Premisser. Antal ord att gissa på är N. Strategin är att ta mittersta ordet i möjliga listan. Med $n = \log(N+1)/\log(2)$. är $N = 2^n - 1$. Vi förutsätter i beräkningarna att n är ett heltal, så att strategin kan följas entydigt i rekursion, då $2^n - 1 = 2(2^{n-1} - 1) + 1$.

Slutsatser. I rekursionen minskas n med ett i varje steg. Med premisserna ovan behövs det i sämsta fall n gissningar, eftersom $2^1 - 1 = 1$. Sannolikheten för att behöva exakt n gissningar är approximativt en på två. Mer specifikt, för sannolikheten p_k att gissa rätt på försök k har vi

$$
\begin{aligned}
p_1 &= \frac{1}{N} = \frac{1}{2^n - 1} \\
p_2 &= (1 - p_1)\,\frac{1}{(2^n - 2)/2} = \frac{2^n - 2}{2^n - 1}\,\frac{2}{2^n - 2} = 2\,p_1 \\
&\vdots \\
p_k &= 2\,p_{k-1} = 2^{k-1} p_1 \\
&\vdots \\
p_n &= 2^{n-1} p_1 = \frac{1}{2 - 2^(-n+1)} \approx \frac{1}{2}.
\end{aligned}
$$

Väntevärdet på antalet gissningar är

$$
\sum_{k=1}^{n} n\,p_n = p_1 \sum_{k=1}^{n} k 2^{k-1} = p_1\left((n-1)2^n + 1\right) = \frac{(n-1)2^n + 1}{2^n - 1} = \frac{(n-1)2^{-n}}{1 - 2^{-n}} \approx n-1.
$$

Appendix.

$$
\begin{aligned}
S_n &= \sum_{k=1}^{n} k 2^{k-1} \\
\Longrightarrow\; 2S_n &= \sum_{k=1}^{n} k 2^k = \sum_{k=0}^{n} k 2^k = \sum_{i=1}^{n+1} (i-1) 2^{i-1} = \sum_{i=1}^{n+1} i 2^{i-1} - \sum_{i=1}^{n+1} 2^{i-1} \\
&= S_n + (n+1)2^n - 2^{n+1} = S_n + (n-1)2^{n-1}
\end{aligned}
$$

$$
\therefore \sum_{k=1}^{n} k 2^{k-1} = (n-1)2^{n-1}.
$$