定積分

2024.08.26

復習 (微分と不定積分)

微分と不定積分

- 微分係数

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数　各点に微分係数の値を対応させた関数

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数　各点に微分係数の値を対応させた関数

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数　各点に微分係数の値を対応させた関数

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

- 微分する

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数　各点に微分係数の値を対応させた関数

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

- 微分する　導関数を求めること

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数　各点に微分係数の値を対応させた関数

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

- 微分する　導関数を求めること
- 不定積分

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数　各点に微分係数の値を対応させた関数

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

- 微分する　導関数を求めること
- 不定積分　微分の逆（微分したら，そうなる関数）

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数　各点に微分係数の値を対応させた関数

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

- 微分する　導関数を求めること
- 不定積分　微分の逆（微分したら，そうなる関数）

$$\int x^2 dx =$$

微分と不定積分

- 微分係数　関数の変化率（変化の割合，接線の傾き）
- 導関数　各点に微分係数の値を対応させた関数

$$f'(x) = \lim_{z \to x} \frac{f(z) - f(x)}{z - x}$$

- 微分する　導関数を求めること
- 不定積分　微分の逆（微分したら，そうなる関数）

$$\int x^2 dx = \frac{1}{3}x^3 + C$$（C は積分定数）

不定積分 (問題その１)

- $(x)' = 1,\ (\frac{1}{2}x^2)' = x',\ (\frac{1}{3}x^3)' = x^2, \cdots$

不定積分 (問題その 1)

- $(x)' = 1,\ (\frac{1}{2}x^2)' = x',\ (\frac{1}{3}x^3)' = x^2, \cdots$

問 0826-1 次の $\boxed{}$ に公式を入れよ．

[1] $\displaystyle\int 1\,dx = \boxed{} + C$ （C は積分定数）

[2] $\displaystyle\int x\,dx = \boxed{} + C$

[3] $\displaystyle\int x^2\,dx = \boxed{} + C$

不定積分 (問題その 2)

問 0826-2 次の不定積分を求めよ．

[1] $\displaystyle\int (x^2 + 4x)\,dx$ [2] $\displaystyle\int (x^3 - 1)\,dx$

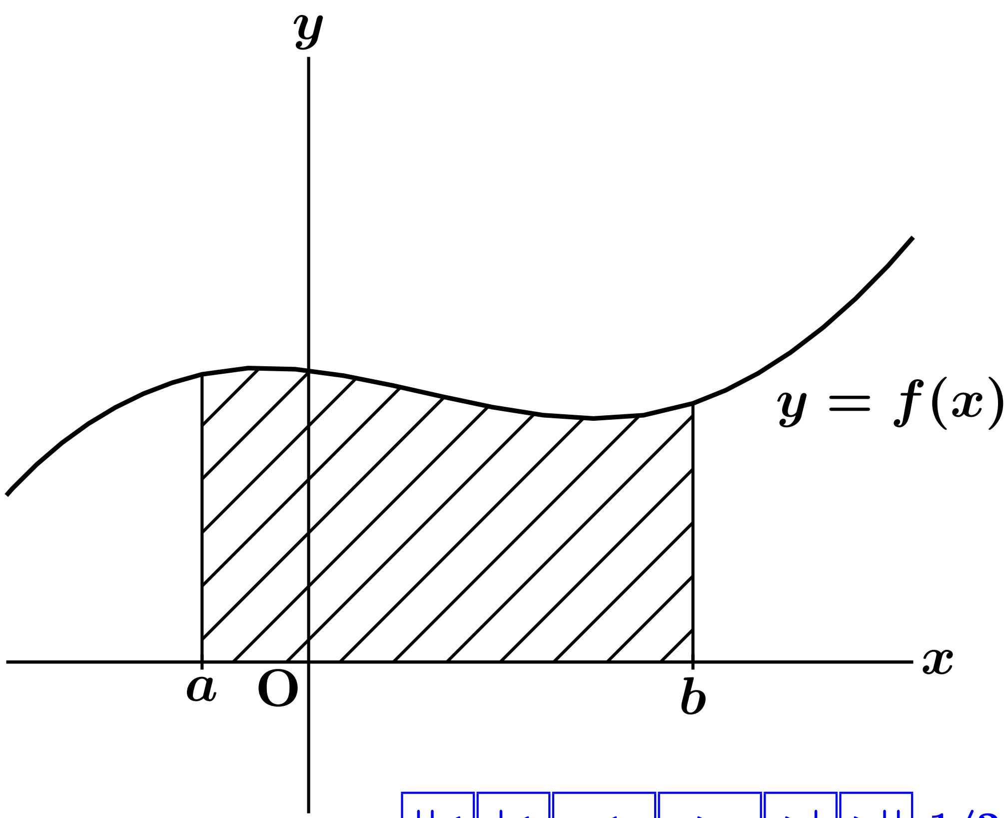
問 0826-3 次の不定積分を求めよ．

[1] $\displaystyle\int (x + 1)^2\,dx$ [2] $\displaystyle\int (x + 1)(x + 2)\,dx$

定積分

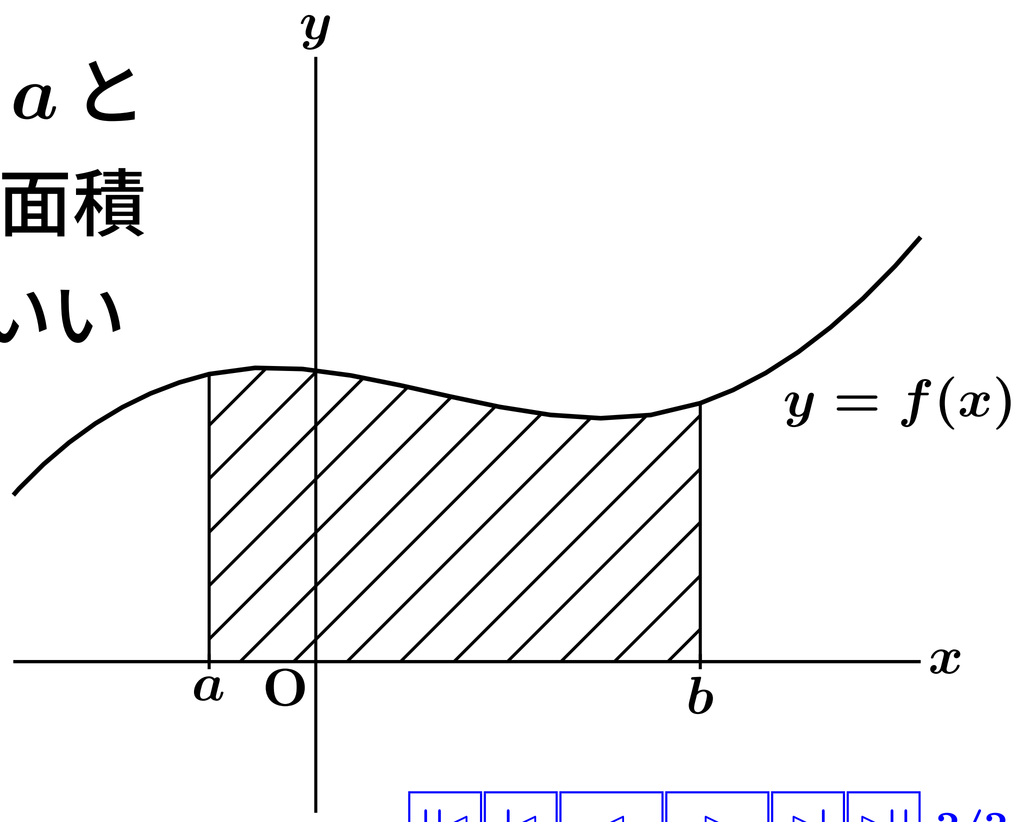
$f(x)$ の区間 $[a,\ b]$ での定積分

- しばらく，$f(x) \geqq 0$ とする．



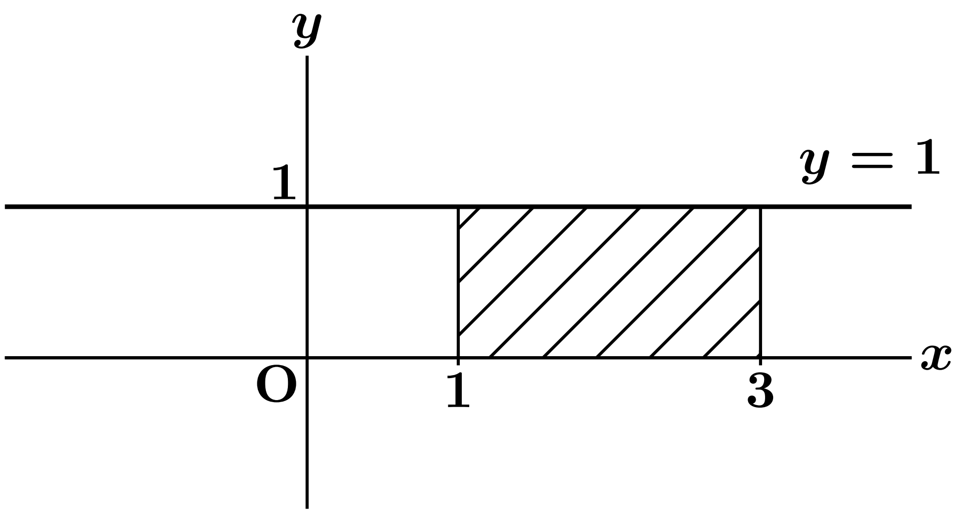
$f(x)$ の区間 $[a,\ b]$ での定積分

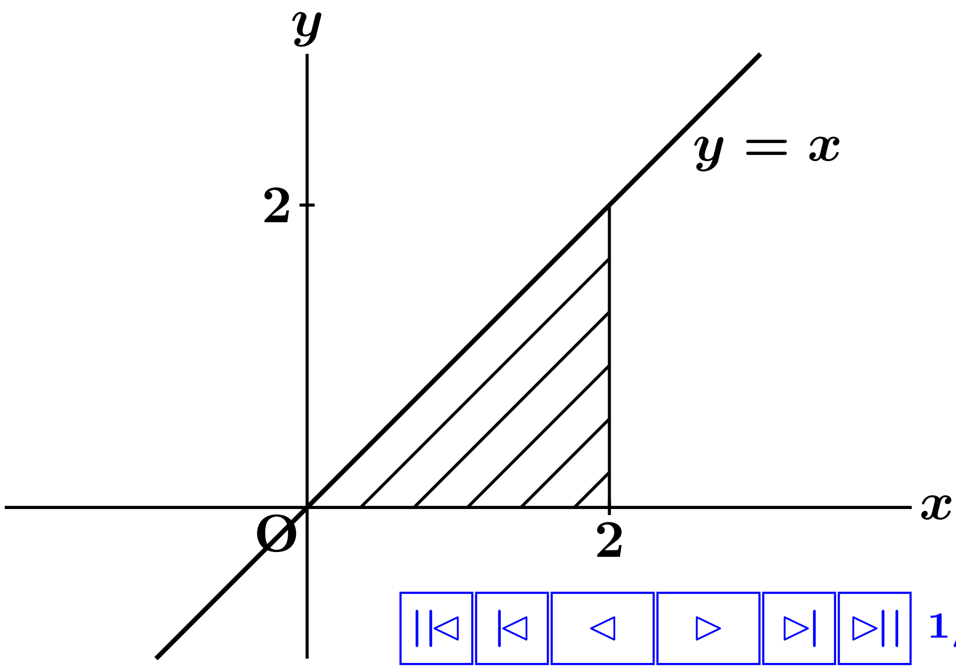
- しばらく，$f(x) \geqq 0$ とする．
- $y = f(x)$ と x 軸と $x = a$ と $x = b$ で囲まれた部分の面積 S を $[a,\ b]$ での**定積分**といい $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$ と書く



簡単な定積分の例

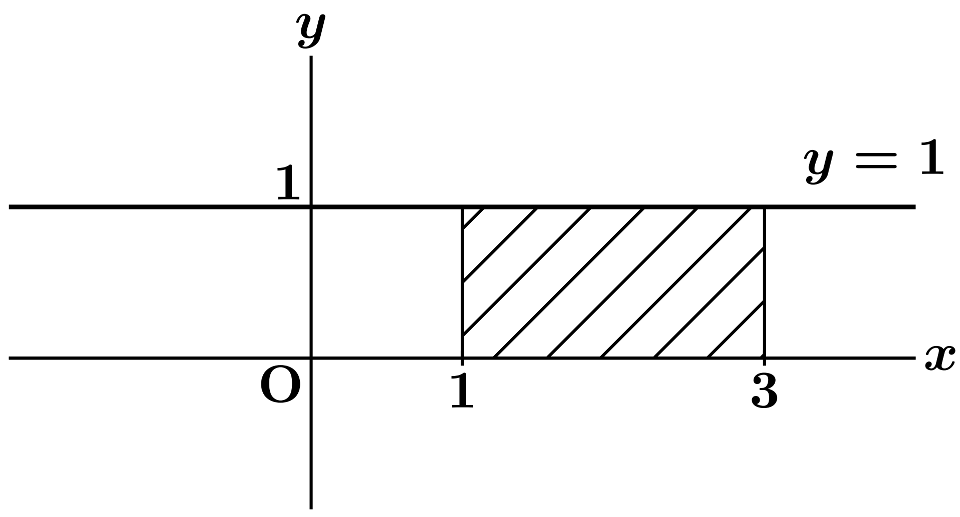
$$(1)\ \int_1^3 1\,dx = \boxed{}$$

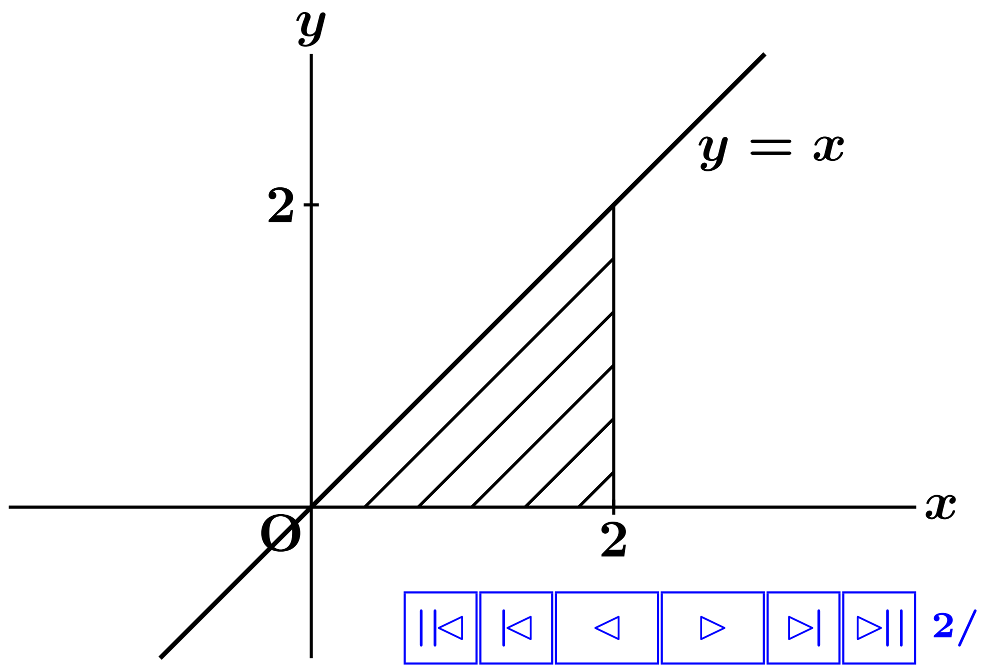




簡単な定積分の例

(1) $\displaystyle\int_1^3 1\,dx = \boxed{2}$

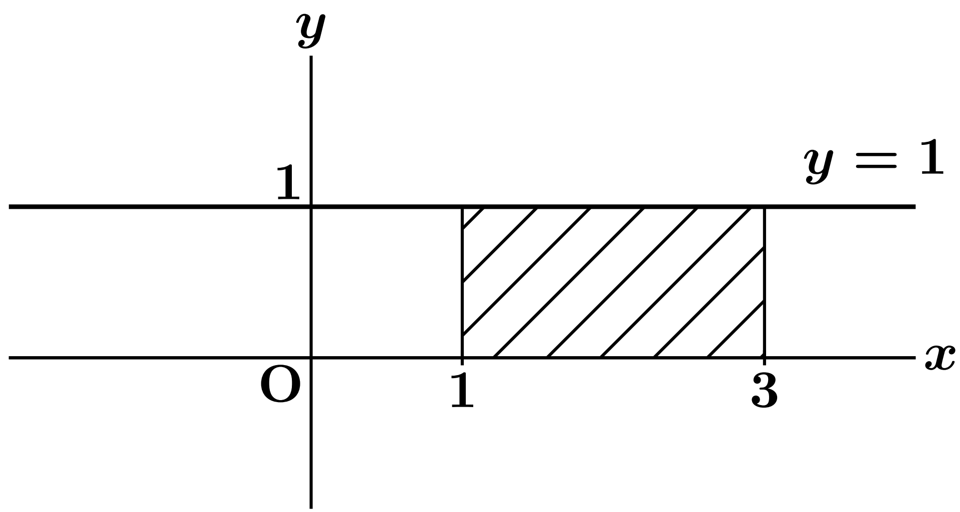


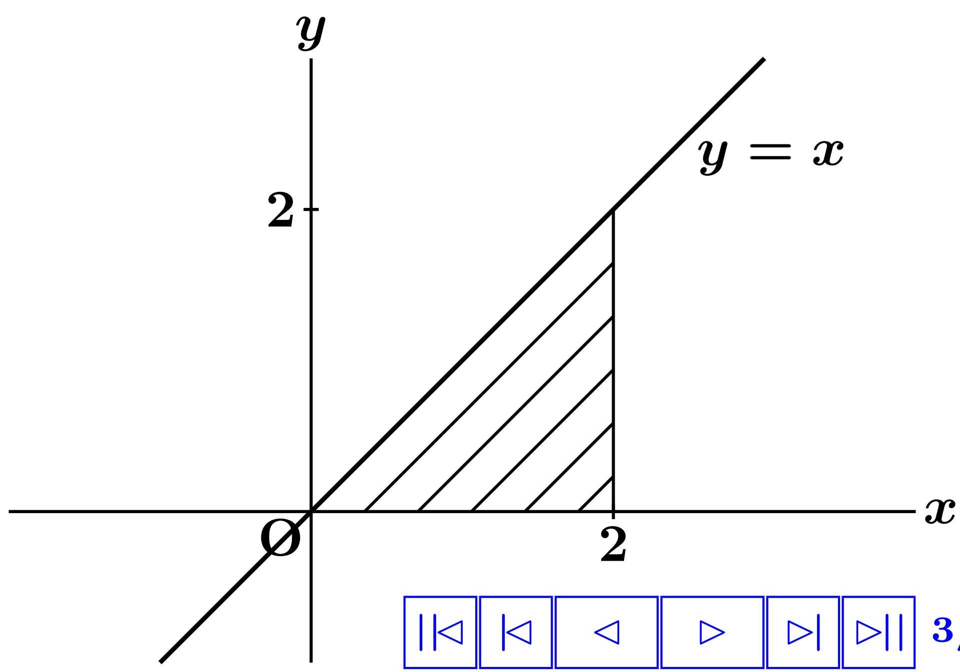


簡単な定積分の例

(1) $\displaystyle\int_1^3 1\,dx = \boxed{2}$

(2) $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = \boxed{}$

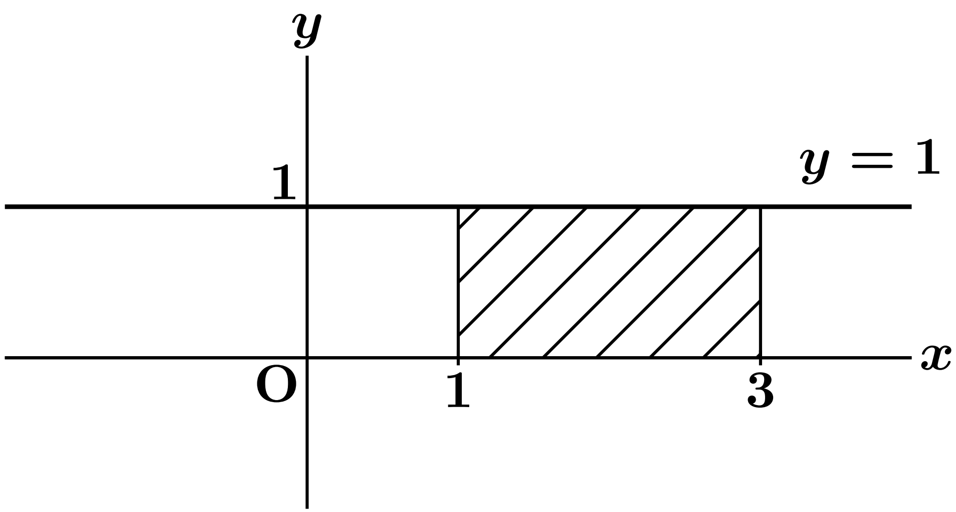


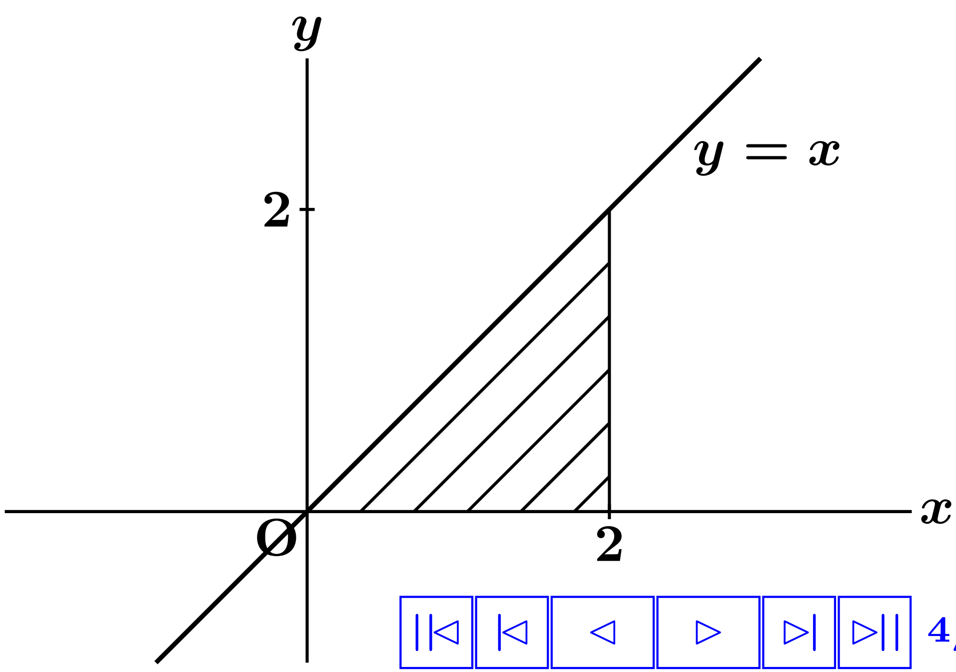


簡単な定積分の例

(1) $\displaystyle\int_1^3 1\,dx = \boxed{2}$

(2) $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = \boxed{2}$

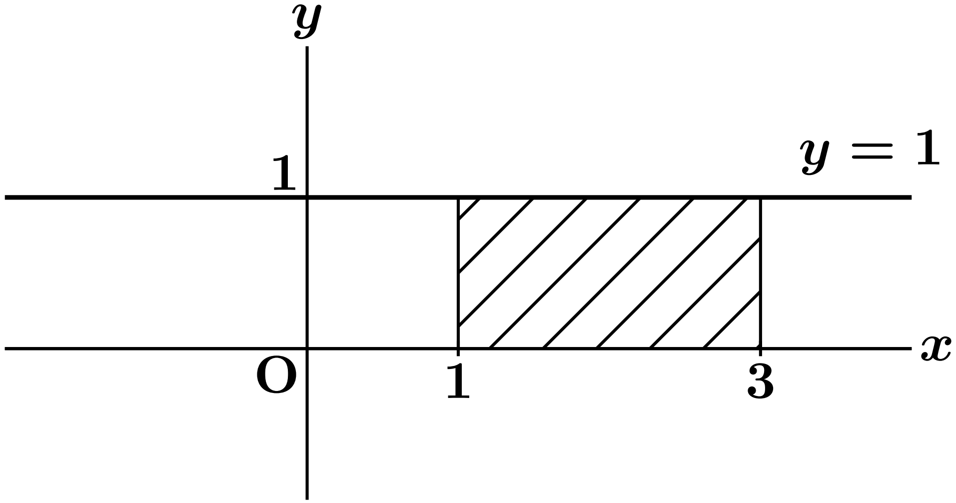


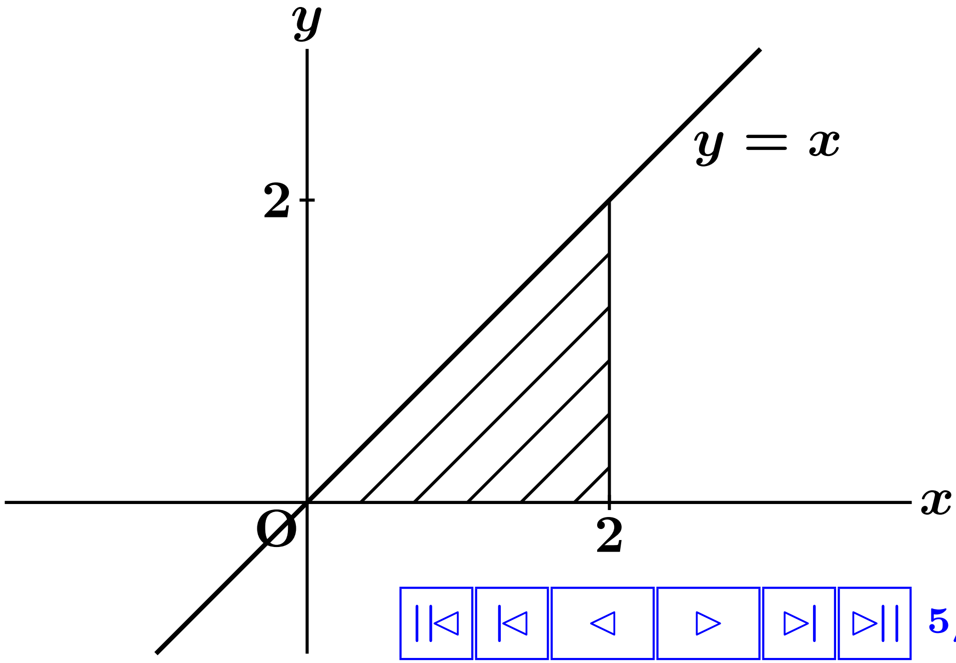


簡単な定積分の例

(1) $\displaystyle\int_1^3 1\,dx = \boxed{2}$

(2) $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = \boxed{2}$





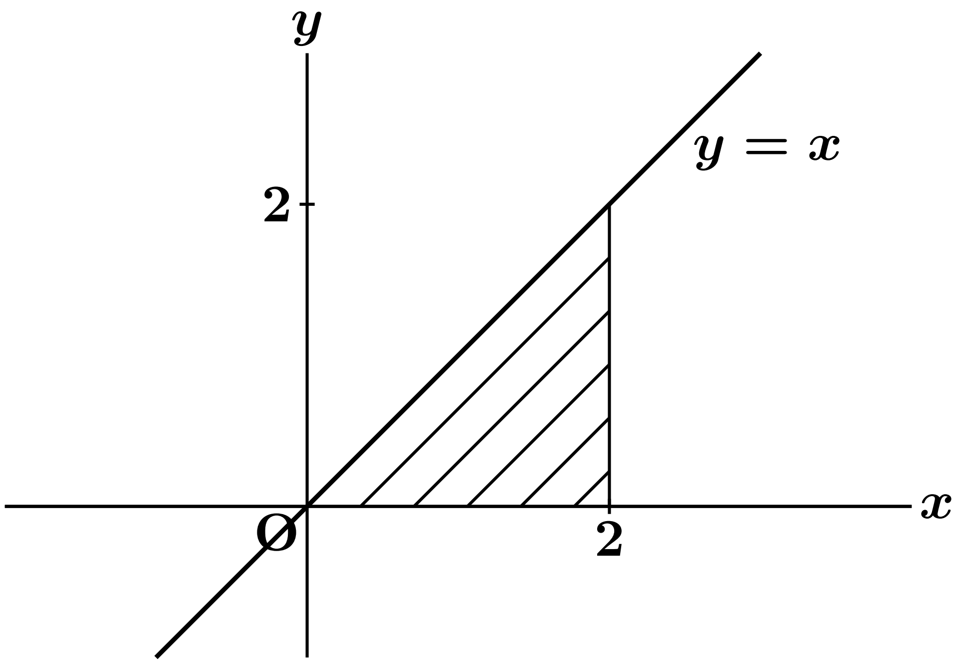
問 0826-4 次の値を求めよ．

[1] $\displaystyle\int_0^3 1\,dx =$

[2] $\displaystyle\int_0^1 x\,dx =$

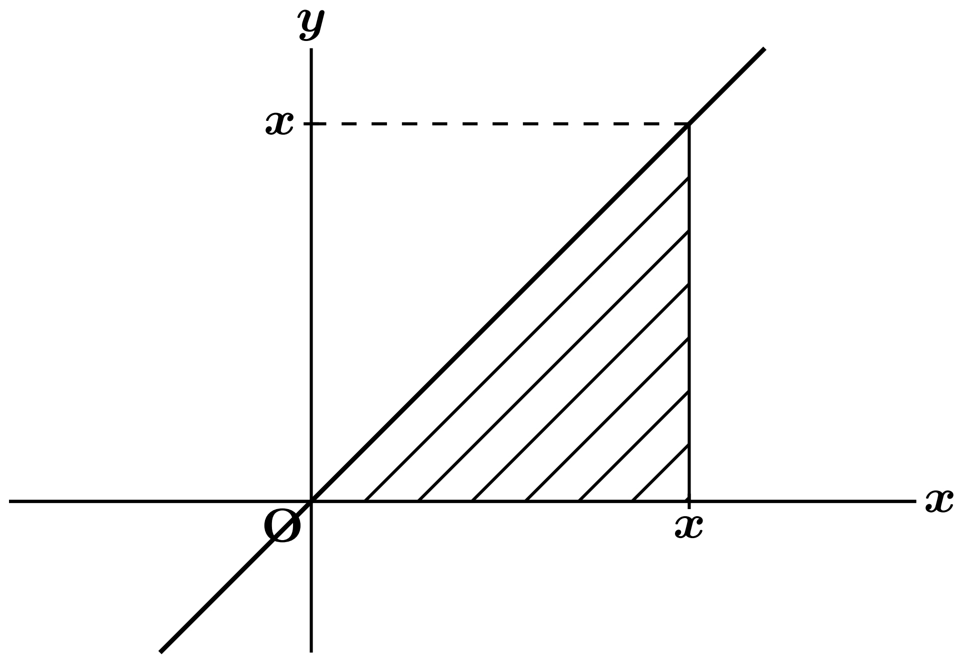
定積分と不定積分

- $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = 2$



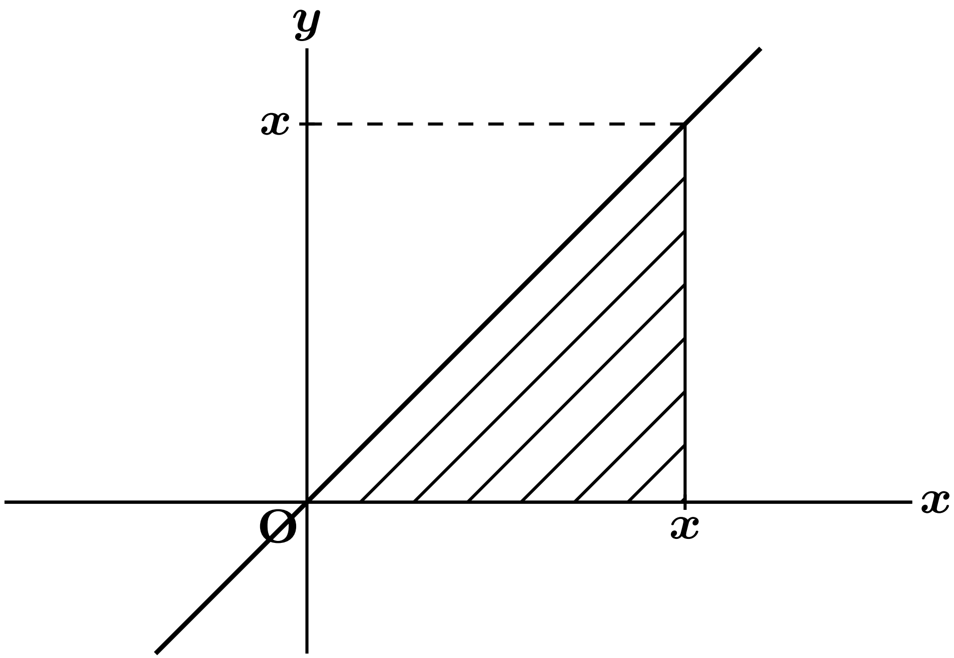
定積分と不定積分

- $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = 2$
- 右端の値を変化させる
  それを x と書く
  $$\int_0^x x\,dx = \boxed{}$$



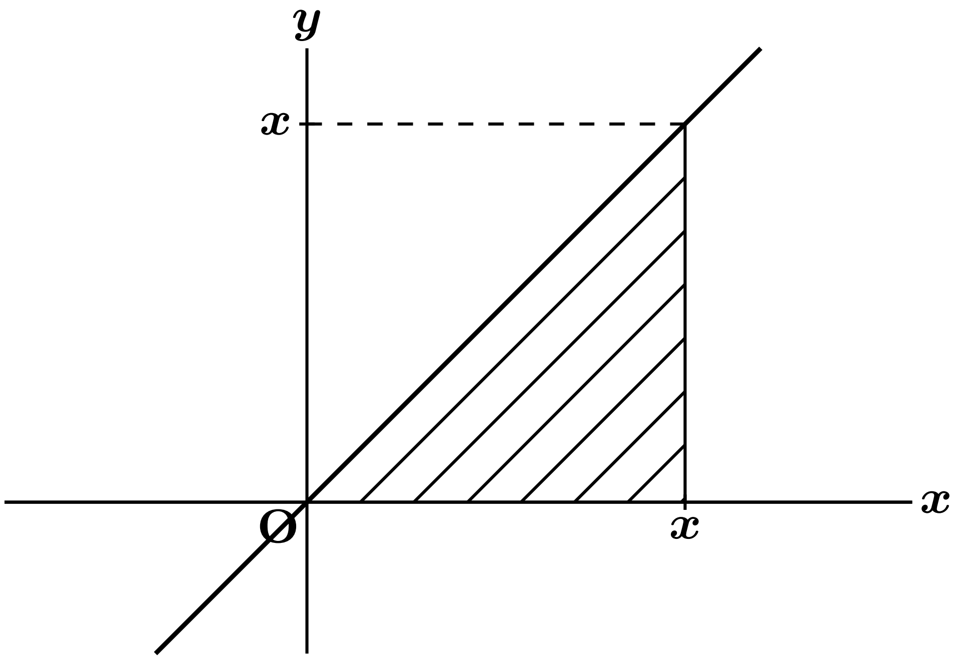
定積分と不定積分

- $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = 2$
- 右端の値を変化させる
  それを x と書く
  $$\int_0^x x\,dx = \boxed{}$$



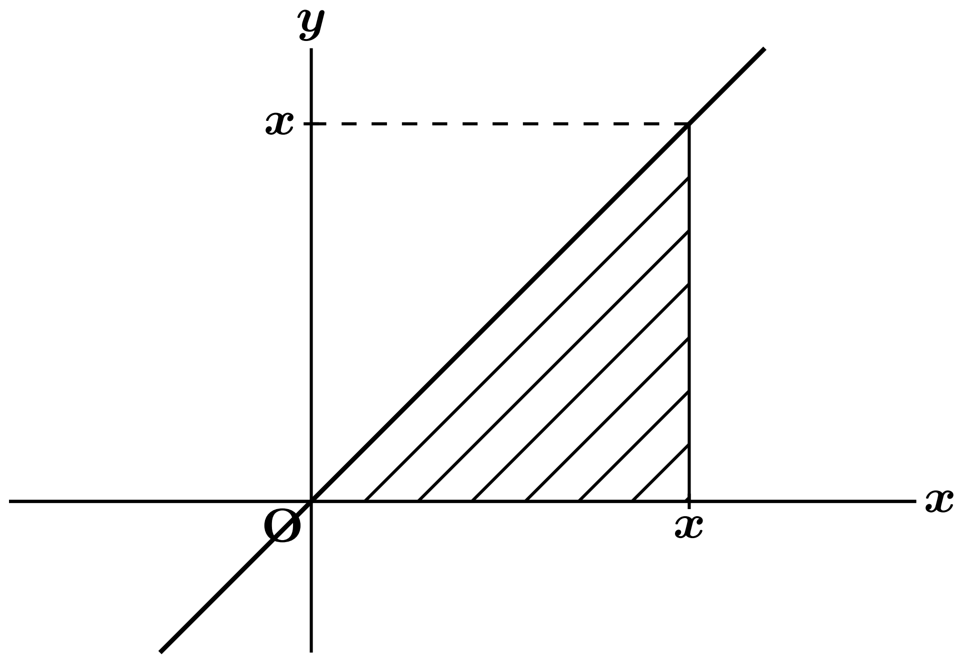
定積分と不定積分

- $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = 2$
- 右端の値を変化させる
  それを x と書く
  $$\int_0^x x\,dx = \boxed{}$$



定積分と不定積分

- $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = 2$
- 右端の値を変化させる
  それを x と書く
  $$\int_0^x x\,dx = \boxed{}$$



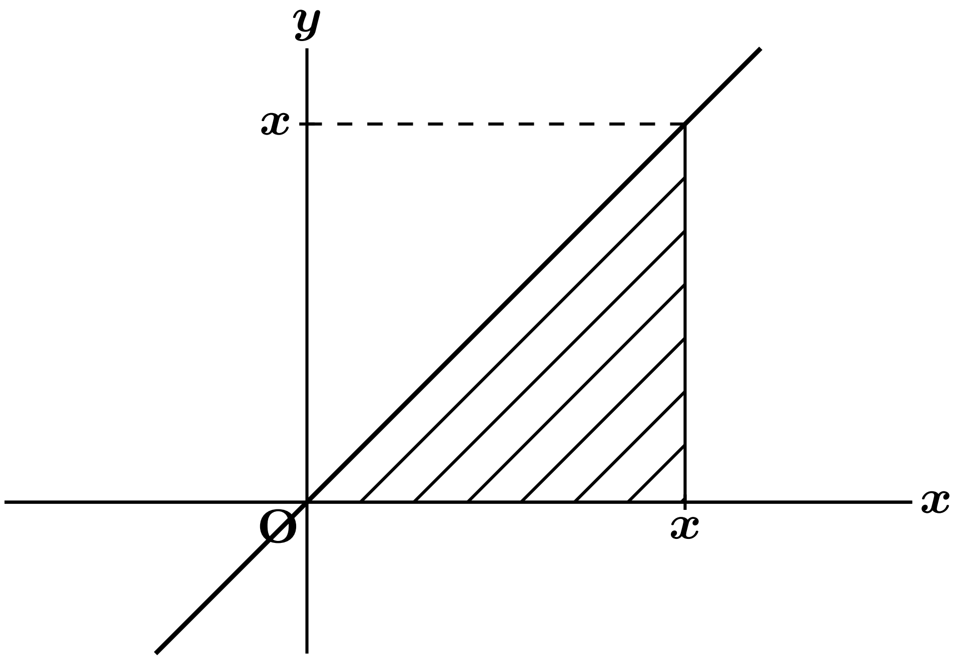
注) 積分の中の x と右端の x が重なるが

定積分と不定積分

- $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = 2$
- 右端の値を変化させる

  それを x と書く

$$\int_0^x x\,dx = \boxed{}$$

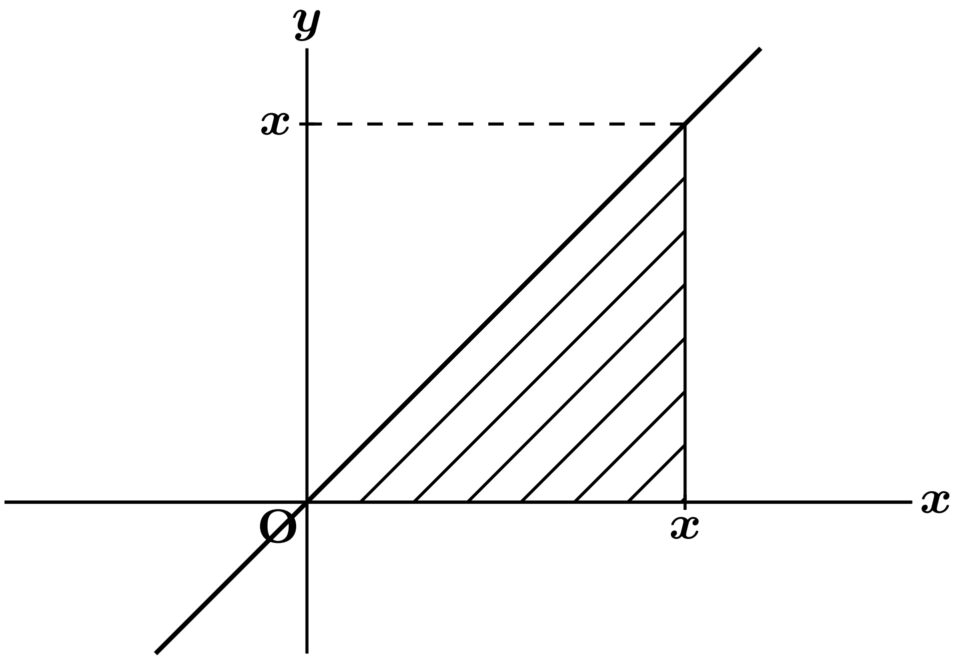


注) 積分の中の x と右端の x が重なるが

積分の中の x は関数を表すだけ.

定積分と不定積分

- $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = 2$
- 右端の値を変化させる
  それを x と書く
  $$\int_0^x x\,dx = \boxed{}$$

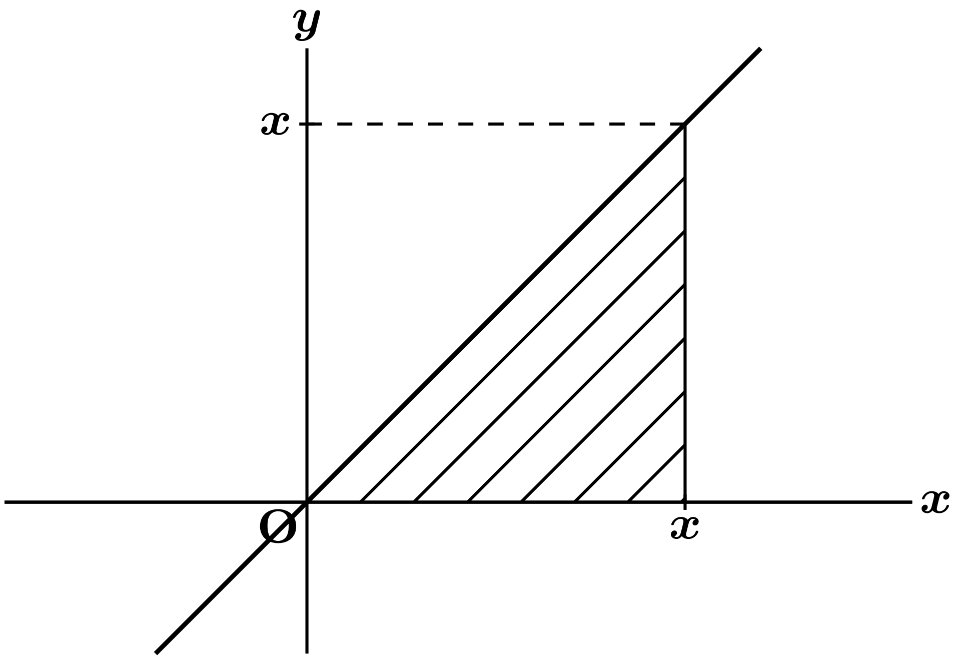


注) 積分の中の x と右端の x が重なるが
積分の中の x は関数を表すだけ.
右端の x の関数と考える.

定積分と不定積分

- $\displaystyle\int_0^2 x\,dx = 2$
- 右端の値を変化させる
  それを x と書く

$$\int_0^x x\,dx = \boxed{\frac{1}{2}x^2}$$



注) 積分の中の x と右端の x が重なるが
積分の中の x は関数を表すだけ.
右端の x の関数と考える.

定積分と不定積分 2

(1) $\displaystyle\int_0^x x\,dx = \frac{x^2}{2}$

定積分と不定積分 2

(1) $\displaystyle\int_0^x x\,dx = \frac{x^2}{2}$

(2) 一方，不定積分では $\displaystyle\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$

定積分と不定積分 2

(1) $\displaystyle\int_0^x x\,dx = \frac{x^2}{2}$

(2) 一方，不定積分では $\displaystyle\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$

(3) 定積分 (1) は不定積分 (2) の 1 つ

定積分と不定積分 2

(1) $\displaystyle\int_0^x x\,dx = \frac{x^2}{2}$

(2) 一方，不定積分では $\displaystyle\int x\,dx = \frac{x^2}{2} + C$

(3) 定積分 (1) は不定積分 (2) の 1 つ

$$\boxed{\left(\int_0^x x\,dx\right)' = x}$$

微分積分の基本定理

- $\left(\int_0^x x\,dx\right)' = x$ だった

微分積分の基本定理

- $\left(\int_0^{\boxed{x}} x\,dx\right)' = x$ だった

  0 から $\boxed{x}$ までの定積分を微分すると元の関数になる

微分積分の基本定理

- $\left(\int_0^{\boxed{x}} x\,dx\right)' = x$ だった

  0 から $\boxed{x}$ までの定積分を微分すると元の関数になる

- これは，一般の関数 $f(x)$ についても成り立つ

微分積分の基本定理

- $\left(\int_0^{\boxed{x}} x\,dx\right)' = x$ だった

  0 から $\boxed{x}$ までの定積分を微分すると元の関数になる

- これは，一般の関数 $f(x)$ についても成り立つ

$$\boxed{\left(\int_a^{x} f(x)\,dx\right)' = f(x)} \qquad (a \text{ は定数})$$

微分積分の基本定理

- $\left(\int_0^{\boxed{x}} x\,dx\right)' = x$ だった

  0 から $\boxed{x}$ までの定積分を微分すると元の関数になる

- これは，一般の関数 $f(x)$ についても成り立つ

$$\boxed{\left(\int_a^x f(x)\,dx\right)' = f(x)} \qquad (a \text{ は定数})$$

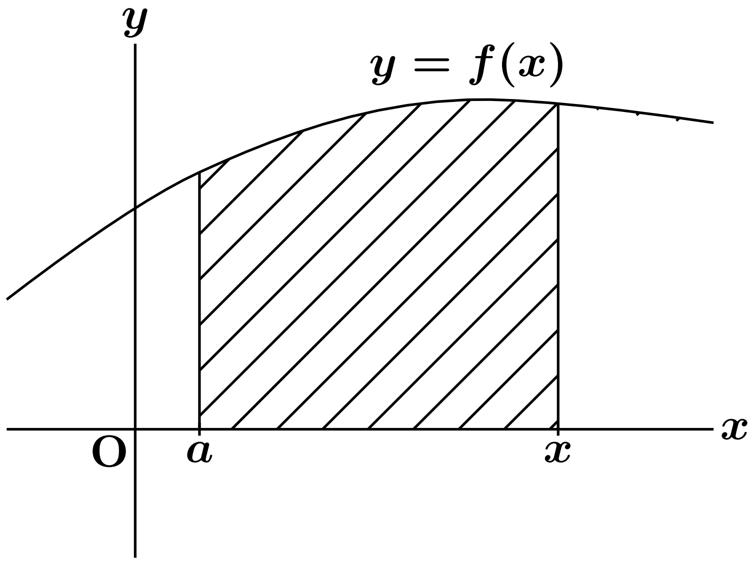
- これは，微分積分において最も重要な定理である

基本定理の証明

- $S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ とおく $\Rightarrow S'(x) = f(x)$ を示す

基本定理の証明

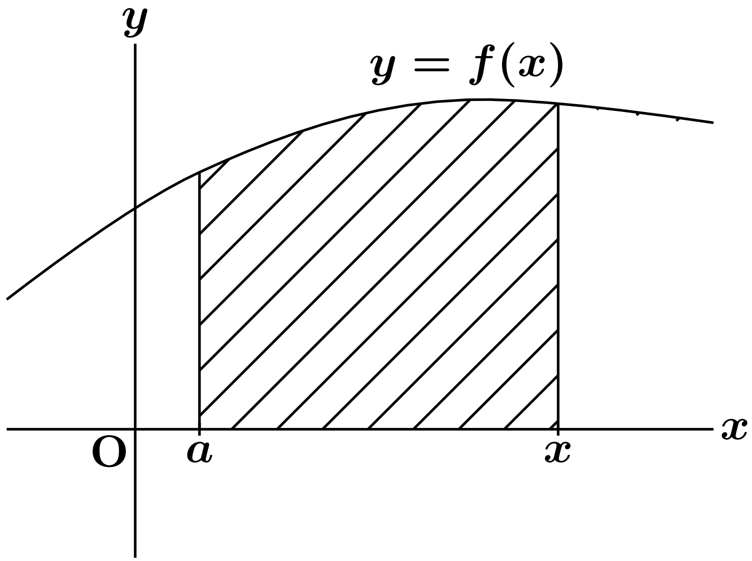
- $S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ とおく $\Rightarrow S'(x) = f(x)$ を示す



基本定理の証明

- $S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ とおく $\Rightarrow S'(x) = f(x)$ を示す

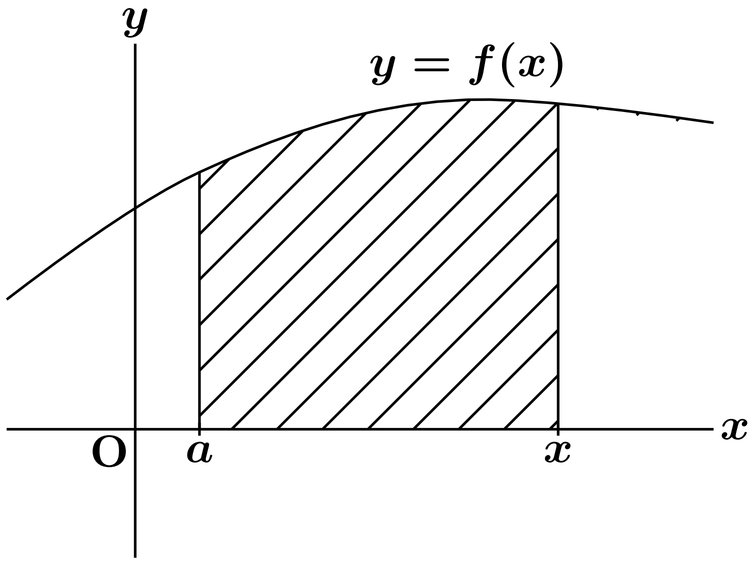
  $S(x)$ は黒斜線の面積



基本定理の証明

- $S(x) = \displaystyle\int_a^x f(x)\,dx$ とおく $\Rightarrow$ $S'(x) = f(x)$ を示す

  $S(x)$ は黒斜線の面積

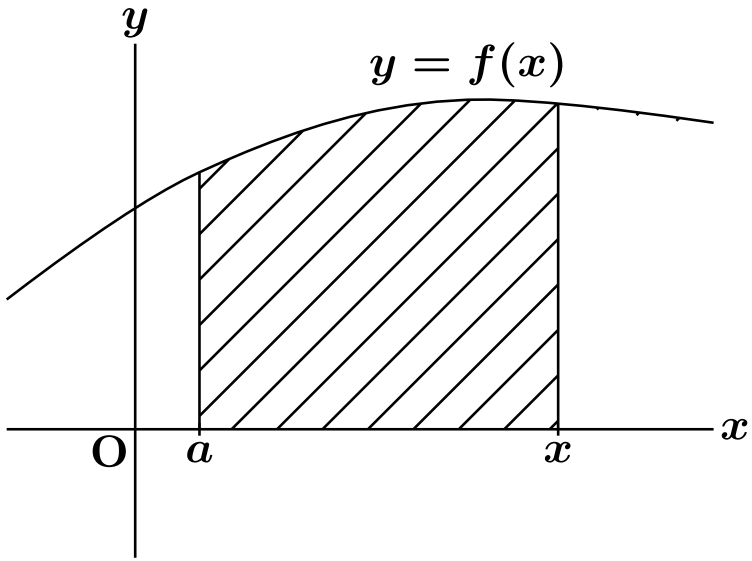


- $S'(x) =$

基本定理の証明

- $S(x) = \displaystyle\int_a^x f(x)\,dx$ とおく $\Rightarrow S'(x) = f(x)$ を示す

  $S(x)$ は黒斜線の面積

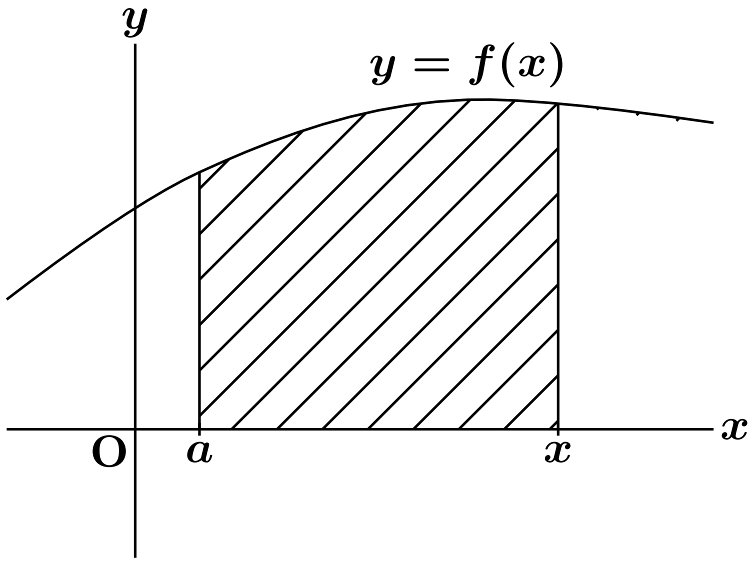


- $S'(x) = \displaystyle\lim_{z \to x} \frac{S(z) - S(x)}{z - x}$

基本定理の証明

- $S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ とおく $\Rightarrow S'(x) = f(x)$ を示す

  $S(x)$ は黒斜線の面積



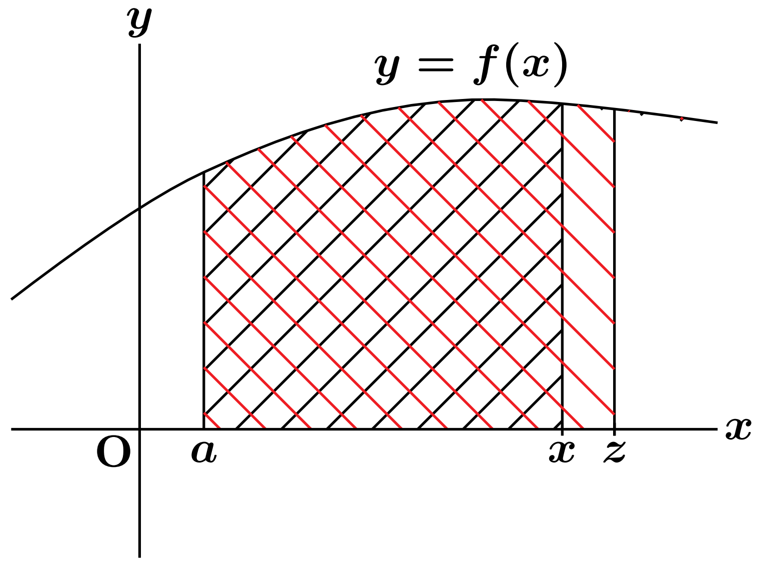
- $S'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{S(z) - S(x)}{z - x}$

- $S(z) - S(x)$ は？

基本定理の証明

- $S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ とおく $\Rightarrow S'(x) = f(x)$ を示す

  $S(x)$ は黒斜線の面積



- $S'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{S(z) - S(x)}{z - x}$

- $S(z) - S(x)$ は？

  $S(z)$ は赤斜線の面積

基本定理の証明

- $S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ とおく $\Rightarrow$ $S'(x) = f(x)$ を示す

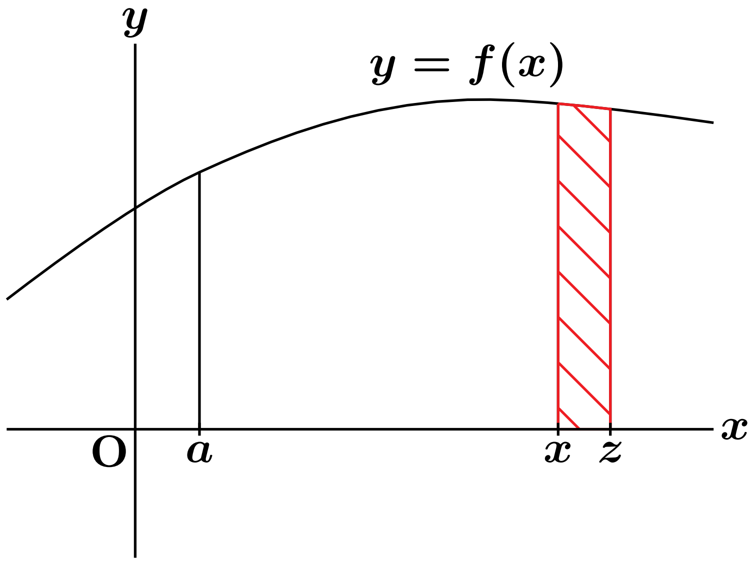
  $S(x)$ は黒斜線の面積

- $S'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{S(z) - S(x)}{z - x}$

- $S(z) - S(x)$ は？

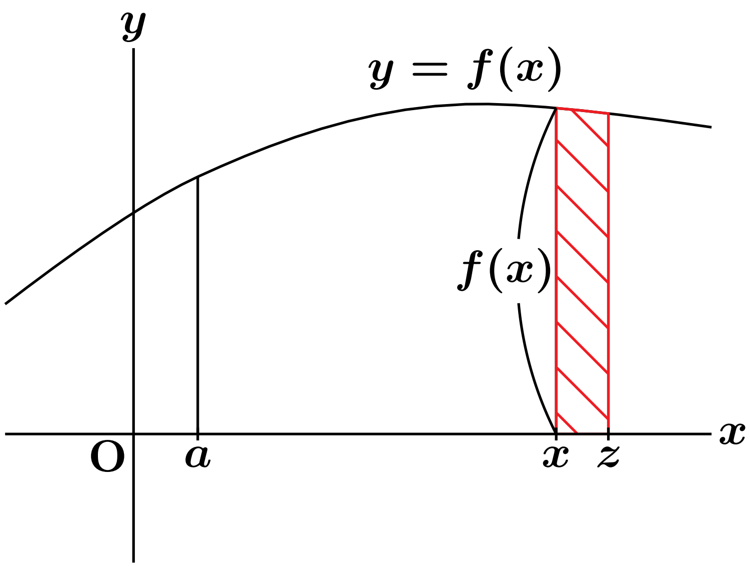
  $S(z)$ は赤斜線の面積

  $S(z) - S(x)$ は赤斜線の面積



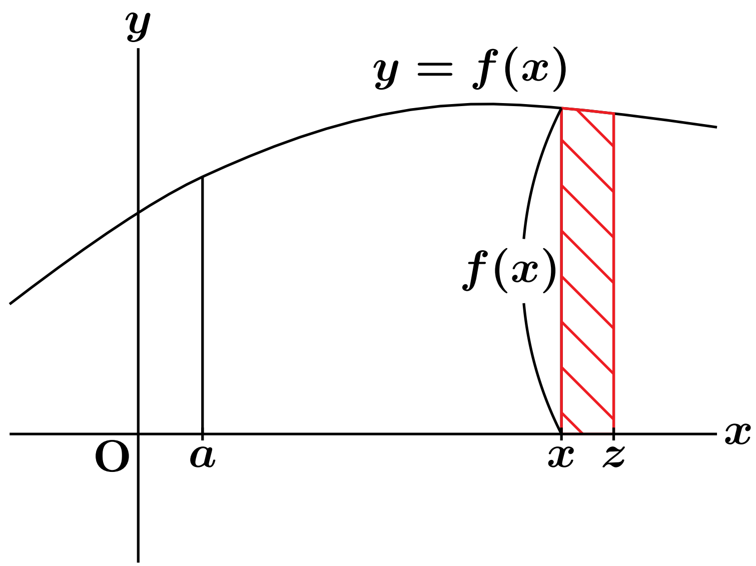
基本定理の証明 (続)

- 図より　$S(z) - S(x) \fallingdotseq f(x)(z - x)$



基本定理の証明 (続)

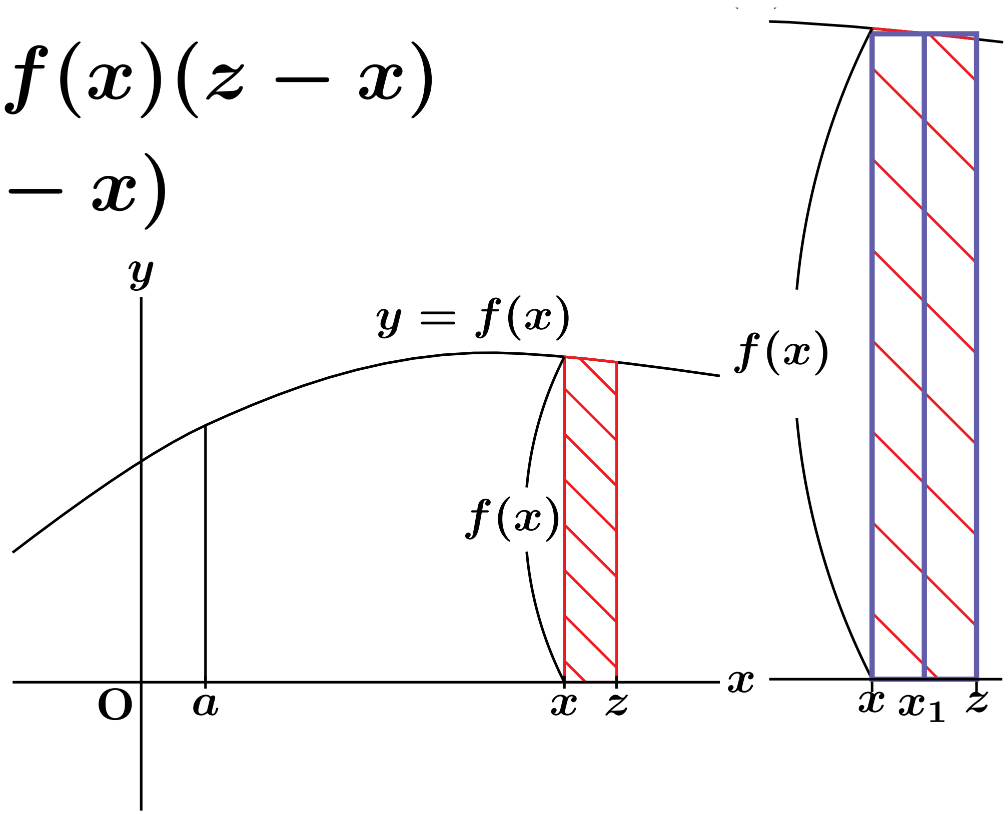
- 図より　$S(z) - S(x) \fallingdotseq f(x)(z-x)$



基本定理の証明 (続)

- 図より　$S(z) - S(x) \fallingdotseq f(x)(z-x)$

  $S(z) - S(x) = f(x_1)(z-x)$

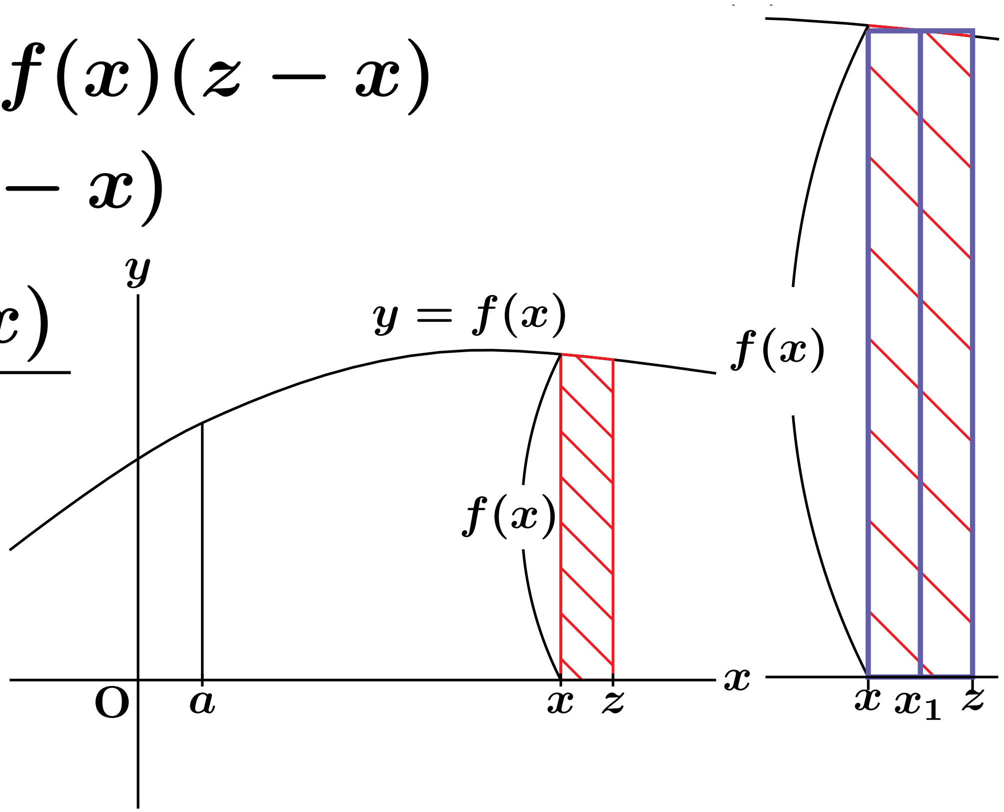


基本定理の証明 (続)

- 図より　$S(z) - S(x) \fallingdotseq f(x)(z-x)$

  $S(z) - S(x) = f(x_1)(z-x)$

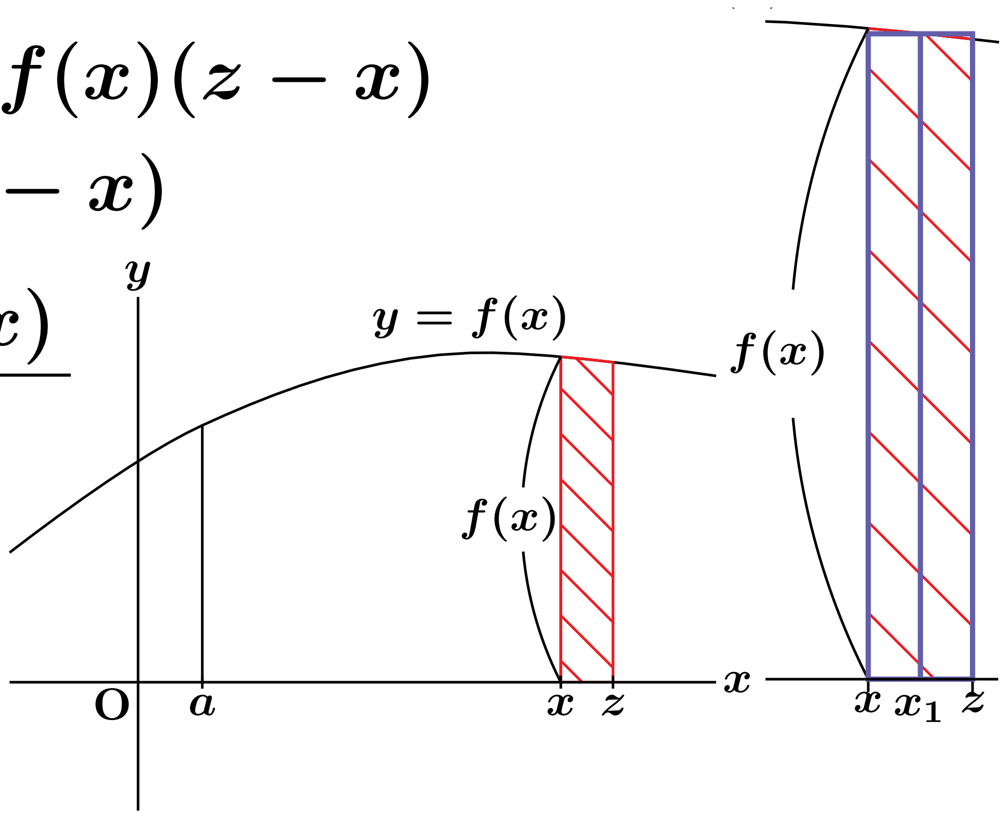
- $S'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{S(z) - S(x)}{z - x}$



基本定理の証明 (続)

- 図より　$S(z) - S(x) \fallingdotseq f(x)(z-x)$
  $S(z) - S(x) = f(x_1)(z-x)$

- $S'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{S(z) - S(x)}{z - x}$
  $= \lim_{z \to x} \dfrac{f(x_1)(z-x)}{z-x}$



基本定理の証明 (続)

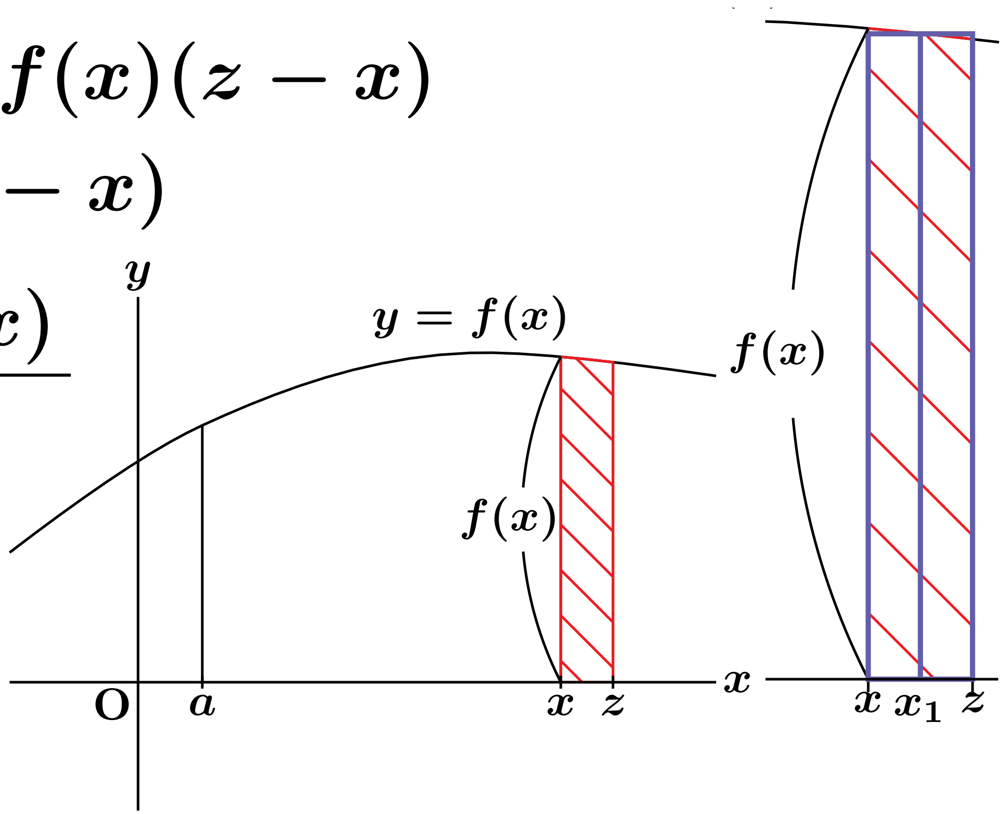
- 図より　$S(z) - S(x) \fallingdotseq f(x)(z-x)$

  $S(z) - S(x) = f(x_1)(z-x)$

- $$S'(x) = \lim_{z \to x} \frac{S(z) - S(x)}{z - x}$$

  $$= \lim_{z \to x} \frac{f(x_1)(z-x)}{z-x}$$

  $$= \lim_{z \to x} f(x_1)$$



基本定理の証明 (続)

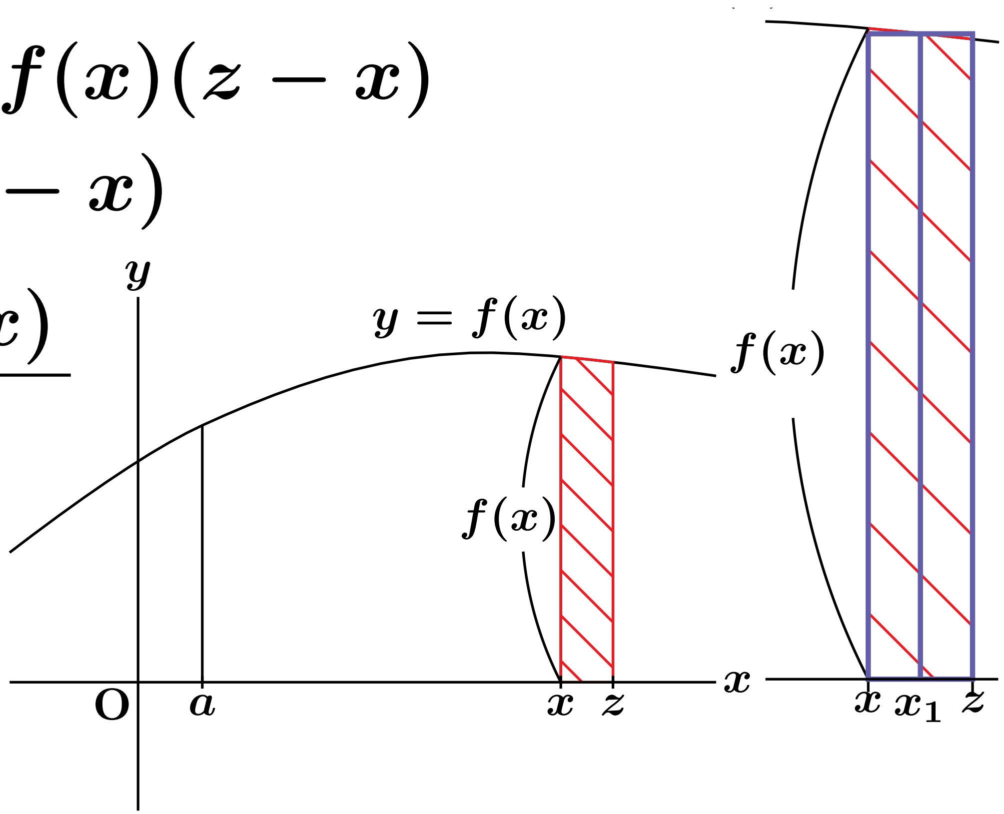
- 図より　$S(z) - S(x) \fallingdotseq f(x)(z-x)$

  $S(z) - S(x) = f(x_1)(z-x)$

- $$S'(x) = \lim_{z \to x} \frac{S(z) - S(x)}{z - x}$$

  $$= \lim_{z \to x} \frac{f(x_1)(z-x)}{z-x}$$

  $$= \lim_{z \to x} f(x_1) = f(x)$$



基本定理の証明 (続)

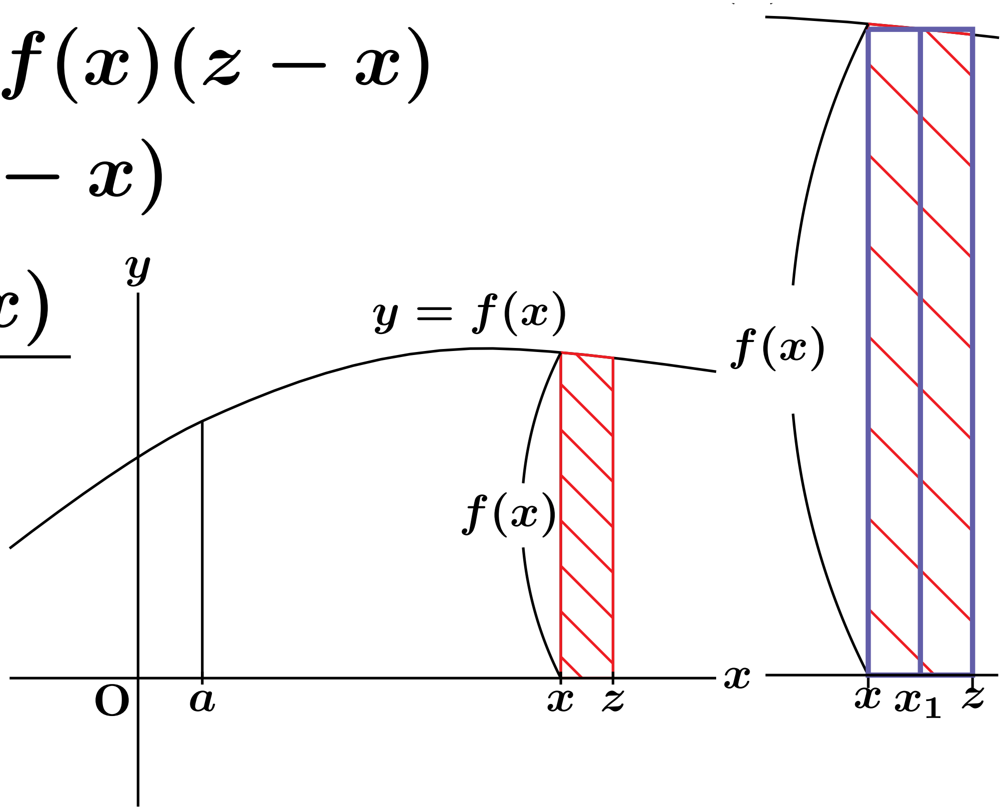
- 図より　$S(z) - S(x) \fallingdotseq f(x)(z-x)$

  $S(z) - S(x) = f(x_1)(z-x)$

- $S'(x) = \lim_{z \to x} \dfrac{S(z) - S(x)}{z-x}$

  $= \lim_{z \to x} \dfrac{f(x_1)(z-x)}{z-x}$

  $= \lim_{z \to x} f(x_1) = f(x)$



- したがって　$S(x) = \displaystyle\int_a^x f(x)\,dx$ は $f(x)$ の不定積分

定積分の計算公式

- $f(x)$ の不定積分の１つを $F(x)$ とおく

定積分の計算公式

- $f(x)$ の不定積分の１つを $F(x)$ とおく
- 基本定理より　$S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ も不定積分

定積分の計算公式

- $f(x)$ の不定積分の１つを $F(x)$ とおく
- 基本定理より　$S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ も不定積分
- したがって　$S(x) = F(x) + C$（C は積分定数）

定積分の計算公式

- $f(x)$ の不定積分の１つを $F(x)$ とおく
- 基本定理より　$S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ も不定積分
- したがって　$S(x) = F(x) + C$（C は積分定数）
- x に a を代入すると　$S(a) = F(a) + C$

定積分の計算公式

- $f(x)$ の不定積分の１つを $F(x)$ とおく
- 基本定理より　$S(x) = \int_a^x f(x)\,dx$ も不定積分
- したがって　$S(x) = F(x) + C$（C は積分定数）
- x に a を代入すると　$S(a) = F(a) + C$
- $S(a) = \int_a^a f(x)\,dx = 0$ より　$F(a) + C = 0$

定積分の計算公式 (続)

- これから $\quad \boldsymbol{C = -F(a)}$

定積分の計算公式 (続)

- これから　$C = -F(a)$
- したがって　$S(x) = F(x) + C = F(x) - F(a)$

定積分の計算公式 (続)

- これから　$C = -F(a)$
- したがって　$S(x) = F(x) + C = F(x) - F(a)$
- x に b を代入すると　$S(b) = F(b) - F(a)$

定積分の計算公式 (続)

- これから　$C = -F(a)$
- したがって　$S(x) = F(x) + C = F(x) - F(a)$
- x に b を代入すると　$S(b) = F(b) - F(a)$
- よって　$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)}$

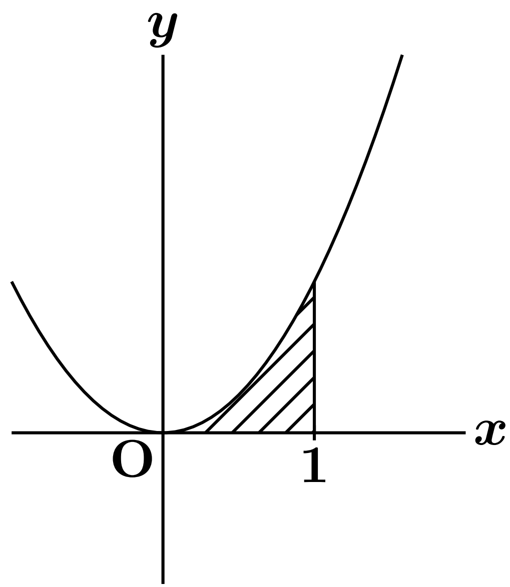
定積分の計算公式 (続)

- これから　$C = -F(a)$
- したがって　$S(x) = F(x) + C = F(x) - F(a)$
- x に b を代入すると　$S(b) = F(b) - F(a)$
- よって　$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)}$

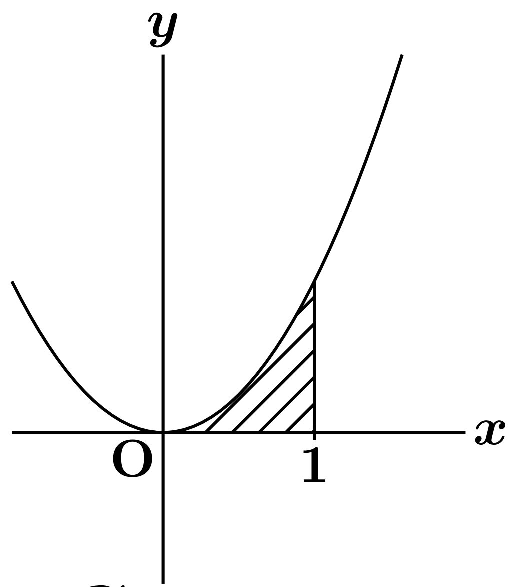
$$F(b) - F(a) = \Big[F(x)\Big]_a^b \text{ と書く}$$

定積分の計算 1

(例) $\displaystyle\int_0^1 x^2\,dx$



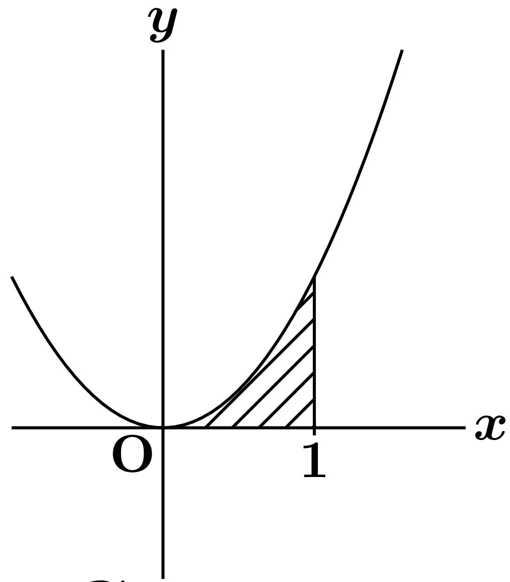
定積分の計算 1



(例) $\displaystyle\int_0^1 x^2\,dx$

不定積分の公式より　$\displaystyle\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$

定積分の計算 1



(例) $\displaystyle\int_0^1 x^2\,dx$

不定積分の公式より $\displaystyle\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$

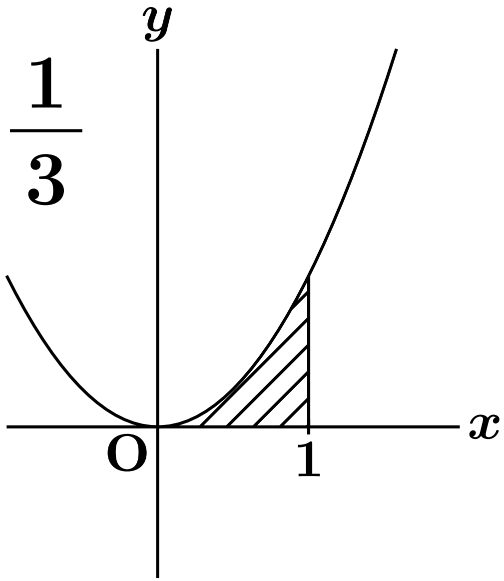
$$\int_0^1 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^1$$

定積分の計算 1

(例) $\displaystyle\int_0^1 x^2\,dx$

不定積分の公式より　$\displaystyle\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$

$$\int_0^1 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^1 = \frac{1}{3}1^3 - \frac{1}{3}0^3 = \frac{1}{3}$$

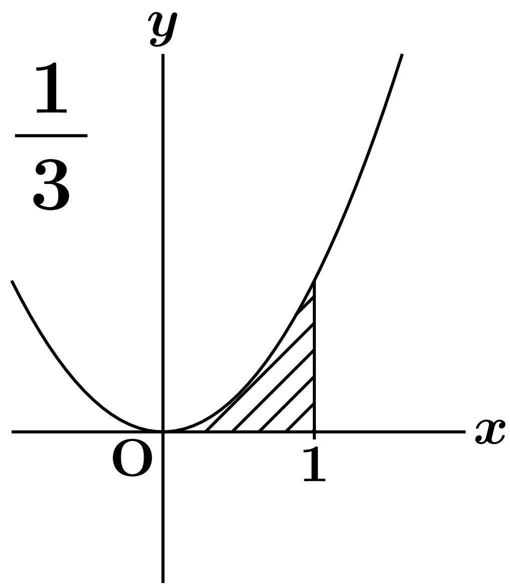


定積分の計算 1

(例) $\displaystyle\int_0^1 x^2\,dx$

不定積分の公式より　$\displaystyle\int x^2\,dx = \frac{1}{3}x^3 + C$

$$\int_0^1 x^2\,dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_0^1 = \frac{1}{3}1^3 - \frac{1}{3}0^3 = \frac{1}{3}$$



問 0826-5 次の定積分を計算せよ．

[1] $\displaystyle\int_0^2 x^2\,dx$　[2] $\displaystyle\int_1^2 x^2\,dx$

定積分の性質

- $\displaystyle\int_a^b \bigl(f(x)+g(x)\bigr)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$
- $\displaystyle\int_a^b \bigl(f(x)-g(x)\bigr)\,dx = \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b g(x)\,dx$
- $\displaystyle\int_a^b cf(x)\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx$（$c$は定数）

定積分の性質

- $$\int_a^b \left(f(x)+g(x)\right)dx = \int_a^b f(x)\,dx + \int_a^b g(x)\,dx$$
- $$\int_a^b \left(f(x)-g(x)\right)dx = \int_a^b f(x)\,dx - \int_a^b g(x)\,dx$$
- $$\int_a^b cf(x)\,dx = c\int_a^b f(x)\,dx$$ （c は定数）

(注) 最初に不定積分を求めてから計算した方がいい

定積分の計算 2

(例 1) $\displaystyle\int_1^2 (2x+3)\,dx$

定積分の計算 2

(例 1) $\displaystyle\int_1^2 (2x+3)\,dx = \Big[x^2+3x\Big]_1^2$

定積分の計算 2

(例 1) $\int_{1}^{2}(2x+3)\,dx = \left[x^2+3x\right]_1^2$

$$= (2^2+3\cdot 2)-(1^2+3\cdot 1)$$

定積分の計算 2

(例 1) $$\int_1^2 (2x+3)\,dx = \Big[x^2+3x\Big]_1^2 = (2^2+3\cdot 2)-(1^2+3\cdot 1) = 6$$

定積分の計算 2

(例 1) $$\int_1^2 (2x+3)\,dx = \Big[x^2+3x\Big]_1^2$$
$$= (2^2+3\cdot 2)-(1^2+3\cdot 1)$$
$$= 6$$

(例 2) $$\int_0^1 (3x^2+x)\,dx$$

定積分の計算 2

(例 1) $\displaystyle\int_1^2 (2x+3)\,dx = \Big[x^2+3x\Big]_1^2$

$$= (2^2+3\cdot 2)-(1^2+3\cdot 1)$$

$$= 6$$

(例 2) $\displaystyle\int_0^1 (3x^2+x)\,dx = \Big[x^3+\frac{1}{2}x^2\Big]_0^1$

定積分の計算 2

(例 1) $$\int_1^2 (2x+3)\,dx = \Big[x^2+3x\Big]_1^2$$
$$= (2^2+3\cdot 2)-(1^2+3\cdot 1)$$
$$= 6$$

(例 2) $$\int_0^1 (3x^2+x)\,dx = \Big[x^3+\frac{1}{2}x^2\Big]_0^1$$
$$= (1+\frac{1}{2})-(0+0)$$

定積分の計算 2

(例 1) $$\int_1^2 (2x+3)\,dx = \Big[x^2+3x\Big]_1^2 = (2^2+3\cdot 2)-(1^2+3\cdot 1) = 6$$

(例 2) $$\int_0^1 (3x^2+x)\,dx = \Big[x^3+\frac{1}{2}x^2\Big]_0^1 = (1+\frac{1}{2})-(0+0) = \frac{3}{2}$$

定積分の計算 (問題)

問 0826-6 次の定積分を計算せよ．

[1] $\displaystyle\int_0^1 (3x^2+1)\,dx$

[2] $\displaystyle\int_{-1}^2 (-x^2+x+2)\,dx$

[3] $\displaystyle\int_0^1 (x^3+1)\,dx$

[4] $\displaystyle\int_{-1}^1 (x^4+x^3+2x^2)\,dx$

区分求積法

- 定積分を面積で定義

区分求積法

- 定積分を面積で定義

  わかりやすいが数学的には厳密でない

区分求積法

- 定積分を面積で定義

  わかりやすいが数学的には厳密でない

  面積とは？　$f(x)$ の値が負のときは？

区分求積法

- 定積分を面積で定義

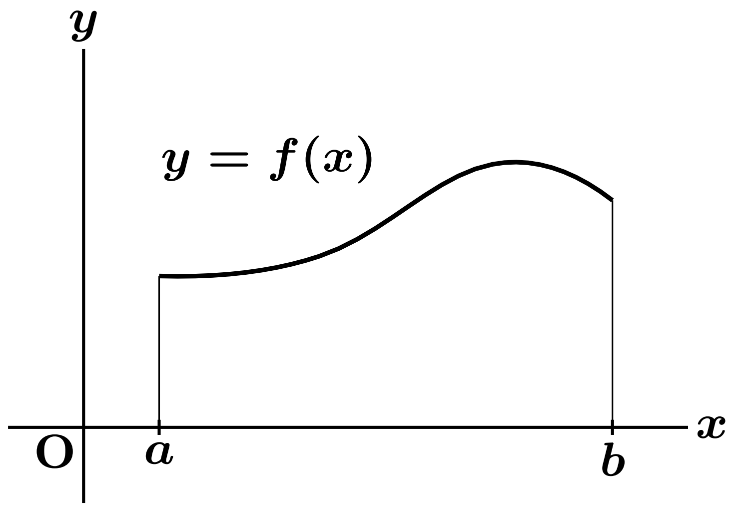
  わかりやすいが数学的には厳密でない

  面積とは？　$f(x)$ の値が負のときは？

- 厳密には「区分求積法」によって定義

区分求積法による定義

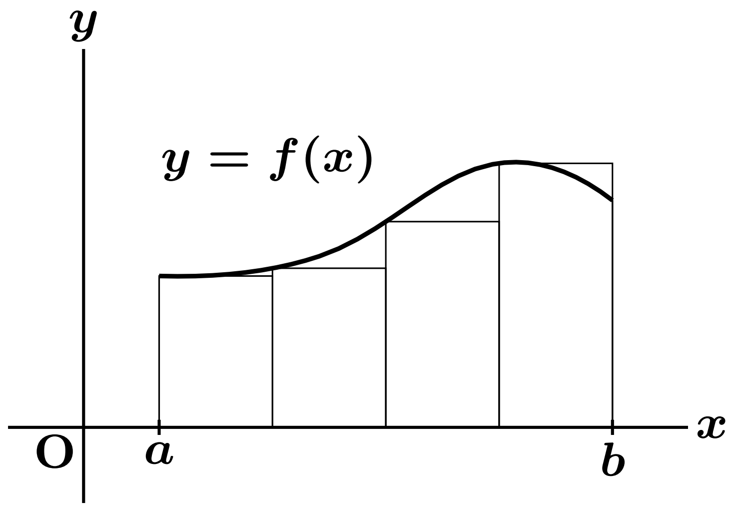
- $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$



区分求積法による定義

- $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$
- 区間を n 個に分けて長方形で近似

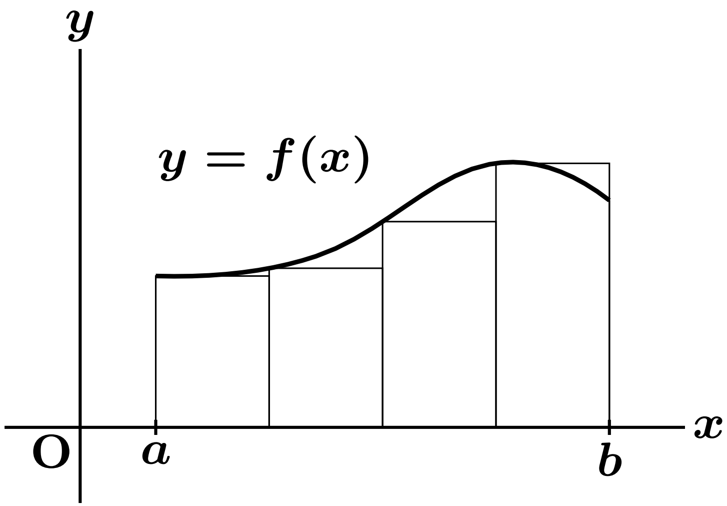
$$a = x_0,\ x_1,\ \cdots,\ x_n = b$$



区分求積法による定義

- $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$
- 区間を n 個に分けて長方形で近似

$$a = x_0,\ x_1,\ \cdots,\ x_n = b$$

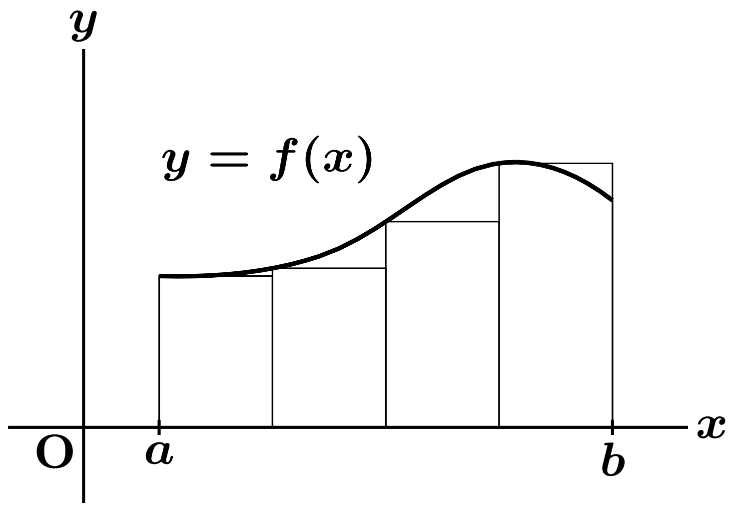


- 区間の幅を dx_j，区間内の１点を x_j とすると

長方形の面積 $\fallingdotseq f(x_j)dx_j$

区分求積法による定義

- $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$



- 区間を n 個に分けて長方形で近似

$$a = x_0,\ x_1,\ \cdots,\ x_n = b$$

- 区間の幅を dx_j，区間内の 1 点を x_j とすると

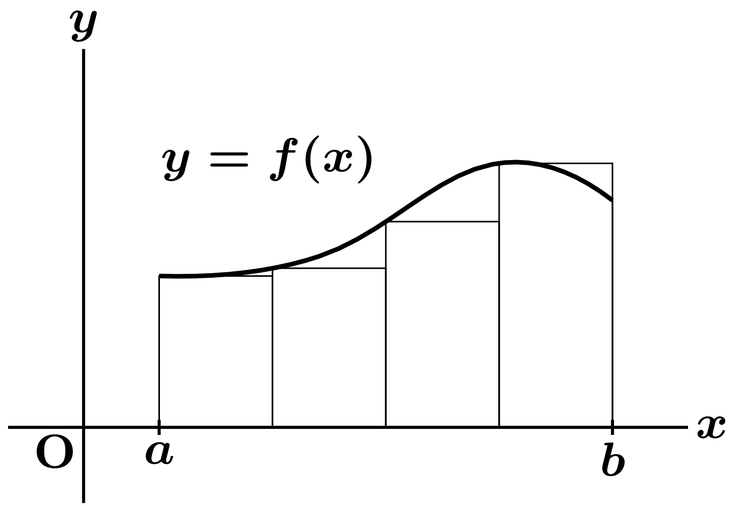
長方形の面積 $\fallingdotseq f(x_j)dx_j$

- 長方形の面積の合計 (近似値) は

$$\sum_j f(x_j)dx_j$$

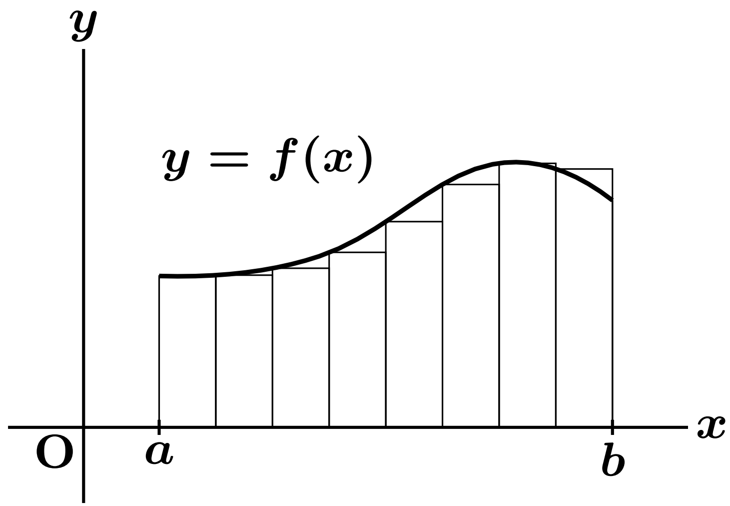
区分求積法による定義 (続)

- n を限りなく大きくする



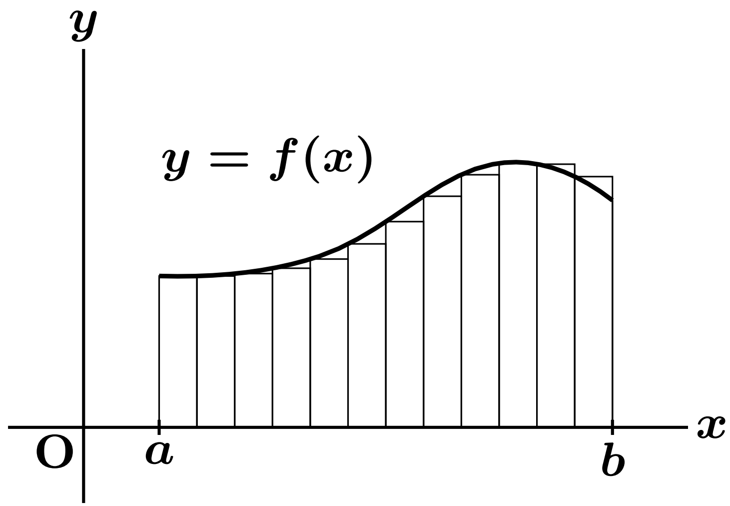
区分求積法による定義 (続)

- n を限りなく大きくする



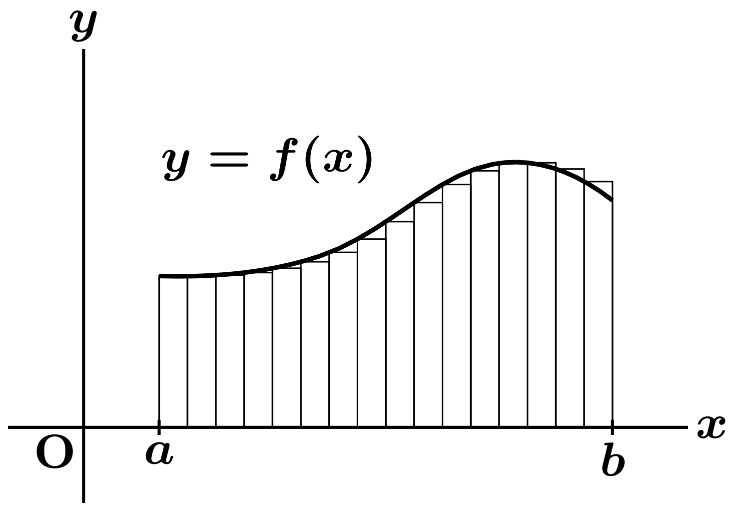
区分求積法による定義 (続)

- n を限りなく大きくする



区分求積法による定義 (続)

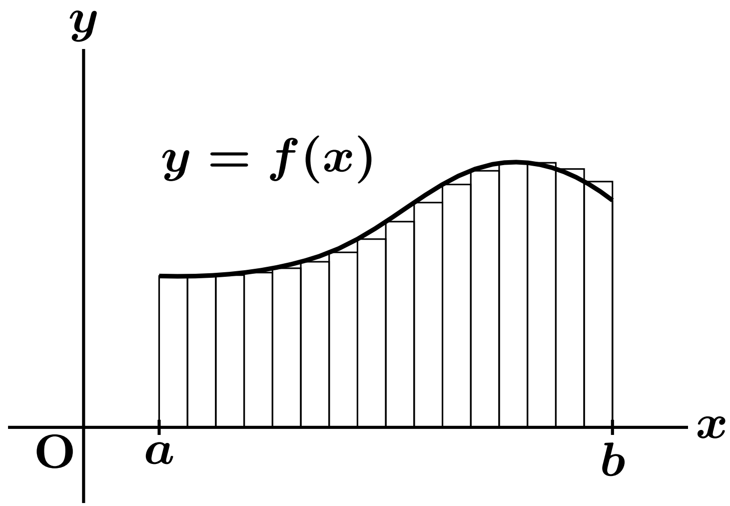
- n を限りなく大きくする



区分求積法による定義 (続)

- n を限りなく大きくする

$$\lim_{n\to\infty}\sum f(x_j)dx_j$$

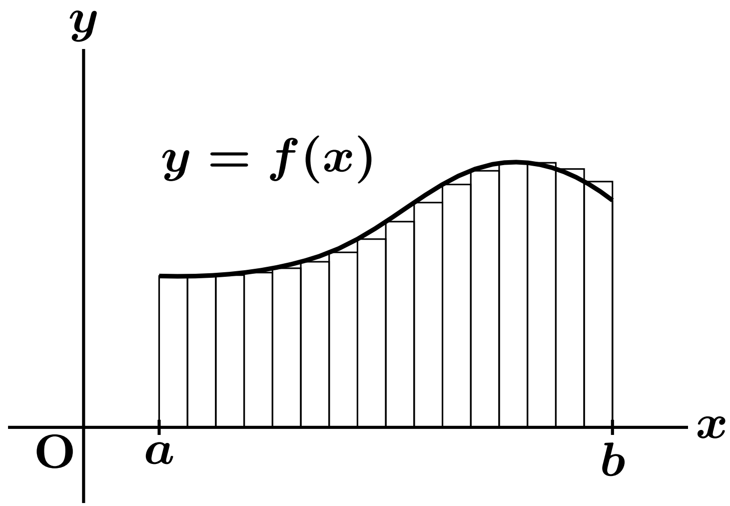


区分求積法による定義 (続)

- n を限りなく大きくする

$$\lim_{n\to\infty}\sum f(x_j)dx_j$$

- その極限値が定積分である.



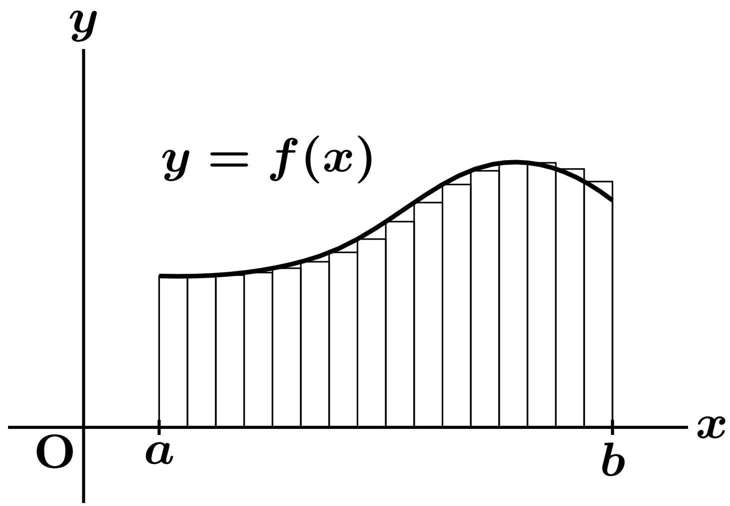
区分求積法による定義 (続)

- n を限りなく大きくする

$$\lim_{n\to\infty} \sum f(x_j) dx_j$$

- その極限値が定積分である.

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty} \sum_j f(x_j) dx_j$$



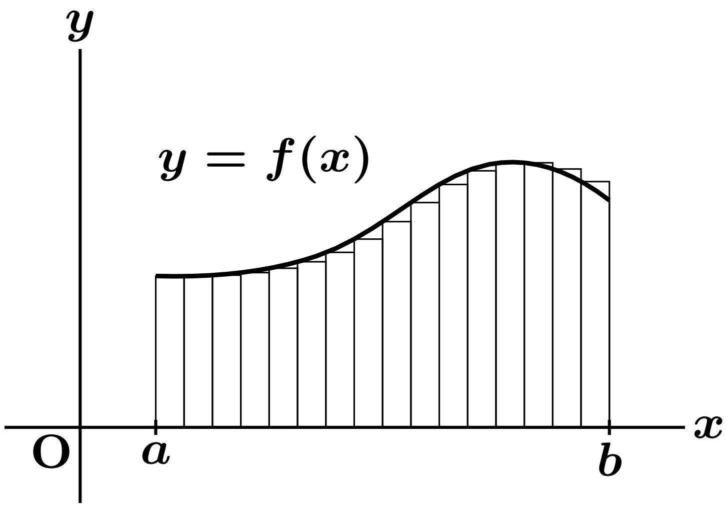
区分求積法による定義 (続)

- n を限りなく大きくする

$$\lim_{n\to\infty}\sum f(x_j)dx_j$$

- その極限値が定積分である.

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{n\to\infty}\sum_j f(x_j)dx_j$$



注) $f(x)$ が負の場合もこの式は有効である.

まとめ：基本定理と定積分の計算公式

- 基本定理

  $\displaystyle\int_a^x f(x)\,dx$ は $f(x)$ の不定積分の 1 つである．

まとめ：基本定理と定積分の計算公式

- 基本定理

$\displaystyle\int_a^x f(x)\,dx$ は $f(x)$ の不定積分の１つである.

$$\left(\int_a^x f(x)\,dx\right)' = f(x)$$

まとめ：基本定理と定積分の計算公式

- 基本定理

  $\displaystyle\int_a^x f(x)\,dx$ は $f(x)$ の不定積分の１つである．

  $$\left(\int_a^x f(x)\,dx\right)' = f(x)$$

- 計算公式

  $f(x)$ の不定積分の１つを $F(x)$ とすると

  $$\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a) = \Big[F(x)\Big]_a^b$$

授業後アンケート

問 0826-7 答えよ

[1] 不定積分の理解度 (番号) と簡単な説明
[2] 定積分にの理解度 (番号) と簡単な説明
[3] 基本定理の理解度 (番号) と簡単な説明
[4] 定積分の計算法の理解度 (番号) と簡単な説明