

Maximaを用いた和算の授業に についての1提案

高遠節夫 KeTCindy センター

2025.03.01 城西大学

今日の資料

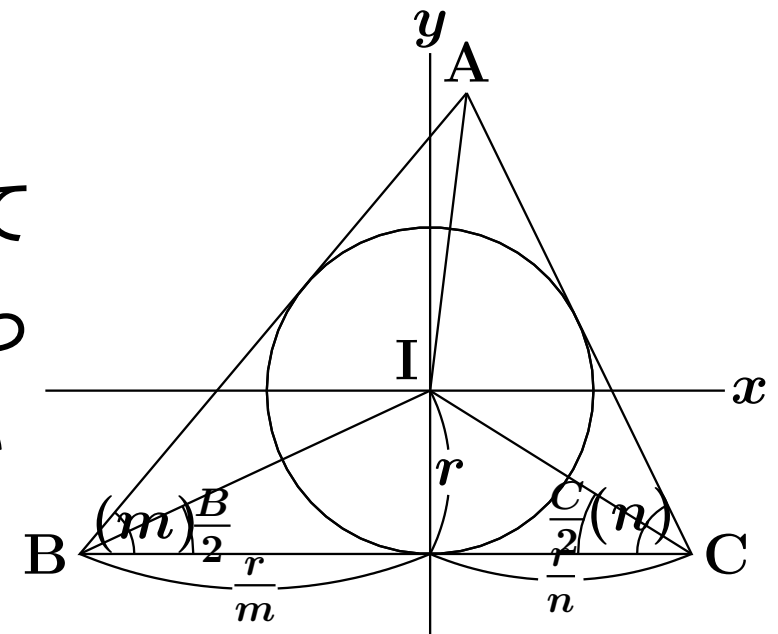
- 「ketindy home」 で検索

`https://s-takato.github.io/ketcindyorg/
indexj.html`

- Archives の josai250301 にプレゼン縮約版を掲載

MNR 法

- 和算 (算額) の問題は，結果は美しいが計算が複雑なものも多い
- 数式処理で解くことを試みた
- 三角形が含まれる問題については，根号が入る連立方程式になって，数式処理ではまず解けない
- そこで，MNR 法を考案した
- Maxima と K_ETCindy を用いて，より対話的にした



MNR 法による諸量の表現

- $m = \tan \frac{B}{2}, n = \tan \frac{C}{2}$, 内接円の半径 r
- 三角形の諸量は m, n, r の有理式で表される

$$\text{vtxL} = B\left(-\frac{r}{m}, -r\right)$$

$$\text{vtxR} = C\left(\frac{r}{n}, -r\right)$$

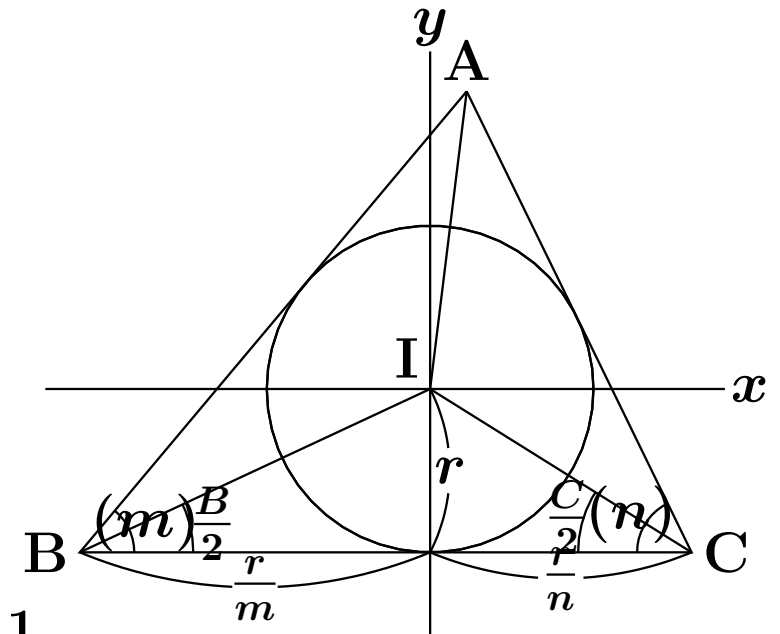
$$\text{edgB} = BC = \frac{r}{m} + \frac{r}{n}$$

$$\text{edgL} = AB = \frac{r(1+m^2)}{m(1-nm)}$$

- 角の演算

$$\text{補角 } \text{supA}(t) = \tan \frac{\pi - \alpha}{2} = \frac{1}{t}$$

$$\text{和 } \text{plusA}(t_1, t_2) = \frac{t_1 + t_2}{1 - t_1 \cdot t_2}$$



Maxima の MNR パッケージ

- 基本コマンド

`putT(m,n,r)` 三角形をおく

`slideT(p1,p2)` `p1` が `p2` に一致するように平行移動

`rotateT(m,p)` `p` を中心に (`m`) だけ回転

`sin` 59%

`cos` 28%

`tan` 13%

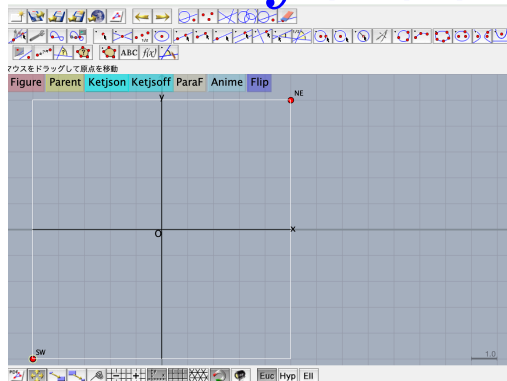
回転は θ の正弦と余弦, よって $\tan \frac{\theta}{2}$ で表される

- その他の汎用関数, 式の簡単化の関数などを組み込み
- Maxima のコマンド列の最初に `Mxbatch("mnr")` をおく

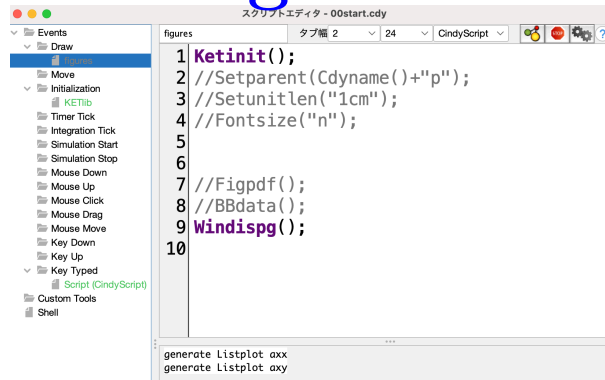
Readymnr による準備

- コマンド Readymnr をライブラリに追加
- ketcindy のファイル (00start.cdy など) を開く

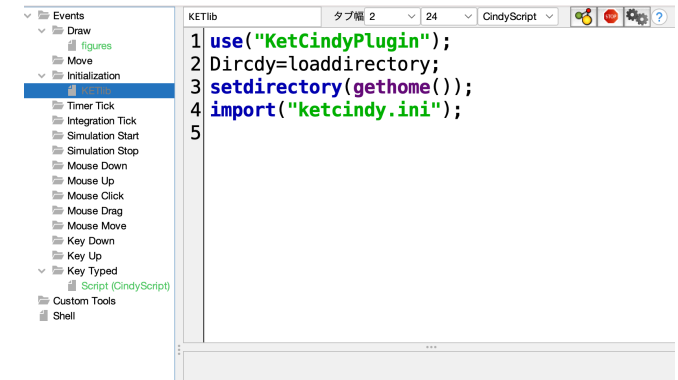
Cindy 画面



Figures



Ketlib



- <https://s-takato.github.io/specialclass/josaiWS250301/indexmnr.html>

Readymnr の作成に CindyScript の汎用性が役立つ

和算の授業展開

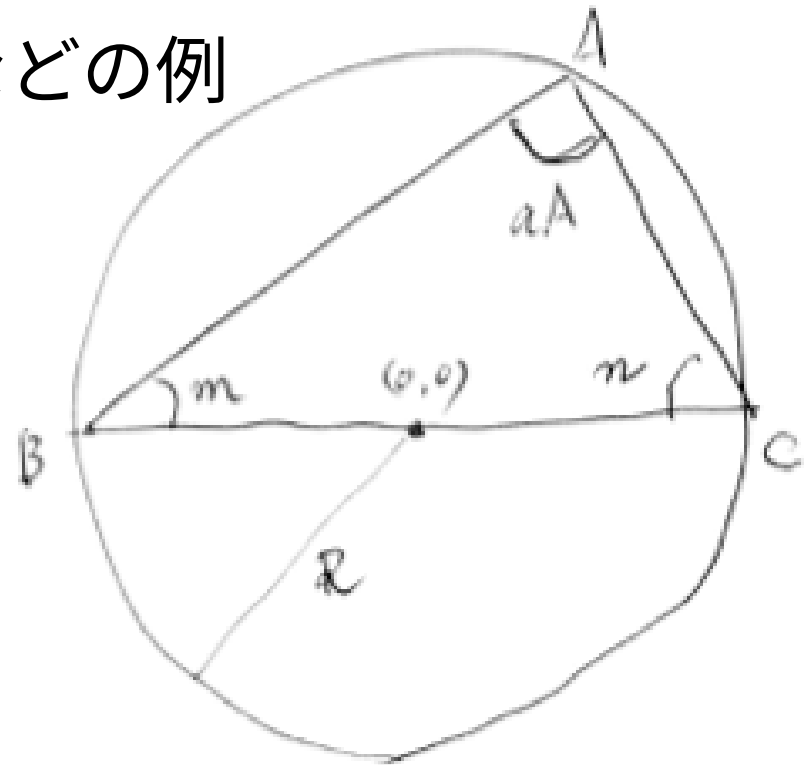
(1) 算額の紹介



- 新潟県白山神社の紛失算額
- 右側は日本の定理 II と呼ばれる

直径に対する円周角

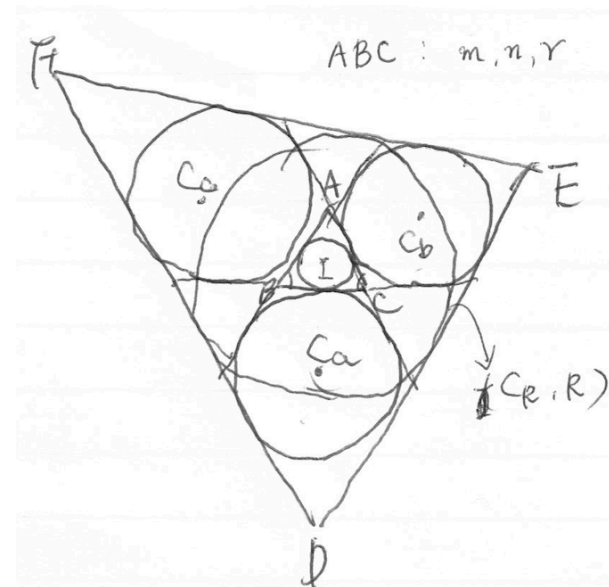
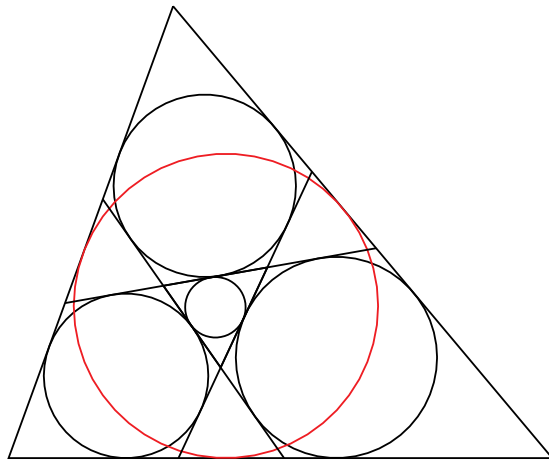
- (1) MNR 法の説明の後，簡単な例題を解かせる
直径に対する円周角などの例
- (2) ラフスケッチを示す



[https://s-takato.github.io/specialclass/
josaiWS250301/indexchen.html](https://s-takato.github.io/specialclass/josaiWS250301/indexchen.html)

白山神社 (日本の定理 II)

問 三角形の中に全円, 及び 3 線を隔てて 4 円 (元, 利, 貞, 亨) を入れる. ここで全は三角形に接し, 元, 利, 貞は三角形の 2 辺と 3 線に接し, 亨は 3 線に接する. 全径が 1 寸のとき元, 亨, 利, 貞の円径の和はいくらか



KeTLTS による教材化

- 日本の定理 II の教材を KeTLTS で作成

KeTTask001-1

1 Q01-1 Q01 ABCの傍接円の共通接線が作る三角形を

● Q01 ABCの傍接円の共通接線が作る三角形をDEFとする

● Q01 ---

AC < > DL OK 次 Pg=1 戻 Un AC PS PL

2 Q01---

Cap	a	b	c	sin	sq)	7	8	9	+	Cal
Gre	x	y	z	cos	fr	,	4	5	6	-	Lin
Bld	r	s	t	tan	tfr	(1	2	3	*	St=01AA
Vec	w	_	=	log	ln	^	0	.	sp	/	OK

°	@	[]		d	e	f	g	lim	pi	Play
×	!	{	}	≠	h	i	j	k	int	∞	Pau
dot	:	:	≤	≥	l	m	n	o	'	cs	Rev
Rec	\	±	≡	<	>	p	q	u	v	sum	Stop

奉納

$r_0 = 1$
 $r_1 = 1.9$
 $r_2 = 4.07$
 $r_3 = 4.36$
 $R = 5.67$

$m=0.75$

ketcindy home で検索

まとめ

- 和算の問題を解くには相当の知識と計算力が必要
- 単に話を聞くだけになってしまうことも多い
- 自分の力で解くことで一層の興味と関心を持つだろう
- 解答の手順
 - (1) 題意から立式する
 - (2) 方程式を解くのは Maxima に任せる
 - (3) 画面に表示される結果を見ながら修正や追加
 - (4) 必要に応じて図を表示
- (1)(3)(4) によって数学力を上げることに貢献

今後の課題

- 解法のさらなる改良
 - ・ 今回は、雛形を作る Readymnr を K_ETCindy のライブラリに追加した
- ある程度のプログラムスキルが教員にも必要
- 和算の資料にある問題がどの程度解けるか
 - 「和算の館」, 「日本の幾何—何題解けますか—」
- ご当地の問題を取り上げると学生の興味をより向上
- 空間の MNR 法については今後の大きな課題