

# 変化率と極限

2022.06.13

# 平均変化率

## 平均変化率の意味

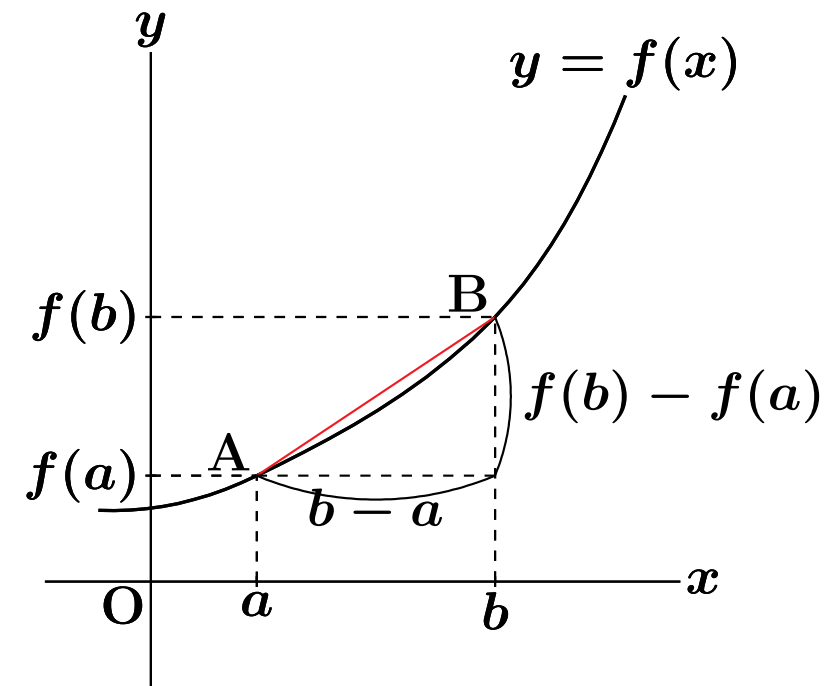
- 関数  $y = f(x)$ , 区間  $[a, b]$
- $f(x)$  の  $[a, b]$  での変化量は  
 $f(b) - f(a)$

区間幅  $b - a$  で割る

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

これを平均変化率という

- 平均変化率は直線 AB の傾き



## 平均変化率の計算例

- $f(x) = x^2$  の  $[1, 3]$  での平均変化率 ( $r$  とおく)

$$r = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{3 - 1} = \frac{9 - 1}{3 - 1} = 4$$

- $f(x) = x^2$  の  $[a, b]$  での平均変化率

$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a} = \frac{(b - a)(b + a)}{b - a} = b + a$$

課題 0613-1 次を求めよ.

[1]  $f(x) = 4x^2$  の  $[2, 4]$  での平均変化率

[2]  $f(x) = 3x$  の  $[a, b]$  での平均変化率

## $b$ を $a$ に近づけたときの変化率

- 関数  $y = x^2$  の  $[a, b]$  での平均変化率

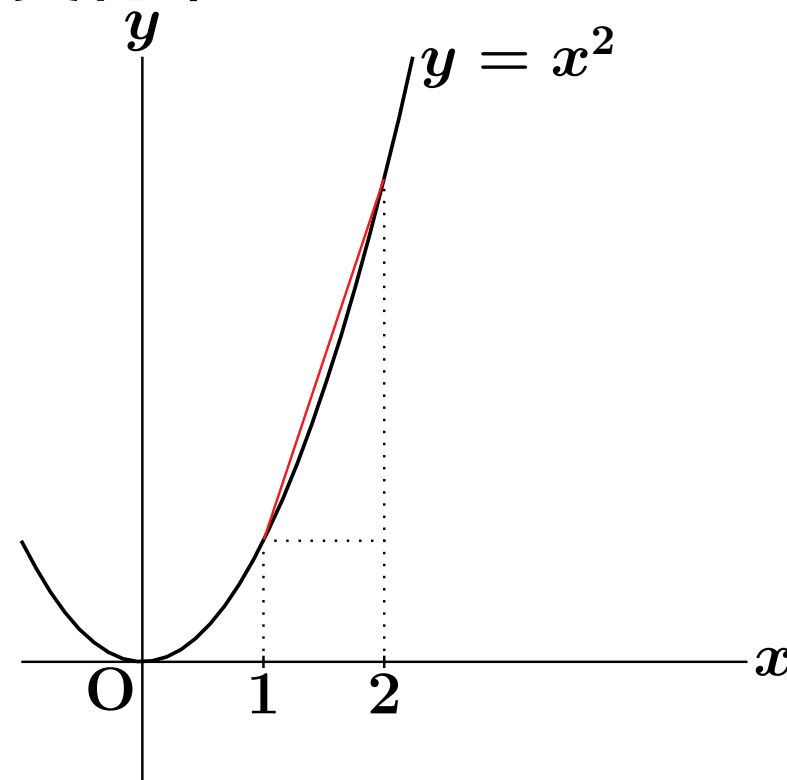
$$r = \frac{b^2 - a^2}{b - a}$$

$[1, b]$  のとき

$$r = \frac{b^2 - 1}{b - 1}$$

- $b = 2$  のとき  $r = \boxed{3}$

- 「14.1 点における変化率」



## 割り算（分数）の意味

- $a \div b \left( \frac{a}{b} \right)$  とは

例)  $x = \frac{6}{2} \iff 2x = 6$  となる  $x$  のこと

例)  $x = \frac{3}{5} \iff 5x = 3$  となる  $x$  のこと

- $x = \frac{a}{b} \iff bx = a$  となる  $x$  のこと

## 分母が0になると？

(1)  $\frac{1}{0}$  は 求まらない

(2)  $\frac{0}{0}$  は 決まらない

$$x = \frac{1}{0} \iff \boxed{0} \quad x = \boxed{1}$$

$$x = \frac{0}{0} \iff \boxed{0} \quad x = \boxed{0}$$

- 分母が0となる分数は考えない

## 1点における変化率

- 区間  $[a, b]$  の平均変化率  $r = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$
- 1点  $a$  における変化率  $r = \frac{f(a) - f(a)}{a - a}$

分母が0になってしまう

- 1点における変化率はどうやって求めればいいか



# 微分係数

# 関数の極限

- $x$  が  $a$  に限りなく近づくとする ( $x \rightarrow a$ )  
 $a$  に等しくはないが、いくらでも近くなること
- $f(x)$  が  $\alpha$  に近づくとき,  $\alpha$  を**極限值**という  
 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \alpha$  と書く

例  $\lim_{x \rightarrow 1} (2x + 3) = 5$

課題 0613-2 次の極限值を求めよ

TextP3

[1]  $\lim_{x \rightarrow 4} (x^2 - 2x)$

[2]  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{5x + 2}{x + 2}$