

数列の和・複素数

2022.06.06

数列

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a ，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = a + d, a_3 = a + 2d, \dots$$

一般項 $a_n =$

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a ，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = a + d, a_3 = a + 2d, \dots$$

$$\text{一般項 } a_n = \boxed{a + (n - 1)d}$$

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a ，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = a + d, a_3 = a + 2d, \dots$$

$$\text{一般項 } a_n = \boxed{a + (n - 1)d}$$

- 初項を a ，公比を r の等比数列の第 n 項を a_n とおくと

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a ，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = a + d, a_3 = a + 2d, \dots$$

$$\text{一般項 } a_n = \boxed{a + (n - 1)d}$$

- 初項を a ，公比を r の等比数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = ar, a_3 = ar^2, \dots$$

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a ，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = a + d, a_3 = a + 2d, \dots$$

$$\text{一般項 } a_n = \boxed{a + (n - 1)d}$$

- 初項を a ，公比を r の等比数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = ar, a_3 = ar^2, \dots$$

$$\text{一般項 } a_n = \boxed{}$$

等差数列と等比数列

差が等しい数列を等差数列，等しい差を公差という

- 初項を a ，公差を d の等差数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = a + d, a_3 = a + 2d, \dots$$

$$\text{一般項 } a_n = \boxed{a + (n - 1)d}$$

- 初項を a ，公比を r の等比数列の第 n 項を a_n とおくと

$$a_1 = a, a_2 = ar, a_3 = ar^2, \dots$$

$$\text{一般項 } a_n = \boxed{ar^{n-1}}$$

等差数列の和

初項 a ，公差 d ，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d)$$

等差数列の和

初項 a ，公差 d ，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d)$$

逆順にして

$$S = (a + 3d) + (a + 2d) + (a + d) + a$$

等差数列の和

初項 a ，公差 d ，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d)$$

逆順にして

$$S = (a + 3d) + (a + 2d) + (a + d) + a$$

2つの式を加えると

等差数列の和

初項 a ，公差 d ，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d)$$

逆順にして

$$S = (a + 3d) + (a + 2d) + (a + d) + a$$

2つの式を加えると

$$2S = (2a + 3d) \times 4$$

等差数列の和

初項 a ，公差 d ，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d)$$

逆順にして

$$S = (a + 3d) + (a + 2d) + (a + d) + a$$

2つの式を加えると

$$2S = (2a + 3d) \times 4$$

2で割ると $S = \frac{4(2a + 3d)}{2} =$

等差数列の和

初項 a ，公差 d ，項数が 4 の場合で説明する

$$S = a + (a + d) + (a + 2d) + (a + 3d)$$

逆順にして

$$S = (a + 3d) + (a + 2d) + (a + d) + a$$

2つの式を加えると

$$2S = (2a + 3d) \times 4$$

$$2 \text{ で割ると } S = \frac{4(2a + 3d)}{2} = \boxed{\frac{n(a + a + 3d)}{2}}$$

等差数列の和の公式

初項 a ，公差 d ，項数 n の等差数列の和 S は

$$S = \frac{n(2a + (n - 1)d)}{2}$$

等差数列の和の公式

初項 a ，公差 d ，項数 n の等差数列の和 S は

$$S = \frac{n(2a + (n - 1)d)}{2}$$

$$2a + (n - 1)d = a + (a + (n - 1)d) = \text{初項} + \text{末項}$$

等差数列の和の公式

初項 a ，公差 d ，項数 n の等差数列の和 S は

$$S = \frac{n(2a + (n - 1)d)}{2}$$

$$2a + (n - 1)d = a + (a + (n - 1)d) = \text{初項} + \text{末項}$$

$$S = \frac{\text{項数} \times (\text{初項} + \text{末項})}{2}$$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1, 公差 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1, 公差 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1, 公差 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$$

$$a_n = 2n - 1 = 99 \text{ より}$$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1, 公差 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$$

$$a_n = 2n - 1 = 99 \text{ より } n = \frac{99 + 1}{2} = 50$$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1, 公差 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$$

$$a_n = 2n - 1 = 99 \text{ より } n = \frac{99 + 1}{2} = 50$$

$$\text{したがって } S = \frac{50(1 + 99)}{2}$$

等差数列の和の例題

例題) $S = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 99$ を求めよ.

解) 項数 n を求める.

初項 1, 公差 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = 1 + 2(n - 1) = 2n - 1$$

$$a_n = 2n - 1 = 99 \text{ より } n = \frac{99 + 1}{2} = 50$$

$$\text{したがって } S = \frac{50(1 + 99)}{2} = 2500$$

等比数列の和

初項 a ，公比 r ，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

等比数列の和

初項 a ，公比 r ，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

等比数列の和

初項 a ，公比 r ，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2つの式を引くと

等比数列の和

初項 a ，公比 r ，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2つの式を引くと

等比数列の和

初項 a ，公比 r ，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2つの式を引くと

$$S - rS = a - ar^5$$

等比数列の和

初項 a ，公比 r ，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2つの式を引くと

$$S - rS = a - ar^5$$

$$\therefore (1 - r)S = a(1 - r^5)$$

等比数列の和

初項 a ，公比 r ，項数が 5 の場合で説明する

$$S = a + ar + ar^2 + ar^3 + ar^4$$

$$rS = ar + ar^2 + ar^3 + ar^4 + ar^5$$

2つの式を引くと

$$S - rS = a - ar^5$$

$$\therefore (1 - r)S = a(1 - r^5)$$

したがって， $r \neq 1$ のとき
$$S = \frac{a(1 - r^5)}{1 - r}$$

等比数列の和の公式

初項 a ，公比 r ，項数 n の等比数列の和 S は

$$S = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

ただし， $r \neq 1$ とする

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1, 公比 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1, 公比 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1, 公比 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^{n-1} = 2^{10} \text{ より } n - 1 = 10$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1, 公比 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^{n-1} = 2^{10} \text{ より } n - 1 = 10$$

$$\therefore n = 11$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1, 公比 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^{n-1} = 2^{10} \text{ より } n - 1 = 10$$

$$\therefore n = 11$$

$$S = \frac{1 \times (1 - 2^{11})}{1 - 2}$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項1, 公比2より, 末項(第 n 項) a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^{n-1} = 2^{10} \text{ より } n - 1 = 10$$

$$\therefore n = 11$$

$$S = \frac{1 \times (1 - 2^{11})}{1 - 2} = \frac{1 - 2^{11}}{-1}$$

等比数列の和の例題

例題) $S = 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^{10}$ を求めよ.

解) 初項 1, 公比 2 より, 末項 (第 n 項) a_n は

$$a_n = ar^{n-1} = 2^{n-1}$$

$$a_n = 2^{n-1} = 2^{10} \text{ より } n - 1 = 10$$

$$\therefore n = 11$$

$$S = \frac{1 \times (1 - 2^{11})}{1 - 2} = \frac{1 - 2^{11}}{-1} = 2^{11} - 1$$

課題 (等差数列と等比数列の和)

課題 0606-1 次の和を求めよ. (TextP202,204)

[1] 初項 3, 末項 19, 項数 15 の等差数列の和

[2] 初項 3, 公比 2 の等比数列の初項から第 n 項までの和

[3] $1 + 3 + 5 + \cdots + 55$ の和

和の記号 \sum (シグマ)

例) 1, 2, 3, \dots , 10 の和を表す

和の記号 \sum (シグマ)

例) 1, 2, 3, \dots , 10 の和を表す

$$(1) S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

和の記号 \sum (シグマ)

例) 1, 2, 3, \dots , 10 の和を表す

$$(1) S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$(2) S = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$$

和の記号 \sum (シグマ)

例) 1, 2, 3, \dots , 10 の和を表す

$$(1) S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$(2) S = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$$

$$(3) \text{第 } k \text{ 項は } k$$

和の記号 \sum (シグマ)

例) 1, 2, 3, \dots , 10 の和を表す

$$(1) S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$(2) S = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$$

(3) 第 k 項は k

$$k = 1, 2, 3, \dots, 10$$

和の記号 \sum (シグマ)

例) 1, 2, 3, \dots , 10 の和を表す

$$(1) S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$(2) S = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$$

(3) 第 k 項は k

$$k = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$S = \sum_{k=1}^{10} k$$

和の記号 \sum (シグマ)

例) 1, 2, 3, \dots , 10 の和を表す

$$(1) S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$(2) S = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$$

(3) 第 k 項は k

$$k = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$S = \sum_{k=1}^{10} k$$

k に 1, 2, \dots , 10 を順に入れて加えるという意味

和の記号 \sum (シグマ)

例) 1, 2, 3, \dots , 10 の和を表す

$$(1) S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$$

$$(2) S = 1 + 2 + 3 + \dots + 9 + 10$$

(3) 第 k 項は k

$$k = 1, 2, 3, \dots, 10$$

$$S = \sum_{k=1}^{10} k$$

KeTMath sum(k=1,10,k)

k に 1, 2, \dots , 10 を順に入れて加えるという意味

Σ の使い方

例 1) $\sum_{k=1}^5 (2k + 1) =$

Σ の使い方

例 1) $\sum_{k=1}^5 (2k + 1) = \boxed{3 + 5 + 7 + 9 + 11}$

Σ の使い方

例 1) $\sum_{k=1}^5 (2k + 1) = \boxed{3 + 5 + 7 + 9 + 11}$

例 2) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 = \sum_{k=\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{}$

Σ の使い方

例 1) $\sum_{k=1}^5 (2k + 1) = \boxed{3 + 5 + 7 + 9 + 11}$

例 2) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 = \sum_{k=\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{}$

Σ の使い方

例 1) $\sum_{k=1}^5 (2k + 1) = \boxed{3 + 5 + 7 + 9 + 11}$

例 2) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 = \sum_{k=\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{}$

第 k 項は $\boxed{}$, $k = \boxed{}$

Σ の使い方

例 1) $\sum_{k=1}^5 (2k + 1) = \boxed{3 + 5 + 7 + 9 + 11}$

例 2) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 = \sum_{k=\boxed{}}^{\boxed{}} \boxed{}$

第 k 項は $\boxed{k^2}$, $k = \boxed{1, 2, \cdots, 20}$

Σ の使い方

$$\text{例 1)} \sum_{k=1}^5 (2k + 1) = \boxed{3 + 5 + 7 + 9 + 11}$$

$$\text{例 2)} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 = \sum_{k=\boxed{1}}^{\boxed{20}} \boxed{k^2}$$

$$\text{第 } k \text{ 項は } \boxed{k^2}, k = \boxed{1, 2, \cdots 20}$$

Σ の使い方

$$\text{例 1)} \sum_{k=1}^5 (2k + 1) = \boxed{3 + 5 + 7 + 9 + 11}$$

$$\text{例 2)} 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 20^2 = \sum_{k=\boxed{1}}^{\boxed{20}} \boxed{k^2}$$

$$\text{第 } k \text{ 項は } \boxed{k^2}, k = \boxed{1, 2, \cdots 20}$$

課題 0606-2 S, n, a_k を求めよ.

$$[1] S = \sum_{k=1}^4 \frac{1}{k} \quad [2] 2 + 4 + 6 + \cdots + 10 = \sum_{k=1}^n a_k$$

複素数

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)
 $(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$ より

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)

$$(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0 \text{ より } (x + 3)^2 = -1 \quad (2)$$

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)
 $(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x + 3)^2 = -1$ (2)
- 実数では、2乗して -1 になることはない

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)
- $(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x + 3)^2 = -1$ (2)
- 実数では、2乗して -1 になることはない
- 2乗して -1 になるものも数と考え、 i とおく (虚数単位)

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)
- $(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x + 3)^2 = -1$ (2)
- 実数では、2乗して -1 になることはない
- 2乗して -1 になるものも数と考え、 i とおく (虚数単位)
- $i^2 = -1$

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)
- $(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x + 3)^2 = -1$ (2)
- 実数では、2乗して -1 になることはない
- 2乗して -1 になるものも数と考え、 i とおく (虚数単位)
- $i^2 = -1$ また $(-i)^2 = -1$

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)
- $(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x + 3)^2 = -1$ (2)
- 実数では、2乗して -1 になることはない
- 2乗して -1 になるものも数と考え、 i とおく (虚数単位)
- $i^2 = -1$ また $(-i)^2 = -1$
- 2乗して -1 になる数は $\pm i$ があるが $\sqrt{-1} = i$ とする

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)
- $(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x + 3)^2 = -1$ (2)
- 実数では、2乗して -1 になることはない
- 2乗して -1 になるものも数と考え、 i とおく (虚数単位)
- $i^2 = -1$ また $(-i)^2 = -1$
- 2乗して -1 になる数は $\pm i$ があるが $\sqrt{-1} = i$ とする
- (2) より $x + 3 = \pm i$

虚数

- $x^2 + 6x + 10 = 0$ (1)
- $(x + 3)^2 - 9 + 10 = 0$ より $(x + 3)^2 = -1$ (2)
- 実数では、2乗して -1 になることはない
- 2乗して -1 になるものも数と考え、 i とおく (虚数単位)
- $i^2 = -1$ また $(-i)^2 = -1$
- 2乗して -1 になる数は $\pm i$ があるが $\sqrt{-1} = i$ とする
- (2) より $x + 3 = \pm i$ $x = -3 \pm i$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \quad (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \quad (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \quad (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

例) $\sqrt{-2} = \boxed{}$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \quad (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

例) $\sqrt{-2} = \boxed{\sqrt{2}i}$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \quad (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$\sqrt{-4} = 2i$ と定める

例) $\sqrt{-2} = \boxed{\sqrt{2}i}$

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$$

負の数の平方根

例) $\sqrt{-4}$

- 2 乗して -4 になる数

$$(2i)^2 = 4i^2 = -4, \quad (-2i)^2 = 4i^2 = -4$$

$$\sqrt{-4} = 2i \text{ と定める}$$

例) $\sqrt{-2} = \boxed{\sqrt{2}i}$

$$\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$$

課題 0606-3 計算せよ.

Text P133 問 1

[1] $\sqrt{-6}$

[2] $\sqrt{-\frac{9}{4}}$

[3] $\sqrt{-6}\sqrt{-2}$

[4] $\sqrt{-3}\sqrt{2}$

複素数

- $z = a + bi$ の形の数を複素数という (a, b は実数)
 $1 + i, 2 + 3i, 4 - 2i, \dots$

複素数

- $z = a + bi$ の形の数を複素数という (a, b は実数)
 $1 + i, 2 + 3i, 4 - 2i, \dots$
- a を z の実部, b を z の虚部という

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) =$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = 7 + 2i$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = 7 + 2i$
- 積 $(2 + 3i)(4 + i)$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = 7 + 2i$
- 積 $(2 + 3i)(4 + i)$
 $= 8 + 2i + 12i + 3i^2$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = \boxed{7 + 2i}$
- 積 $(2 + 3i)(4 + i)$
 $= 8 + 2i + 12i + 3i^2 = 8 + 14i - 3$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = \boxed{7 + 2i}$
- 積 $(2 + 3i)(4 + i)$
 $= 8 + 2i + 12i + 3i^2 = 8 + 14i - 3 = 5 + 14i$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = \boxed{7 + 2i}$
- 積 $(2 + 3i)(4 + i)$
 $= 8 + 2i + 12i + 3i^2 = 8 + 14i - 3 = 5 + 14i$
 $(2 + i)(2 - i)$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = \boxed{7 + 2i}$
- 積 $(2 + 3i)(4 + i)$
$$= 8 + 2i + 12i + 3i^2 = 8 + 14i - 3 = 5 + 14i$$

$$(2 + i)(2 - i)$$
$$= 4 - i^2$$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える
- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = \boxed{7 + 2i}$
- 積 $(2 + 3i)(4 + i)$
$$= 8 + 2i + 12i + 3i^2 = 8 + 14i - 3 = 5 + 14i$$

 $(2 + i)(2 - i)$
$$= 4 - i^2 = 4 + 1 = 5$$

複素数の計算

- ふつうの式のように計算し， i^2 が出たら -1 で置き換える

- 和 $(2 + 3i) + (5 - i) = \boxed{7 + 2i}$

- 積 $(2 + 3i)(4 + i)$
 $= 8 + 2i + 12i + 3i^2 = 8 + 14i - 3 = 5 + 14i$

$$(2 + i)(2 - i)$$
$$= 4 - i^2 = 4 + 1 = 5$$

$$(a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$$

複素数の計算（商）

- $\frac{1 + 3i}{2 + i}$

複素数の計算（商）

- $\frac{1 + 3i}{2 + i}$

$(2 + i)(2 - i) = 5$ を用いる

複素数の計算（商）

- $\frac{1 + 3i}{2 + i}$

$(2 + i)(2 - i) = 5$ を用いる

$$= \frac{(1 + 3i)(2 - i)}{(2 + i)(2 - i)}$$

複素数の計算（商）

- $\frac{1 + 3i}{2 + i}$

$(2 + i)(2 - i) = 5$ を用いる

$$= \frac{(1 + 3i)(2 - i)}{(2 + i)(2 - i)} = \frac{5 + 5i}{5}$$

複素数の計算（商）

- $\frac{1 + 3i}{2 + i}$

$(2 + i)(2 - i) = 5$ を用いる

$$= \frac{(1 + 3i)(2 - i)}{(2 + i)(2 - i)} = \frac{5 + 5i}{5} = 1 + i$$

複素数の計算問題

課題 0606-4 計算せよ.

TextP132 問 1

$$[1] (1 - 3i) + (2 - 5i) \quad [2] (10 - 7i) - (3 + 9i)$$

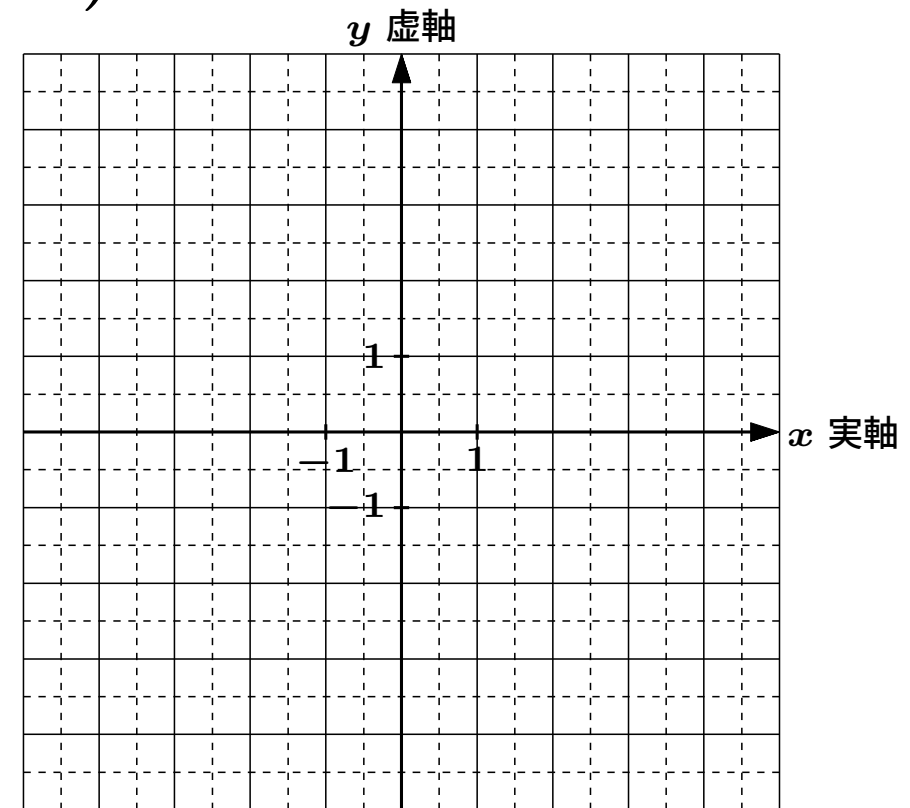
$$[3] (-4 + 7i)(3 + 2i) \quad [4] (-2 + 6i)(2 + 6i)$$

$$[5] \frac{5 + 2i}{1 - 3i}$$

$$[6] \frac{1 + i}{-2 + 5i} - \frac{4 - 2i}{2 + 5i}$$

複素数平面

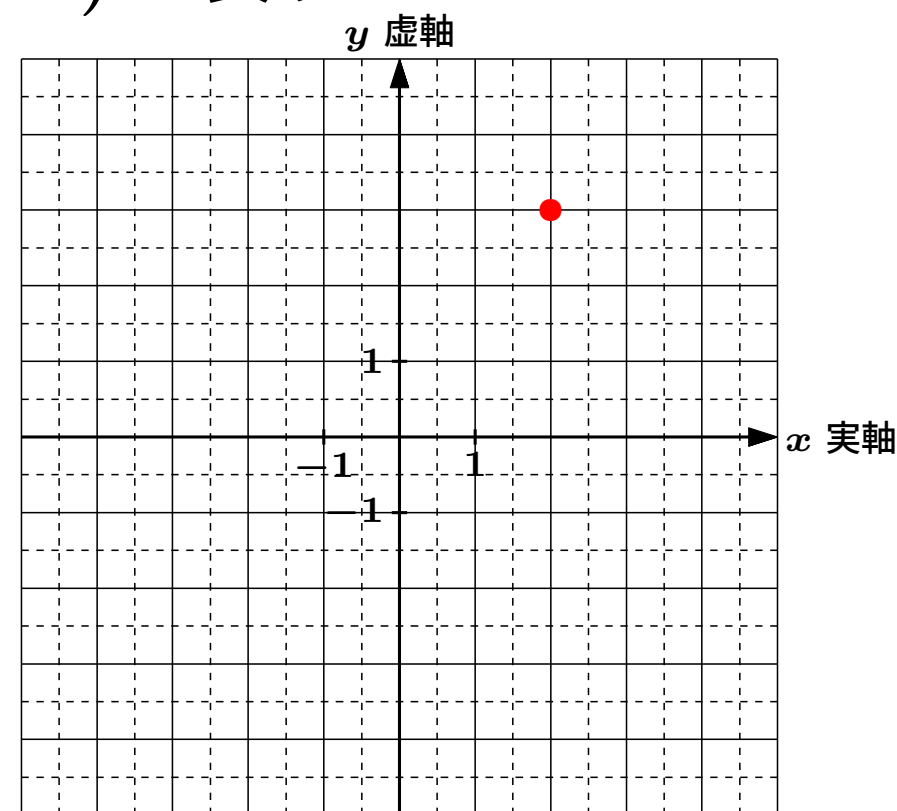
- $z = a + bi$ を平面上の点 (a, b) で表す



複素数平面

- $z = a + bi$ を平面上の点 (a, b) で表す

[1] $2 + 3i \leftrightarrow$ 点 $(2, 3)$



複素数平面

- $z = a + bi$ を平面上の点 (a, b) で表す

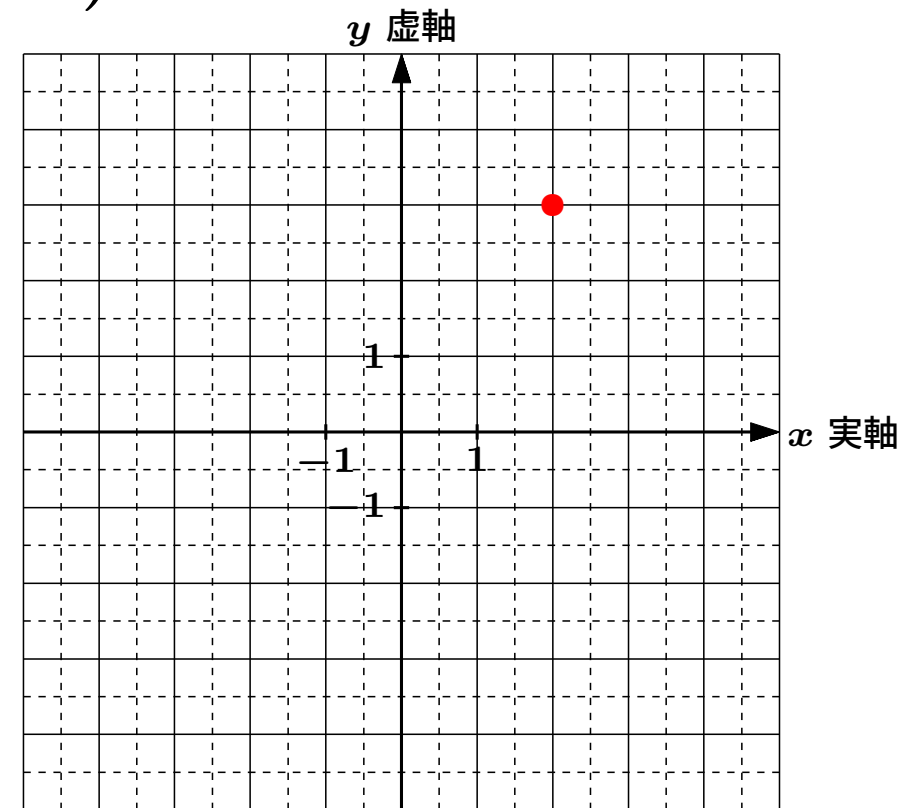
[1] $2 + 3i \leftrightarrow$ 点 $(2, 3)$

[2] $-2 + i \leftrightarrow$ 点

[3] $3 \leftrightarrow$ 点

[4] $-3 \leftrightarrow$ 点

[5] $4i \leftrightarrow$ 点



複素数平面

- $z = a + bi$ を平面上の点 (a, b) で表す

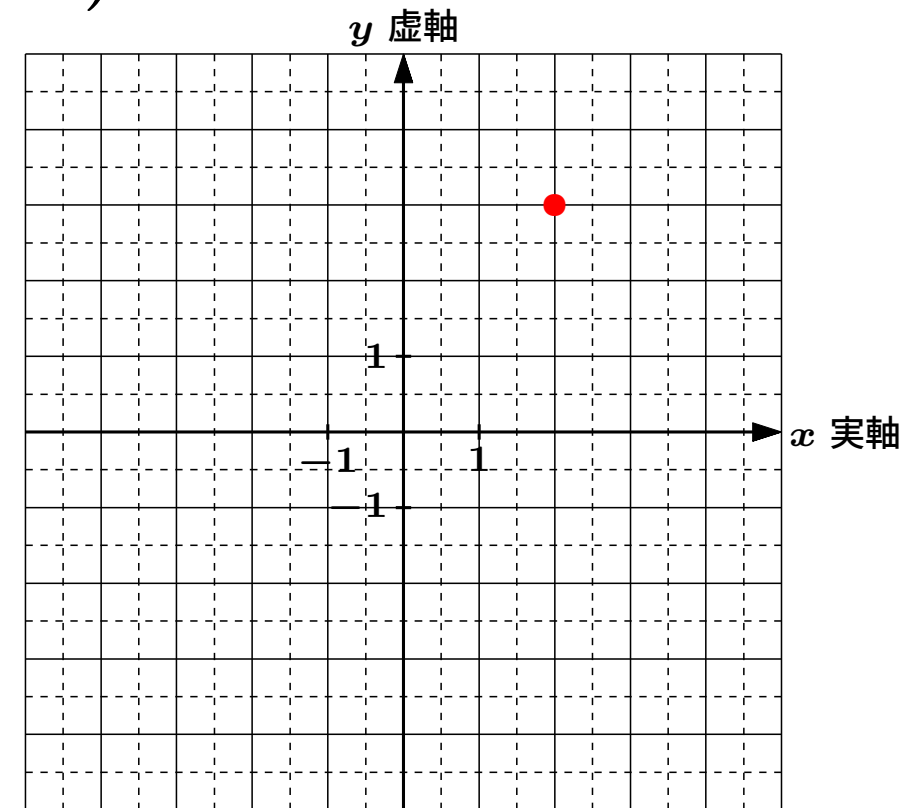
[1] $2 + 3i \leftrightarrow$ 点 $(2, 3)$

[2] $-2 + i \leftrightarrow$ 点

[3] $3 \leftrightarrow$ 点

[4] $-3 \leftrightarrow$ 点

[5] $4i \leftrightarrow$ 点



課題 0606-5 [2]-[5] の点を求めよ

複素数の和 $z + w$ と図形

- $z = a + bi, w = c + di$ (a, b, c, d は実数)

複素数の和 $z + w$ と図形

- $z = a + bi, w = c + di$ (a, b, c, d は実数)

$$z + w = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$$

複素数の和 $z + w$ と図形

- $z = a + bi, w = c + di$ (a, b, c, d は実数)

$$z + w = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$$

- 複素数の和を動かそう

- (1) ID に学生番号を入れて「確認」「出題」を押す.
- (2) 赤い点を $z + w (= \alpha + \beta)$ の位置に動かす.
- (3) 点が決まったら、「採点」を押す.
- (4) 以上を 4 回ほど繰り返す.

複素数の和 $z + w$ と図形

- $z = a + bi, w = c + di$ (a, b, c, d は実数)

$$z + w = a + bi + c + di = (a + c) + (b + d)i$$

- 複素数の和を動かそう

- (1) ID に学生番号を入れて「確認」「出題」を押す.
- (2) 赤い点を $z + w (= \alpha + \beta)$ の位置に動かす.
- (3) 点が決まったら、「採点」を押す.
- (4) 以上を 4 回ほど繰り返す.

課題 0606-6 $O, z, z + w, w$ でできる四辺形は何か.

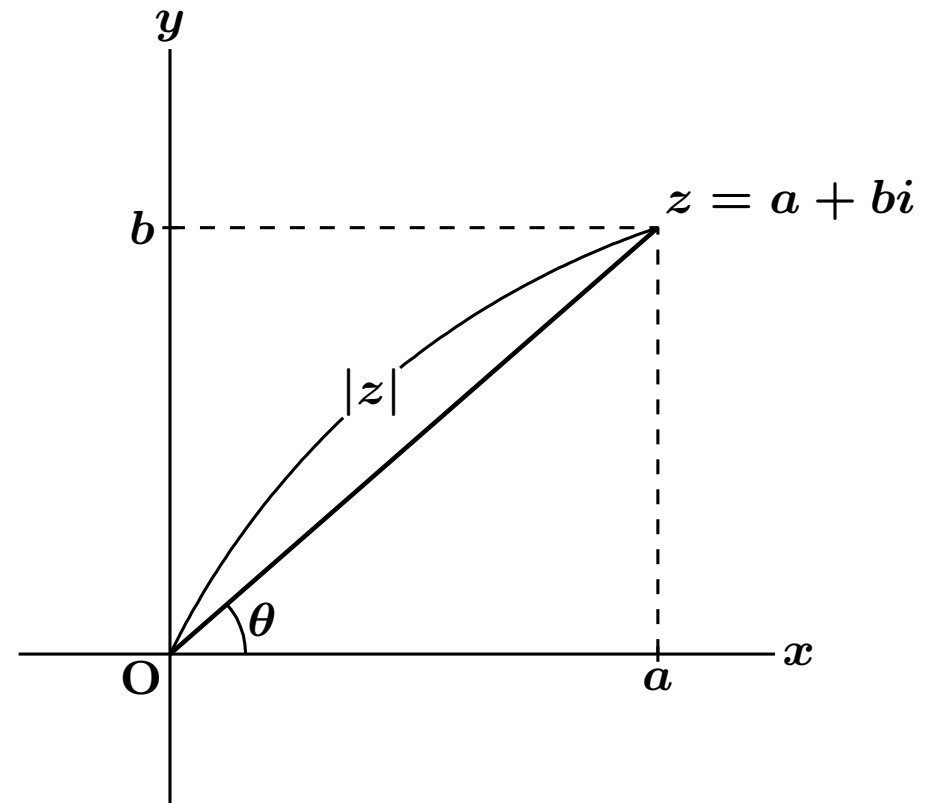
絶対値と偏角

- $z = a + bi$ を平面上の点 (a, b) で表したとき

絶対値 $|z|$

原点 O と z の距離

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$



絶対値と偏角

- $z = a + bi$ を平面上の点 (a, b) で表したとき

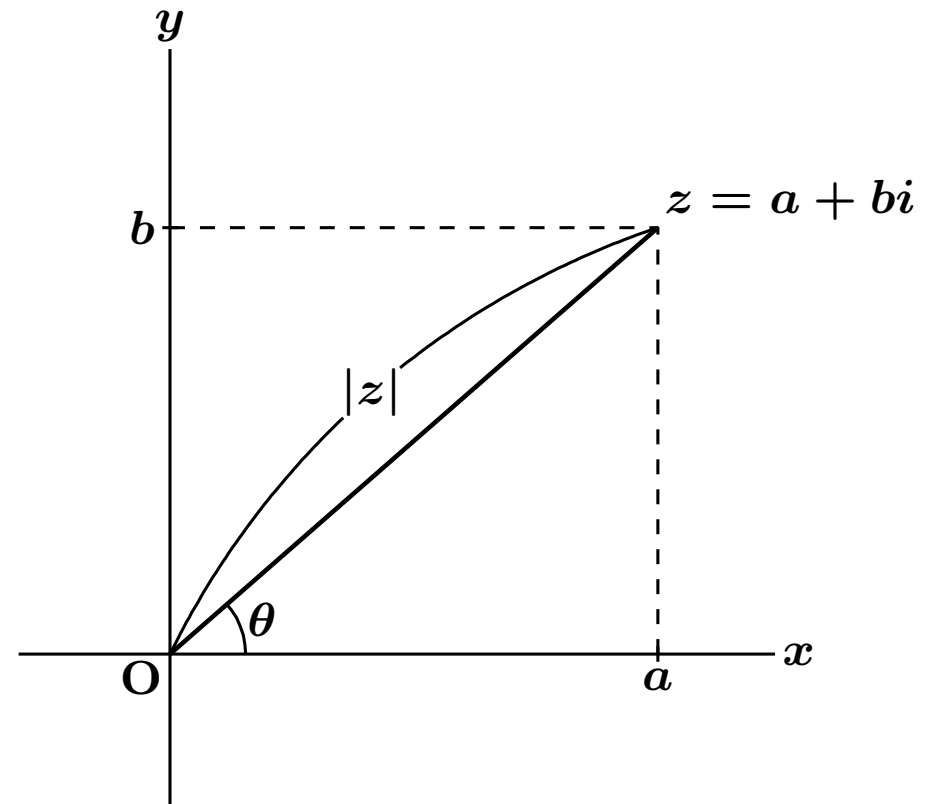
絶対値 $|z|$

原点 O と z の距離

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

偏角 $\arg z$

Oz と x 軸 (正) の角 θ



絶対値と偏角

- $z = a + bi$ を平面上の点 (a, b) で表したとき

絶対値 $|z|$

原点 O と z の距離

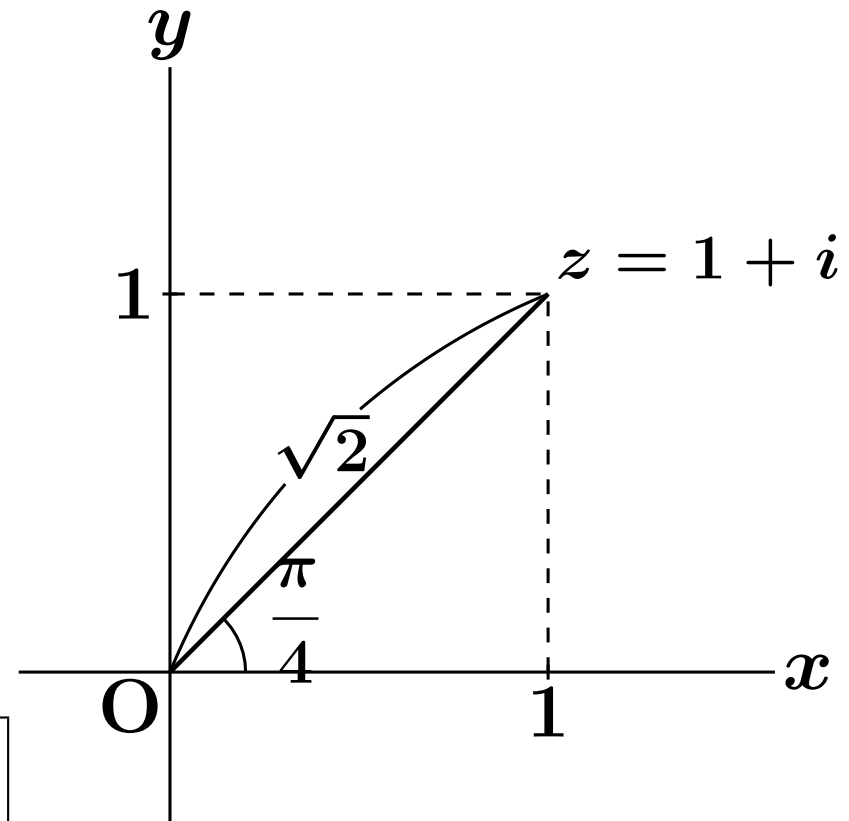
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

偏角 $\arg z$

Oz と x 軸 (正) の角 θ

例) $z = 1 + i$

絶対値 , 偏角



絶対値と偏角

- $z = a + bi$ を平面上の点 (a, b) で表したとき

絶対値 $|z|$

原点 O と z の距離

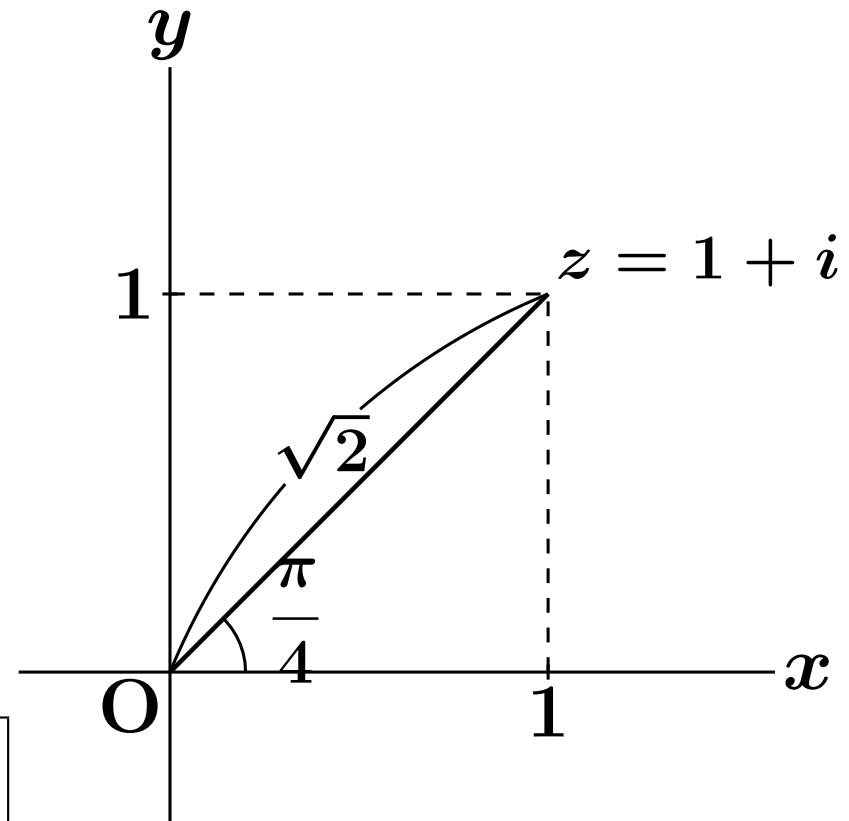
$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

偏角 $\arg z$

Oz と x 軸 (正) の角 θ

例) $z = 1 + i$

絶対値 $\boxed{\sqrt{2}}$, 偏角 $\boxed{\frac{\pi}{4}}$



絶対値と偏角 (課題)

課題 0606-7 次の複素数の絶対値と偏角を求めよ.

- [1] $\sqrt{3} + i$ [2] i [3] -2 [4] $-3i$

課題 0606-8 $z = a + bi$, $w = c + di$ とする.

- [1] $|z|^2$ を a, b で表せ
[2] $|w|^2$ を c, d で表せ
[3] zw の実部と虚部を a, b, c, d で表せ
[4] $|zw|^2$ を計算せよ
[5] $|zw| = |z||w|$ を証明せよ