# Projektbericht «Quaternion Julia Fraktale»

Studenten: Thöni Stefan, Sidler Matthias

Betreuer: Marx Stampfli

## Abstract

Im Rahmen der Module «Programmieren in Matlab / Octave» und «Objektorientiere Geometrie» haben wir die fraktalen Eigenschaften der Mandelbrot- sowie Julia-Mengen in der komplexen Zahlenebene wie auch im Hyperkomplexen Raum untersucht. Es wurde ein Matlab-Programm erstellt, welches diese Fraktale generiert und auch auf grafische Weise darstellen kann.

## Mathematische Grundlangen

Im Folgenden sollen die mathematischen Grundlagen kurz erläutert werden, um die Thematik des Projektes besser verstehen zu können.

### Komplexe Zahlen

Die komplexen Zahlen ermöglichen die Lösung der Gleichung , indem die imaginäre Zahl mit der Eigenschaft eingeführt wird. Dargestellt werden komplexe Zahlen in der Form

Dabei ist der Real-Teil und der Imaginär-Teil , welche als x/y Koordinaten aufgefasst und so die komplexe Zahlenebene bilden.

#### Rechnen mit komplexen Zahlen

Wir beschränken uns nur auf die Operationen, welche für die Berechnung nachfolgenden Folgen benötigt werden.

Gegeben zwei komplexe Zahlen: und

*Addition*

*Multiplikation*

### Mandelbrot-Menge

Um die Mandelbrot-Menge zu berechnen, wird für jeden Punkt die rekursive Folge

durchgeführt. Ist die Folge für den Punkt nach n Iterationen beschränkt, so gehört dieser Punkt zur Mandelbrot-Menge, welche also eine Teilmenge der komplexen Zahlenebene ist.

Bildet man nun die komplexen Zahlen auf einen Pixelbereich ab und zeichnet die Mandelbrot-Menge ein, ergibt dies ein 2D Fraktal. Die Punkte nach der Anzahl der benötigten Iterationen unterschiedlich eingefärbt werden kann.

### Julia-Menge

Die Julia-Mengen wird ähnlich die der Mandelbrot-Menge erstellt.

Für jeden Punkt und der Konstante wird die rekursive Folge

durchgeführt. Ist auch hier die Folge für den Punkt nach n Iterationen beschränkt, so gehört dieser Punkt zur Julia-Menge. Also hängt diese Menge von der gewählten Konstante ab.

Mit der gleichen Idee wie bei der Mandelbrot-Menge können nun die Julia-Menge als Fraktal gezeichnet werden.

### Quaternionen

Die Quaternionen erweitern ähnlich der komplexen Zahlen die reellen Zahlen auf die 4. Dimension. Dargestellt werden Quaternionen in der Form

Also ist die reale Komponente und der Vektor kann als Vektor im 4D Quaternion Raum angeschaut werden. Die imaginäre Zahl behält die Eigenschaft . Die Beziehung zwischen i, j und k ist wie folgt:

#### Rechnen mit Quaternionen

Wir beschränken uns nur auf die Operationen, welche für die Berechnung nachfolgenden Folgen benötigt werden.

Gegeben zwei Quaternionen: und

*Addition*

*Multiplikation (nicht kommutativ!)*

### Mandelbrot-Menge in 3D

## Implementation

## Erkenntnisse / Probleme