1}$$

微分係数の定義式の別形

- $$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a} \tag{1}$$
- $z - a = h$ とおくと　$z = a + h,\ h \to 0$

微分係数の定義式の別形

- $$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a} \tag{1}$$

- $z - a = h$ とおくと　$z = a + h,\ h \to 0$

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \tag{2}$$

微分係数の定義式の別形

- $$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(z) - f(a)}{z - a} \tag{1}$$

- $z - a = h$ とおくと　$z = a + h,\ h \to 0$

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \tag{2}$$

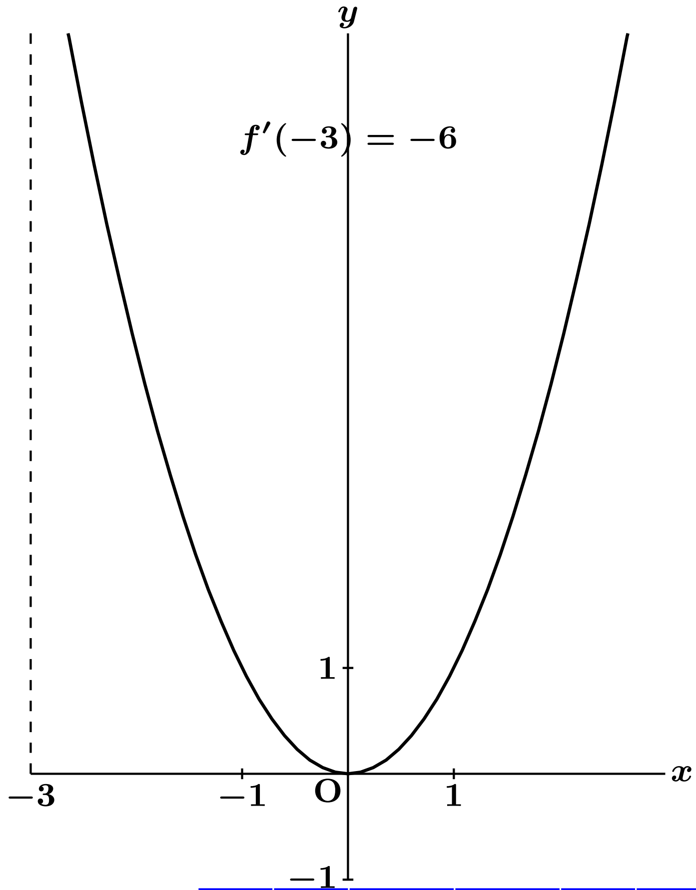
- (2) はよく用いられるが，(1) がおすすめ

導関数

導関数

- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

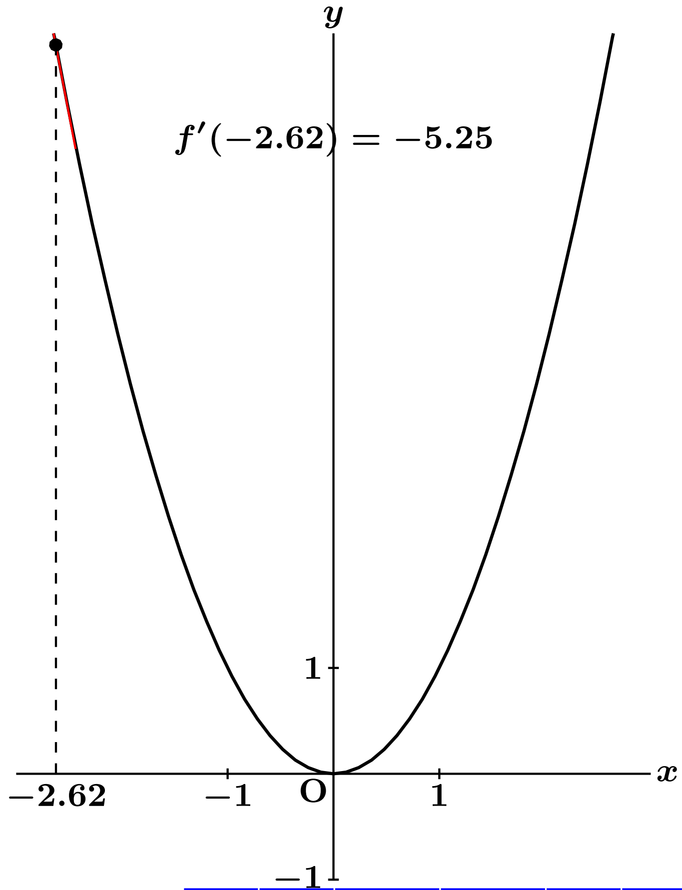
$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

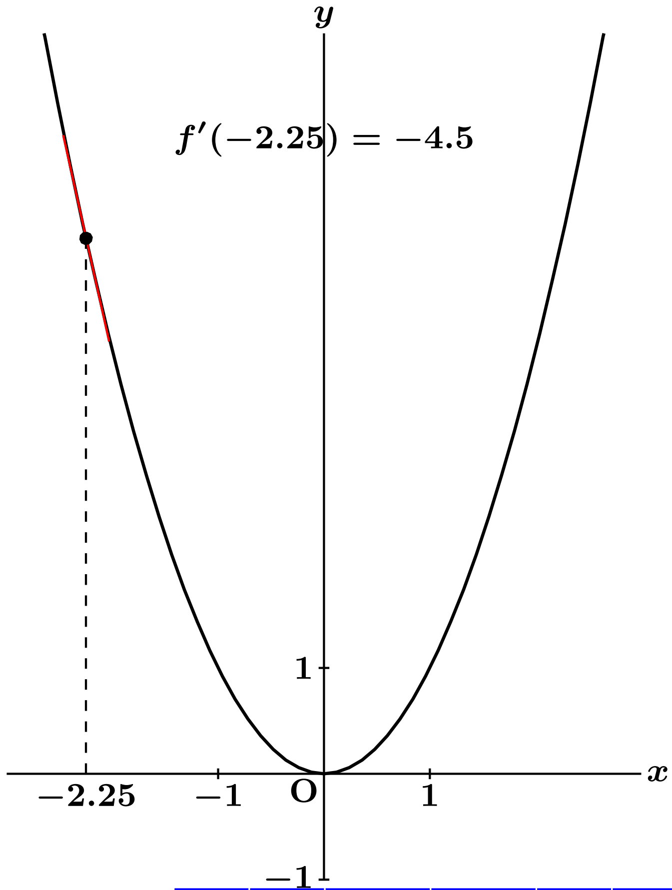
$$\Longrightarrow\ f'(a)\ \text{は}\ a\ \text{の関数}$$



導関数

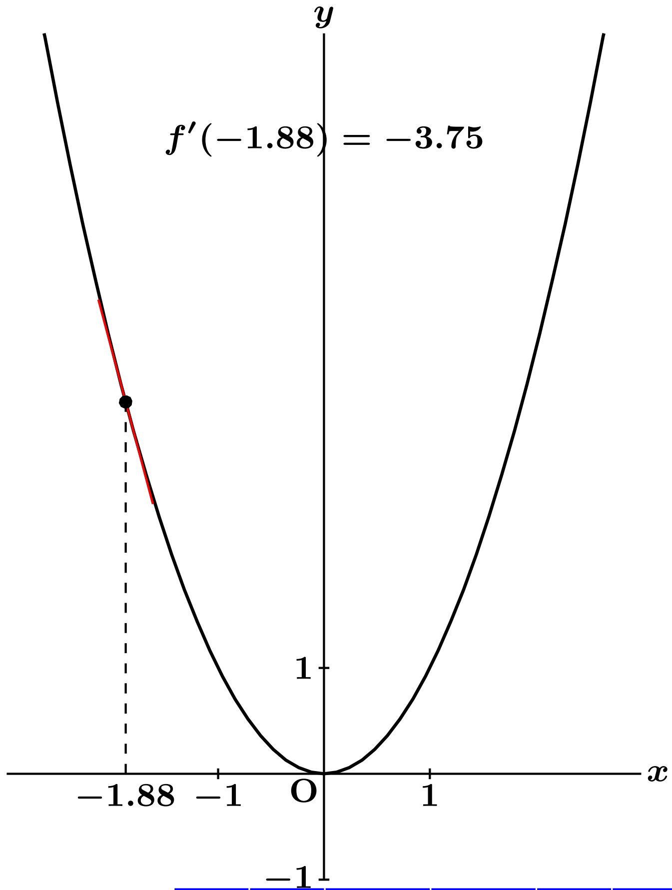
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

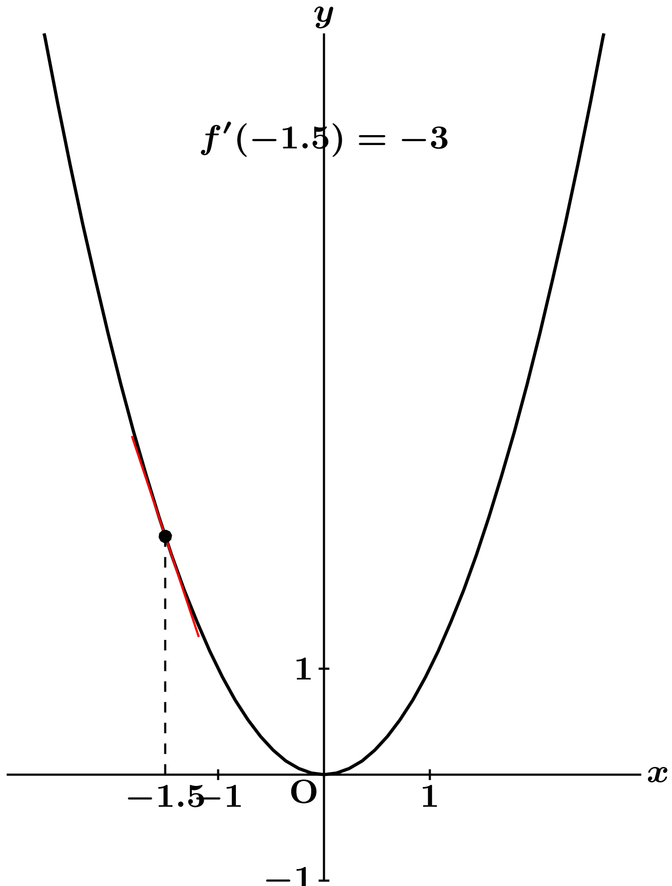
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $\Longrightarrow$ $f'(a)$ は a の関数



導関数

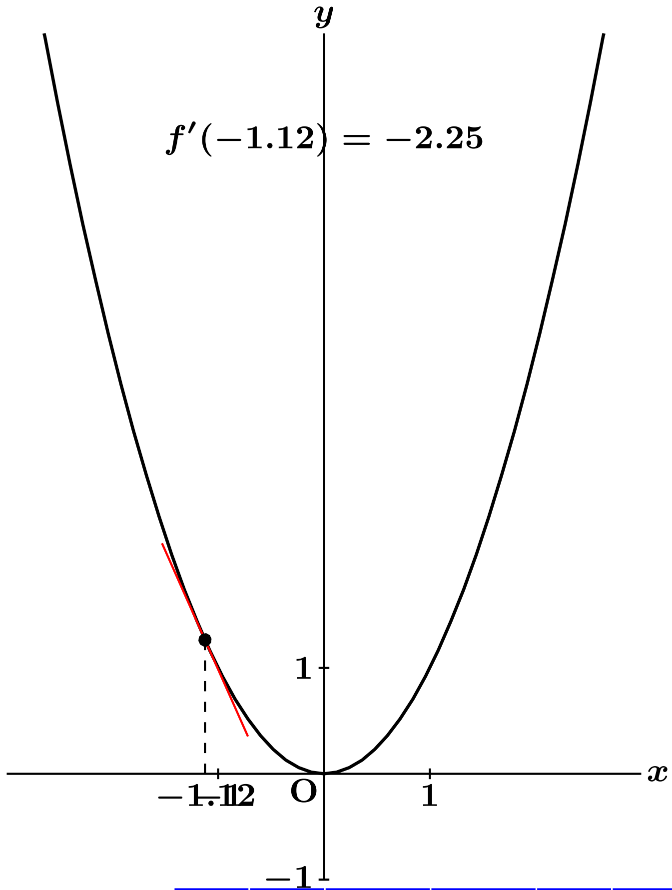
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

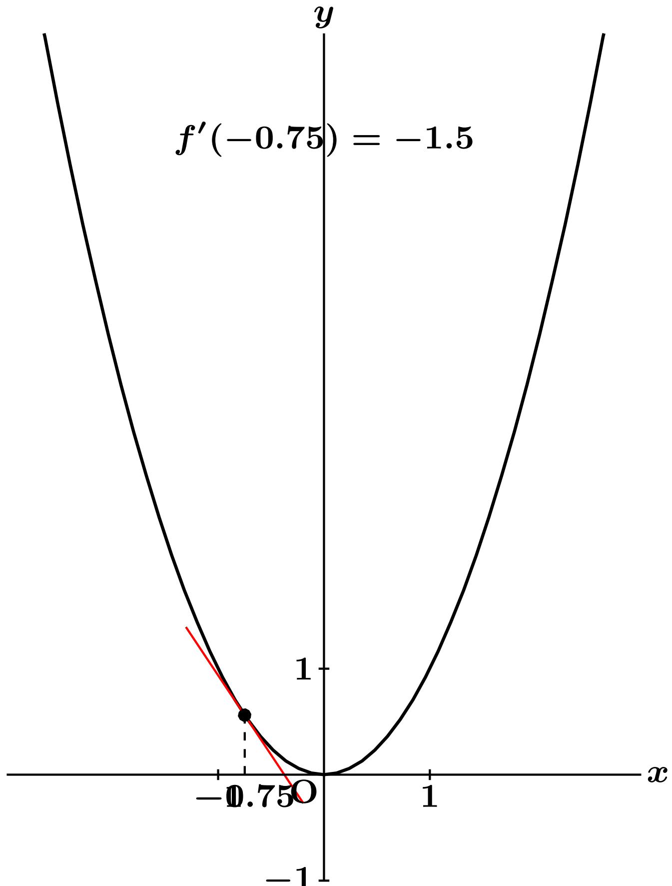
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $\Longrightarrow f'(a)$ は a の関数



導関数

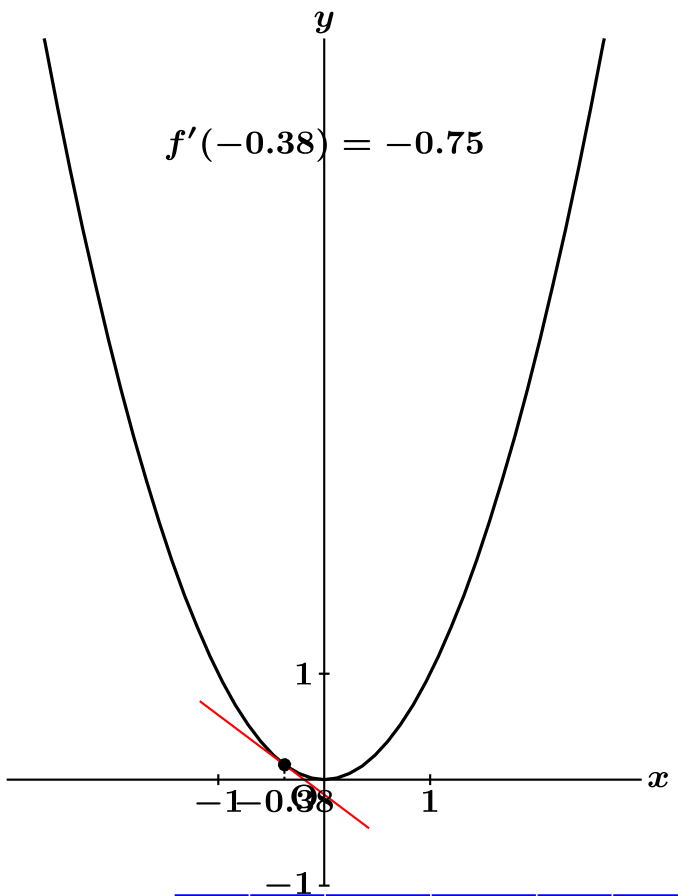
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

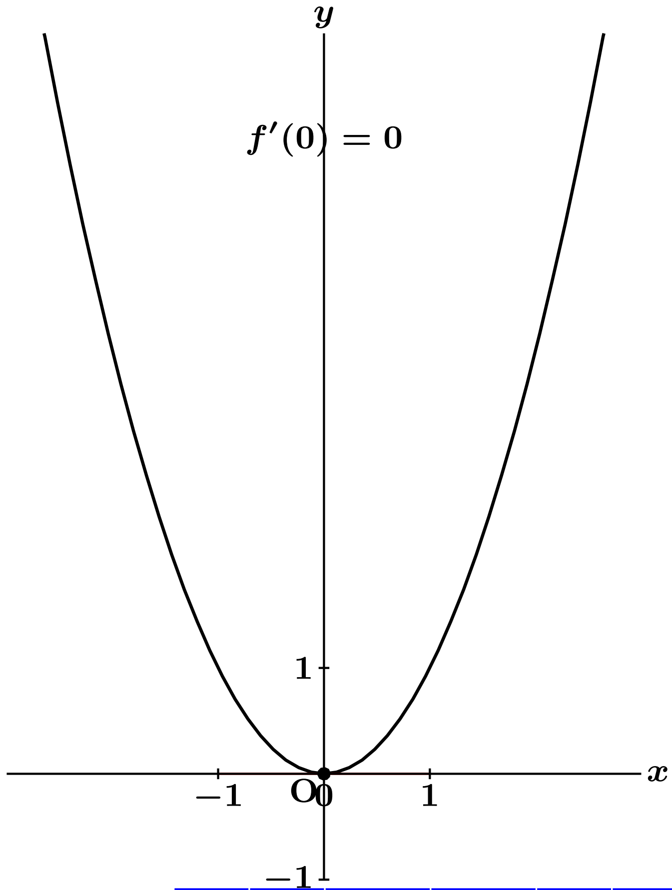
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $\Longrightarrow$ $f'(a)$ は a の関数



導関数

- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

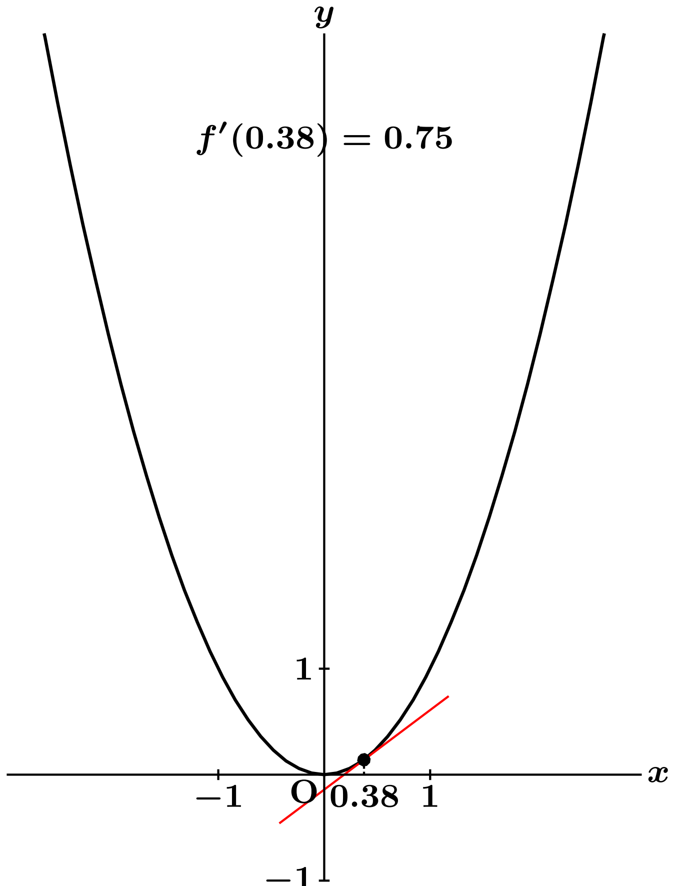
$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

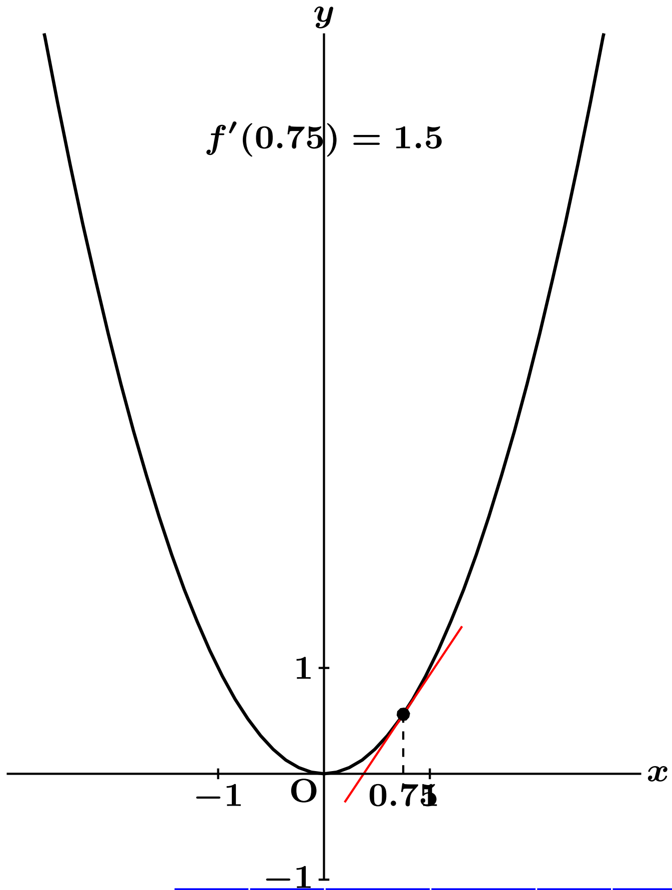
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



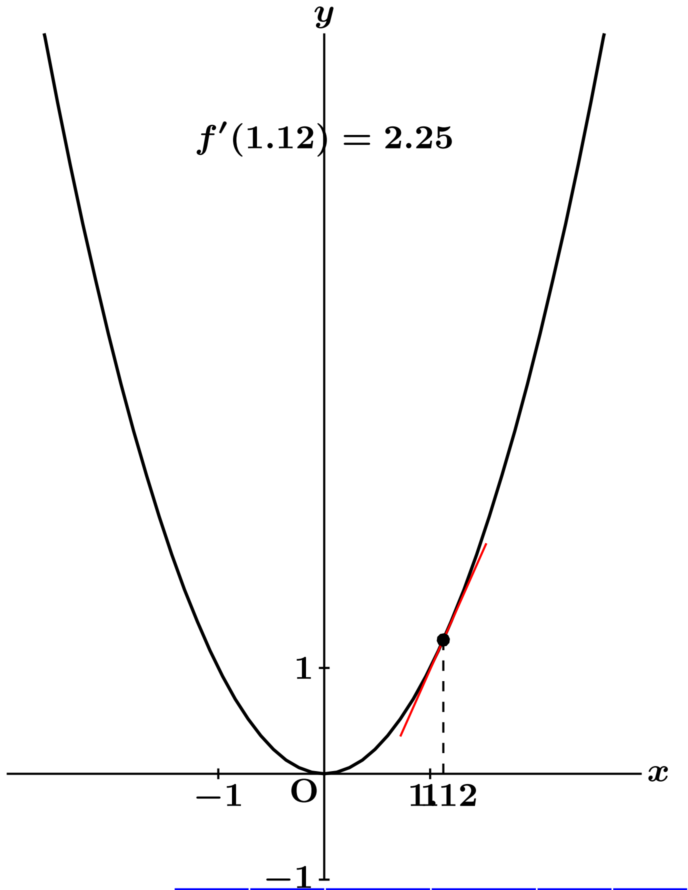
導関数

- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

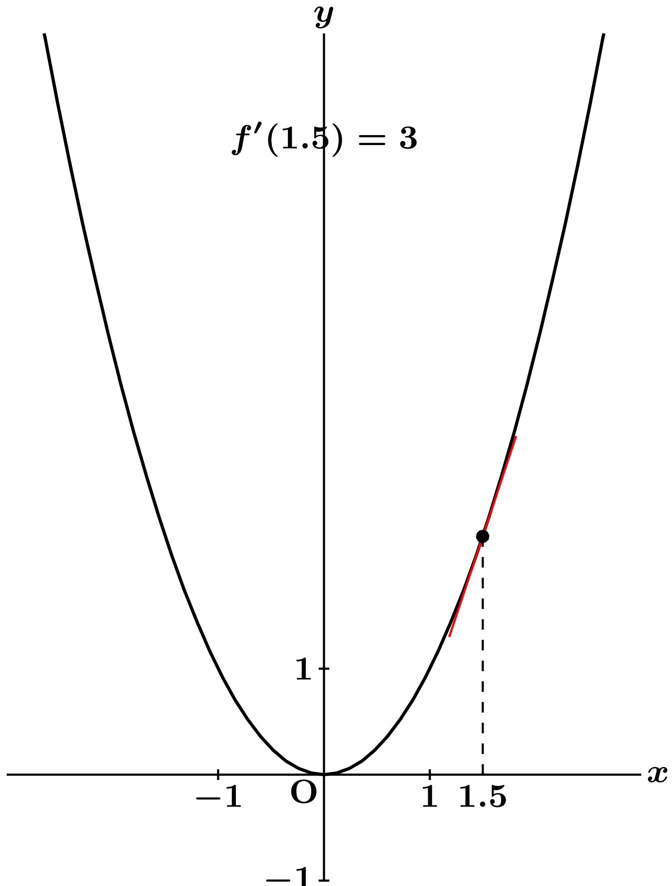
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $\Longrightarrow f'(a)$ は a の関数



導関数

- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

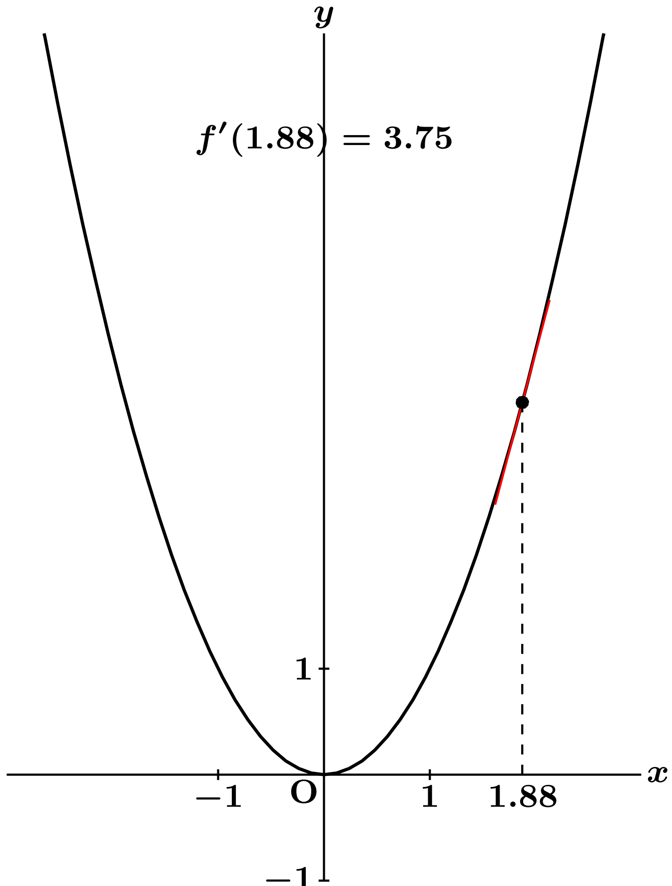
$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

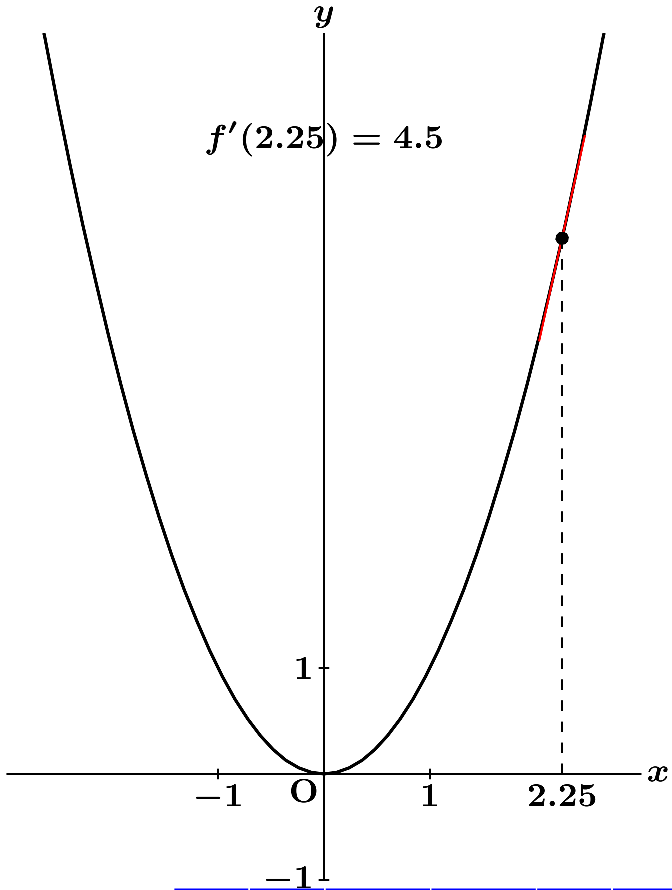
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

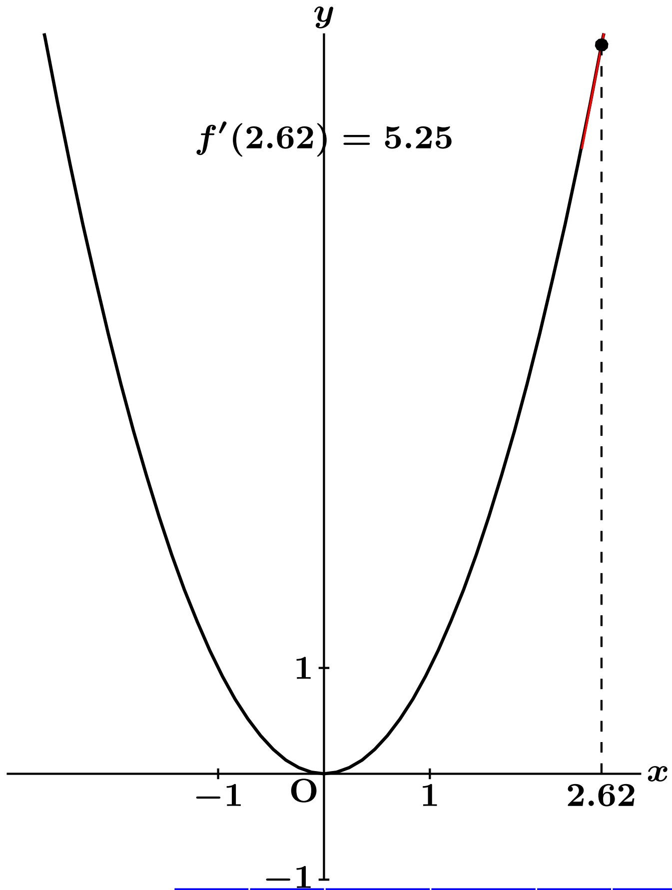
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $\Longrightarrow f'(a)$ は a の関数



導関数

- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

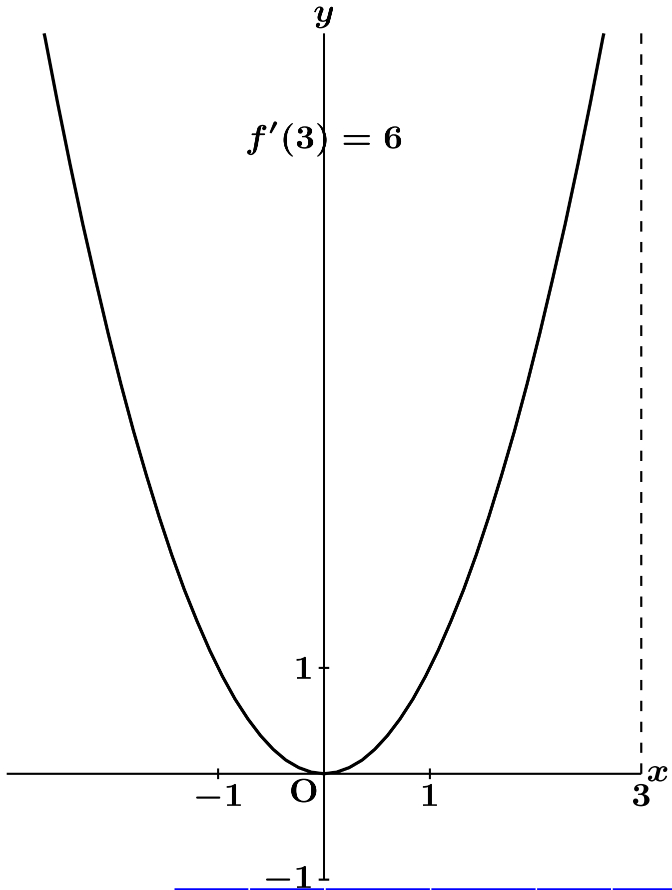
$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



導関数

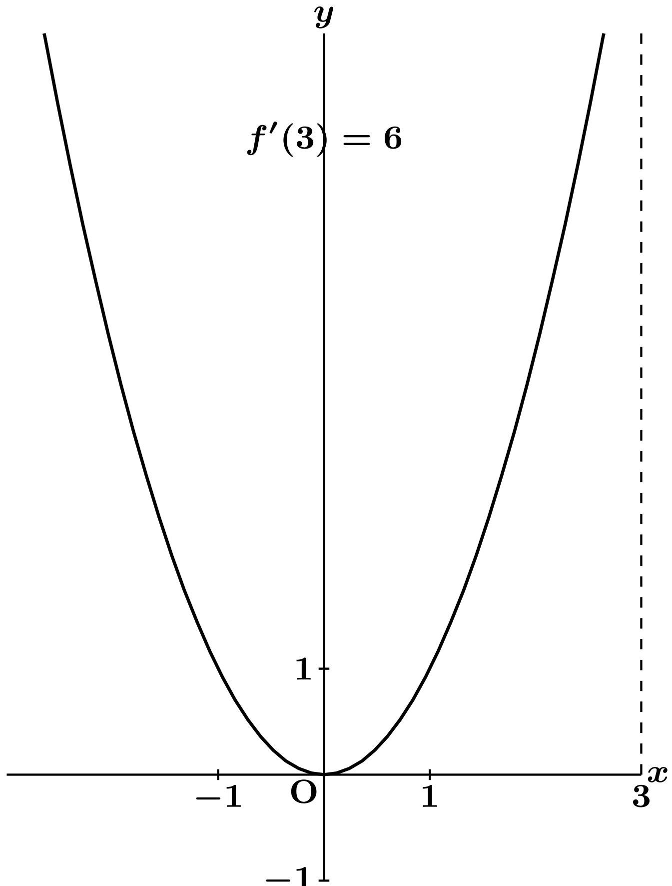
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる

$$\Longrightarrow f'(a) \text{ は } a \text{ の関数}$$



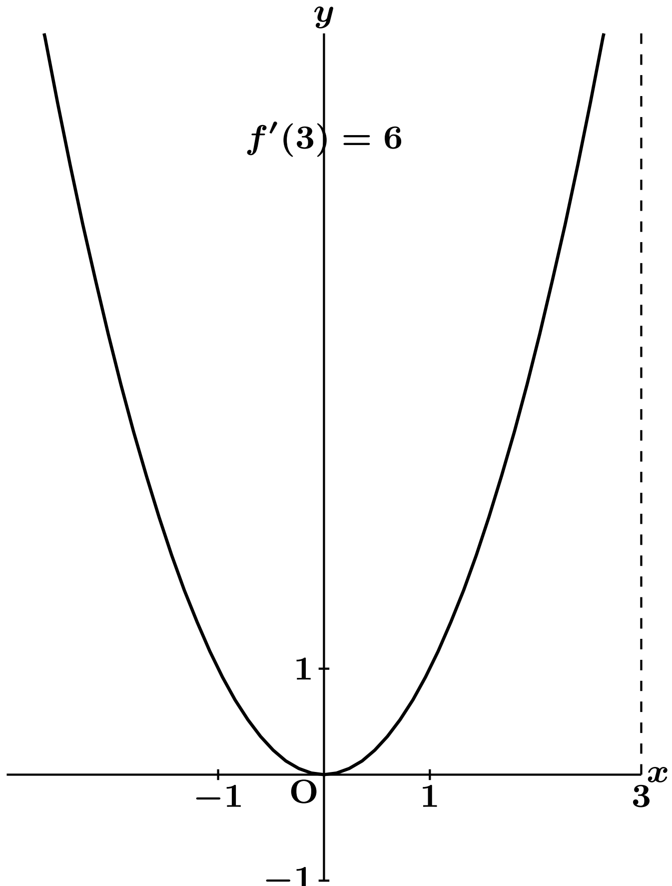
導関数 2

- s-takato.github.io/polytech/n107/doukansuumainoff.html
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $\Longrightarrow f'(a)$ は a の関数



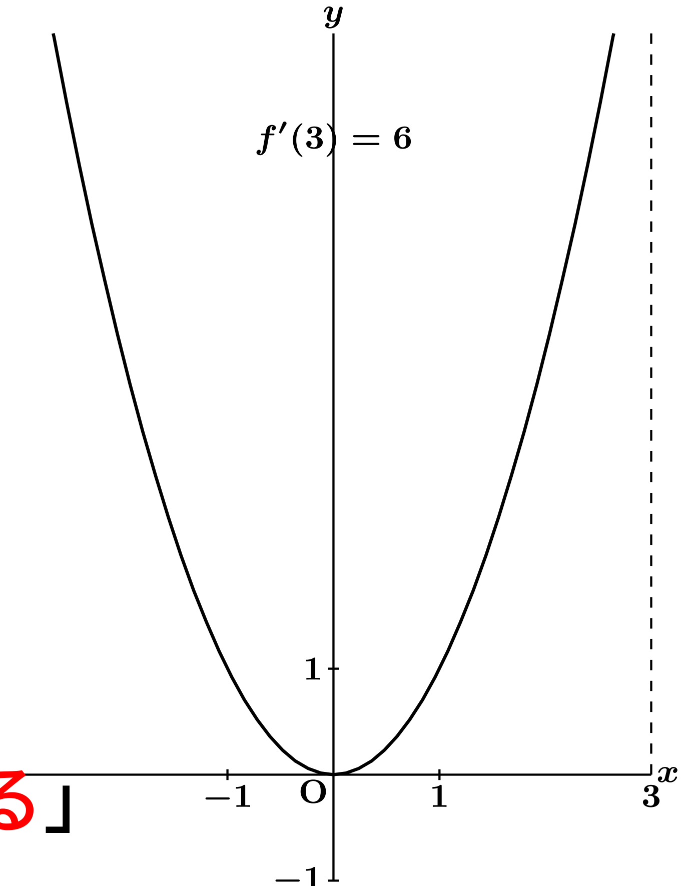
導関数 2

- s-takato.github.io/polytech/n107/doukansuumainoff.html
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $\Longrightarrow f'(a)$ は a の関数
- a を x と置き換えて
  $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数という



導関数 2

- s-takato.github.io/polytech/n107/doukansuumainoff.html
- 微分係数 $f'(a)$
- a を動かすと，$f'(a)$ も変わる
  $\Longrightarrow$ $f'(a)$ は a の関数
- a を x と置き換えて
  $f'(x)$ を $f(x)$ の導関数という
- 導関数を求めることを「微分する」



導関数の定義式

- $f'(a) = \lim_{z \to a} \dfrac{f(z) - f(a)}{z - a}$

導関数の定義式

- $f'(a) = \lim_{z \to a} \dfrac{f(z) - f(a)}{z - a}$
- a を x で置き換える

導関数の定義式

- $f'(a) = \lim_{z \to a} \dfrac{f(z) - f(a)}{z - a}$
- a を x で置き換える

$$\boxed{f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{f(z) - f(x)}{z - x}}$$

導関数の意味 (課題)

課題 0627-5 「導関数の意味」を実行して導関数を求めよ．

[1] $y = x^2 - x$ [2] $y = x^2 - 3$

[3] $y = x^3 - x$ [4] $y = x^3 + 2x^2 + x$

導関数の計算

例) $f(x) = x^2$ を微分する

導関数の計算

例) $f(x) = x^2$ を微分する

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

$$= \lim_{z \to x} \frac{z^2 - x^2}{z - x}$$

導関数の計算

例) $f(x) = x^2$ を微分する

$$
\begin{aligned}
f'(x) &= \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x} \\
&= \lim_{z \to x} \frac{z^2 - x^2}{z - x} \\
&= \lim_{z \to x} \frac{(z + x)(z - x)}{z - x} \\
&= \lim_{z \to x} (z + x) = 2x
\end{aligned}
$$

導関数の計算

例) $f(x) = x^2$ を微分する

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} \frac{z^2 - x^2}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} \frac{(z + x)(z - x)}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} (z + x) = 2x$$

$$(x^2)' = 2x$$

導関数の計算 2

例) $f(x) = x^3$ を微分する

導関数の計算 2

例) $f(x) = x^3$ を微分する

- 因数分解 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ を用いる

導関数の計算 2

例) $f(x) = x^3$ を微分する

- 因数分解 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ を用いる

$$
\begin{aligned}
a^3 - b^3 &= a^2(a-b) + a^2b - b^3 \\
&= (a-b)a^2 + (a^2 - b^2)b \\
&= (a-b)a^2 + (a-b)(a+b)b \\
&= (a-b)\bigl(a^2 + (a+b)b\bigr) \\
&= (a-b)(a^2 + ab + b^2)
\end{aligned}
$$

導関数の計算 2(続)

例) $f(x) = x^3$

- 因数分解 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ を用いる

導関数の計算 2(続)

例) $f(x) = x^3$

- 因数分解 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ を用いる
- $f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{z^3 - x^3}{z - x}$

導関数の計算 2(続)

例) $f(x) = x^3$

- 因数分解 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ を用いる
- $f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{z^3 - x^3}{z - x}$

$$= \lim_{z \to x} \frac{(z-x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$$

導関数の計算 2(続)

例) $f(x) = x^3$

- 因数分解 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ を用いる
- $$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$$

$$= \lim_{z \to x} \frac{(z-x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$$

$$= \lim_{z \to x} (z^2 + zx + x^2) = 3x^2$$

導関数の計算 2(続)

例) $f(x) = x^3$

- 因数分解 $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ を用いる
- $$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{z^3 - x^3}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} \frac{(z-x)(z^2 + zx + x^2)}{z - x}$$
$$= \lim_{z \to x} (z^2 + zx + x^2) = 3x^2$$

$(x^3)' = 3x^2$

導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{f(z) - f(x)}{z - x}$

導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{f(z) - f(x)}{z - x}$
- $z - x = \Delta x$ とおく（x の変化量でデルタ x と読む）
- $f(z) - f(x) = \Delta y$ とおく（y の変化量）
- $z \to x$ より　$\Delta x \to 0$

導関数の定義式の別形

- $f'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{f(z) - f(x)}{z - x} = \lim_{\Delta x \to 0} \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$
- $z - x = \Delta x$ とおく（x の変化量でデルタ x と読む）
- $f(z) - f(x) = \Delta y$ とおく（y の変化量）
- $z \to x$ より　$\Delta x \to 0$

導関数の定義式の別形

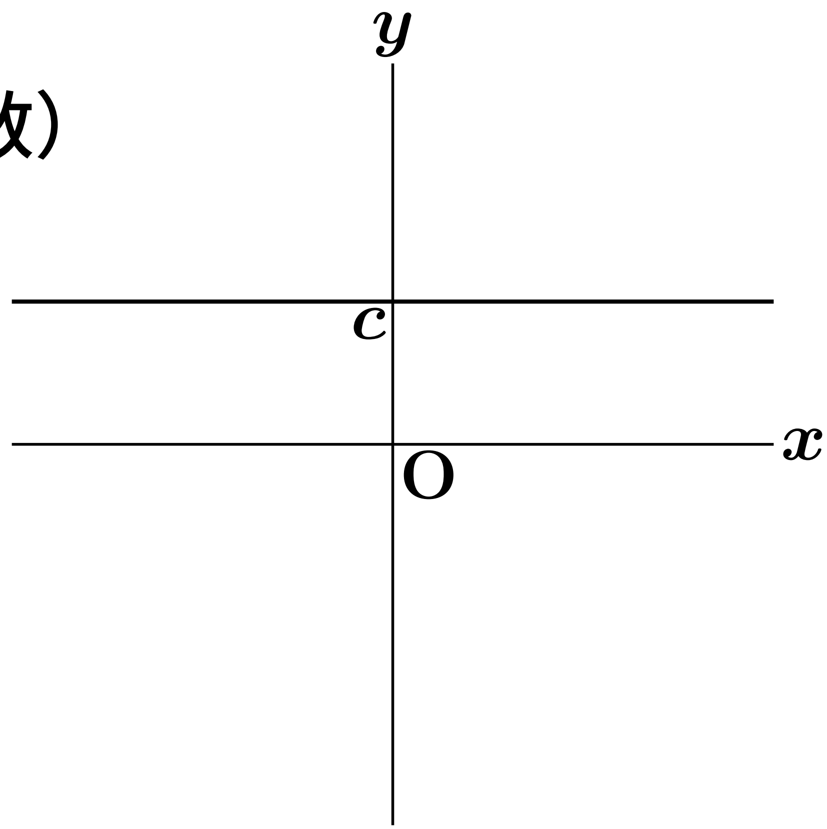
- $f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$
- $z - x = \Delta x$ とおく（x の変化量でデルタ x と読む）
- $f(z) - f(x) = \Delta y$ とおく（y の変化量）
- $z \to x$ より　$\Delta x \to 0$
- $z = x + \Delta x$ より

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$ （教科書）

微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$（c は定数）

$$(c)' = 0$$



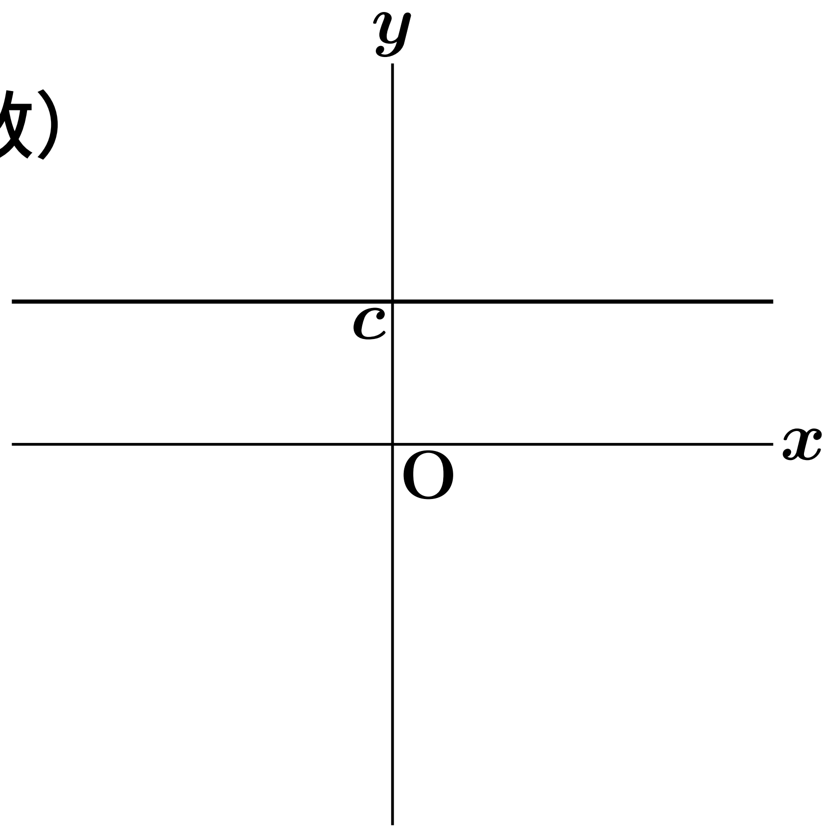
微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$（c は定数）

$$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \to x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$



微分の公式

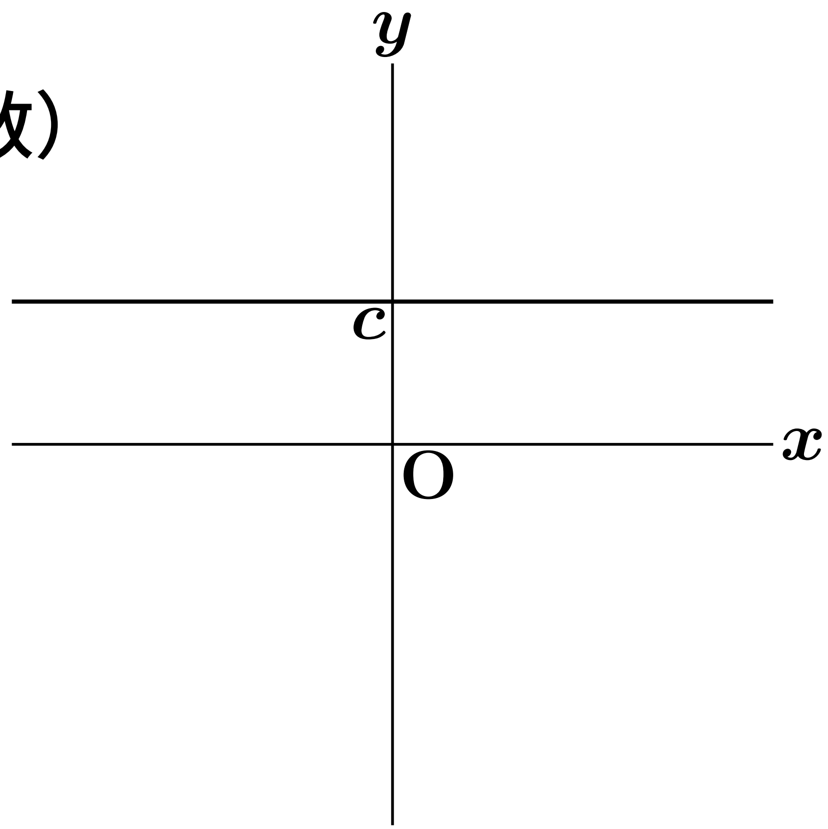
- 定数関数 $f(x) = c$（c は定数）

$$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

$$(x)' = \lim_{z \to x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$



微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$（c は定数）

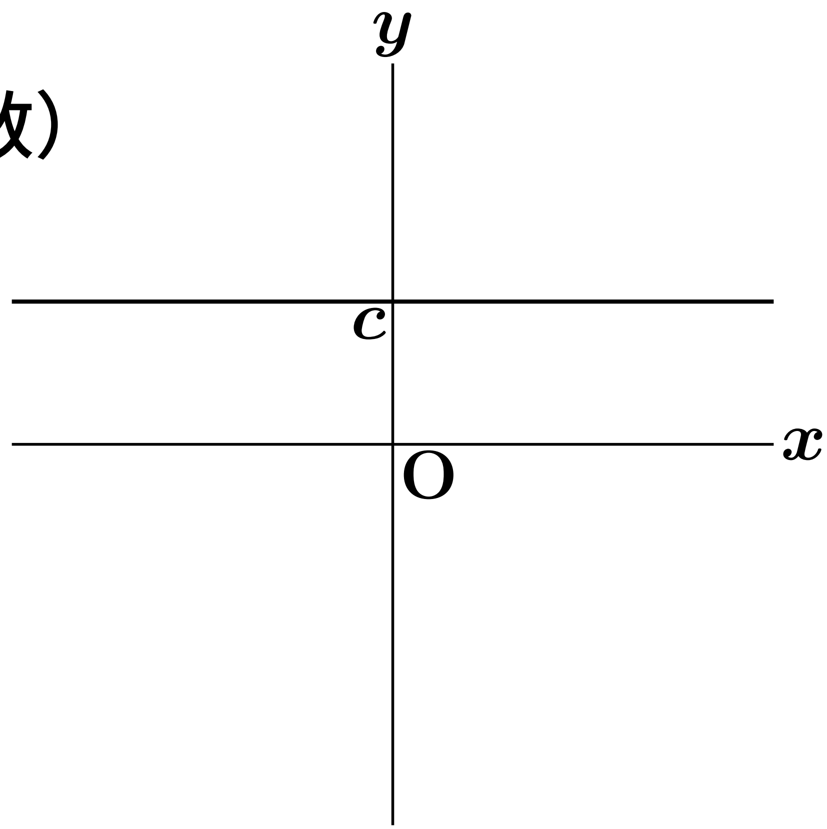
  $$(c)' = 0$$

- $f(x) = x$

  $$(x)' = \lim_{z \to x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$



微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$（c は定数）

  $$(c)' = 0$$

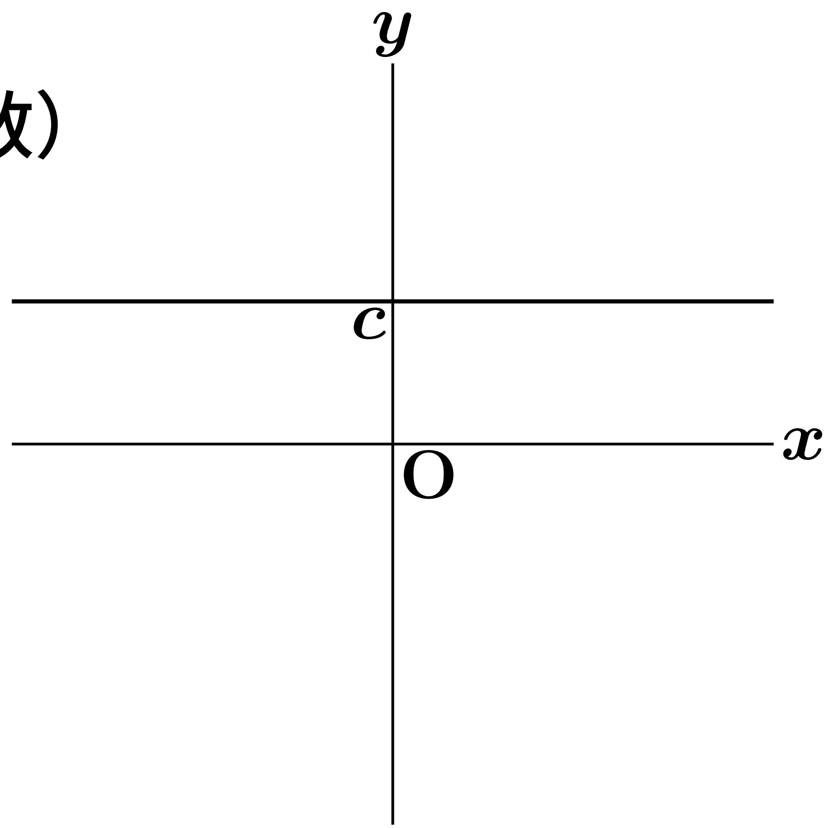
- $f(x) = x$

  $$(x)' = \lim_{z \to x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$

- 一般に　$(x^n)' = \boxed{\quad\quad\quad}$



微分の公式

- 定数関数 $f(x) = c$（c は定数）

  $$(c)' = 0$$

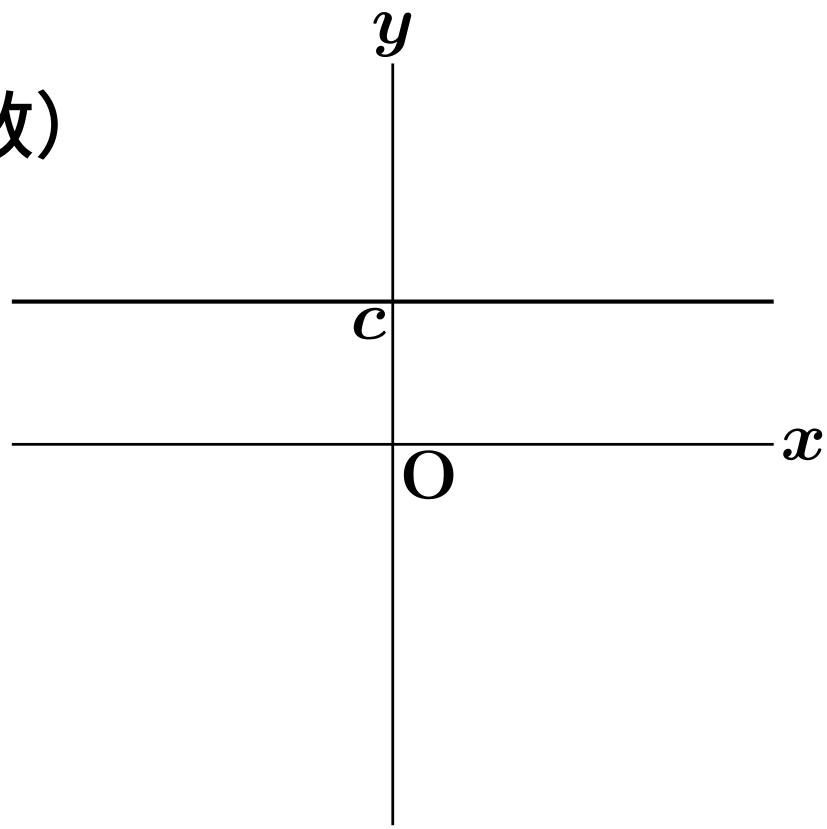
- $f(x) = x$

  $$(x)' = \lim_{z \to x} \frac{z - x}{z - x} = 1$$

- $(x^2)' = 2x$

- $(x^3)' = 3x^2$

- 一般に　$(x^n)' = \boxed{nx^{n-1}}$



微分の性質

$f(x)$, $g(x)$ と定数 c について

微分の性質

$f(x)$, $g(x)$ と定数 c について

- $(f+g)' = f' + g'$, $(f-g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

微分の性質

$f(x)$, $g(x)$ と定数 c について

- $(f+g)' = f' + g'$, $(f-g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

例）$(x^2 + 3x + 4)' = (x^2)' + (3x)' + (4)'$

微分の性質

$f(x)$, $g(x)$ と定数 c について

- $(f+g)' = f' + g'$, $(f-g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

例）$(x^2+3x+4)' = (x^2)' + (3x)' + (4)' = 2x + 3$

微分の性質

$f(x)$, $g(x)$ と定数 c について

- $(f+g)' = f' + g'$, $(f-g)' = f' - g'$
- $(cf)' = cf'$

例）$(x^2+3x+4)' = (x^2)' + (3x)' + (4)' = 2x+3$

課題 0627-6 次を微分せよ TextP7

[1] $y = 3x^2 + 3x - 3$ [2] $y = 2x^2 - 5x + 4$

[3] $y = -4x^2 + 3x - 2$ [4] $y = \frac{5}{3}x^3 + \frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{3}x$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

  $y',\ f'(x),\ f',\ \bigl(f(x)\bigr)'$（ラグランジュ）

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

y', $f'(x)$, f', $\bigl(f(x)\bigr)'$（ラグランジュ）

$\dfrac{dy}{dx}$, $\dfrac{df}{dx}$, $\dfrac{d}{dx}\bigl(f(x)\bigr)$（ライプニッツ）

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

$$y', \; f'(x), \; f', \; \bigl(f(x)\bigr)'$$ （ラグランジュ）

$$\frac{dy}{dx}, \; \frac{df}{dx}, \; \frac{d}{dx}\bigl(f(x)\bigr)$$ （ライプニッツ）

例） $y = f(x) = x^3$

導関数の書き方

- 関数 $y = f(x)$ を変数 x で微分する

$$y',\ f'(x),\ f',\ \bigl(f(x)\bigr)'$$ （ラグランジュ）

$$\frac{dy}{dx},\ \frac{df}{dx},\ \frac{d}{dx}\bigl(f(x)\bigr)$$ （ライプニッツ）

例） $y = f(x) = x^3$

$$y' = f'(x) = f' = \left(x^3\right)' = 3x^2$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{df}{dx} = \frac{d}{dx}f(x) = \frac{d}{dx}(x^3) = 3x^2$$