

修士論文

平面における柔軟ベース上マニピュレータの トルク制御シミュレーション

武蔵工業大学大学院工学研究科

機械システム工学専攻

原 直行

指導教官 金宮 好和 教授

佐藤 大祐 講師

平成22年3月1日

目次

第1章	序論	9
1.1	研究背景	9
1.2	振動問題	11
1.3	特異点問題	12
1.4	研究目的	15
1.5	構成	16
第2章	柔軟ベース上マニピュレータ	17
2.1	柔軟ベース上マニピュレータの運動方程式	18
2.2	振動抑制制御	19
2.3	特異点適合法	20
2.3.1	速度制御	21
2.3.2	加速度制御	25
2.4	冗長自由度を有するマニピュレータ	26
2.4.1	擬似逆行列を用いたマニピュレータ先端制御	26
2.4.2	特異点的合法を適用した擬似逆行列	26
2.4.3	制約の追加による冗長性の利用	27
2.4.4	制約を与えられた場合の特異点問題解決法	28
2.5	特異点適合法に基づく振動抑制制御の制御則	29
2.6	擬似逆行列を用いた振動抑制制御の制御則	30
2.7	干渉慣性行列を用いた運動量保存制御の制御則	30
第3章	ダイナミックシミュレータおよび制御式	33
3.1	TREP-Rをモデルとしたシミュレータ	33
3.2	特異点適合法に基づく振動抑制制御	34
3.3	擬似逆行列を用いた振動抑制制御	36
3.4	SC擬似逆行列を用いた振動抑制制御	36
3.5	干渉慣性行列を用いた運動量保存制御	36

3.6	計算トルクコントローラ	37
第4章	柔軟ベース上マニピュレータの特異点問題および解決	39
4.1	キネマティック特異点付近の問題と解決	40
4.1.1	シミュレーション	40
4.1.2	結果および考察	41
4.2	アルゴリズムック特異点付近の問題と解決	46
4.2.1	シミュレーション	46
4.2.2	結果および考察	46
4.3	運動量保存制御による特異点振動問題の解決	51
4.3.1	シミュレーション	51
4.3.2	結果および考察	52
4.4	結言	58
第5章	運動量保存制御の問題に関する考察	61
5.1	シミュレータモデル	62
5.1.1	速度依存項を含む振動抑制制御	62
5.1.2	特異点適合法に基づいた振動抑制制御	63
5.1.3	擬似逆行列を用いた振動抑制制御	64
5.1.4	零空間ベクトルを含む運動量保存制御	64
5.1.5	計算トルクコントローラ	65
5.2	速度依存項を含む振動抑制制御に関する考察	66
5.2.1	シミュレーション	67
5.2.2	結果および考察	67
5.3	零空間ベクトル追加による影響の考察	71
5.3.1	シミュレーション	71
5.3.2	結果および考察	72
5.4	結言	72
第6章	結論および今後の研究について	75
6.1	結論	75
6.2	今後の研究について	76
	謝辞	79

	3
参考文献	81
付録A TREP-Rをモデルとした運動方程式	89
A.1 概要	89
A.2 ラグランジアン	91
A.3 運動方程式	95
A.4 ベース部の速度依存項と干渉慣性行列の関係について	99
A.5 コリオリ・遠心力項の分解	100

目 次

1.1	EVA in space (©JAXA).	9
1.2	JEMRMS mounted on JEM “Kibou” (©JAXA).	10
1.3	Dexter and CANADARM 2 (©NASA).	11
1.4	SFA and JEMRMS (©JAXA).	11
1.5	Example of manipulator configuration around algorithmic singularity.	13
1.6	Loci of algorithmic singularities, which color is purple, are changed by manipulator self motion. When the end-tip of the redundant manipulator cross the purple line, algorithmic singularity problem occur.	14
2.1	3D model of SFA.	17
2.2	JEMRMS and SFA.	17
2.3	Manipulator end-tip control: (a) Common way and (b) null space vector, and (c) redundant version with null space vector.	24
3.1	Model of a planar 3R manipulator on a flexible base.	34
3.2	Vibration suppression control block diagram based on acceleration.	38
4.1	Path tracking control through kinematic singularity with PIVS (Sim. 1).	43
4.2	Path tracking control through kinematic singularity with SCPI (Sim. 2).	43
4.3	Path tracking control through kinematic singularity with SCPI when $b = 2.0 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$ (Sim. 2).	44
4.4	Path tracking control through kinematic singularity with SCPI when $b = 2.0 \times 10^5 \text{ m}^{-2}$ (Sim. 3).	45
4.5	Straight-line tracking and vibration suppression in case of a relatively slow movement (Sim. 4).	48
4.6	Straight-line tracking and switching off the vibration suppression in case of a relatively slow movement (Sim. 5).	49

4.7	Straight-line tracking and switching off the vibration suppression in case of a relatively fast movement (Sim. 6).	50
4.8	−0.5 m straight-line tracking to the x direction during 3 s (Sim. 7). .	54
4.9	Non-zero coupling momentum control during the base disturbance (Sim. 8).	55
4.10	−0.5 m straight-line tracking to the x direction during 4.8 s (Sim. 9).	56
4.11	Non-zero coupling momentum control after 2 s (Sim. 10).	57
5.1	End-tip path tracking control within 3 s plus vibration suppression control (Sim. 11).	69
5.2	End-tip path tracking control within 3 s plus vibration suppression control with velocity-dependent term (Sim. 12).	69
5.3	End-tip path tracking control within 1 s plus vibration suppression control (Sim. 13).	70
5.4	End-tip path tracking control within 1 s plus vibration suppression control with velocity-dependent term (Sim. 14).	70
5.5	End-tip path tracking control plus reactionless motion control around algorithmic singularity (Sim. 15).	74
5.6	End-tip path tracking control plus reactionless motion control with null-space vectors around algorithmic singularity (Sim. 16).	74
A.1	Model of a planar 3R manipulator on a flexible base.	89

表 目 次

A.1 Model of a planar 3R manipulator on a flexible base.	90
--	----

第1章 序論

1.1 研究背景

近年，宇宙飛行士が国際宇宙ステーションにおいて長期滞在するなど，宇宙空間への人類の進出が進められている．現在，宇宙空間での建設物の組み立てなどの大きな作業に関してはロボットマニピュレータにより行われている．一方で，メンテナンスや実験などの細かい作業に関しては，宇宙飛行士が，命綱を用いて船体に固定，またはロボットマニピュレータの先端に固定され，船外活動（Extra Vehicular Activity: EVA）により任務を実現している（Fig. 1.1）．しかし，宇宙空間での作業では，スペースデブリの問題や宇宙服の故障，また誤ってISSを離れてしまう場合など，危険が多く存在する．そこでマクロ・ミニマニピュレータという概念がSharonとHardt [1] によって提案された．このシステムは，ミニマニピュレータをマクロマニピュレータの先端に取り付け，マクロマニピュレータシステムにより作業位置まで移動し，マクロマニピュレータシステムの関節を固定した上で，ミニマニピュレータが作業を行う．マクロ・ミニマニピュレータシステムは，主に核廃棄物処理 [2] と宇宙ロボティクス [3] の二つのアプリケーション要求に応じるために年々進化している．

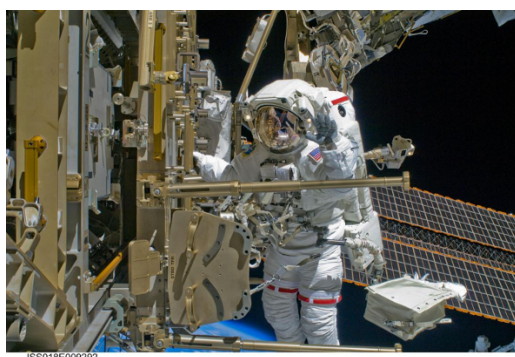


Fig. 1.1: EVA in space (©JAXA).

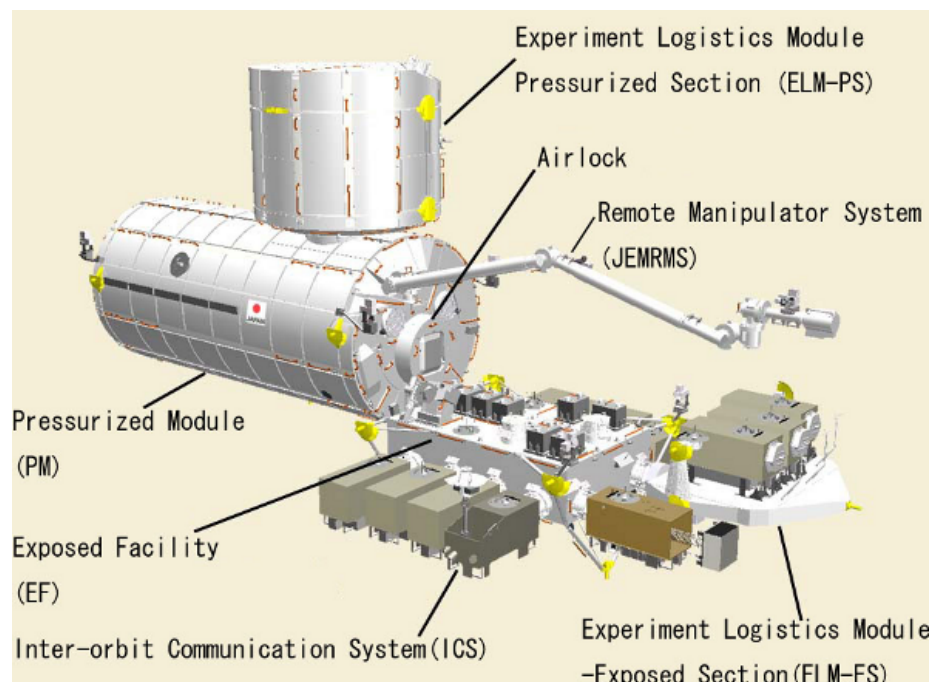


Fig. 1.2: JEMRMS mounted on JEM “Kibou” (©JAXA).

宇宙ロボティクスの分野について，現在，国際宇宙ステーション（International Space Station: ISS）で使用されているロボットマニピュレータの例を Fig. 1.2 に示す．これは，日本の宇宙航空研究開発機構（Japan Aerospace Exploration Agency: JAXA）が運用する日本実験棟（Japanese Experiment Module: JEM）通称「きぼう」と，それに固定された，モジュールの移動や建設のために使用するロボットアーム JEMRMS（JEM Remote Manipulator System）である．また，ISS で使用されているカナダ宇宙機構（Canada Space Agency: CSA）のマクロ・ミニマニピュレータを Fig. 1.3 に示す．これは，7 自由度の CANADARM2 をマクロマニピュレータの先端にミニマニピュレータとして 7 自由度双腕 Dextre を取り付けした構造となっている．Dextre は，冗長マニピュレータとなっているため，船外活動をする宇宙飛行士の代替として期待されている．日本においても Fig. 1.4 に示す様に，JEMRMS の先端に小型ロボットマニピュレータ（Small Fine Arm: SFA）が搭載される予定である．Fig. 1.4 の下半分が SFA，上半分が JEMRMS である．また，これは地上にて撮影されたものである．しかしながら，このようなマクロ・ミニマニピュレータシステムにおいては，制御されたミニマニピュレータの動作によって生じる動作反力や反モーメントが，マクロマニピュレータに伝わり，



Fig. 1.3: Dexter and CANADARM 2 (©NASA). Fig. 1.4: SFA and JEMRMS (©JAXA).

構造のたわみや関節の遊びにより振動が発生する例として，Long-Reach Manipulators と呼ばれる長大な支持部の先端に剛体アームを取り付けた状態で先端のアームを動作させた場合に，その反力が支持部に振動を与えている [2]．結果，制御された剛体アームの作業に悪影響を及ぼす．つまり，ミニマニピュレータの位置精度を悪化させる．以上の様な背景より，遠隔操作されたマクロ・ミニマニピュレータシステムの振動問題について解決することは，今後の宇宙開発において重要な課題であるといえる．

1.2 振動問題

これまでに，振動問題に対して様々な研究が行われており，ベース部の振動抑制制御 [4]–[11]，振動を最小に抑える制御入力法 [12]，振動中におけるマニピュレータ先端制御 [13]，振動抑制の適応制御 [14] などが提案されている．

我々の過去の研究では，宇宙ロボティクスの制御手法として，反動零空間 (Reaction Null Space) [15] の概念を，柔軟ベース上単腕マニピュレータ [16] に適用している．これにより，柔軟ベース上に対し反動の無いミニマニピュレータの軌道生成を可能とする無反動制御や，柔軟ベース上の振動を抑制可能な振動抑制制御を実現している．しかし，上記の柔軟ベース上単腕マニピュレータの無反動な軌道生成の研究において，初期姿勢により先端の動作が特定の軌道上のみを動作する問題に直面している．この問題に対して，動力学的な冗長性を用いることにより，作業を行うマニピュレー

タの動作反応をもう一つのマニピュレータで補償する，柔軟ベース上双腕マニピュレータによって解決している[17]–[19]．しかし，柔軟ベース上双腕マニピュレータを用いた場合においても，補償するマニピュレータが，作業を行うマニピュレータの作業空間に影響を与えることで作業が制限される問題が存在する．

ここで，マニピュレータに運動学的な冗長性を持たせることで，マニピュレータ先端の制御時に障害物回避や特異姿勢回避などの高機能な作業を行うことが可能となる[20]．運動学的な冗長性を利用した他の研究として，宇宙空間で使用するフリーフライングロボットのマニピュレータ先端の動作とベース部の動作を同時に制御することを目的とした研究がある[21]，[22]．また，マクロ部の関節に存在するバックラッシュや梁の弾性たわみを冗長マニピュレータを用いて補償する研究[23]，振動抑制制御をマニピュレータ先端の制御に組み合わせることにより，振動問題を解決する研究[24]などがある．我々の研究においては，反動零空間法概念を元とした無反動制御や振動抑制制御を提案している．また，振動抑制制御を柔軟ベース上冗長マニピュレータに適用し，その有用性を示している[16]．反動零空間と冗長性を用いた研究として，吉田ら[25]，[26]が，無反動制御と振動抑制制御を組み合わせた制御を柔軟ベース上マニピュレータに適用している．しかし，無反動制御と振動抑制制御に対し優先度を設ける必要がある．

ここで我々は，Baillieulが提案する冗長自由度に対して新たな制約を課す手法[27]を用いている．過去の研究では，制約として無反動制御を適用している[28]．また，振動抑制制御を制約として用いることにより，無反動制御と同等の性能を有することを確認している[29]，[30]．このように，冗長自由度に対し振動抑制制御を制約と課す手法により，マニピュレータの無反動制御と振動抑制制御を優先度を設けることなく，同時に制御可能となる．また，制約を課すことにより表れるアルゴリズム的特異点の問題も確認している[31]．

1.3 特異点問題

一般的に，特異点問題に対しては，特異点近傍では関節に過大な角速度が生じるため，回避するように制御される．アルゴリズム的特異点は，課す制約によりその性質を変化させる．先に示した冗長自由度に対し，振動抑制制御を制約として課す場合は，マニピュレータ先端の作業範囲内す

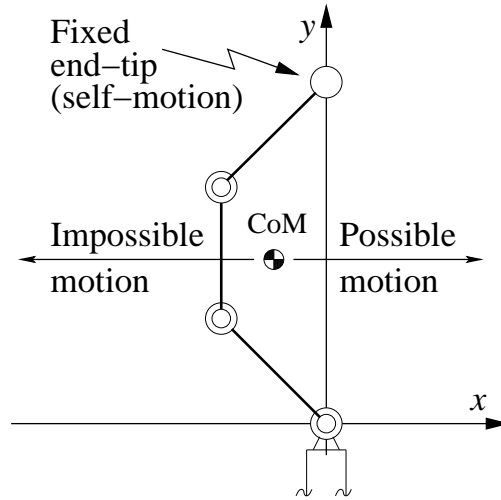


Fig. 1.5: Example of manipulator configuration around algorithmic singularity.

すべての領域において，冗長自由度を用いたマニピュレータ先端制御に影響しない動作，つまり重心の制御により振動を抑制する．このため，マニピュレータが重心を任意の方向へ制御不可能な姿勢となった場合，振動を抑制不可能となる．以下に，アルゴリズムック特異点付近となるマニピュレータ姿勢の例を Fig. (1.5) に示す．また，アルゴリズムック特異点は，マニピュレータ先端の位置に影響しない動作による特異点であるため，作業範囲内全てにおいて，アルゴリズムック特異点となるマニピュレータの姿勢が存在していることを意味する．Fig. (1.6) に，マニピュレータ先端を動作させずに冗長自由度により動作を行なう，セルフモーションによるアルゴリズムック特異点の変化を示す．図中，紫色がアルゴリズムック特異点の集合であり，マニピュレータ先端がこれを通過した際にアルゴリズムック特異点となる．

このアルゴリズムック特異点の問題に対して，我々が過去の研究で開発した，特異点適合法 (Singularity-Consistent method: SC method) [32] に基づく統合された制御法，特異点適合法に基づく振動抑制制御を適用している．これにより，特異点および特異点近傍でも指令速度方向を正確に追従でき，かつ関節に過大な角速度が生じさせず，一定の速度で動作することを可能とする．これにより，アルゴリズムック特異点付近において，マニピュレータが安定に動作可能であることを確認している．しかし，アルゴリズムック特異点通過後に，マニピュレータ先端動作の方向が指定方向と逆になる現象も確認している．アルゴリズムック特異点は，作業範囲内に

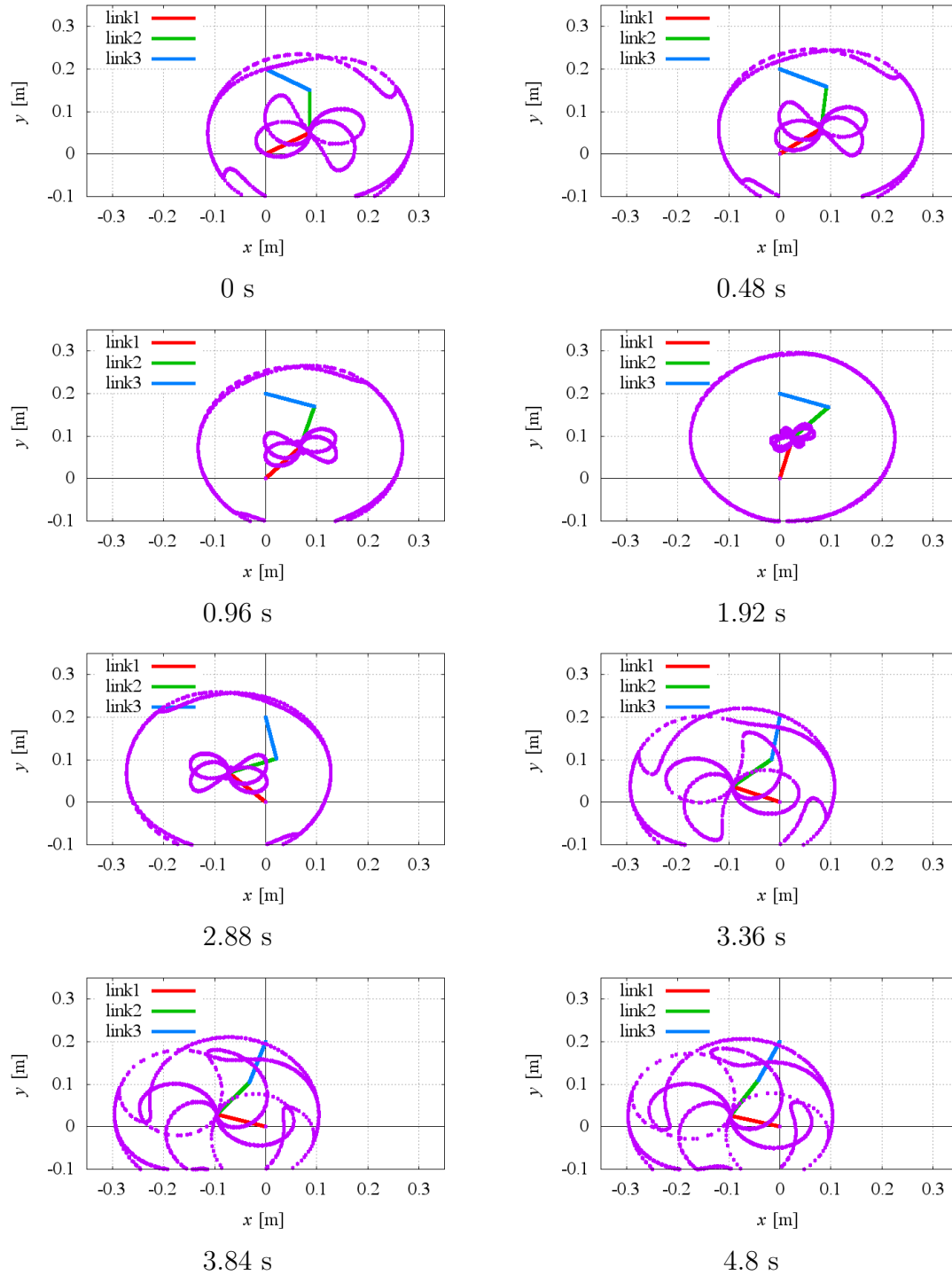


Fig. 1.6: Loci of algorithmic singularities, which color is purple, are changed by manipulator self motion. When the end-tip of the redundant manipulator cross the purple line, algorithmic singularity problem occur.

多く存在するため、この現象が引き起こす、マニピュレータ先端の作業範囲縮小問題に直面している。作業範囲縮小問題は、特異点適合法を適用した場合に得られる無反動制御および振動抑制制御により引き起こされる。無反動制御は重心に影響を与えない先端制御であり、また振動抑制制御は先端に影響を与えない重心制御を行う。これらは、特異点適合法を適用することにより得られる零空間ベクトルを用いている。

我々は、零空間ベクトルを用いた無反動制御によるマニピュレータ先端制御の代わりに、擬似逆行列によるマニピュレータ制御を用いることでマニピュレータ先端制御と振動抑制制御を効率的に行う手法を実現している [33]。このように、マニピュレータ先端制御に対し擬似逆行列を用いることで、マニピュレータ先端制御に対しアルゴリズムック特異点が存在しない。これにより、作業範囲縮小問題を解決している。

擬似逆行列を用いることで、マニピュレータ先端制御に存在するアルゴリズムック特異点問題は解決された。しかし、先に述べた零空間ベクトルを用いた振動抑制制御においてもアルゴリズムック特異点が存在している。また、擬似逆行列を用いた場合においても、新たにキネマティック特異点が存在する [34]。

1.4 研究目的

我々の研究目的は、遠隔操作されたマクロ・ミニマニピュレータシステムの振動問題および特異点問題を同時に解決する手法を確立することである。よって本論文の目的は、柔軟ベース上マニピュレータの先端制御と振動抑制制御を同時に行う場合に存在するキネマティック特異点およびアルゴリズムック特異点問題の解決手法を示すことである。具体的には以下を示す。

- 擬似逆行列を用いたマニピュレータ先端制御に存在するキネマティック特異点問題の解決手法
- 零空間ベクトルを用いた振動抑制制御に存在するアルゴリズムック特異点問題の解決手法

キネマティック特異点問題においては、擬似逆行列に対し特異点適合法を適用する手法、が過去に提案されている [35]。柔軟ベース上冗長マニピュレータにおいても本手法が有効であることを示す。

また，アルゴリズムック特異点問題を解決する手法として，運動量保存制御を提案する．

1.5 構成

第1章では，研究背景・目的を述べる．

第2章では，柔軟ベース上マニピュレータシステムのダイナミックモデル及び本論文で用いる制御則について述べる．

第3章では，ダイナミックシミュレータモデルTREP-Rに適用した制御則の式について述べる．本論文で用いる制御対象となるシステムのモデルは，過去に速度制御下で用いられてきた実験機TREP-R [19]である．よって今回用いるシミュレーションモデルは，重力の影響がない平面上の作業空間で動作する，運動学的な冗長性を用いた柔軟ベース上単腕3リンクマニピュレータとする．

第4章では，特異点適合法を適用した擬似逆行列を用いる先端制御と，零空間法による「特異点適合法に基づいた振動抑制制御」を同時に行う手法を用いる．これにより，まずキネマティック特異点問題を解決する．次に，アルゴリズムック特異点問題と解決手法について示す．そこで，アルゴリズムック特異点付近における振動問題を得る．これに対し，運動量保存制御を提案し，これによる解決手法を述べる．以上をトルク制御されたダイナミックシミュレータを用いて示す．

第5章では，第4章で得られた結果より，運動量保存制御の切り替え時に起きる状態が不連続となる問題について考察を述べる．

第6章は，結論および今後の研究について示す．

第2章 柔軟ベース上マニピュレータ

本論文で取りあげる柔軟ベース上マニピュレータの主なアプリケーションは、宇宙ロボティクスである。日本の宇宙ロボットとしては、日本実験棟「きぼう」に備え付けられているロボットアーム JEMRMS が挙げられる。これは、6 自由度の親アームである JEMRMS の先端へ、Fig. 2.1 に示す、6 自由度の子アーム SFA を固定し、Fig. 2.2 のマクロ・ミニマニピュレータシステムとして用いられる。我々の過去の研究では、ミニマニピュレータの先端制御とそれにより発生する振動問題の解決を同時に処理可能である手法を研究している。これまでに、マニピュレータに対し運動学的な冗長自由度を持たせることで、マニピュレータ先端制御とそれに伴うベース部の振動抑制を同時に行う、高機能な動作を実現している [31]。その上で、JEMRMS のマニピュレータ先端 9 自由度をミニマニピュレータ、残り 3 自由度を柔軟ベースとして扱い、三次元での柔軟ベース上冗長マニピュレータとして研究を進めている [47]。

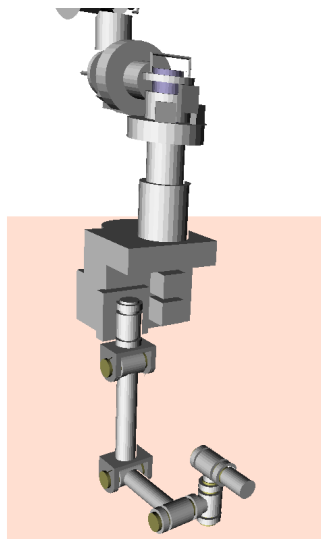


Fig. 2.1: 3D model of SFA.

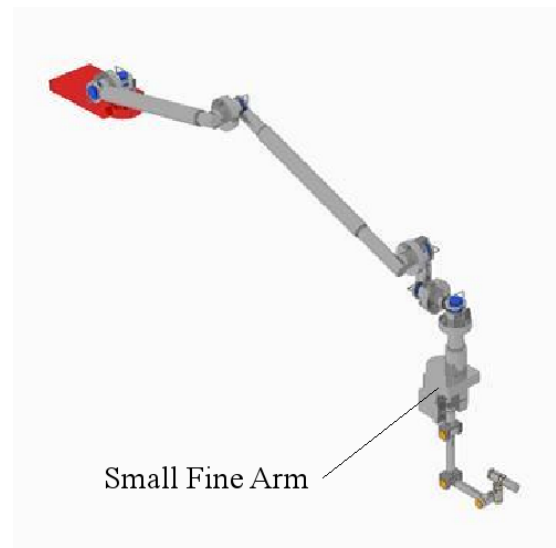


Fig. 2.2: JEMRMS and SFA.

この様な，柔軟ベース上冗長マニピュレータには二つの問題がある．一つ目は柔軟ベース部（以下，ベース部）に生じる振動が作業に悪影響を与える振動問題，二つ目は逆運動学を用いてマニピュレータを制御した場合に生じる特異点問題である．ベース部に振動が生じる原因は，マニピュレータ先端の動作による反動と外部からの力の二種類である．

前章で示してきた様に，我々の過去の研究において，前者の反動および後者の外乱によって発生した振動は，振動抑制制御（Vibration Suppression: VS）を用いることで制振を可能とする．そして，マニピュレータの冗長性に対し振動抑制制御を制約として与えることで，マニピュレータ先端制御と冗長自由度を利用した振動抑制制御を同時に実現している．この際に，新たにアルゴリズムック特異点（Algorithmic Singularity: AS）という特異点を確認している．これは，特異点適合法を適用することにより，特異点近傍においても安定した動作を実現可能としている．さらに，擬似逆行列をマニピュレータ先端制御に用いることで，マニピュレータ先端制御と振動抑制制御を効率的に行うことが可能であることを示している．

本章では，上記説明で述べた，第3章以下で用いる制御則について説明する．まず，柔軟ベース上マニピュレータの運動方程式を示す．次に，過去に研究がなされた無反動制御，振動抑制制御，特異点適合法について述べる．最後に，冗長自由度の制御について，擬似逆行列を用いた手法や制約を課すことで冗長性を利用する手法について述べる．さらに，マニピュレータの運動量を一定にし動作させる手法について述べる．

2.1 柔軟ベース上マニピュレータの運動方程式

柔軟ベース上マニピュレータの運動方程式は以下のように表すことができる [16]．

$$\begin{bmatrix} H_b & H_{bm} \\ H_{bm}^T & H_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\nu}_b \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b \\ c_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_b \nu_b \\ D_m \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_b \Delta \xi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

式中使用した記号の意味は以下のとおりである．行列の表記に使用されている n は関節空間， m は作業空間であり， k はベース部の自由度である．また， $k = n - m$ とし，マニピュレータの関節における冗長自由度とする．ただし，ベース部先端の並進速度 v_b ，姿勢角速度 ω_b とし， $\nu_b = \begin{bmatrix} v_b^T & \omega_b^T \end{bmatrix}^T$ とする．

q	$\in \mathbb{R}^n$: 関節角ベクトル
ν_b	$\in \mathbb{R}^k$: ベース部先端のツイスト
$\Delta\xi$	$\in \mathbb{R}^k$: ベース部変位
$H_m(q)$	$\in \mathbb{R}^{n \times n}$: マニピュレータ慣性行列
$H_b(\Delta\xi)$	$\in \mathbb{R}^{k \times k}$: ベース部慣性行列
$H_{bm}(\Delta\xi, q)$	$\in \mathbb{R}^{k \times n}$: ベース部とマニピュレータの干渉慣性行列
$c_m(\Delta\xi, q, \nu_b, \dot{q})$	$\in \mathbb{R}^n$: マニピュレータ遠心力・コリオリ力項
$c_b(\Delta\xi, q, \nu_b, \dot{q})$	$\in \mathbb{R}^k$: ベース部遠心力・コリオリ力項
D_m	$\in \mathbb{R}^{n \times n}$: マニピュレータ粘性行列
D_b	$\in \mathbb{R}^{k \times k}$: ベース部粘性行列
K_b	$\in \mathbb{R}^{k \times k}$: ベース部剛性行列
τ	$\in \mathbb{R}^n$: マニピュレータの関節トルク

2.2 振動抑制制御

マニピュレータの動作の反力や外乱によってベース部に振動が生じた場合、振動を抑制する必要がある。ここでは、マニピュレータを（アクティブ）ダンパのように使用する方法を記述する。

Eq. (2.1) の柔軟ベース上マニピュレータの運動方程式より、ベース部に関する運動方程式は次式のように表される。

$$H_b \dot{\nu}_b + H_{bm} \ddot{q} + D_b \nu_b + K_b \Delta\xi + c_b = 0 \quad (2.2)$$

また、振動抑制制御を適用する上で、以下のような二つの仮定をする。

1. 初期状態を静止しているものとし、Eq. (2.1) の非線形速度依存項である c_m と c_b を 0 とする。
2. ベース部変位を十分小さいと仮定し、慣性行列は関節に関する変数のみの関数とする。

柔軟ベース上マニピュレータの場合、上記の二つの仮定より Eq. (2.2) を線形化することができる。

$$H_b \dot{\nu}_b + D_b \nu_b + K_b \Delta\xi = -H_{bm} \ddot{q} \quad (2.3)$$

式中の H_{bm} は、ベース部とマニピュレータとの干渉を示す慣性行列、干渉慣性行列である。

ここで, Eq. (2.3) に対して, ベース部に任意のダンパ係数を与えた自由振動を考える.

$$\mathbf{H}_b \dot{\boldsymbol{\nu}}_b + (\mathbf{D}_b + \mathbf{G}_b) \boldsymbol{\nu}_b + \mathbf{K}_b \Delta \boldsymbol{\xi} = \mathbf{0} \quad (2.4)$$

Eq. (2.4) は自発的なばねマスダンパシステムであり, アクティブダンパゲイン \mathbf{G}_b を適切な値にすることにより振動を変えることができる. ここで, Eq. (2.3), (2.4) より, 以下の式を得る.

$$\mathbf{H}_{bm} \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}_b \boldsymbol{\nu}_b \quad (2.5)$$

Eq. (2.5) は, ベース部の振動をマニピュレータ重心の動作に変換する式である. これにより, マニピュレータ動作によるベース部の振動を制御可能とする.

$\ddot{\mathbf{q}}$ を次式のように置くことにより, 干渉を利用することができる. つまり, マニピュレータをアクティブダンパとして使用可能とする.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{H}_{bm}^+ \mathbf{G}_b \boldsymbol{\nu}_b + (\mathbf{U} - \mathbf{H}_{bm}^+ \mathbf{H}_{bm}) \boldsymbol{\zeta} \quad (2.6)$$

$\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ は, 単位行列である. また, $\mathbf{H}_{bm}^+ \in \mathbb{R}^{n \times k}$ は慣性干渉行列の右擬似逆行列を意味し, $\mathbf{H}_{bm}(\mathbf{U} - \mathbf{H}_{bm}^+ \mathbf{H}_{bm}) = \mathbf{0}$ となる. Eq. (2.6) を Eq. (2.3) に代入すると Eq. (2.4) となり, アクティブダンパの役割をすることが確認できる.

Eq. (2.6) の右辺, 第一項目 $\mathbf{H}_{bm}^+ \mathbf{G}_b \boldsymbol{\nu}_b$ は, ベース部の速度に対しマニピュレータを動作させ振動を抑制する項 (振動抑制制御項) であり, 第二項目 $(\mathbf{U} - \mathbf{H}_{bm}^+ \mathbf{H}_{bm}) \boldsymbol{\zeta}$ は, マニピュレータ自身による動作反力を生じさせない項 (無反動制御項) である. 第二項目は, Eq. (2.6) を Eq. (2.3) に代入すると消えるため, ベース部の振動を抑制する制御式は, 次式となる.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{H}_{bm}^+ \mathbf{G}_b \boldsymbol{\nu}_b \quad (2.7)$$

2.3 特異点適合法

特異点適合法 [37] は, マニピュレータ先端の方向と大きさを分けて制御する零空間法を用いた手法である. この概念を利用することで, 特異点付近で安定した制御を実現可能となる. 以下では, まず速度レベルでの式の導出を行い, 次に加速度レベルの場合について式を導出する. ここでは, 非冗長マニピュレータの場合について示す. ただし, 後の説明のため, 式

中にベース部の項 ν_b を含む．つまり，柔軟ベース上マニピュレータとして扱っている．しかし，ベース部の項を取り除くことで，固定ベース上マニピュレータとして置き換えられる．

また過去の研究により，非冗長マニピュレータの先端制御式について，零空間法を用いた手法と余因子行列を用いた手法が，等価であることが確認されている [38]．以下，非冗長マニピュレータの場合に限り，等価であることも，図を用いて示す．

2.3.1 速度制御

零空間法を用いた，非冗長マニピュレータの先端制御を行うための制御式について述べる．まず，マニピュレータ先端の並進速度を v_e ，姿勢角速度を ω_e とし，ツイストを $\nu_e = \begin{bmatrix} v_e^T & \omega_e^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^m$ とする．関節角速度 \dot{q} とツイストの関係は，以下の様になる．

$$\nu_e = J_e \dot{q} + \nu_b \quad (2.8)$$

$J_e(q) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ は，ヤコビ行列であり，以下の様に表せられる．

$$J_e = \begin{bmatrix} t_1 & t_2 & \dots & t_n \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$t_i(q)$ は，単位速度 $q_i = 1$ [rad/s] により得られる，正規化したツイスト（単位ベクトル）である．これによりノルム $\|\cdot\|$ を用いることができる．以下では，全て回転関節で構成されたマニピュレータと仮定する．Eq. (2.8)，(2.9) より，マニピュレータのツイストは以下となる．

$$\nu'_e(q, \dot{q}) = \sum_{k=1}^n t_k \dot{q}_k \quad (2.10)$$

ただし， $\nu'_e = \nu_e - \nu_b$ さらに，マニピュレータ先端のツイストについて，慣性座標系から別のリンク（仮想リンク）を構成し，ベクトル t_* と大きさ q_* （軌道パラメータ）以下の様に与える．

$$\nu'_e(q_*, \dot{q}_*) = t_*(q_*) \dot{q}_* \quad (2.11)$$

$t_*(q_*)$ は，単位速度 $q_* = 1$ [rad/s] により得られる，正規化したツイスト（単位ベクトル）である．以上より，Eq.(2.10)，(2.11) により構成された以下の

式を得る．

$$\sum_{k=1}^n t_k \dot{q}_k = t_*(q_*) \dot{q}_* \quad (2.12)$$

これは，Eq. (2.8) を別の形で示したことになる．さらに，この式を同次方程式として示す．

$$\sum_{k=1}^n t_k \dot{q}_k - t_*(q_*) \dot{q}_* = 0 \quad (2.13)$$

上式は，仮想リンクを含めた閉リンク機構の式であり，軌道パラメータを含める拡張された関節角速度ベクトル $\bar{q} \equiv \begin{bmatrix} q^T & q_* \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n+1}$ を持つ．さらに，Eq. (2.13) は，拡張したヤコビ行列 $\bar{J}_e(q, q_*)$ を用いて，以下の様に見える．

$$\bar{J}_e(\bar{q}) \dot{\bar{q}} = 0 \quad (2.14)$$

$$\bar{J}_e(\bar{q}) = \begin{bmatrix} J_e(q) & -t_*(q_*) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Eq. (2.15) は，拡張ヤコビ行列とよび，Eq. (2.9) 同様ノルム $\|\cdot\|$ を扱うことができる．ここで，Eq. (2.14) の解は，無限大に求められてしまうため， \bar{J}_e の零空間（核空間）， $\mathcal{N}(\bar{J}_e)$ を用いる．これにより， \bar{q} の解は以下の様に示めされる．

$$\dot{\bar{q}} = b \bar{n}(\bar{q}) \quad (2.16)$$

式中， b は任意のスカラーである．また，零空間により得られた \bar{n} は零空間ベクトルとよばれ， $\bar{n} \in \mathcal{N}(\bar{J}_e) \subset \mathbb{R}^{n+1}$ である．ここで，零空間ベクトルは \bar{J}_e の余因子を用いることで示すことができる．

$$\bar{n} = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 & \dots & C_i & \dots & C_{n+1} \end{bmatrix}^T \quad (2.17)$$

$C_i = (-1)^{i+1} \det \bar{J}_{ei}$ は i 番目の余因子であり， \bar{J}_{ei} は， \bar{J}_e から i 番目の列を取り除いた行列である．これより，Eq. (2.17) は以下の様に書き換えられる．

$$\bar{n} \equiv \begin{bmatrix} n^T(\bar{q}) & \det J_e(q) \end{bmatrix}^T \quad (2.18)$$

n は余因子行列 $\text{adj}(\cdot)$ を用いて， $n \equiv \text{adj}(J_e(q)) t_*$ と示すことができる [38]．Eq. (2.17)，(2.18) より，Eq. (2.16) は以下の様に展開できる．

$$\dot{q} = b n(\bar{q}) \quad (2.19)$$

$$\dot{q}_* = b \det J_e(q) \quad (2.20)$$

Eq. (2.19) の b は, Eq. (2.20) により与えることができる, これは, \dot{q}_* により, \dot{q} を決定できることを示している. しかし, キネマティック特異点付近の場合, $\det \mathbf{J}_e$ が零となるため, Eq. (2.19) の解は不安定となる. ここで, b を任意に与えることで, Eq. (2.20) により \dot{q}_* を決定することができ, 同時に \dot{q} を決定できる. この手法により, キネマティック特異点付近においても, 安定して動作可能となる. また, キネマティック特異点においては, $\det \mathbf{J}_e$ が零となるため, 結果, $\dot{q}_* = 0$ となり, 動作が停止することになる. さらに, 上記の手法を用いた場合においても, マニピュレータ先端のエラーは発生しない. 以下にそれを示す.

$$\boldsymbol{\nu}'_e - \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}} = \dot{q}_* \mathbf{t}_* - b \mathbf{J}_e (\text{adj} \mathbf{J}_e) \mathbf{t}_* \quad (2.21)$$

$$= (\dot{q}_* - b \det \mathbf{J}_e) \mathbf{t}_* \quad (2.22)$$

Eq. (2.20), (2.22) より, 与えた b の大きさに関係せず, エラーが発生しない事がわかる. 以上より, Eq. (2.19) を特異点適合法による逆運動学解法とよぶ.

また, 一般的に用いられている逆動力学の解法と, これまで説明した, 零空間法を特異点適合法による逆運動学解法の等価性について示す. 一般的に用いられている逆動力学の解法は, Eq. (2.8) より以下となる.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^{-1} \boldsymbol{\nu}'_e \quad (2.23)$$

次に, 特異点適合法による逆運動学解法は, Eq. (2.18) および (2.19) より, 以下の様になる.

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{\dot{q}_*}{\det \mathbf{J}_e} \mathbf{n} = \frac{\text{adj} \mathbf{J}_e}{\det \mathbf{J}_e} \mathbf{t}_* \dot{q}_* \quad (2.24)$$

また, ヤコビ行列は行列式と余因子行列を用いて以下の様に示すことができる [51].

$$\mathbf{J}_e^{-1} = \frac{\text{adj} \mathbf{J}_e}{\det \mathbf{J}_e} \quad (2.25)$$

また, $\boldsymbol{\nu}'_e = \mathbf{t}_* \dot{q}_*$ であるため, Eq. (2.24) は, Eq. (2.23) となる. 以上より, 零空間法を用いた場合と, 余因子行列を用いた場合が一致することを示した. ただし, 上記は, 非冗長マニピュレータの場合に限る.

また, 以下に図を用いて説明する. 簡単のため, ベース部はない状態と

し ($\nu_b = 0$) , マニピュレータ先端に半径 r [m] の円軌道を描かせることを考える . マニピュレータ先端速度の式は , 以下の様に示すことができる .

$$\nu_e = t_* \dot{q}_* \quad (2.26)$$

$$t_* = r \begin{bmatrix} -\sin q_* \\ \cos q_* \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

上式より , マニピュレータ先端は \dot{q}_* で指定した速度で動作する . Eq. (2.23) の場合 , マニピュレータ先端に対し Fig. 2.3 の (a) で示す軌道生成を行っている状態である . これに対して , Eq. (2.19) , (2.20) の零空間ベクトルを用いた (b) の場合は , マニピュレータ先端に仮想リンク (破線) を新たに設置し , そのリンク先端の位置を固定した状態で , 軸回りに回転させている . つまり , 閉リンク機構の先端を制御している状態である . これにより , 他の関節の動作が一意に決まる . また (a) と (b) が同じ解を得ることが図より分かる . 一方で , 後に述べる (2.4.1 参照) 「冗長性を有するマニピュレータ」の場合 , 仮想リンクの先端位置と回転 (3 自由度) を制御した場合でも , 1 自由度の冗長性がある . この場合 , 零空間ベクトルは , マニピュレータ先端の動作とは関係のない , 別のベクトル場を示す . これは , マニピュレータ先端に影響を与えない動作 , セルフモーションを意味する .

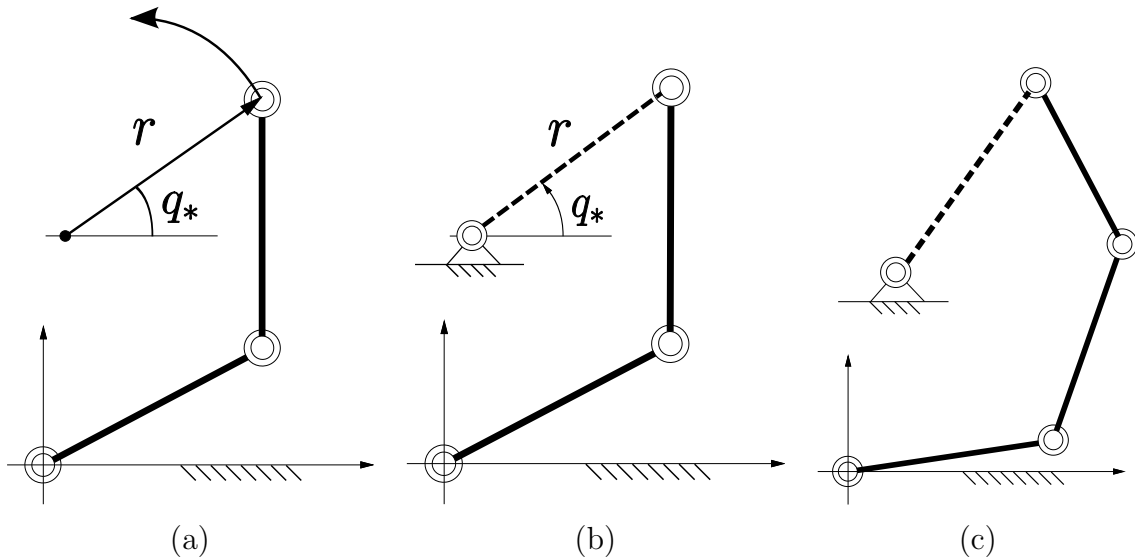


Fig. 2.3: Manipulator end-tip control: (a) Common way and (b) null space vector, and (c) redundant version with null space vector.

2.3.2 加速度制御

加速度制御で示される順運動学および逆運動学は，Eq. (2.8) を時間微分することで，以下の式となる．

$$\dot{\nu}_e = J_e \ddot{q} + \dot{J}_e \dot{q} + \dot{\nu}_b \quad (2.28)$$

$$\ddot{q} = J_e^{-1}(\dot{\nu}_e - \dot{J}_e \dot{q} - \dot{\nu}_b) \quad (2.29)$$

ここで，Eq. (2.13) ~ (2.15) にならい Eq. (2.28) を同次方程式として，以下のよう書き換える．

$$J_e \ddot{q} - \dot{\nu}'_e = 0 \in \mathbb{R}^n \quad (2.30)$$

$$\tilde{J}_e \ddot{q} = 0 \in \mathbb{R}^{n+1} \quad (2.31)$$

ただし， $\dot{\nu}'_e = \dot{\nu}_e - \dot{J}_e \dot{q} - \dot{\nu}_b$ であり， $\tilde{J}_e = \begin{bmatrix} J_e & -\dot{\nu}'_e \end{bmatrix}$ ， $\ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{q}^T & 1 \end{bmatrix}^T$ である．Eq. (2.31) の \ddot{q} の解は，列拡張ヤコビ行列 \tilde{J}_e の零空間 $\mathcal{N}(\tilde{J}_e)$ より得られる．

$$\ddot{q} = \beta \tilde{n} \quad (2.32)$$

$$\tilde{n} = \begin{bmatrix} n^T & \det J_e \end{bmatrix}^T \quad (2.33)$$

$$n = (\text{adj} J_e) \dot{\nu}'_e \quad (2.34)$$

ここで， β は任意のスカラー量である．式中， \tilde{n} は，零空間ベクトルと呼ばれるベクトル場である．また，(2.32) を展開することにより，以下の式が得られる．

$$\ddot{q} = \beta n \quad (2.35)$$

$$1 = \beta \det J_e \quad (2.36)$$

Eq. (2.36) を Eq. (2.35) に代入することにより，Eq. (2.29) と等価であることが確認できる．先に示した通り，キネマティック特異点において適切な関節角速度が求められない原因は，Eq. (2.36) より $\det J_e = 0$ になるためである．よって，キネマティック特異点およびその近傍においては， β に任意の値（モデルに適した値）を与えることで，安定した動作を実現できる．ただし，速度制御の Eq. (2.22) と異なり，エラーが発生する．

2.4 冗長自由度を有するマニピュレータ

n 自由度の関節角度空間を持つマニピュレータを m 自由度の作業空間内において動作させるとする． $n > m$ である場合，そのマニピュレータは $(n - m)$ 個の冗長自由度を持つことになる．このようなマニピュレータを冗長マニピュレータと呼ぶ．冗長マニピュレータの先端制御を行う場合，擬似逆行列を用いる手法がある [49]．また，冗長自由度に対して新たな制約を課すことで高機能な制御が可能となる [27]．以下では，擬似逆行列を用いた先端制御と，制約を課した場合の制御則について述べる．ただし，以下より加速度制御における制御則を示す．

2.4.1 擬似逆行列を用いたマニピュレータ先端制御

まず，冗長性を持った場合の逆運動学の式は，Eq. (2.28) より擬似逆行列 $J_e^+(q) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ を用いて以下ようになる [49]．

$$\ddot{q} = J_e^+ \dot{\nu}'_e + \ddot{q}_N \quad (2.37)$$

式中の \ddot{q}_N は， $\ddot{q}_N = (U - J_e^+ J_e) \zeta$ と表すことができる．これは，先に示した Fig. 2.3 (c) の状態を示しており，マニピュレータ先端動作に影響しない動作が決定する．この動作はセルフモーションとよばれ，冗長性による運動を決めるベクトル場である． $\zeta \in \mathbb{R}^n$ は，任意のベクトルである．また， $J_e J_e^+ = U$ ， $J_e(U - J_e^+ J_e) = 0$ となる．Eq. (2.37) の擬似逆行列 J_e^+ は，行列式 $\det(J_e J_e^T)$ と余因子行列 $\text{adj}(J_e J_e^T)$ を用いて表すと以下のように書き換えられる．

$$J_e^+ = J_e^T (J_e J_e^T)^{-1} = \frac{1}{\det(J_e J_e^T)} J_e^T \text{adj}(J_e J_e^T) \quad (2.38)$$

Eq. (2.38) において， $\det(J_e J_e^T) = 0$ となる場合をキネマティック特異点とよぶ．

2.4.2 特異点的合法を適用した擬似逆行列

過去にネンチェフらは，上記のキネマティック特異点付近にて b の値を指定することで，キネマティック特異点や特異点近傍において安定した動作

を制御することが可能となることを示している [35] . そこで , 擬似逆行列を余因子行列を用いて以下のように示す .

$$\mathbf{J}_e^+ = b \mathbf{J}_e^T \text{adj}(\mathbf{J}_e \mathbf{J}_e^T) \quad (2.39)$$

$$b = \frac{1}{\det(\mathbf{J}_e \mathbf{J}_e^T)} \quad (2.40)$$

これにより , キネマティック特異点付近において b を一定値とすることで , 関節角加速度に対し制限をかけることが可能となる . 以下 , SC 擬似逆行列とよぶ .

2.4.3 制約の追加による冗長性の利用

運動学的な冗長性を解決する有名な方法として , ヤコビ行列に対し , 新たに制約を加える手法が提案されている [27] . 冗長性を持つマニピュレータ先端のツイストと関節角加速度の関係は Eq. (2.28) 同様に , 次式で表せる .

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_e = \mathbf{J}_e \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_e \dot{\mathbf{q}} + \dot{\boldsymbol{\nu}}_b \quad (2.41)$$

ここで , 制約を与えるために以下のような式を用意する .

$$\boldsymbol{\nu}_c = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}} \quad (2.42)$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_c = \mathbf{J}_c \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_c \dot{\mathbf{q}} \quad (2.43)$$

Eq. (2.43) は , Eq. (2.42) の時間微分により得る . 式中 , $\boldsymbol{\nu}_c \in \mathbb{R}^k$ であり , 自由度 k はマニピュレータの冗長自由度と同等 ($k = n - m$) であると仮定する . そのため , $\mathbf{J}_c \in \mathbb{R}^{k \times n}$ となる . また , Eq. (2.41) に対し , Eq. (2.42) を新たな制約として用いることにより次式を得る .

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\nu}}'_e \\ \dot{\boldsymbol{\nu}}'_c \end{bmatrix} = \mathbf{J}_A \ddot{\mathbf{q}} \quad (2.44)$$

ただし , $\dot{\boldsymbol{\nu}}'_c = \dot{\boldsymbol{\nu}}_c - \dot{\mathbf{J}}_c \dot{\mathbf{q}}$ である . ここで , $\mathbf{J}_A = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_e^T & \mathbf{J}_c^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ であり , 関節角速度は以下ようになる .

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_A^{-1} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\nu}}'_e \\ \dot{\boldsymbol{\nu}}'_c \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

上記の方法で関節角速度ベクトルを得ることができるが , 行列 \mathbf{J}_A が特異点となるときの過大な値を得ることに注意されたい . 主に , $\det(\mathbf{J}_e \mathbf{J}_e^T) = 0$

となる場合にキネマティック特異点となることが知られているが，新たな制約を加えた場合にはキネマティック特異点を含むアルゴリズムミック特異点 ($\det \mathbf{J}_A = 0$) とよぶ特異点が現れる．

2.4.4 制約を与えられた場合の特異点問題解決法

アルゴリズムミック特異点問題を解決するため，Eq. (2.44) に特異点適合法を適用する．2.3で示した特異点適合法の手順に従い，列拡張ヤコビ行列 $\tilde{\mathbf{J}}_A \in \mathbb{R}^{n \times (n+2)}$ を構成する．そして，Eq. (2.31) の様に，同次方程式で以下のように示すことができる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_e & -\dot{\nu}'_e & \mathbf{0} \\ \mathbf{J}_c & \mathbf{0} & -\dot{\nu}'_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.46)$$

$$\tilde{\mathbf{J}}_A \ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (2.47)$$

零空間 $\mathcal{N}(\tilde{\mathbf{J}}_A)$ の射影行列は，次のように求めることができる．

$$\ddot{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{N}}_A \boldsymbol{\beta}_A \quad (2.48)$$

$$\tilde{\mathbf{N}}_A = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{n}}_e & \tilde{\mathbf{n}}_c \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+2) \times 2} \quad (2.49)$$

$$\tilde{\mathbf{n}}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_e^T & -\det \mathbf{J}_A & 0 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n+2} \quad (2.50)$$

$$\tilde{\mathbf{n}}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_c^T & 0 & \det \mathbf{J}_A \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n+2} \quad (2.51)$$

ただし， $\boldsymbol{\beta}_A = [\beta_e \ \beta_c]^T$ であり， β_e, β_c は，任意のスカラー量とする．Eq. (2.50) および (2.51) 中の \mathbf{n}_e は制約 $\dot{\nu}'_e = \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}}$ ， $\dot{\nu}'_c = 0$ を満たすマニピュレータ先端を動作させるベクトル場， \mathbf{n}_c は制約 $\dot{\nu}'_e = 0$ ， $\dot{\nu}'_c = \mathbf{J}_c \dot{\mathbf{q}}$ を満たすによりマニピュレータを動作させるベクトル場である．このときの特異点適合法を適用させた関節角加速度の解は次式のようになる．

$$\ddot{\mathbf{q}} = \beta_e \mathbf{n}_e(\mathbf{q}, \dot{\nu}'_e) + \beta_c \mathbf{n}_c(\mathbf{q}, \dot{\nu}'_c) \quad (2.52)$$

$$1 = -\beta_e \det \mathbf{J}_A \quad (2.53)$$

$$1 = \beta_c \det \mathbf{J}_A \quad (2.54)$$

ここで，特異点から離れている場合では Eq. (2.53)，Eq. (2.54) より， b_e, b_c を求める．特異点およびその近傍では， β_e, β_c に適当な値を与えることにより，キネマティック特異点 ($\det(\mathbf{J}_e \mathbf{J}_e^T) = 0$)，アルゴリズムミック特異点 ($\det \mathbf{J}_A = 0$) においても安定した動作が可能となる．

2.5 特異点適合法に基づく振動抑制制御の制御則

過去の研究において，特異点適合法に基づく振動抑制制御を開発している [31]．これは，冗長性に対し振動抑制制御を制約として課し，さらに，制約を課すことで現れるアルゴリズムック特異点に対し，特異点適合法を適用した制御法である．以下，導入を述べる．

Eq. (2.5) と Eq. (2.28) を再度以下に示す．

$$\mathbf{H}_{bm}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{G}_b\boldsymbol{\nu}_b \quad (2.55)$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_e = \mathbf{J}_e\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_e\dot{\mathbf{q}} + \dot{\boldsymbol{\nu}}_b \quad (2.56)$$

2.4.3 で述べた様に，冗長自由度に対し Eq. (2.55) を制約として課す．

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\nu}}'_e \\ \mathbf{G}_b\boldsymbol{\nu}_b \end{bmatrix} = \mathbf{J}_{vs}\ddot{\mathbf{q}} \quad (2.57)$$

式中， $\mathbf{J}_{vs} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_e^T & \mathbf{H}_{bm}^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ である． $\det \mathbf{J}_{vs} = 0$ において，キネマティック特異点を含む，新たな制約が影響を与えるアルゴリズムック特異点が存在する．我々は，この特異点問題に対して Eq. (2.57) に特異点適合法を適用し，以下のように列拡張ヤコビ行列 $\tilde{\mathbf{J}}_{vs} \in \mathbb{R}^{n \times (n+2)}$ を用いた同次方程式を求めた．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_e & -\dot{\boldsymbol{\nu}}'_e & \mathbf{0} \\ \mathbf{H}_{bm} & \mathbf{0} & -\mathbf{G}_b\boldsymbol{\nu}_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (2.58)$$

$$\tilde{\mathbf{J}}_{vs}\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (2.59)$$

上記より，Eq. (2.59) の解は，零空間 $\mathcal{N}(\tilde{\mathbf{J}}_{vs})$ の射影行列により与えられ Eq. (2.49) ~ (2.51) を参考に次のように求められる．

$$\ddot{\mathbf{q}} = \tilde{\mathbf{N}}_{vs}\boldsymbol{\beta}_{vs} \quad (2.60)$$

$$\tilde{\mathbf{N}}_{vs} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{n}}_e & \tilde{\mathbf{n}}_b \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{(n+2) \times 2} \quad (2.61)$$

$$\tilde{\mathbf{n}}_e = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{ea}^T & -\det \mathbf{J}_{vs} & 0 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n+2} \quad (2.62)$$

$$\tilde{\mathbf{n}}_b = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{ba}^T & 0 & \det \mathbf{J}_{vs} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{n+2} \quad (2.63)$$

ただし， $\boldsymbol{\beta}_{vs} = \begin{bmatrix} \beta_e & \beta_b \end{bmatrix}^T$ であり β_e, β_b は任意のスカラー量とする．Eq. (2.60) は，Eq. (2.61) ~ (2.63) を用いて次式のようになる．

$$\ddot{\mathbf{q}} = \beta_e \tilde{\mathbf{n}}_e + \beta_b \tilde{\mathbf{n}}_b \quad (2.64)$$

また, Eq. (2.64) を展開すると以下ようになる.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \beta_e \mathbf{n}_{ea}(\mathbf{q}, \dot{\nu}'_e) + \beta_b \mathbf{n}_{ba}(\mathbf{q}, \nu_b) \quad (2.65)$$

$$1 = -\beta_e \det \mathbf{J}_{vs} \quad (2.66)$$

$$1 = \beta_b \det \mathbf{J}_{vs} \quad (2.67)$$

Eq. (2.65) において, 特異点から離れている場合では Eq. (2.66), (2.67) より β_e, β_b を求める. 特異点およびその近傍では, β_e, β_b に適切な値を与えることにより, 安定した動作が可能となる [44].

2.6 擬似逆行列を用いた振動抑制制御の制御則

2.4.1 で示した様に, 冗長マニピュレータの逆運動学は, 擬似逆行列 $\mathbf{J}_e^+(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ を用いて以下のようになる.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^+ \dot{\nu}'_e + \ddot{\mathbf{q}}_N \quad (2.68)$$

式中, $\ddot{\mathbf{q}}_N$ は任意の n 次元ベクトルであり, 冗長自由度 k を用いたセルフモーションを行う項 (セルフモーション項) である. これは, 零空間の射影行列 $\mathbf{N}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{n \times k}$ を用いて以下のように表すことができる. ただし, $\beta \in \mathbb{R}^k$ は任意のベクトルである.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^+ \dot{\nu}'_e + \mathbf{N}\beta \quad (2.69)$$

ここで, \mathbf{J}_e^+ において, キネマティック特異点問題が存在する.

2.7 干渉慣性行列を用いた運動量保存制御の制御則

初期状態が静止状態である柔軟ベース部において, アームの動作による柔軟ベース部の反レンチは, 以下の式で示される.

$$\mathcal{F}_0 = \frac{d}{dt} \left[\mathbf{r}_{com} \times m \dot{\mathbf{r}}_{com} + \sum_{j=1}^n (\mathbf{I}_j \boldsymbol{\omega}_j + \mathbf{r}_j \times m_j \dot{\mathbf{r}}_j) \right] \quad (2.70)$$

式中, \mathbf{r}_{com} は, アーム全体の重心位置, $\mathbf{I}_j, \boldsymbol{\omega}_j, m_j, \mathbf{r}_j$ は, それぞれ, リンク j の慣性行列, 角速度, 質点, 重心位置を示す. また, $m = \sum m_j$ である.

柔軟ベース部の反レンチは，アームの一般化座標を用いて，以下のようにも示される．

$$\mathcal{F}_0 = \mathbf{H}_{bm}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{H}}_{bm}\dot{\mathbf{q}} \quad (2.71)$$

ここで，重心ヤコビ行列と干渉慣性行列には，Eq. (2.70) の並進のみ考慮した場合のみ，以下の様な関係がある．

$$\mathbf{J}_{com} = \frac{1}{m}\mathbf{H}_{bm} \quad (2.72)$$

$$\ddot{\mathbf{r}}_{com} = \dot{\mathbf{v}}_{com} = \mathbf{J}_{com}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_{com}\dot{\mathbf{q}} \quad (2.73)$$

式中， \mathbf{J}_{com} は重心ヤコビ行列を表す．初期状態が静止していると仮定した場合，Eq. (2.71) において $\mathcal{F}_0 = 0$ ，つまり Eq. (2.73) において $\dot{\mathbf{v}}_{com} = 0$ となる動作を実現することで，柔軟ベース部並進方向への反動がない無反動制御が可能となる．

次に，Eq. (2.73) を用いたマニピュレータ重心制御による先端制御手法について示す．マニピュレータ先端および重心の順運動学を示す．ただし， $\mathbf{J}_e(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ は先端ヤコビ行列， $\mathbf{J}_{com}(\mathbf{q}) \in \mathbb{R}^{k \times n}$ は重心ヤコビ行列， $\boldsymbol{\nu}_e \in \mathbb{R}^m$ は先端速度， $\mathbf{v}_{com} \in \mathbb{R}^k$ は重心速度， $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ は関節角度である．また k は，ベース部の自由度と等価である．

$$\boldsymbol{\nu}_e = \mathbf{J}_e\dot{\mathbf{q}} \quad (2.74)$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_e = \mathbf{J}_e\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_e\dot{\mathbf{q}} \quad (2.75)$$

$$\mathbf{v}_{com} = \mathbf{J}_{com}\dot{\mathbf{q}} \quad (2.76)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{com} = \mathbf{J}_{com}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_{com}\dot{\mathbf{q}} \quad (2.77)$$

ここで，Eq. (2.74) の $\dot{\mathbf{q}}$ に対し Eq. (2.76) の解を与え，また，Eq. (2.77) を $\ddot{\mathbf{q}}$ について解き，Eq. (2.75) の $\ddot{\mathbf{q}}$ として与える．これにより，速度レベルおよび加速度レベルの重心制御と先端制御の関係式をそれぞれ示すことができる．ただし，零空間ベクトルは無視する．

$$\boldsymbol{\nu}_e = \mathbf{J}_e\mathbf{J}_{com}^+\mathbf{v}_{com} \quad (2.78)$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_e = \mathbf{J}_e\mathbf{J}_{com}^+\dot{\mathbf{v}}_{com} + (\dot{\mathbf{J}}_e - \mathbf{J}_e\mathbf{J}_{com}^+\dot{\mathbf{J}}_{com})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.79)$$

式中 \mathbf{J}_{com}^+ は，重心ヤコビ行列の擬似逆行列を表す．我々は，先端制御による重心加速度の振動問題を，重心の加速度を零とし，重心速度を一定とす

る制約により解決する．そこで，Eq. (2.78) , (2.79) に対し， $\dot{\boldsymbol{v}}_{com} = 0$, $\boldsymbol{v}_{com} = \text{const.}$ を代入する．

$$\boldsymbol{\nu}_e = \boldsymbol{J}_e \boldsymbol{J}_{com}^+ \boldsymbol{v}_{com} \quad (2.80)$$

$$\dot{\boldsymbol{\nu}}_e = (\dot{\boldsymbol{J}}_e - \boldsymbol{J}_e \boldsymbol{J}_{com}^+ \dot{\boldsymbol{J}}_{com}) \dot{\boldsymbol{q}} \quad (2.81)$$

上記の式を用いることで，運動量が一定となる，重心制御によるマニピュレータ先端動作が実現できる．

第3章 ダイナミックシミュレータおよび制御式

我々は、柔軟ベース上冗長マニピュレータの制御則検証のため、地上の重力の影響を受けにくい重力方向に対し垂直な面上の実験機、二次元平面上柔軟ベース冗長マニピュレータシステム TREP-R[19] を構築している。今回、行列や数値シミュレーションを容易に扱える数値処理用プログラミング言語 MaTX m[36] を用いて、TREP-R をモデルとした動力学シミュレータを作成した。本稿では、用いたシミュレーションモデルとモデルに適用した制御則について述べる。

3.1 TREP-R をモデルとしたシミュレータ

Fig. 3.1 に、研究で用いている二次元平面上柔軟ベース上冗長3リンクマニピュレータ TREP-R をモデルとした動力学シミュレーションモデルとそのパラメータを示す。座標系は低剛性方向を x 、高剛性方向を y とし、柔軟ベース部は、低剛性方向 x についてのみ動作（振動）する。振動を模擬するために、ばねダンパを設置し、弾性係数（剛性係数） $k_b = 191 \text{ N/m}$ 、減衰係数（粘性係数） $d_b = 0.33 \text{ Ns/m}$ とした。また、慣性座標系（柔軟ベース固定部）を $\{F_o\}$ 、マニピュレータ固定部（柔軟ベース先端部）座標を相対座標系 $\{F_b\}$ とする。モデルは、関節角度空間 $n = 3$ 、作業座標空間 $m = 2$ であり、冗長自由度 $n - m = 1$ である。柔軟ベース部の自由度は、 x 方向のみとするため、冗長自由度と同様の自由度 $k = 1$ を持つ。図は、柔軟ベース部の固定端を慣性座標系とする。また、回転方向は、反時計回りを正とする。運動方程式 (A.3 を参照) を以下に示す。

$$\begin{bmatrix} h_b & h_{bm} \\ h_{bm}^T & H_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v}_{bx} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b \\ c_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_b v_{bx} \\ D_m \dot{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b \Delta \xi \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \tau \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

式中使用した記号の意味は以下のとおりである。

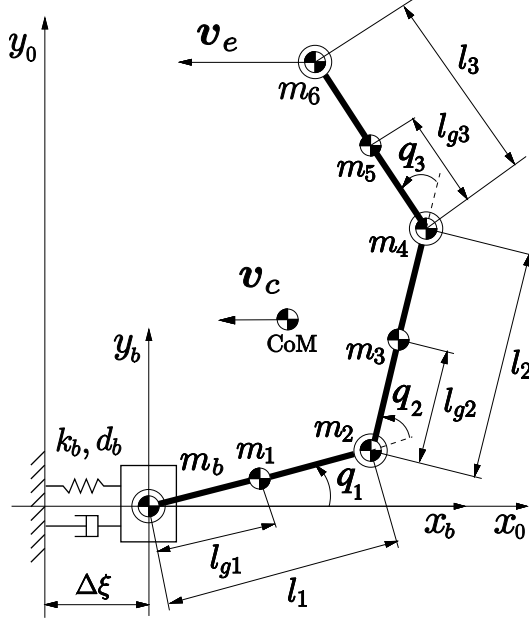


Fig. 3.1: Model of a planar 3R manipulator on a flexible base.

\mathbf{q}	$\in \mathbb{R}^3$: 関節角ベクトル
v_{bx}	$\in \mathbb{R}^1$: ベース部先端の並進 x 方向の速度
$\Delta\xi$	$\in \mathbb{R}^1$: ベース部変位
$\mathbf{H}_m(\mathbf{q})$	$\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$: マニピュレータ慣性行列
h_b	$\in \mathbb{R}^1$: ベース部慣性項
$\mathbf{h}_{bm}(\mathbf{q})$	$\in \mathbb{R}^{1 \times 3}$: ベース部とマニピュレータの干渉慣性行列
$\mathbf{c}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	$\in \mathbb{R}^3$: マニピュレータ遠心力・コリオリ力項
$\mathbf{c}_b(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$	$\in \mathbb{R}^1$: ベース部遠心力・コリオリ力項
\mathbf{D}_m	$\in \mathbb{R}^{3 \times 3}$: マニピュレータ粘性行列
d_b	$\in \mathbb{R}^1$: ベース部粘性係数
k_b	$\in \mathbb{R}^1$: ベース部剛性係数
$\boldsymbol{\tau}$	$\in \mathbb{R}^3$: マニピュレータの関節トルク

3.2 特異点適合法に基づく振動抑制制御

以下, 2.5 を基に TREP-R の制御式を導出する慣性座標系からみたマニピュレータ先端の並進加速度速度 $\dot{\mathbf{v}}_e$ と関節角加速度 $\ddot{\mathbf{q}}$, ベース部先端の並進加速度速度 $\dot{\mathbf{v}}_b = \begin{bmatrix} \dot{v}_{bx} & \dot{v}_{by} \end{bmatrix}^T$ の関係は, 以下ようになる.

$$\dot{\mathbf{v}}_e = \mathbf{J}_e \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_e \dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{v}}_b \quad (3.2)$$

また，加速度レベルの振動抑制制御式は以下となる．

$$g_b v_{bx} = h_{bm} \ddot{q} \quad (3.3)$$

g_b はアクティブダンパゲインを示す．マニピュレータ先端制御 Eq. (3.2) と振動抑制制御 Eq. (3.3) を同時に行うため，以下の式の様に与える．

$$\begin{bmatrix} \dot{v}'_e \\ g_b v_{bx} \end{bmatrix} = J_{vs} \ddot{q} \quad (3.4)$$

式中， $J_{vs} = \begin{bmatrix} J_e^T & h_{bm}^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ ， $\dot{v}'_e = \dot{v}_e - J_e \dot{q} - \dot{v}_b$ である．また， $\det J_{vs} = 0$ となる場合，キネマティック特異点を含む新たな制約が影響を与えるアルゴリズム特異点が存在する．これに対し，特異点適合法を適用するため，列拡張ヤコビ行列を用いた同次方程式を構築する．

$$\begin{bmatrix} J_e & -\dot{v}'_e & 0 \\ h_{bm} & 0 & -g_b v_{bx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.5)$$

$$\tilde{J}_{vs} \ddot{q} = 0 \quad (3.6)$$

\tilde{J}_{vs} の零空間より Eq. (3.6) の解は次式のように求まる．

$$\ddot{q} = \beta_e \tilde{n}_{ea} + \beta_b \tilde{n}_{ba} \quad (3.7)$$

$$\tilde{n}_{ea} = \begin{bmatrix} n_{ea}^T & -\det J_{vs} & 0 \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^5 \quad (3.8)$$

$$\tilde{n}_{ba} = \begin{bmatrix} n_{ba}^T & 0 & \det J_{vs} \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^5 \quad (3.9)$$

ただし， β_e と β_b は任意のスカラー量とする．また， $\beta_e \tilde{n}_{ea}$ と $\beta_b \tilde{n}_{ba}$ は，それぞれ，無反動制御項と振動抑制制御項であり，零空間ベクトルである．また，Eq. (3.7) を展開すると以下ようになる．

$$\ddot{q} = \beta_e n_{ea}(q, \dot{v}'_e) + \beta_b n_{ba}(q, \dot{q}, v_{bx}) \quad (3.10)$$

$$1 = -\beta_e \det J_{vs} \quad (3.11)$$

$$1 = \beta_b \det J_{vs} \quad (3.12)$$

Eq. (3.10) において，アルゴリズム特異点から離れている場合は Eq. (3.11)，(3.12) より β_e および β_b を求める．特異点近傍では， $1 = -\beta_e \det J_{vs}$ ， $1 = \beta_b \det J_{vs}$ とし， β_e ， β_b に適切な値を与える．これにより，安定した動作が可能となる．また，特異点を通過する場合，Eq. (3.11)，(3.12) において $\det J_{vs}$ の符号が変わるため， $\bar{\beta}_e$ ， $\bar{\beta}_b$ を正の一定値としておき， $\beta_e = \sigma_e \bar{\beta}_e$ ， $\beta_b = \sigma_b \bar{\beta}_b$ とし正負の単位量を示す σ_e ， σ_b を調整する必要がある [40]．

3.3 擬似逆行列を用いた振動抑制制御

以下では, 2.6を基に制御式を導出する. 冗長マニピュレータの加速度に関する逆運動学は, Eq. (2.69)を参考に, Eq. (3.2)より $J_e^+ \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$ を用いて, 以下のようになる.

$$\ddot{q} = J_e^+(\dot{v}_e - \dot{J}_e \dot{q} - \dot{v}_b) + N\beta \quad (3.13)$$

ここで, $N\beta$ は, $k = 1$ である Eq. (3.10) の $\beta_b n_{ba}$ を用いて, 以下のように表せる.

$$\ddot{q} = J_e^+(\dot{v}_e - \dot{J}_e \dot{q} - \dot{v}_b) + \beta_b n_{ba} \quad (3.14)$$

ただし, β_b はスカラー量であり, $n_{ba} \in \mathbb{R}^3$ である. 過去の研究において確認されている作業空間縮小問題に対し, 上記の制御則を用いることにより, マニピュレータ先端制御におけるアルゴリズムック特異点問題が存在しないため, 作業空間が縮小される問題を解決可能となる. ただし, 速度制御下での有用性を示している [46]. また, キネマティック特異点が存在する.

3.4 SC擬似逆行列を用いた振動抑制制御

2.4.2で示した様に, 特異点適合法を適用する. 擬似逆行列は Eq. (2.38) で示すことができ, 式中の $\det(J_e J_e^T)$ について以下の様に置き換える.

$$J_e^+ = b J_e^T \text{adj}(J_e J_e^T) \quad (3.15)$$

$$b = \frac{1}{\det(J_e J_e^T)} \quad (3.16)$$

キネマティック特異点付近において, b を一定値とすることで, キネマティック特異点問題を解決することができる.

3.5 干渉慣性行列を用いた運動量保存制御

実験機 TREP-R をモデルとした場合のマニピュレータ先端および重心の順運動学を示す. ただし, $J_e(q) \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ は先端ヤコビ行列, $J_{com}(q) \in \mathbb{R}^{1 \times 3}$ は重心ヤコビ行列, $v_e \in \mathbb{R}^2$ 先端速度, $v_{com} \in \mathbb{R}^1$ 重心速度を示す. また, $q \in \mathbb{R}^3$

は関節角度である．

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}} \quad (3.17)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_e = \mathbf{J}_e \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_e \dot{\mathbf{q}} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{v}_{com} = \mathbf{J}_{com} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.19)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_{com} = \mathbf{J}_{com} \ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{J}}_{com} \dot{\mathbf{q}} \quad (3.20)$$

ここで，Eq. (3.17) の $\dot{\mathbf{q}}$ に対し Eq. (3.19) の解を与え，また，Eq. (3.20) を $\ddot{\mathbf{q}}$ について解き，Eq. (3.18) の $\ddot{\mathbf{q}}$ として与える．これにより，速度レベルおよび加速度レベルの重心制御と先端制御の関係式をそれぞれ示すことができる．

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{J}_e \mathbf{J}_{com}^+ \mathbf{v}_{com} \quad (3.21)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_e = \mathbf{J}_e \mathbf{J}_{com}^+ \dot{\mathbf{v}}_{com} + (\dot{\mathbf{J}}_e - \mathbf{J}_e \mathbf{J}_{com}^+ \dot{\mathbf{J}}_{com}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.22)$$

式中， \mathbf{J}_{com}^+ は重心ヤコビ行列の擬似逆行列を表す．我々は，擬似逆行列による先端制御の重心動作が引き起こす振動問題を，重心の加速度を零，重心速度を一定とする制御により解決する．そこで，Eq. (3.21)，(3.22) に対し， $\dot{\mathbf{v}}_{com} = 0$ ， $\mathbf{v}_{com} = \text{const.}$ を代入する．

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{J}_e \mathbf{J}_{com}^+ \mathbf{v}_{com} \quad (3.23)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_e = (\dot{\mathbf{J}}_e - \mathbf{J}_e \mathbf{J}_{com}^+ \dot{\mathbf{J}}_{com}) \dot{\mathbf{q}} \quad (3.24)$$

上記の式を用いることで，重心制御による柔軟ベース部に無反動なマニピュレータ先端動作が実現できる．

3.6 計算トルクコントローラ

以下では，擬似逆行列を用いた振動抑制制御 (Eq. (3.14)) によるマニピュレータ制御に関する計算トルクコントローラを示す．柔軟ベース上冗長マニピュレータのトルク式は，マニピュレータの運動方程式 Eq. (3.1) より以下のようなになる．

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{H}_m(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{h}_{bm}^T(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{v}}_{bx} + \mathbf{D}_m \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (3.25)$$

求めるトルク制御式は，Eq. (3.25) に Eq. (3.14) を代入することで，以下の式になる．また， $\mathbf{n}_{ba} = g_b \mathbf{v}_{bx} \hat{\mathbf{n}}_{ba}$ である．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} = & \mathbf{H}_m \mathbf{J}_e^+ \left(\dot{\mathbf{v}}_e - \dot{\mathbf{J}}_e \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{v}}_b \right) + \mathbf{D}_m \dot{\mathbf{q}} \\ & + \mathbf{c}_m + \mathbf{h}_{bm}^T \dot{\mathbf{v}}_{bx} + \beta_b g_b \mathbf{v}_{bx} \mathbf{H}_m \hat{\mathbf{n}}_{ba} \end{aligned} \quad (3.26)$$

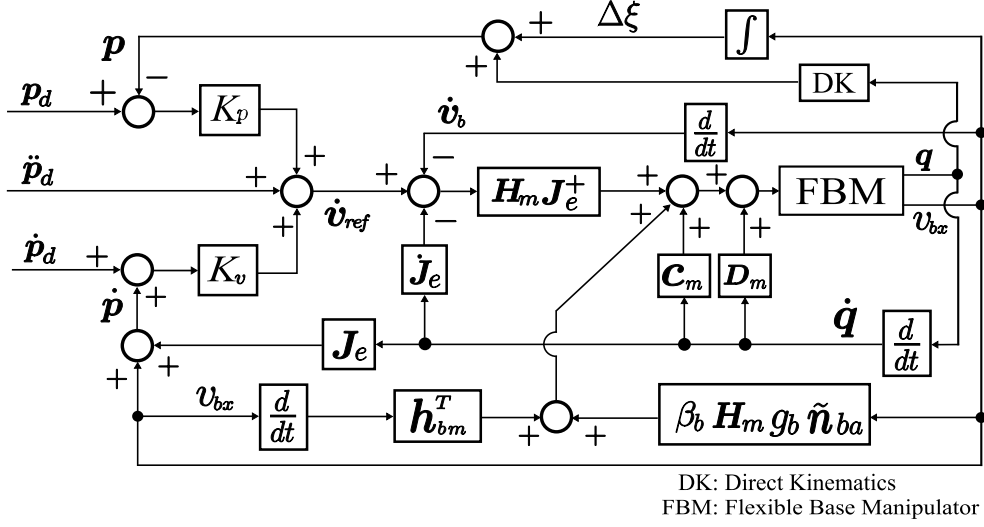


Fig. 3.2: Vibration suppression control block diagram based on acceleration.

次に，マニピュレータ先端制御における目標位置 p_d ，目標速度 \dot{p}_d ，目標加速度 \ddot{p}_d の軌道生成には，五次補間法によるスプライン関数を用いる．マニピュレータ先端の指令値は，現在のマニピュレータ先端位置 p ，速度 \dot{p} を用いて以下ようになる．

$$\dot{v}_e \equiv \dot{v}_{ref} = \ddot{p}_d + K_v(\dot{p}_d - \dot{p}) + K_p(p_d - p) \quad (3.27)$$

式中， $K_v = \text{diag}[k_v \ k_v]$ ， $K_p = \text{diag}[k_p \ k_p]$ はフィードバックゲインである．Eq. (3.27) を Eq. (3.26) に代入することで，マニピュレータの各関節トルク指令値を算出する．

$$\begin{aligned} \tau_{ref} = & H_m J_e^+ \left(\dot{v}_{ref} - \dot{J}_e \dot{q} - \dot{v}_b \right) + D_m \dot{q} \\ & + c_m + h_{bm}^T \dot{v}_b + \beta_b g_b v_{bx} H_m \hat{n}_{ba} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Fig. 3.2 に擬似逆行列を用いた振動抑制制御を適用したシミュレータのブロック線図を示す．

第4章 柔軟ベース上マニピュレータの特異点問題および解決

本章では、キネマティック特異点付近とアルゴリズムック特異点付近、それぞれにおける問題について、TREP-Rをモデルとしたダイナミックシミュレータを用いて述べる。また、この結果で得られたアルゴリズムック特異点付近での振動問題に対する解決手法として運動量保存制御について示す。

先ず4.1ではSC擬似逆行列を用いた振動抑制制御 (Singularity-Consistent Pseudoinverse: SCPI) によるキネマティック特異点付近の問題と解決について述べる。第2章の2.4.1で示した様に、擬似逆行列を用いた振動抑制制御 (Pseudoinverse Vibration Suppression: PIVS) を適用した場合、擬似逆行列に由来するキネマティック特異点問題が存在する。また、2.4.3で示した様に、冗長自由度に対し制約を加えることで、冗長自由度の動作 (セルフモーション) に対するアルゴリズムック特異点が現れる。我々は、キネマティック特異点の問題に対して、2.4.2で示した様にSC擬似逆行列 [35] を用いる。これにより、キネマティック特異点付近においても先端制御と振動抑制制御を安定して制御可能であることを示す。しかし、振動抑制制御の性能が劣化することを確認した。これは、マニピュレータ先端制御に関するゲインを調整することで、より特異姿勢に近づけることが可能となるが、同時に振動抑制制御に存在するアルゴリズムック特異点の存在により、振動抑制制御の性能が劣化する。

次に4.2ではアルゴリズムック特異点付近における問題と解決について述べる。マニピュレータの可動範囲内に存在するアルゴリズムック特異点付近を通過する際に、振動抑制制御が引き起こすアルゴリズムック特異点付近での振動問題について述べる。これは、上記に示したアルゴリズムック特異点を含むキネマティック特異点問題と同様の問題である。アルゴリズムック特異点付近では、冗長自由度を用いた振動抑制制御が不可能となり、数値処理上では過大な値を得るため、不安定な状態となる。この問題

は，アルゴリズムック特異点付近で振動抑制制御のアクティブダンバゲインを零とすることで解決した．しかし，比較的早い動作においては，アクティブダンバゲインを零とすることによるアルゴリズムック特異点付近での振動問題が発生した．

最後に4.3では，アルゴリズムック特異点の振動問題に対する新たな制御として，運動量保存制御について述べる．この問題に対しては，重心の速度を一定，つまり運動量を保ったマニピュレータ動作により，アルゴリズムック特異点を通過可能とした．

4.1 キネマティック特異点付近の問題と解決

マニピュレータ先端に円軌道を描かせ，キネマティック特異点付近を通過させる．これにより，PIVSにおけるキネマティック特異点問題を示す．次に，SCPIを適用することにより，キネマティック特異点を安定し通過可能であることを示す．また，SCPIにおけるキネマティック特異点付近での振動問題を示す．

4.1.1 シミュレーション

今回，マニピュレータ先端制御に，PIVS (3.3参照)を用いた場合をSim. 1として，SCPI (3.4参照)を用いた場合をSim. 2としてそれぞれシミュレーションを行った．共通の初期条件を以下に示す．

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} 90 & 0.0 & -90 \end{bmatrix}^T \text{ deg} \\ \mathbf{K}_p &= \text{diag} \begin{bmatrix} 200 & 200 \end{bmatrix} \text{ s}^{-2} \\ \mathbf{K}_v &= \text{diag} \begin{bmatrix} 2500 & 2500 \end{bmatrix} \text{ s}^{-1} \\ g_b &= 30 \text{ kgs}^{-1} \end{aligned}$$

とした．データは，マニピュレータ先端を9 sの間に半径 $r = 0.1001 \text{ m}$ の円軌道を描かせ，1 s間静止させた状態を記録した．今回，半径を 0.1001 m とした理由は， 0.1 m とした場合に，シミュレーション上ではキネマティック特異点を通過しなかった．そのため，確実にキネマティック特異点を通過させるために，半径を 0.1001 m とした．また，アルゴリズムック特異点を通過する場合，Eq. (3.14) の $\beta_b \mathbf{n}_{ba}$ より，評価関数として用いている $\det \mathbf{J}_{vs}$

の符号が変わるため, $\beta_b = \sigma_b \bar{\beta}_b$ とし $\bar{\beta}_b$ を正の一定値にし, $\sigma_b = \text{sgn}(\det \mathbf{J}_{vs})$ として正負の単位量を示す σ_b を調整した. Sim. 1, 2 とともに, $\det \mathbf{J}_{vs}$ の値が $1.5 \times 10^{-4} \text{ kgm}^3$ 以下となった場合をアルゴリズム的特異点付近とし, その間, 振動抑制のゲイン定数を一定値 $\bar{\beta}_b = 2.0 \times 10^4 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}$ とした. Sim. 2 については, キネマティック特異点付近を $\det(\mathbf{J}_e \mathbf{J}_e^T)$ の値が $5.0 \times 10^{-5} \text{ m}^2$ 以下となった場合, ゲイン定数 $b = 2.0 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$ とした. これにより, それぞれの特異点付近通過時に, 安定した動作を可能とする.

4.1.2 結果および考察

Sim. 1, 2 の結果を, Fig. 4.1, Fig. 4.2 に示す. 図はそれぞれ, (a) 関節角度, (b) 関節角速度, (c) アルゴリズム的特異点, キネマティック特異点を表す行列式の値, (d) マニピュレータ先端の軌道を示す.

Fig. 4.1 において, (c) より $t = 3.24 \text{ s}$ でキネマティック特異点を通過し, シミュレーションが中断した. このとき, (a) と (b) より関節に過大な値が与えられていることを確認した. つまり, PIVS はキネマティック特異点を通過不可能である. 一方で, SC 擬似逆行列を用いた場合, Fig. 4.2 より, 安定して動作可能であることを確認できた. 今回, マニピュレータ先端にキネマティック特異点を通過させる軌道を与えたが, b を用いることで関節角加速度に対し制限をかける事が可能となり, 軌道追従を不可能とした結果, キネマティック特異点を通過させない軌道となった.

これをより詳しく説明するため, Sim. 2 においてキネマティック特異点付近を通過する際に $b = 2.0 \times 10^5 \text{ m}^{-2}$ とした場合を Sim. 3 として行った. Sim. 2, 3 をそれぞれ Fig. 4.3, 4.4 に示す. また図は, それぞれ (a) マニピュレータの先端の位置, (b) 関節角速度, (c) b の値, (d) キネマティック特異点付近でのマニピュレータ先端の y 方向位置, (e) ベース部変位, (f) マニピュレータ先端エラーの結果を示す.

これらの結果を比較することで, (d) より, $b = 2.0 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$ とした場合よりも $b = 2.0 \times 10^5 \text{ m}^{-2}$ とした場合の方が, 作業範囲限界まで達していることが確認できた. よって, この b の値を無限に大きくすることで, さらにキネマティック特異点へ近づくことが可能である. これは, Eq. (3.15) から明らかなである. 本来必要とする値 $1/\det(\mathbf{J}_e \mathbf{J}_e^T)$ を越えない値を b として与えることで, キネマティック特異点通過を抑制している. b の値を過大にすることで, キネマティック特異点へ近づくことが可能となる. し

かし, b の値をより大きくすることで, Fig. 4.3, Fig. 4.4 の (c), (d) より特異点付近で振動が発生し, 先端のエラーに影響が出た.

最後にアルゴリズムック特異点について述べる. J_{vs} は, $\det(J_e J_e^T)$ を含んでいるため, アルゴリズムック特異点の中にキネマティック特異点が存在している. つまり, キネマティック特異点である場合, 同時にアルゴリズムック特異点である. Fig. 4.3 および Fig. 4.4 の (a) では, キネマティック特異点付近において, β_b が今回設定した最大値を取っていることがわかる. つまり, アルゴリズムック特異点付近である. また, 各々 (e) の結果において, ベース部の振動を抑制しにくくなっており, アルゴリズムック特異点は, 重心の動きにくさを示していることがわかる.

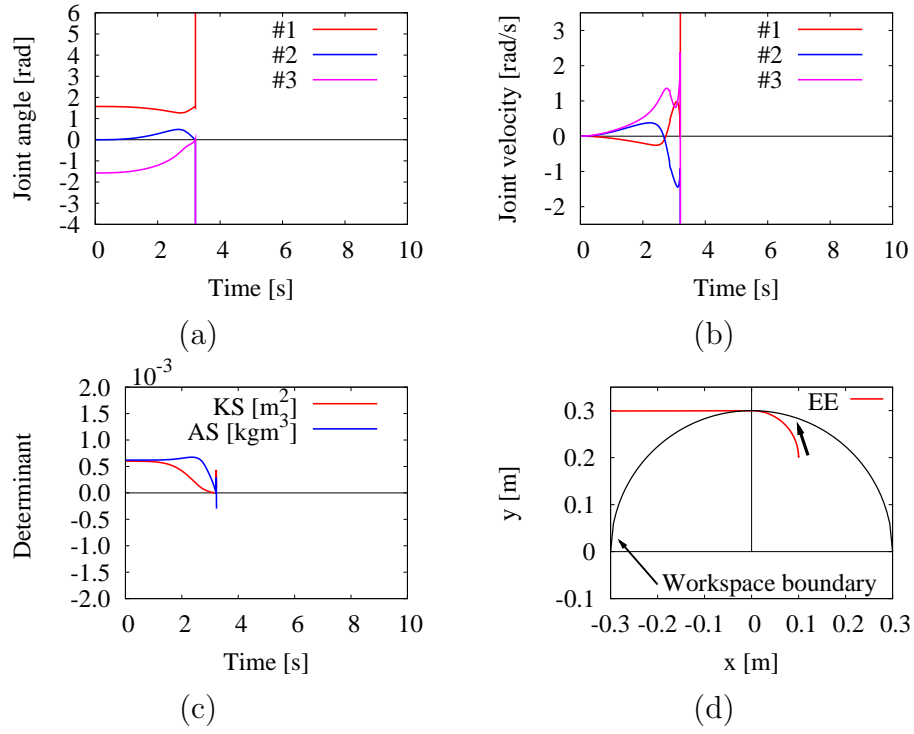


Fig. 4.1: Path tracking control through kinematic singularity with PIVS (Sim. 1).

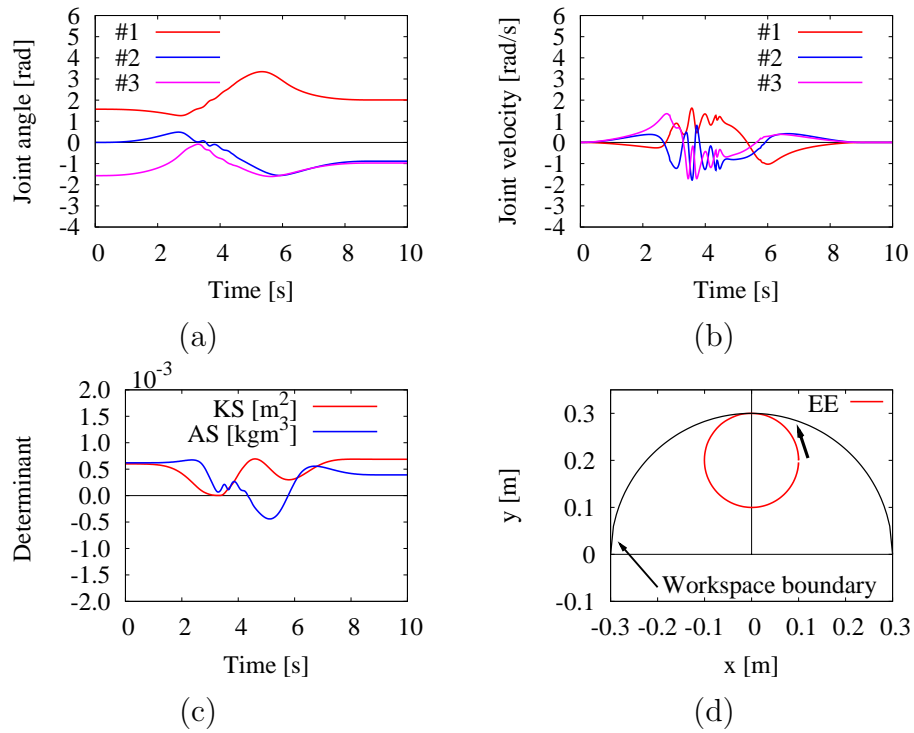


Fig. 4.2: Path tracking control through kinematic singularity with SCPI (Sim. 2).

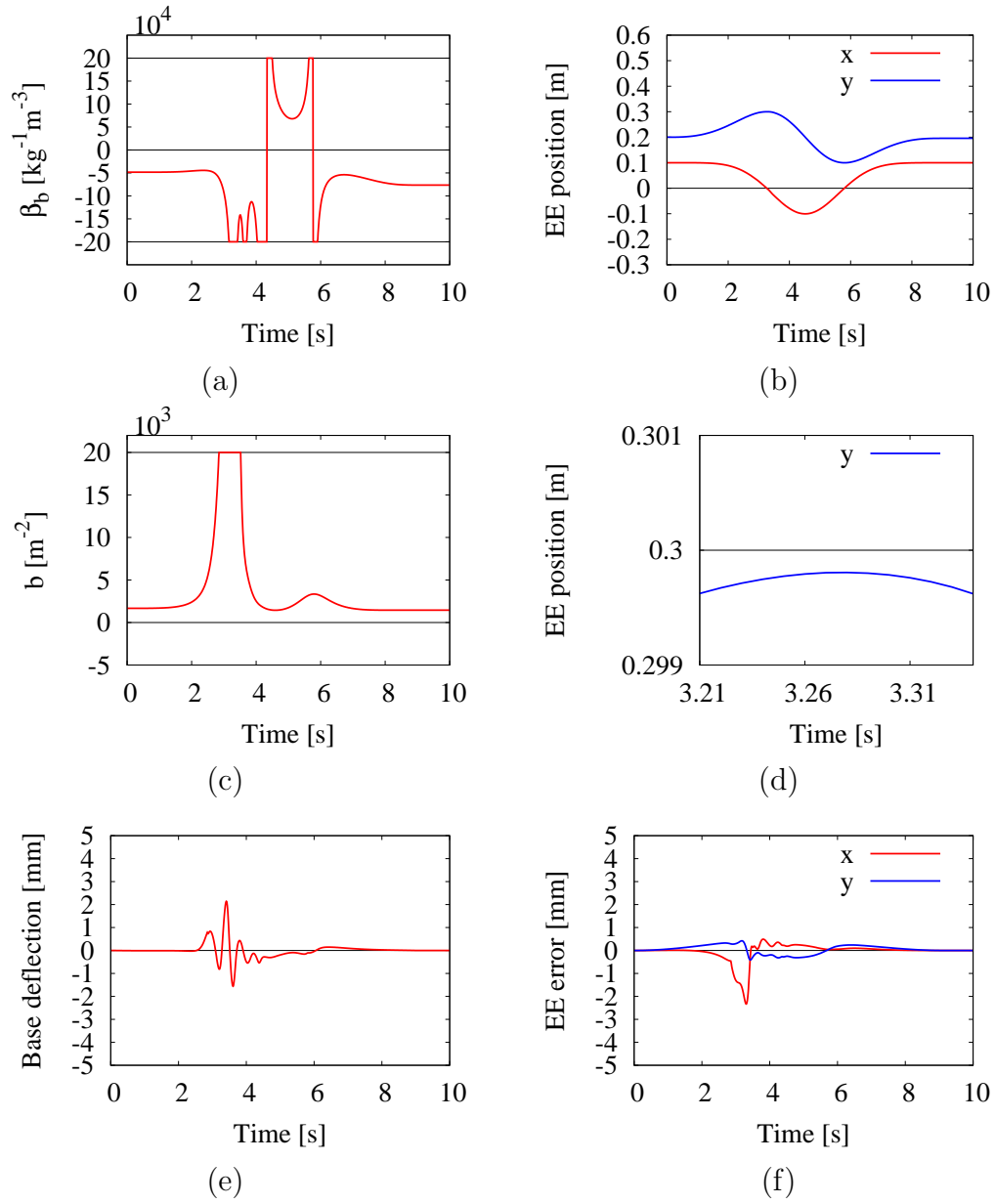


Fig. 4.3: Path tracking control through kinematic singularity with SCPI when $b = 2.0 \times 10^4 \text{ m}^{-2}$ (Sim. 2).

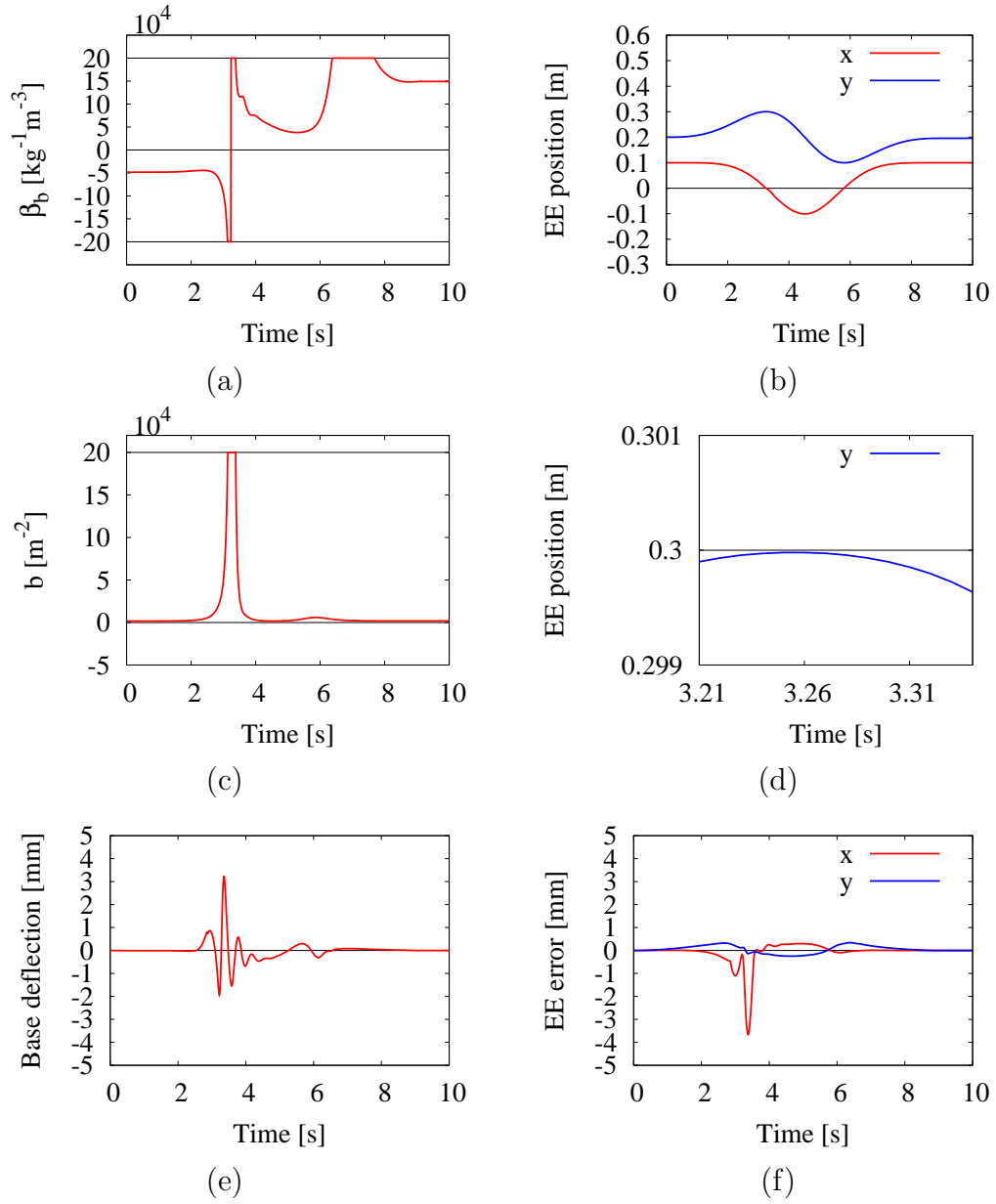


Fig. 4.4: Path tracking control through kinematic singularity with SCPI when $b = 2.0 \times 10^5 \text{ m}^{-2}$ (Sim. 3).

4.2 アルゴリズムック特異点付近の問題と解決

前節の最後に，アルゴリズムック特異点付近での振動抑制制御について述べた．しかし，キネマティック特異点を含んでいるため，その特徴がわかりづらい．以下では，マニピュレータ先端に直線軌道を描かせ，キネマティック特異点を含まないアルゴリズムック特異点のみを通過させる．これにより，SCPIにおけるアルゴリズムック特異点付近の振動問題について示す．ただし，キネマティック特異点を考慮する必要が無いため，SCPIはPISVと同義であることに注意されたい．

4.2.1 シミュレーション

シミュレーションは計三つ (Sim. 4~6) 行った．それぞれ共通の初期条件を以下に示す．

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} 0.0 & 20.0 & 20.0 \end{bmatrix}^T \text{ deg} \\ \mathbf{K}_v &= \text{diag} \begin{bmatrix} 200 & 200 \end{bmatrix} \text{ s}^{-1} \\ \mathbf{K}_p &= \text{diag} \begin{bmatrix} 20000 & 20000 \end{bmatrix} \text{ s}^{-2} \\ g_b &= 30 \text{ kgs}^{-1} \end{aligned}$$

Sim. 4では，マニピュレータ先端を9 sの間に，先端に対し x 方向へ -0.5 m 動作させ，その後1 s間静止状態のデータを記録した．Sim. 5では，Sim. 4と同様に先端を動作させる．ここで，振動抑制制御項のゲインの最大値を $|\beta_b| = 20000 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}$ とし，それ以上の値を得る場合，アルゴリズムック特異点付近とみなし $\beta_b = 0 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}$ とした．Sim. 6では，振動抑制制御項のゲインについてSim. 5と同様の条件でマニピュレータ先端に対し3 s間で x 方向へ -0.5 m 動作させ，その後1 s間静止状態のデータを記録した．

4.2.2 結果および考察

Sim. 4~6の結果をそれぞれFig. 4.5~4.7に示す．各グラフは(a) マニピュレータ先端と重心の x - y 軌道，(b) マニピュレータ先端速度および x 軸方向の重心速度，(c) ベース部の変位，(d) マニピュレータ先端のエラー (e) 評価関数として用いている $\det(\mathbf{J}_e \mathbf{J}_e^T)$ ， $\det \mathbf{J}_{vs}$ の値，(f) 振動抑制制御項のゲイン β_b の値を示す．

Sim. 4のグラフ, Fig. 4.5より, アルゴリズムミック特異点を通過した5 s付近にて, (c)ではベース部に振動を, また(d)ではマニピュレータ先端のエラーをそれぞれ確認した. これに対し, Sim. 5のグラフ Fig. 4.6より, アルゴリズムミック特異点付近である5 s付近にて, アクティブダンパゲインを $\beta_b = 0 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}$ とすることで, (c)よりベース部の振動, (d)より先端のエラーが減少した. これにより, 振動抑制制御によるアルゴリズムミック特異点付近での振動問題を解決した.

しかし一方で, Sim. 6のグラフ Fig. 4.7では, 3 s付近で, マニピュレータ先端の動作による, ベース部の振動を確認した. これは, アルゴリズムミック特異点付近での振動抑制制御停止により, マニピュレータ重心の x 軸方向への加速が引き起こす振動問題を抑制できなかった結果である. マニピュレータ重心の加速は, Fig. 4.7 (b)より確認できる.

以上より, アルゴリズムミック特異点付近を通過する場合, 振動問題を誘発する振動抑制制御を制限することにより, 逆に重心の加速を許し, ベース部の振動を発生させる問題を示した. しかしながら, いずれのシミュレーション結果においても, 先端エラーの値が0.2 mm未満に抑えられ, ベース部の振動の影響を受けていないことを確認できた.

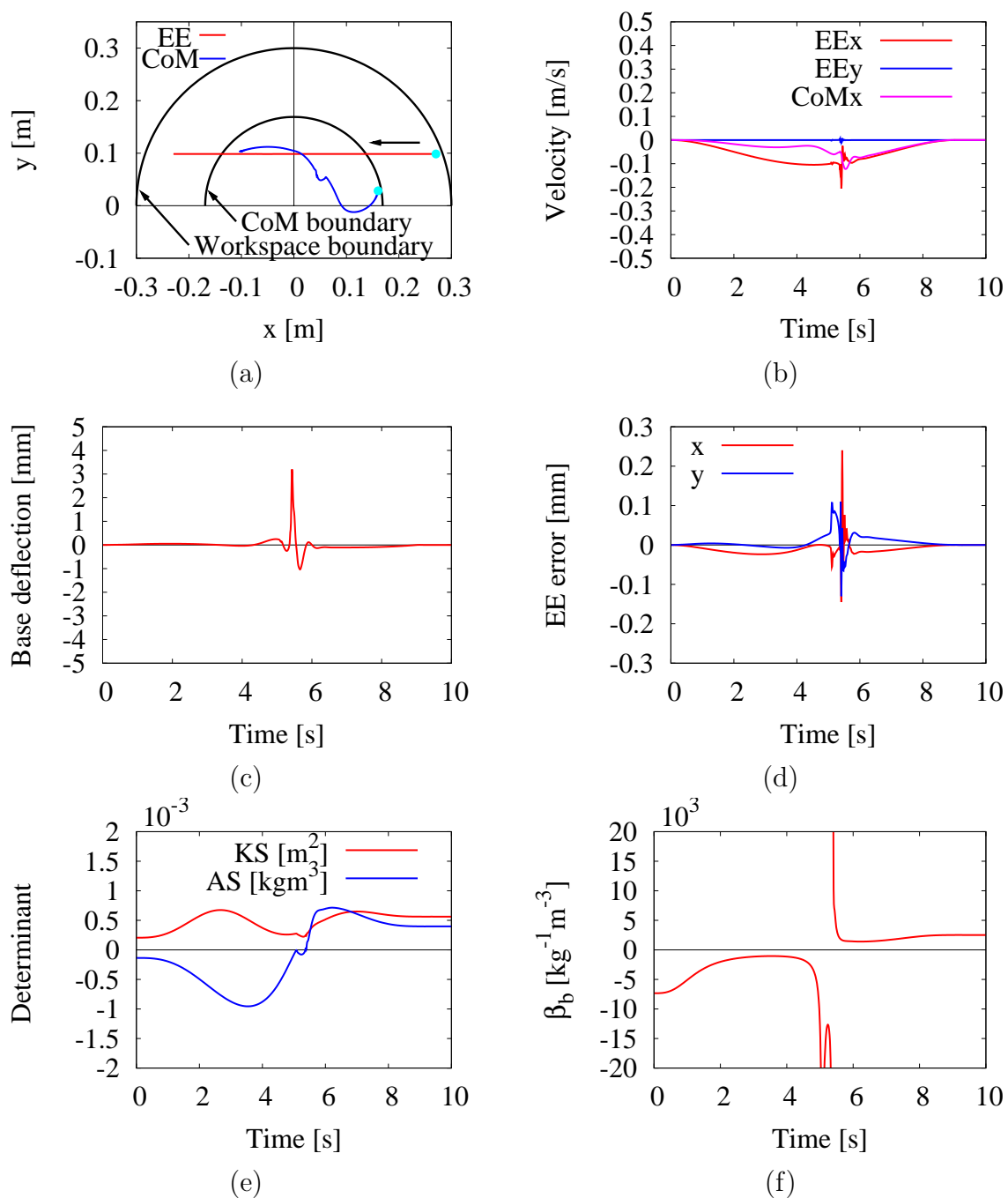


Fig. 4.5: Straight-line tracking and vibration suppression in case of a relatively slow movement (Sim. 4).

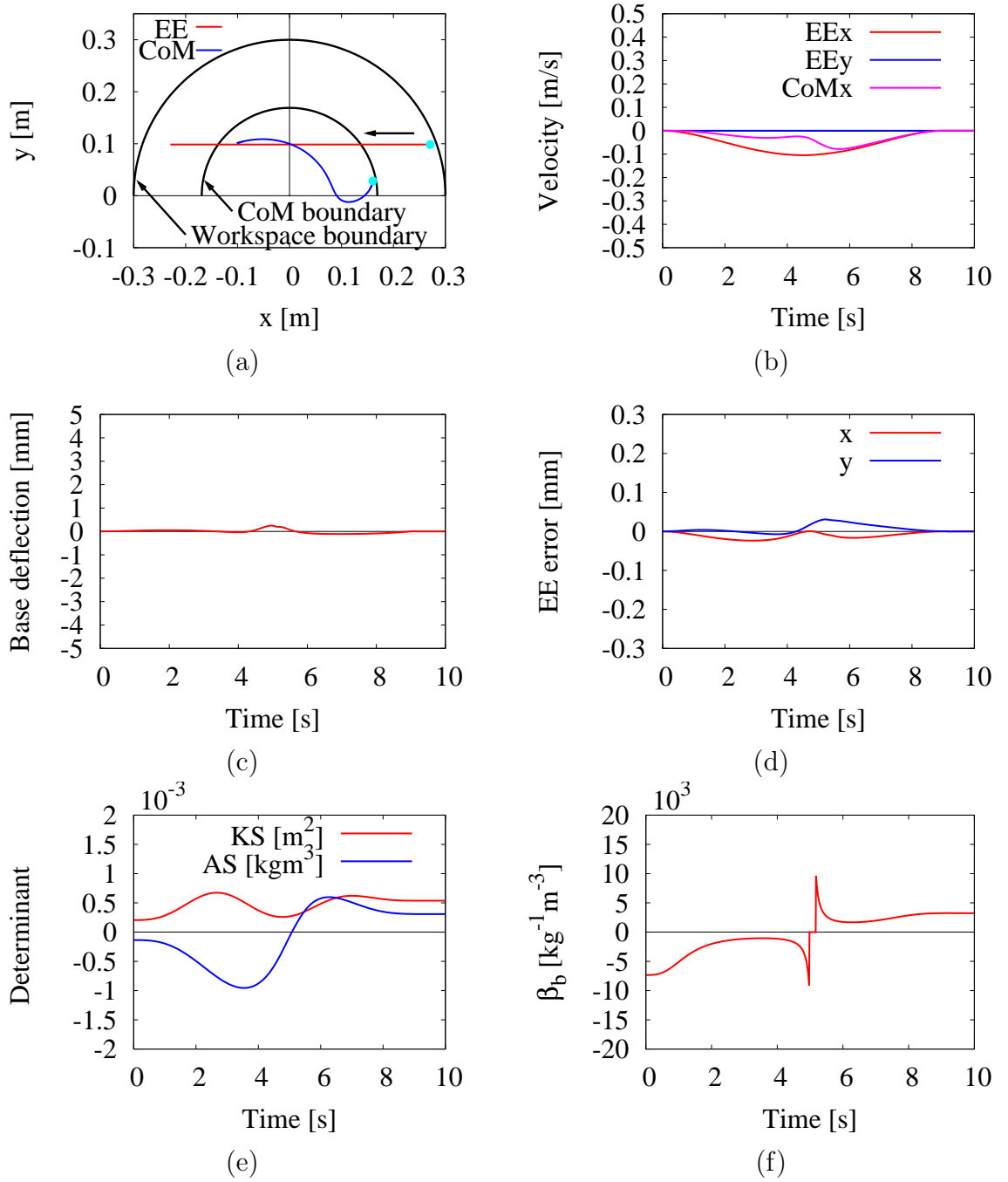


Fig. 4.6: Straight-line tracking and switching off the vibration suppression in case of a relatively slow movement (Sim. 5).

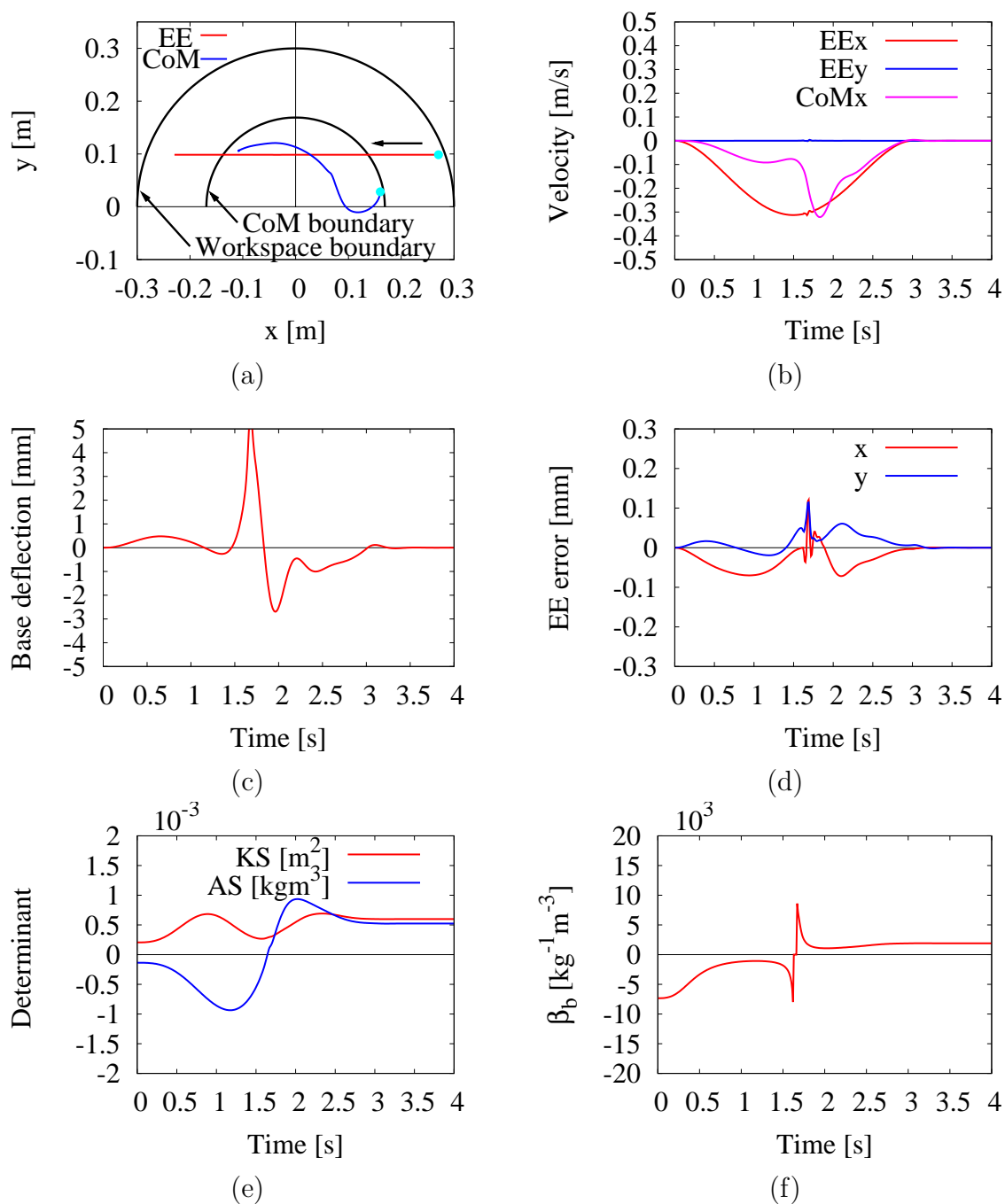


Fig. 4.7: Straight-line tracking and switching off the vibration suppression in case of a relatively fast movement (Sim. 6).

4.3 運動量保存制御による特異点振動問題の解決

前節までに，SCPIにおけるキネマティック特異点を含むアルゴリズムック特異点付近でのマニピュレータ先端制御と振動抑制制御の性能について示した．キネマティック特異点を含まないアルゴリズムック特異点を通過する際に発生する振動問題に対し，アクティブダンパゲインを零とすることで解決可能であることを示した．しかし，比較的速い動作でマニピュレータ先端制御を行った場合，マニピュレータ先端の動作による重心の加速が，柔軟ベース部に悪影響を与える問題を確認した．

本章ではこの問題に対し，重心ヤコビ行列を用いたマニピュレータ先端制御を行う．これにより，ベース部に悪影響を与えることなくマニピュレータ先端を制御可能となる．以下に，制御則およびシミュレーション結果を示す．

4.3.1 シミュレーション

今回，四つのシミュレーション (Sim. 7~10) を行った．以下に共通のパラメータを示す．

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} 0.0 & 20.0 & 20.0 \end{bmatrix}^T \text{ deg} \\ \mathbf{K}_p &= \text{diag} \begin{bmatrix} 2.0 & 2.0 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ s}^{-2} \\ \mathbf{K}_v &= \text{diag} \begin{bmatrix} 2.2 & 2.2 \end{bmatrix} \times 10^2 \text{ s}^{-1} \\ \mathbf{D}_m &= \text{diag} \begin{bmatrix} 0.05 & 0.05 & 0.05 \end{bmatrix}^T \text{ kgms}^{-1} \\ g_b &= 30 \text{ kgs}^{-1} \end{aligned}$$

アルゴリズムック特異点を通過する場合，評価関数として用いている $\det \mathbf{J}_{vs}$ の符号が変わるため， $\beta_b = \sigma_b \bar{\beta}_b$ とし $\bar{\beta}_b$ を正の一定値にし， $\sigma_b = \text{sgn}(\det \mathbf{J}_{vs})$ として正負の単位量を示す σ_b を調整した．振動抑制制御のゲイン最大値を $|\beta_b| = 2.0 \times 10^4 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}$ とし，これを越える場合にアルゴリズムック特異点付近とみなし， $\beta_b = 0 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}$ とした．

各シミュレーション条件について示す．まず Sim. 7 では，マニピュレータ先端に対し 3 s 間で x 方向へ -0.5 m 動作させ，その後 2 s 間静止状態のデータを記録した．Sim. 7 の結果より，途中アルゴリズムック特異点付近を通過する際にマニピュレータ重心の加速を確認したため，Sim. 8 ではマニピュレー

タ重心が加速する間 (1.4 s ~ 1.8 s), Eq. (3.23), (3.24) を用いマニピュレータ重心を一定速度で動作させながらマニピュレータ先端制御を行う. 運動量保存制御は, 振動の問題が存在する x 方向のみ制御を行った. またこの間は, マニピュレータ先端の移動のみを行うものとし, マニピュレータ先端の位置制御は行わず, $K_p = \text{diag} \begin{bmatrix} 0.0 & 2.0 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ m}^{-2}$ とし, x 方向についてはP制御のみ行った. さらに, x 方向のみ制御式を用いるため, Eq. (3.23), (3.24) より以下の式となる.

$$\boldsymbol{v}_e^d = \boldsymbol{J}_{ex} \boldsymbol{J}_{cx}^+ \bar{\boldsymbol{v}}_{cx} \quad (4.1)$$

$$\dot{\boldsymbol{v}}_e^d = (\dot{\boldsymbol{J}}_{ex} - \boldsymbol{J}_{ex} \boldsymbol{J}_{cx}^+ \dot{\boldsymbol{J}}_{cx}) \dot{\boldsymbol{q}} \quad (4.2)$$

式中, \boldsymbol{J}_{ex} は x 方向における先端ヤコビ行列, $\dot{\boldsymbol{J}}_{ex}$ は x 方向における時間微分された先端ヤコビ行列をそれぞれ示す. 得られた $\boldsymbol{v}_e^d, \dot{\boldsymbol{v}}_e^d$ の x 方向をマニピュレータ先端へ与えた. また, 1.8 s を通過する後に, 再度軌道生成により追従制御を行った. 与えた追従制御の動作時間は 3.0 s とした. よって, 全体で 4.8 s の動作を行った. Sim. 9 では, Sim. 8 と同様の動作時間 4.8 s で, Eq. (4.1), (4.2) を用いない場合のマニピュレータ先端制御の結果を示す. これにより, 運動量保存制御の有用性を示す.

また, アルゴリズムミック特異点を安定し通過可能であることを示すため, Sim. 10 では, Sim. 7 と同様の動作を行い, 途中 1.2 s 以降において, Eq. (4.1), (4.2) を用いたマニピュレータ先端制御を行った.

4.3.2 結果および考察

Sim. 7 ~ 10 の結果を, それぞれ Fig. 4.8 ~ 4.11 に示す. グラフについて, (a) は x - y 平面図, (b) はマニピュレータ先端および重心位置, (c) はアルゴリズムミック特異点を示す評価関数とその逆数 β_b , (d) はマニピュレータ重心速度, (e) はベース部変位, (f) は x 方向のみのマニピュレータ重心加速度, (g) はマニピュレータ先端位置のエラー, (h) は五次補間法によるスプライン関数を用いたマニピュレータ先端の目標加速度の x 方向を示している. Sim. 8 においては, 振動が発生する直前の 1.4 s より 1.8 s の間で運動量保存制御を用いている.

Sim. 7 について, Fig. 4.8 (a) および (g) より, 直線軌道を描いていることを確認できた. また, (b) より 3 s で目標位置へ到達していることを確認できた. (c) により, $t = 1.6$ s 付近でアルゴリズムミック特異点を通過している

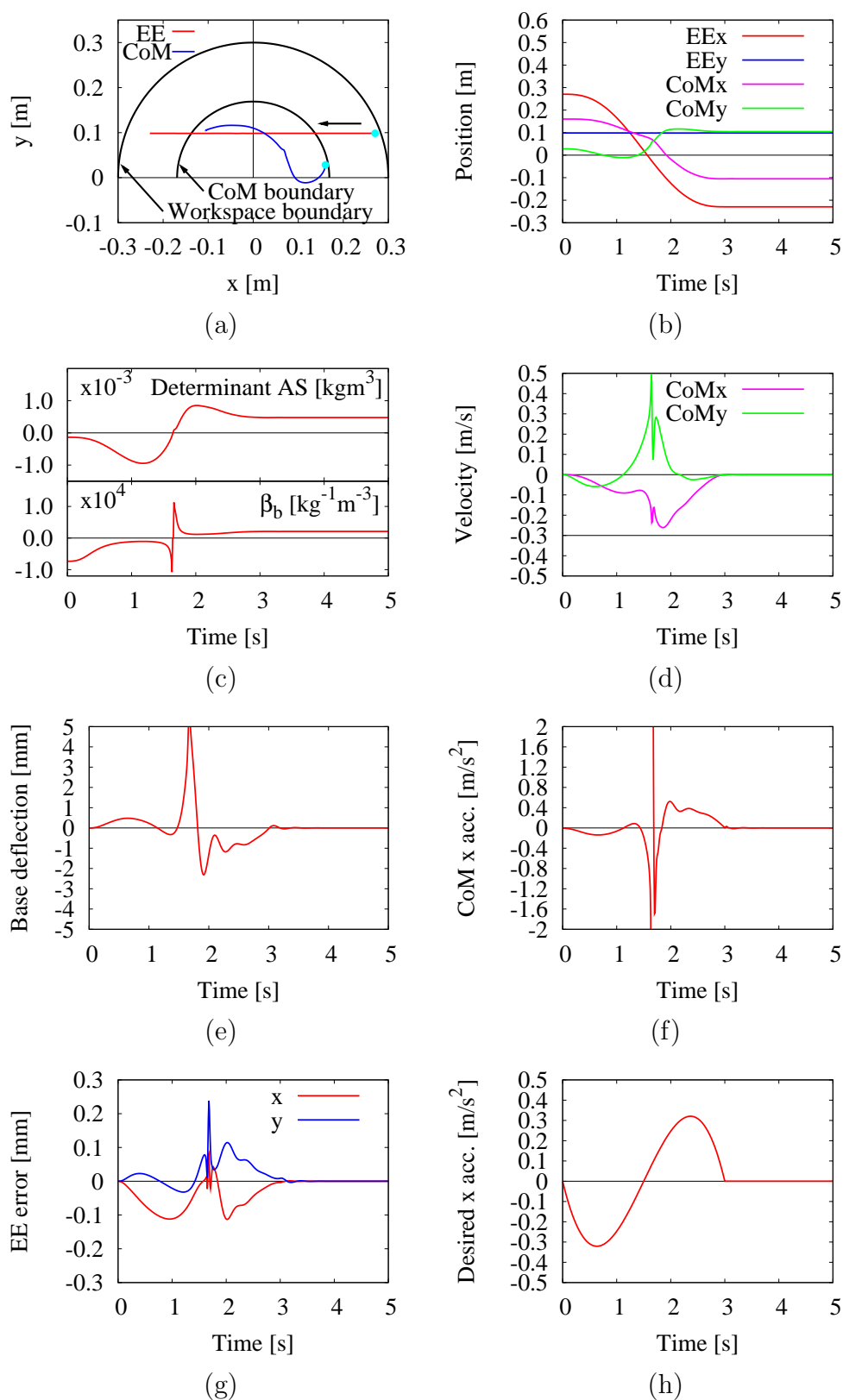
ことを確認した．同時に，(e)においてベース部が大きく変位し，(g)では大きなエラーを確認した．また(f)では，ベース部の振動が重心の加速と同時に変化している．これはアルゴリズム的特異点付近でアクティブダンパゲインを零とするため，振動を抑制せず，マニピュレータ先端の動作による重心の加速が，ベース部の振動を発生させている．このことは，以下に述べる Sim. 10 から確認できる．

次に Sim. 8 の結果では，Fig. 4.9 の (a) より，Sim. 7 と同様に，直線軌道を描いていることが確認できた．また (b) および (d) より，動作終了時間が Sim. 7 より長くなっていることを確認できた．しかし，(e)，(f)，(g) において，Sim. 7 で得られたマニピュレータ重心の過大な加速は見られず，ベース部の振動は発生していない．よって，Eq. (4.1) 及び (4.2) を用いることで，Sim. 7 に示す，過大な振動を発生することなく，アルゴリズム的特異点を通過可能であることを示した．

ここで，Sim. 8 と Sim. 9 を比較する．Sim. 8 と同様の動作時間で上記のような重心制御による先端軌道生成を行わない場合，Fig. 4.10 (e) より，2.6 s 付近で振動が発生していることが確認できた．よって，Sim. 8 においては，マニピュレータ重心制御による先端の，ベース部に振動を与えない最適な軌道生成を実現した．

そして Sim. 10 では，1.2 s 以降に運動量保存制御を行った．Fig. 4.11 (g) のエラー値より，1.2 s 以降は位置制御を行っていないことを確認できる．途中 4.3 s 付近において，(c) でアルゴリズム的特異点を通過していることを確認したが，これによる振動を (e) より観測しなかった．よって，アルゴリズム的特異点を安定に通過可能であることを示した．

以上より，運動量保存制御を用いることで，アルゴリズム的特異点付近での振動問題を解決可能であることを示した．しかし，ここで新たな問題を確認した．Fig. (4.8) の (f) および (h) より 1.4 s 付近において，スプライン関数を用いたマニピュレータ先端の軌道生成法より，運動量保存制御によるマニピュレータ先端の軌道生成法へ切り替える際に，状態が不連続となる問題を得た．この問題について，我々は，比較的速い動作における問題であると考え，これまで扱ってこなかったヤコビ行列の零空間ベクトルや振動抑制制御の速度依存項の影響であると考えた．この問題においては，次章において考察を行う．

Fig. 4.8: -0.5 m straight-line tracking to the x direction during 3 s (Sim. 7).

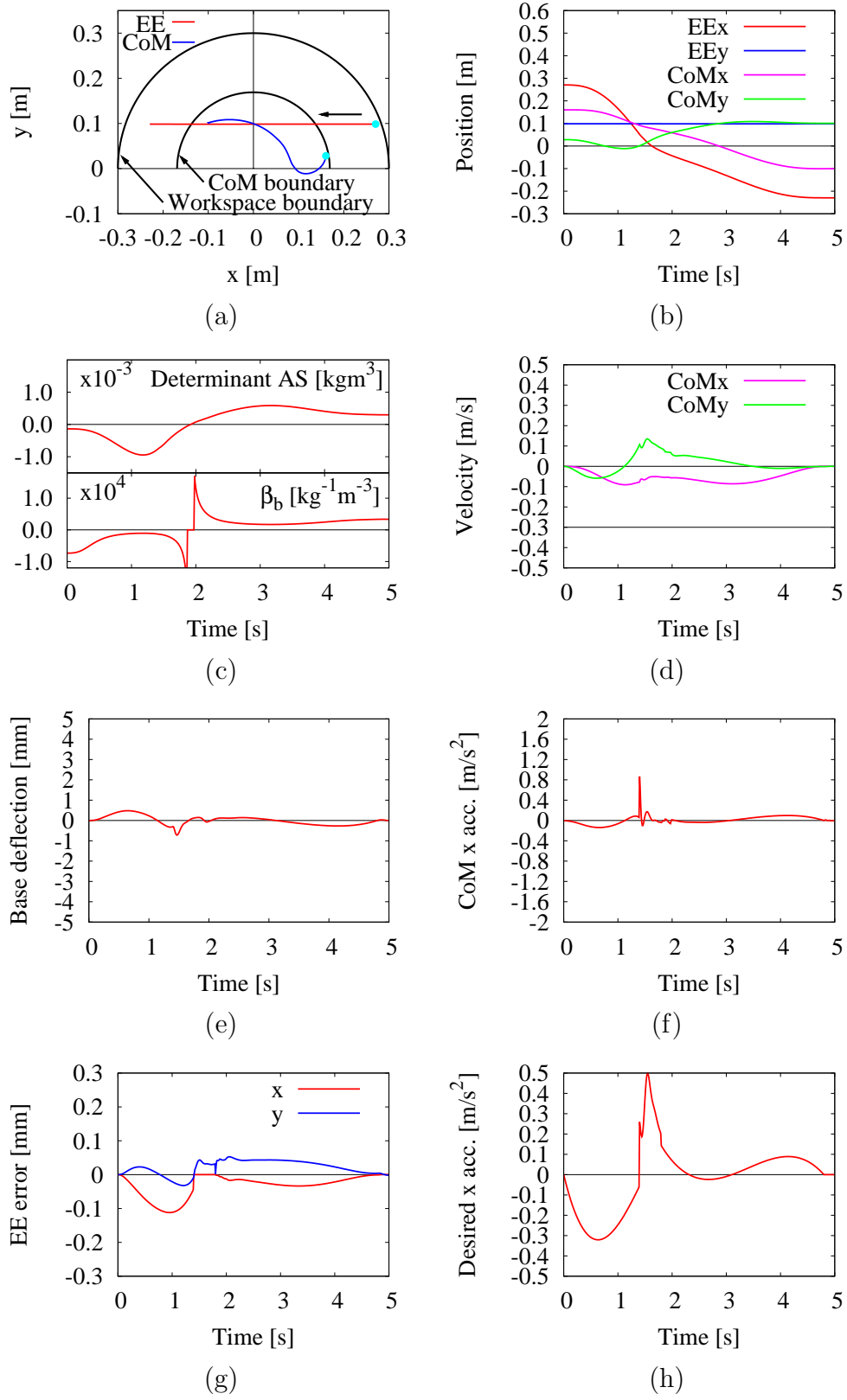
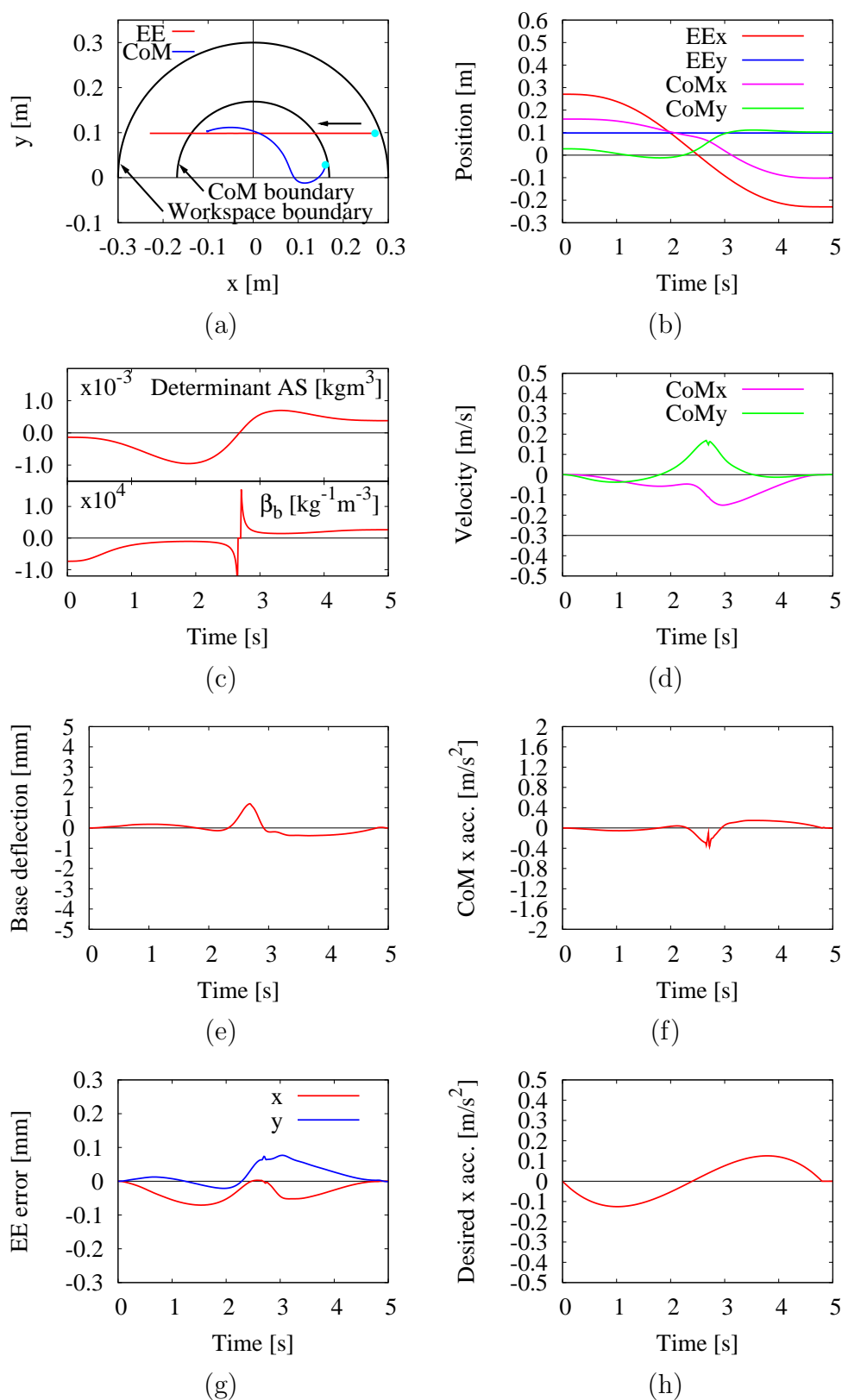


Fig. 4.9: Non-zero coupling momentum control during the base disturbance (Sim. 8).

Fig. 4.10: -0.5 m straight-line tracking to the x direction during 4.8 s (Sim. 9).

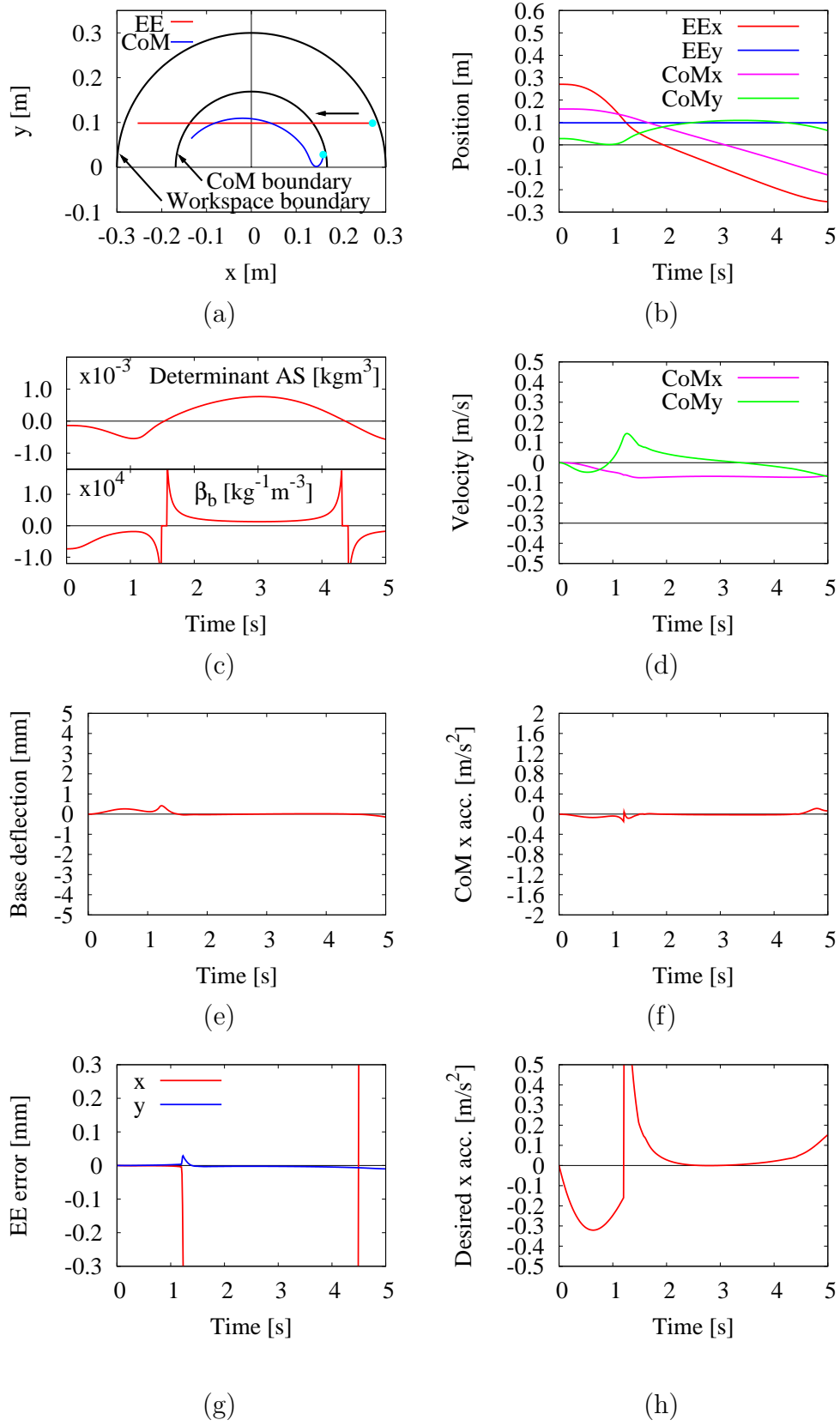


Fig. 4.11: Non-zero coupling momentum control after 2 s (Sim. 10).

4.4 結言

本章では、TREP-RのダイナミックシミュレータへSCPIを適用し、キネマティック特異点およびアルゴリズムック特異点付近での安定したマニピュレータ先端制御および振動問題について検証してきた。

キネマティック特異点付近でのマニピュレータ先端制御では、 b の値を固定し、マニピュレータの関節角加速度に制限をかけることにより、キネマティック特異点付近を安定して動作可能であることを確認できた。しかし、制限をかけた場合、キネマティック特異点付近では目標軌道を追従できず、マニピュレータ先端位置のエラーを得た。また、 b の値をより大きくすることで、より特異点付近を通過可能であるが、振動を抑制することが困難であることを示した。

ここで、 $\det J_{vs}$ は、 $\det(J_e J_e^T)$ を含んでいることに注意されたい。このことより、キネマティック特異点はアルゴリズムック特異点に含まれる。つまり、キネマティック特異点付近を通過する場合は、同時にアルゴリズムック特異点付近を通過している。アルゴリズムック特異点付近では、重心の動作範囲が狭いため、振動抑制制御の性能が劣化する。これにより、キネマティック特異点付近において、ベース部の振動が抑制されず、マニピュレータの動作による振動が発生した。しかし実際に制御を用いる場合においては、SCPIを用いることで柔軟ベース上においても、キネマティック特異点を安定して動作可能である。一方で、作業範囲に多く存在するアルゴリズムック特異点における安定性については議論を必要とする。

そこで次に、キネマティック特異点を含まないアルゴリズムック特異点での性質について述べた。4.2では、マニピュレータがキネマティック特異点付近ではない作業範囲内を動作する場合にアルゴリズムック特異点付近にて発生する振動問題について扱った。これは、零空間ベクトルを用いた振動抑制制御が、アルゴリズムック特異点問題を含んでいるために起こるベース部振動問題である。これに対し、アクティブダンパゲインを零とする切り替え制御を行うことで、特異点問題固有の不安定な動作による振動を抑制し、ベース部に影響のない動作を実現した。しかし、マニピュレータのより速い動作においては、振動が発生した。この原因は、振動抑制制御を行わないために起こる問題であり、結果、アルゴリズムック特異点においても、振動抑制制御を必要とする。しかし、アルゴリズムック特異点付近では、振動抑制制御の性能が劣化し不安定になるため、逆に

ベース部の振動を発生させる．

そこで，ベース部に影響を与えないマニピュレータ先端の動作が必要となる．過去の研究では，マニピュレータ先端の動作がベース部に影響を与えない無反動制御を開発している[31]．しかし，アルゴリズムック特異点の問題は存在する．以上より，アルゴリズムック特異点を含まない，またベース部に対し反動を与えないマニピュレータ先端制御手法が必要である．

この問題に対し4.3では，運動量保存制御による，新たなマニピュレータ先端軌道生成法を提案した．Sim. 1および2の結果を比較することで，マニピュレータの重心を加速させず，ベース部に振動を発生させることなく通過可能であることが分かる．つまり，マニピュレータ重心の加速度および速度を制御することで，ベース部に悪影響を与えることなく，マニピュレータを動作可能であることを示した．同時に，アルゴリズムック特異点の影響を受けていないことも示した．結果として，マニピュレータ重心制御により，最適かつ無反動であるマニピュレータ先端制御を実現した．しかし，この制御手法では，途中で制御を切り替える必要があり，Sim. 2の結果より，切り替え制御時に不連続な状態となっていることを確認した．この問題について，我々は，比較的速い動作における問題であると考え，これまで扱ってこなかったヤコビ行列の零空間ベクトルや振動抑制制御の速度依存項の影響であると考えた．これについては，次章にて考察を行う．

第5章 運動量保存制御の問題に関する考察

前章までに、キネマティック特異点およびアルゴリズムック特異点付近の問題について述べた。また、アルゴリズムック特異点の振動問題について、運動量保存制御によるマニピュレータ先端軌道生成法により、ベース部の振動を最小限に抑え、マニピュレータ先端を任意の方向へ動作可能であることを示した。これにより、比較的速い動作においても、マニピュレータ先端制御と振動抑制制御および無反動制御が可能であることを示した。しかし、途中で制御を切り替えた際に、状態が不連続となる問題が発生した。

この問題に対しては、過去に扱っていないヤコビ行列の零空間ベクトルや振動抑制制御の速度依存項の影響であると考えた。マニピュレータ先端の動作に影響を与えないベクトル場であるため、これまで零空間ベクトルは考慮されていない。しかし、冗長自由度の動作はマニピュレータの状態に影響する。また、これまでのマニピュレータ動作が比較的遅い動作であったため、初期条件が静止状態であるという仮定より、振動抑制制御式中の速度依存項は無視されてきた(2.2参照)。しかし、3.5で示した比較的速い動作においては、振動抑制制御の速度依存項が、不連続状態となる問題に影響していると考えた。

そこで本章では、ヤコビ行列の零空間ベクトルおよび振動抑制制御の速度依存項を含めた制御を用い、不連続となる問題を扱う。2.5では、2.2で示した振動抑制制御を冗長自由度へ制約として用いる。本論文中では、これまで考慮されていない速度依存項を含めた振動抑制制御を示し、冗長自由度に制約として課す。また、全ての動作にヤコビ行列の零空間ベクトルを含めた制御を示す。そして、ダイナミックシミュレータに適用し、不連続状態の問題と速度依存項の影響について示す。ただし、5.2では、速度依存項を含めた振動抑制制御の性能について述べ、不連続状態となる問題については、5.3で述べる。

5.1 シミュレータモデル

以下では, Fig. A.1において示した TREP-R のダイナミックシミュレータに適用する制御式について示す.

5.1.1 速度依存項を含む振動抑制制御

Eq. (2.2) について, ベース部の項を左辺, それ以外の項 (マニピュレータ動作による干渉) を右辺へ移項する .

$$h_b \dot{v}_{bx} + d_b v_{bx} + k_b \Delta \xi = -h_{bm} \ddot{q} - \dot{h}_{bm} \dot{q} \quad (5.1)$$

ここで, $c_b = \dot{h}_{bm} \dot{q}$ である (A.4 参照). 以下に, 左辺に対し仮想ダンパを設定した場合のベース部運動方程式を示す .

$$h_b \dot{v}_{bx} + (d_b + g_b) v_{bx} + k_b \Delta \xi = 0 \quad (5.2)$$

Eq. (5.2) において, アクティブダンパゲイン g_b に適当な値を与えることで, 任意のばねマスダンパシステムとなる . Eq. (5.1) より Eq. (5.2) を差分することで, マニピュレータ動作によるベース部への干渉慣性項と仮想ダンパの関係式を導く .

$$h_{bm} \ddot{q} + \dot{h}_{bm} \dot{q} = g_b v_{bx} \quad (5.3)$$

Eq. (5.3) は, 柔軟ベース部 x 方向の変位速度 v_{bx} とマニピュレータ関節加速度の関係を示している . これにより, Eq. (5.2) を満たす干渉慣性項による動作が可能となる .

次に, 柔軟ベース上冗長マニピュレータの加速度レベルにおける順運動学の式を以下に示す .

$$\dot{v}_e = J_e \ddot{q} + \dot{J}_e \dot{q} + \dot{v}_b \quad (5.4)$$

式中, $J_e(q) \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ は先端ヤコビ行列である . また, $v_b = \begin{bmatrix} v_{bx} & v_{by} \end{bmatrix}^T$ である .

ここで冗長性に対し, Eq. (2.6) を制約として課す . マニピュレータの冗長自由度と柔軟ベース部の自由度が等しい場合, 冗長自由度を振動抑制制御に利用した式は以下で示される .

$$\begin{bmatrix} \dot{v}'_e \\ g_b v_{bx} - \dot{h}_{bm} \dot{q} \end{bmatrix} = J_{vs} \ddot{q} \quad (5.5)$$

$$J_{vs} = \begin{bmatrix} J_e^T & h_{bm}^T \end{bmatrix}^T \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \quad (5.6)$$

ただし, $\dot{v}'_e = \dot{v}_e - \bar{J}_e \dot{q} - \dot{v}_b$ である. Eq. (5.5) より, 関節角加速度の解は, 以下の式により得られる.

$$\ddot{q} = J_{vs}^{-1} \begin{bmatrix} \dot{v}'_e \\ g_b v_{bx} - \dot{h}_{bm} \dot{q} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

$\det J_{vs}$ は逆行列であり, $\det J_{vs} = 0$ の場合にアルゴリズムック特異点となる.

5.1.2 特異点適合法に基づいた振動抑制制御

アルゴリズムック特異点問題に対し, 特異点適合法 [32] を用いる. Eq. (5.5) より, 列拡張ヤコビ行列 $\bar{J}_{vs} \in \mathbb{R}^{3 \times 5}$ を構成し同次方程式とする.

$$\bar{J}_{vs} \ddot{q} = 0 \quad (5.8)$$

$$\bar{J}_{vs} = \begin{bmatrix} J & -\dot{v}'_e & 0 \\ h_{bm} & 0 & -g_b v_{bx} + \dot{h}_{bm} \dot{q} \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

$$\ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{q}^T & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (5.10)$$

Eq. (5.8) により, 関節角加速度の解を得る.

$$\ddot{q} = \bar{N}_{vs} \beta_{vs} \quad (5.11)$$

$$\bar{N}_{vs} = \begin{bmatrix} \bar{n}_e & \bar{n}_{ss} \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\bar{n}_e = \begin{bmatrix} n_e^T & \det J_{vs} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (5.13)$$

$$\bar{n}_{ss} = \begin{bmatrix} n_{ss}^T & 0 & \det J_{vs} \end{bmatrix}^T \quad (5.14)$$

$$(5.15)$$

ただし, $\bar{N}_{vs} \in \mathbb{R}^{5 \times 2}$ は, 零空間 $\mathcal{N}(\bar{J}_{vs})$ で与えられる射影行列である. また, $\beta_{vs} = \begin{bmatrix} \beta_e & \beta_{ss} \end{bmatrix}^T$ は任意のベクトルである. Eq. (5.11) を展開した最終的な解は, 以下の式で表せられる.

$$\ddot{q} = \beta_e n_e(q, \dot{v}'_e) + \beta_{ss} n_{ss}(q, \dot{q}, v_{bx}) \quad (5.16)$$

$$1 = -\beta_e \det J_{vs} \quad (5.17)$$

$$1 = \beta_{ss} \det J_{vs} \quad (5.18)$$

n_e は, $J_e \ddot{q} = \dot{v}'_e$, $h_{bm} \ddot{q} + \dot{h}_{bm} \dot{q} = 0$ を制約とし, マニピュレータ重心に影響を与えないマニピュレータ先端の無反動制御を行う零空間ベクトルであ

る．一方 n_{ss} は， $J_e \ddot{q} = 0$ ， $h_{bm} \ddot{q} + \dot{h}_{bm} \dot{q} = g_b v_{bx}$ を制約とし，マニピュレータ先端に影響を与えない冗長自由度を利用して振動抑制制御を行う零空間ベクトルである．また， β_e および β_{ss} に対し，任意の値を与えることにより，アルゴリズムック特異点付近を安定して通過可能となる [31]．

5.1.3 擬似逆行列を用いた振動抑制制御

マニピュレータ関節角加速度の解は，Eq. (5.4) より以下の式となる．

$$\ddot{q} = J_e^+ \dot{v}_e' + \ddot{q}_{he} \quad (5.19)$$

\ddot{q}_{he} は零空間ベクトルであり，セルフモーションと呼ばれる冗長自由度による運動を決めるベクトル場である．ここで，Eq. (2.52) の第2項目は，冗長自由度を利用した動作であるため， \ddot{q}_{he} の代わりとして与えられる．

$$\ddot{q} = J_e^+ \dot{v}_e' + n_{ss}(q, v_{bx}) \quad (5.20)$$

上式により，アルゴリズムック特異点の影響を受けない擬似逆行列を用いたマニピュレータ先端制御と，冗長自由度を利用した振動抑制制御を同時に制御可能となる．

5.1.4 零空間ベクトルを含む運動量保存制御

以下に，柔軟ベース上冗長マニピュレータにおける先端および重心制御式を示す．ただし， $q \in \mathbb{R}^3$ は関節角度， $v_c \in \mathbb{R}^2$ は慣性座標系におけるマニピュレータ重心速度， $J_c(q) \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ は重心ヤコビ行列， \dot{J}_e は時間微分された先端ヤコビ行列， \dot{J}_c は時間微分された重心ヤコビ行列である．

$$v_e = J_e \dot{q} + v_b \quad (5.21)$$

$$\dot{v}_e = J_e \ddot{q} + \dot{J}_e \dot{q} + \dot{v}_b \quad (5.22)$$

$$v_c = J_c \dot{q} + v_b \quad (5.23)$$

$$\dot{v}_c = J_c \ddot{q} + \dot{J}_c \dot{q} + \dot{v}_b \quad (5.24)$$

またそれぞれ, Eq. (5.21), (5.23) における関節角速度に関する解, Eq. (5.22), (5.24) における関節角加速度に関する解を示す.

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^+(\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_b) + \dot{\mathbf{q}}_{he} \quad (5.25)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^+(\dot{\mathbf{v}}_e - \dot{\mathbf{J}}_e \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{v}}_b) + \ddot{\mathbf{q}}_{he} \quad (5.26)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_c^+(\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_b) + \dot{\mathbf{q}}_{hc} \quad (5.27)$$

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_c^+(\dot{\mathbf{v}}_c - \dot{\mathbf{J}}_c \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{v}}_b) + \ddot{\mathbf{q}}_{hc} \quad (5.28)$$

式中, \mathbf{J}_c^+ は, 重心ヤコビ行列の擬似逆行列を表す. また, $\dot{\mathbf{q}}_{he}$, $\dot{\mathbf{q}}_{hc}$, $\ddot{\mathbf{q}}_{hc}$ は零空間ベクトルである. Eq. (5.21), (5.27) および Eq. (5.22), (5.28) より, それぞれ関節角速度, 関節角加速度を打ち消すことで, 速度レベルおよび加速度レベルの重心制御と先端制御の関係をそれぞれ示すことができる.

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{J}_e(\mathbf{J}_c^+(\mathbf{v}_c - \mathbf{v}_b) + \dot{\mathbf{q}}_{hc}) + \mathbf{v}_b \quad (5.29)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_e = \mathbf{J}_e(\mathbf{J}_c^+(\dot{\mathbf{v}}_c - \dot{\mathbf{v}}_b) + \ddot{\mathbf{q}}_{hc}) + (\dot{\mathbf{J}}_e - \mathbf{J}_e \mathbf{J}_c^+ \dot{\mathbf{J}}_c) \dot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{v}}_b \quad (5.30)$$

ここで, $\dot{\mathbf{q}}_{hc} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}_c^+ \mathbf{J}_c) \xi_{vc}$, $\ddot{\mathbf{q}}_{hc} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}_c^+ \mathbf{J}_c) \xi_{ac}$ である. 無反動制御を行うためには, 重心速度を一定, 重心の加速度を零とする. よって, Eq. (5.29), (5.30) に対し, $\bar{\mathbf{v}}_c = \text{const.}$, $\dot{\mathbf{v}}_c = \mathbf{0}$ とする. また, 柔軟ベース部は, 振動のない状態とするため $\mathbf{v}_b = \dot{\mathbf{v}}_b = \mathbf{0}$ である.

$$\mathbf{v}_e = \mathbf{J}_e \mathbf{J}_c^+ \bar{\mathbf{v}}_c + \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}}_{hc} \quad (\bar{\mathbf{v}}_c = \text{const.}) \quad (5.31)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_e = (\dot{\mathbf{J}}_e - \mathbf{J}_e \mathbf{J}_c^+ \dot{\mathbf{J}}_c) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_e \ddot{\mathbf{q}}_{hc} \quad (5.32)$$

理論上, Eq. (5.31) の $\bar{\mathbf{v}}_c$ に一定値を与えることで, 相対座標系から見たマニピュレータ重心速度が一定となる.

5.1.5 計算トルクコントローラ

本モデルの制御式は, Eq. (5.20) より以下で示される.

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}_e^+(\dot{\mathbf{v}}_e - \dot{\mathbf{J}}_e \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{v}}_b) + \beta_{ss} \mathbf{n}_{ss} \quad (5.33)$$

マニピュレータ先端の軌道生成には, 五次補間法によるスプライン関数を用いる. マニピュレータ先端の指令値 $\dot{\mathbf{v}}_e^r$ は, 現在のマニピュレータ先端位置 \mathbf{x}_e , 速度 \mathbf{v}_e を用いて以下のようなになる.

$$\dot{\mathbf{v}}_e^r = \dot{\mathbf{v}}_e^d + \mathbf{K}_v(\mathbf{v}_e^d - \mathbf{v}_e) + \mathbf{K}_p(\mathbf{x}_e^d - \mathbf{x}_e) \quad (5.34)$$

式中, $K_v = \text{diag}[k_v \ k_v]$, $K_p = \text{diag}[k_p \ k_p]$ はフィードバックゲインである. また, $(\cdot)^r$ は指令値, $(\cdot)^d$ は目標値を示す. 次に, アルゴリズム的特異点付近において, 柔軟ベース部に対する反動を零とするマニピュレータ先端制御の式を示す. Eq. (5.31), (5.32) より, モデルに適用した運動量保存制御式は, 以下の式となる.

$$\mathbf{v}_e^d = \mathbf{J}_e \mathbf{J}_c^+ \bar{\mathbf{v}}_c + \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}}_{hc} \quad (\bar{\mathbf{v}}_c = \text{const.}) \quad (5.35)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_e^d = (\dot{\mathbf{J}}_e - \mathbf{J}_e \mathbf{J}_c^+ \dot{\mathbf{J}}_c) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_e \ddot{\mathbf{q}}_{hc} \quad (5.36)$$

Eq. (5.35), (5.36) を Eq. (5.34) の目標値として用いる. この制御の目的は一定の速度で重心を動作させることである. よって, この間では位置制御は行わず P 制御を行う. Eq. (5.33) のマニピュレータ指令値として Eq. (5.34) を与えることより, 次式を得る.

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}^r &= \ddot{\mathbf{q}}_m^r + \beta_{ss} \mathbf{n}_{ss} \\ \ddot{\mathbf{q}}_m^r &= \mathbf{J}_e^+ \left(\dot{\mathbf{v}}_e^r - \dot{\mathbf{J}}_e \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{v}}_b \right) \\ &= \mathbf{J}_e^+ \left(\dot{\mathbf{v}}_e^d + \mathbf{K}_v (\mathbf{v}_e^d - \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}}) - \dot{\mathbf{J}}_e \dot{\mathbf{q}} - \dot{\mathbf{v}}_b \right) \\ &= \mathbf{J}_e^+ \left(-\mathbf{J}_e \mathbf{J}_c^+ \dot{\mathbf{J}}_c \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_e \ddot{\mathbf{q}}_{hc} + \mathbf{K}_v (\mathbf{J}_e \mathbf{J}_c^+ \bar{\mathbf{v}}_c + \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}}_{hc} - \mathbf{J}_e \dot{\mathbf{q}}) \right) - \mathbf{J}_e^+ \dot{\mathbf{v}}_b \\ &= \mathbf{J}_e^+ \mathbf{J}_e \left(-\mathbf{J}_c^+ \dot{\mathbf{J}}_c \dot{\mathbf{q}} + \ddot{\mathbf{q}}_{hc} + \mathbf{K}_v (\mathbf{J}_c^+ \bar{\mathbf{v}}_c + \dot{\mathbf{q}}_{hc} - \dot{\mathbf{q}}) \right) - \mathbf{J}_e^+ \dot{\mathbf{v}}_b \end{aligned} \quad (5.38)$$

ただし, 低剛性方向である x 方向のみ振動が発生するため, x 方向のみに対し上記の重心制御を行う.

柔軟ベース上3リンクマニピュレータの運動方程式 Eq. (3.1) より, トルク指令値 τ を求める計算トルクコントローラは, 以下の式となる.

$$\tau = \mathbf{H}_m(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}}^r + \mathbf{h}_{bm}^T(\mathbf{q}) \dot{\mathbf{v}}_{bx} + \mathbf{D}_m \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{c}_m(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (5.39)$$

また, 上記は全てマニピュレータ先端目標値に関する制御式であるため, ブロック線図については Fig. 3.2 と同様である.

5.2 速度依存項を含む振動抑制制御に関する考察

これまで, 速度依存項を考慮せず振動抑制制御を用いてきた. しかし, 現在行なっている比較的速い動作においては, 速度依存項の影響があると考えた. 本節では速度依存項を含めた振動抑制制御についてシミュレー

シミュレーション結果を用い，その影響を示す．ただし，不連続状態となる問題については次節で扱う．

5.2.1 シミュレーション

以下，振動抑制制御項に対し速度依存項を追加した場合の影響について示す．ここでは，2個のシミュレーション結果 (Sim. 11, 12) を示し，比較する．両シミュレーション共に，マニピュレータの制御に対し Eq. (5.33) および (5.34) を用いる．また，五次補間法によるスプライン関数による軌道生成を用い，初期位置より x 方向 -0.5 m 地点の最終目標位置まで，3 s 間での追従制御を行った．その後 1 s 制止させた．以下に，共通の初期条件を示す．

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} 0.0 & 20.0 & 20.0 \end{bmatrix}^T \text{ deg} \\ \mathbf{K}_p &= \text{diag} \begin{bmatrix} 2.0 & 2.0 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ s}^{-2} \\ \mathbf{K}_v &= \text{diag} \begin{bmatrix} 2.0 & 2.0 \end{bmatrix} \times 10^2 \text{ s}^{-1} \\ \mathbf{D}_m &= \text{diag} \begin{bmatrix} 0.05 & 0.05 & 0.05 \end{bmatrix}^T \text{ kgms}^{-1} \\ g_b &= 10 \text{ kgs}^{-1} \end{aligned}$$

Sim. 11 では，速度依存項を含まない振動抑制制御 \mathbf{n}_{ba} (Eq. (3.14)) を用い，Sim. 12 では，速度依存項を含む振動抑制制御 \mathbf{n}_{ss} を用いた．また， $|\beta_b|$ および $|\beta_{ss}|$ が $1.5 \times 10^4 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}$ より大きい場合に，アルゴリズムック特異点付近と見なし，冗長自由度による振動抑制制御を制限する ($\beta_b = 0, \beta_{ss} = 0$) ．

5.2.2 結果および考察

Sim. 11 および 12 の結果を Fig. 5.1, 5.2 に示す．グラフはそれぞれ，(a) は x - y 平面図，(b) はマニピュレータ先端位置のエラー，(c) はベース部変位 (d) の上段がアルゴリズムック特異点の評価関数，下段が β_b または β_{ss} である

比較すると，アルゴリズムック特異点前までは，速度依存項を含んでいる振動抑制制御の方が，わずかに振動を軽減した．一方で，アルゴリズムック特異点付近において振動が発生し，速度依存項を追加することで，ベース部振幅が大きくなっていることがわかった．

分かりづらいためさらに速度を上げ，1 s 間での追従制御を行い，その後 1 s 制止させた．速度の増加にともない， \mathbf{K}_p および \mathbf{K}_v ゲインを以下の様

に変更した．

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_p &= \text{diag} \begin{bmatrix} 4.0 & 4.0 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ s}^{-2} \\ \mathbf{K}_v &= \text{diag} \begin{bmatrix} 3.0 & 3.0 \end{bmatrix} \times 10^2 \text{ s}^{-1} \end{aligned}$$

Sim. 13では速度依存項を含まない振動抑制制御 n_{ba} を，Sim. 14では速度依存項を含む振動抑制制御 n_{ss} を用いた．Sim. 13および14の結果をFig. 5.3，5.4に示した．

この結果より，アルゴリズムック特異点までの振幅の大きさが，Sim. 13の4.9 mmに対し，Sim. 14では3.8 mmとなり，ベース部の振幅がより軽減されていることがわかる．よって，振動抑制性能はわずかながら向上した．しかし，アルゴリズムック特異点通過後の収束は，Sim. 13の方が早い．Sim. 11および12での(c)の結果と同様に，アルゴリズムック特異点付近では振動抑制制御の性能向上が逆に，ベース部振動問題を悪化させる．結果，収束が遅れた．

これにより，アルゴリズムック特異点付近以外での有用性はあるが，一方で，アルゴリズムック特異点問題解決の必要性も再度認識した．

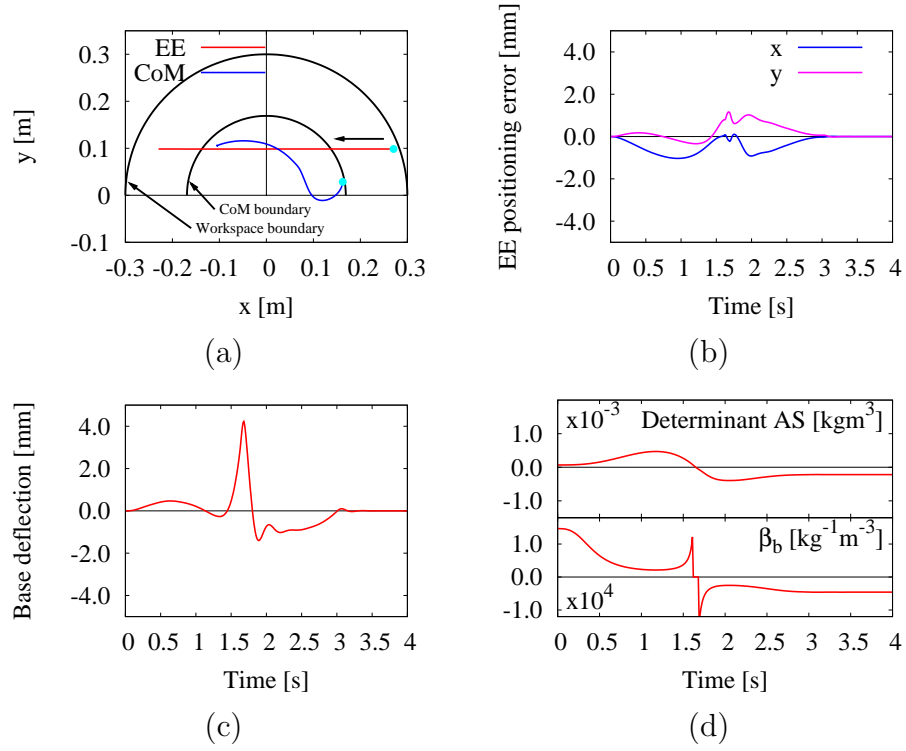


Fig. 5.1: End-tip path tracking control within 3 s plus vibration suppression control (Sim. 11).

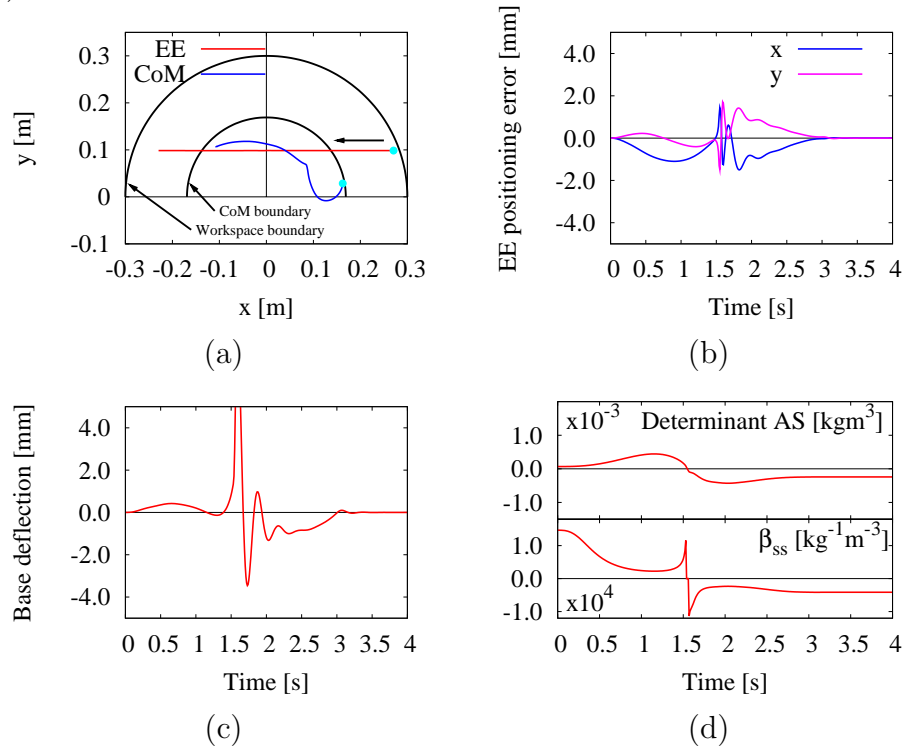


Fig. 5.2: End-tip path tracking control within 3 s plus vibration suppression control with velocity-dependent term (Sim. 12).

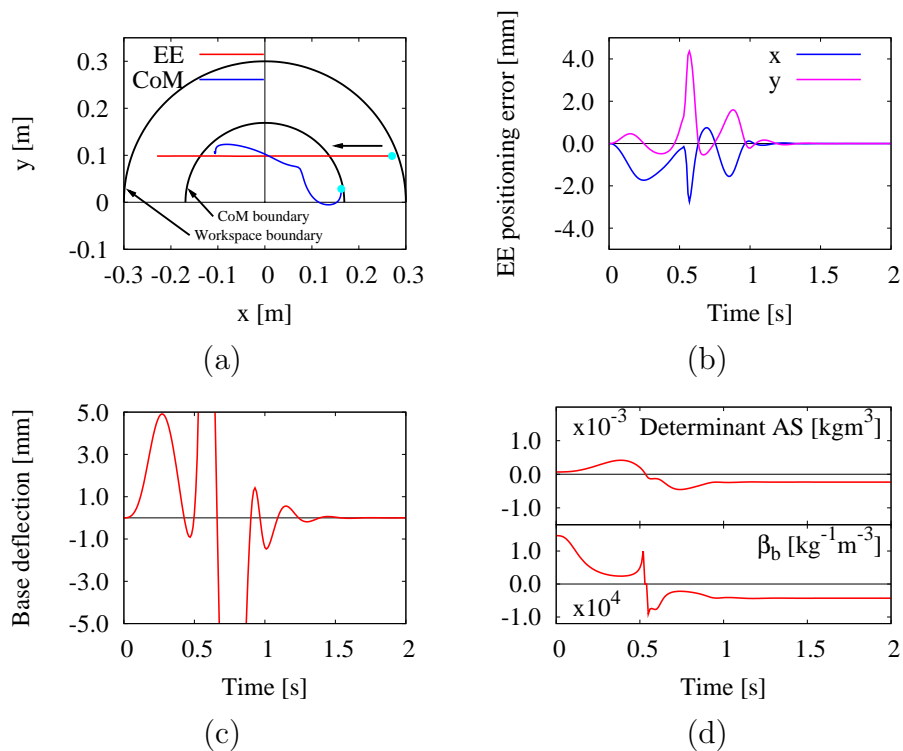


Fig. 5.3: End-tip path tracking control within 1 s plus vibration suppression control (Sim. 13).

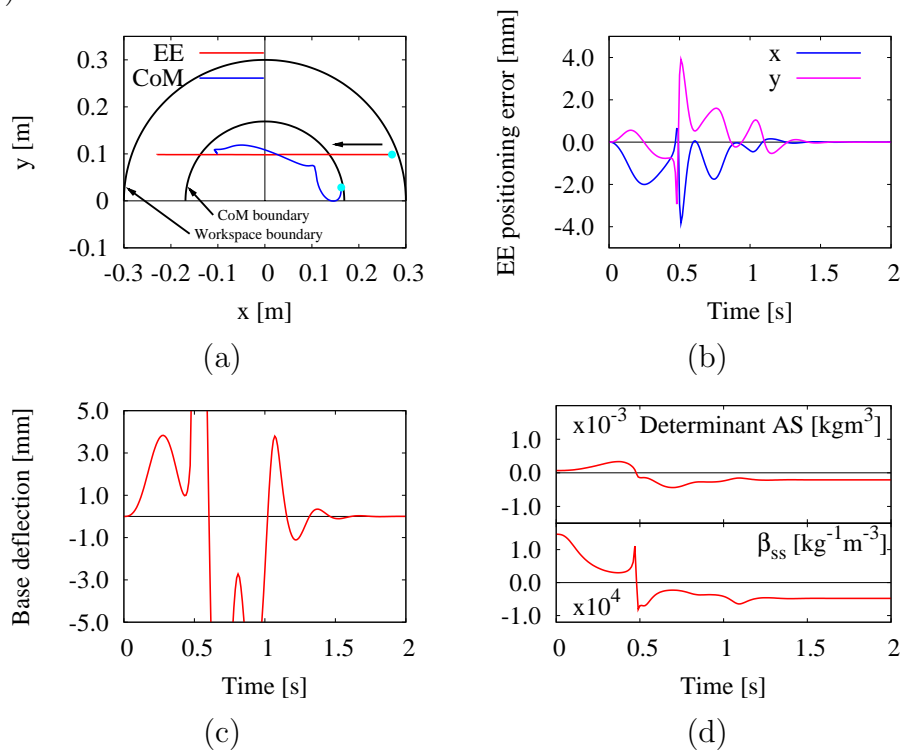


Fig. 5.4: End-tip path tracking control within 1 s plus vibration suppression control with velocity-dependent term (Sim. 14).

5.3 零空間ベクトル追加による影響の考察

4.3において確認された，切り替え制御による不連続動作が問題に対して，これまで考慮されていないヤコビ行列の零空間ベクトルを用いる．零空間ベクトルに状態を入力することで，問題を解決可能であると考えた．以下に，シミュレーション結果と考察を示す．ただし，振動抑制制御については前節で示した速度依存項含む振動抑制制御を用いる．

5.3.1 シミュレーション

零空間ベクトルの追加による性能の変化について述べる．以下では，2個のシミュレーション結果 (Sim. 15, 16) を比較していく．両シミュレーション共に，マニピュレータ先端の制御に対し，五次補間法によるスプライン関数を用い，初期位置より x 方向 -0.5 m 地点の最終目標位置まで，3 s 間の追従制御を行った．途中，ベース部の加速度が， $\text{abs}(\dot{v}_{bx}) > 0.1 \text{ ms}^{-2}$ となった場合を振動が発生しているみなし，アルゴリズムミック特異点を通過するまでの期間，マニピュレータ先端の x 方向のみに対し，運動量保存制御を用いた先端軌道生成 (Eq. (5.37)) を行った．そして，アルゴリズムミック特異点通過 ($|\beta_{ss}| \leq 1.5 \times 10^4 \text{ kg}^{-1}\text{s}^{-3}$) 後に，再度スプライン関数を用いて，目標値までマニピュレータ先端の追従制御を行った．先に共通の初期条件を以下に示す．

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} 0.0 & 20.0 & 20.0 \end{bmatrix}^T \text{ deg} \\ \mathbf{K}_p &= \text{diag} \begin{bmatrix} 2.0 & 2.0 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ s}^{-2} \\ \mathbf{K}_v &= \text{diag} \begin{bmatrix} 2.0 & 2.0 \end{bmatrix} \times 10^2 \text{ s}^{-1} \\ \mathbf{D}_m &= \text{diag} \begin{bmatrix} 0.05 & 0.05 & 0.05 \end{bmatrix}^T \text{ kgms}^{-1} \\ g_b &= 10 \text{ kgs}^{-1} \end{aligned}$$

その他， $|\beta_{ss}| \geq 1.5 \times 10^4 \text{ kg}^{-1}\text{m}^{-3}$ となった場合にアルゴリズムミック特異点付近と見なし，冗長自由度による振動抑制制御を止めた ($\beta_{ss} = 0$, $\dot{\beta}_{ss} = 0$)．またこの間は，マニピュレータ先端の移動のみを行うものとし，マニピュレータ先端の x 方向の位置制御は行わず， $\mathbf{K}_p = \text{diag} \begin{bmatrix} 0.0 & 2.0 \end{bmatrix} \times 10^4 \text{ s}^{-2}$ とした．よって， x 方向についてはP制御のみ行った．また， x 方向のみ制御式

を用いるため，Eq. (5.35)，(5.36) より以下の式となる．

$$\mathbf{v}_e^d = \mathbf{J}_{ex} \mathbf{J}_{cx}^+ \bar{\mathbf{v}}_{cx} + \mathbf{J}_{ex} \dot{\mathbf{q}}_{hc} \quad (5.40)$$

$$\dot{\mathbf{v}}_e^d = (\dot{\mathbf{J}}_{ex} - \mathbf{J}_{ex} \mathbf{J}_{cx}^+ \dot{\mathbf{J}}_{cx}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}_{ex} \ddot{\mathbf{q}}_{hc} \quad (5.41)$$

式中， \mathbf{J}_{ex} は x 方向における先端ヤコビ行列， $\dot{\mathbf{J}}_{ex}$ は x 方向における時間微分された先端ヤコビ行列をそれぞれ示す．得られた \mathbf{v}_e^d ， $\dot{\mathbf{v}}_e^d$ の x 方向をマニピュレータ先端へ与えた．Sim. 15 では，これまでの制御方法と同様に Eq. (5.40)，(5.41) 中の零空間ベクトル， $\dot{\mathbf{q}}_{hc}$ ， $\ddot{\mathbf{q}}_{hc}$ を零とする．Sim. 16 では， $\dot{\mathbf{q}}_{hc} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}_c^+ \mathbf{J}_c) \xi_{vc}$ ， $\ddot{\mathbf{q}}_{hc} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}_c^+ \mathbf{J}_c) \xi_{ac}$ 中の ξ_{vc} ， ξ_{ac} に対し，現在の関節角速度および関節角加速度の状態を与えた．また Eq. (5.19)，(2.68) より，振動抑制制御を停止している間， $\ddot{\mathbf{q}}_{he} = (\mathbf{I} - \mathbf{J}_e^+ \mathbf{J}_e) \xi_{ae}$ を用い， ξ_{ae} に対しても関節角加速度の状態を与えた．

5.3.2 結果および考察

シミュレーション結果を Fig. 5.5，5.6 に示した．結果はそれぞれ，(a) 関節トルク，(b) マニピュレータ先端のエラー値，(c) 上段が，マニピュレータ重心の速度．下段が柔軟ベース部の振幅，(d) 上段がアルゴリズム的特異点の評価関数，下段が β_{ss} である．また，各図に示す黒の縦線の間は，運動量保存制御を用いている．ただし，(b) および (d) の下段については見づらいため，縦線を省略した．

(b) を比較すると，状態を保持した分，わずかにマニピュレータ先端のエラーを改善することができたが，(c) に示す様に，ほとんど違いは見られなかった．さらに (a) より，不連続な状態の問題においては改善されなかった．

5.4 結言

これまでの結果を考慮すると，現時点で用いている制御手法では，状態を全て保持したまま切り替え制御を行うことが不可能である．ここで他の考察として，マニピュレータ先端へ与える目標指令値が急激に変化している点を上げる．4.9 の (h) では，この現象を確認することができる．つまり，現在用いている，運動量保存制御を用いたマニピュレータ重心制御によるマニピュレータ先端軌道では直前マニピュレータ先端軌道を引き継ぐ

ことができない．運動量保存制御へ切り替える前は，マニピュレータ先端に対しスプライン関数を用いて任意の目標加速度を与えている．切り替え後のマニピュレータ先端においても，切り替え直前と同様に軌道を与える必要がある．よって今後は，マニピュレータ重心の速度制御とマニピュレータの先端制御を切り離したうえで，同時に制御可能な手法を検討する必要がある．

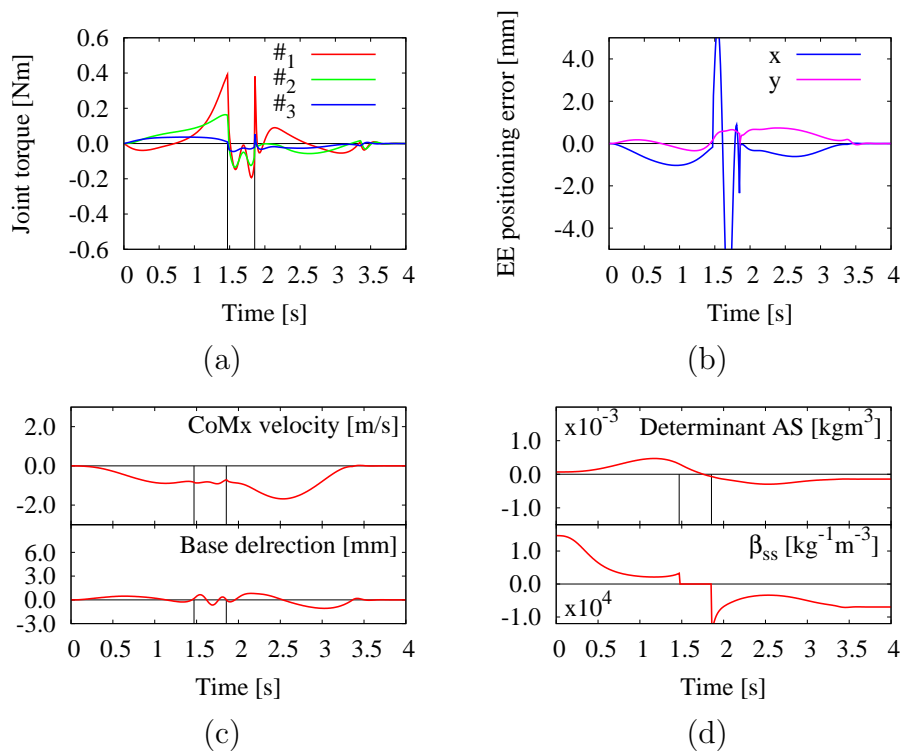


Fig. 5.5: End-tip path tracking control plus reactionless motion control around algorithmic singularity (Sim. 15).

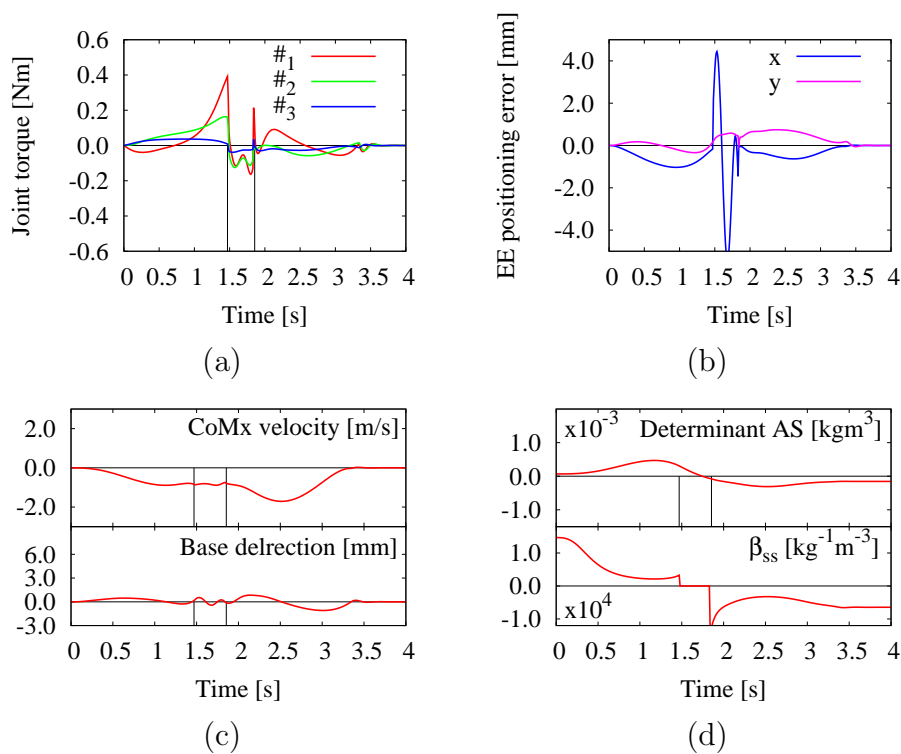


Fig. 5.6: End-tip path tracking control plus reactionless motion control with null-space vectors around algorithmic singularity (Sim. 16).

第6章 結論および今後の研究について

6.1 結論

本論文では，平面における柔軟ベース上冗長マニピュレータ TREP-R をモデルとしたシミュレータに対し，特異点適合法や擬似逆行列を用いた振動抑制制御，運動量保存制御など適用し，柔軟ベース上冗長マニピュレータのキネマティック特異点問題やアルゴリズムック特異点付近の振動問題を解決した．我々は，これらの結果より下記の結論を得た．

ただし，説明のため，SCPIの制御則には，先端を制御するSC擬似逆行列を含んだ項，先端制御項と特異点的合法に基づく振動抑制制御を行う項，振動抑制制御項の二つにより構成させていることを示しておく．

1. 先端制御項におけるSC擬似逆行列では，ゲインを調整することにより，キネマティック特異点へ極限まで近づくことが可能であり，また安定して動作可能である．しかし，キネマティック特異点付近では，マニピュレータ先端のエラーが大きくなり，同時にアルゴリズムック特異点付近でもあるため，マニピュレータ重心の制御が不能となる．そのため，ベース部の振動を抑制せず，キネマティック特異点を含むアルゴリズムック特異点付近における振動問題が存在する．よって，特異点付近においても振動が発生しない先端動作が必要となる．
2. アルゴリズムック特異点付近における振動抑制制御項の振動問題は，振動抑制制御のアクティブダンパゲインを零とすることで解決した．しかし，比較的早い動作に対しては，マニピュレータ先端の動作により重心が加速し，さらにアルゴリズムック特異点付近においては振動抑制制御を行わないため，結果ベース部に振動が発生した．
3. 上記の問題に対し，マニピュレータ重心の加速度を零とする運動量保存制御を用いることで，ベース部に影響を与えない最適な先端軌道

の生成が可能であることを示した．これにより，アルゴリズムック特異点付近において振動抑制制御を行わない場合でも，ベース部に振動を発生させることなく，先端を任意の方向へ制御可能となる．しかし，シミュレーション上では，不連続な動作となりマニピュレータ先端エラーにおいて大きな値を確認した．

4. これまで無視してきたヤコビ行列の零空間ベクトルや振動抑制制御の速度依存項を追加することにより，マニピュレータ先端制御の性能や振動抑制制御の性能が向上を確認した．しかし，現在用いているモデルにおいては，飛躍的な向上ではなかった．

以上のように，キネマティック特異点，アルゴリズムック特異点における振動問題，また運動量保存制御によるアルゴリズムック特異点問題の解決について扱ってきた．

6.2 今後の研究について

本研究の今後の課題を述べる．

1. アルゴリズムック特異点を通過可能な，運動量保存制御の有用性については示したが，切り替え制御時に発生する不連続状態による問題を解決できていない．この問題は，マニピュレータ先端の軌道生成手法が，マニピュレータ重心制御による先端の軌道生成へ切り替わる際に，直接マニピュレータ先端の指令値を与えていないために起こると考えた．よって，マニピュレータ先端制御を続けたまま，運動量保存制御などの重心を加速させない制御を行う必要がある．我々は，過去に用いた零空間ベクトルによる無反動制御 (Eq. (2.65) の n_{ea}) をトルク制御下で用いる手法がが有用であると考えている．
2. キネマティック特異点付近における運動量保存制御について示されていない．これは，SCPIのキネマティック特異点にアルゴリズムック特異点を含んでいるため，キネマティックおよびアルゴリズムック特異点付近でのマニピュレータ制御の問題として考えられる．さらに，このような両特異点付近での問題は，マニピュレータ先端作業範囲の限界付近での特異姿勢と，内側における特異点姿勢の二種類が考えられる．

3. アルゴリズム特異点付近での振動問題に対し，アクティブダンパゲインを零とする切り替え制御によって解決した．しかし，閾値の設定や切り替え制御による不安定な状態においては解決できていない．我々は，特異点適合法で用いられているベクトルの大きさと方向に分解する手法を用いることで，マニピュレータの姿勢により変化する干渉慣性行列の行列式の値を制御に利用できると考えている．
4. 本論文では，シミュレーションのみを扱っている．よって，実機検証を行う必要がある．更なる理論の有用性を示すために，TREP-Rによるトルク制御下での検証を進める必要がある．
5. 全ての検証結果は，二次元平面上の結果であり，実際に用いられる三次元での検証は行なっていない．三次元空間での検証は，地球上では容易ではないため，現在新たに開発している動力学計算手法を用いた三次元ダイナミックシミュレータ[48]を用い，検証を進める必要がある．
6. 我々の制御則を実際に用いる場合，動力学パラメータの誤差により振動の励起や位置精度低下が考えられる．よってロバスト性を考慮する必要がある．また，9自由度のマニピュレータをリアルタイム制御において実現する必要がある．

謝辞

本研究は，2008年4月より2010年1月の期間に東京都市大学大学院工学研究科機会システム工学専攻ロボティックライフサポート研究室において行なわれた．

本研究を行うにあたり，指導教官である金宮好和教授ならびに佐藤大祐講師より，的確なご指導をいただきました．また，国内外での学会発表をはじめ，様々な体験をさせていただきました．この場を借りて，深い感謝の意を表します．

また，貴重なご意見をいただきました，平野重雄教授ならびに郡逸平教授に対し深謝致します．

研究生活では，同期ある原田譲君と宮坂崇君には，様々な面において支えていただき，研究の他にも関しても相談に乗ってもらいました．二人のおかげで，公私ともに充実した研究生活を送ることができました．心から感謝いたします．

研究室外の同期である，山本君，武田君，古屋君，長澤君には，メンタル面において支えていただきました．ありがとうございました．

また，研究やその他に関しアドバイス・協力をいただきました研究室の卒業生である，深津先輩，宮原先輩，長尾先輩，藤栄先輩，久米先輩，そして多くの後輩に感謝致します．

最後に，あたたかい励ましをいつも送り続けてくれた両親そして兄弟に，心から感謝いたします．

平成22年3月1日

原 直行

参考文献

参考文献

- [1] A. Sharon and D. Hardt, “Enhancement of robot accuracy using endpoint feedback and a macro-micro manipulator system,” in *the American Control Conf.*, San Diego, 1984, pp. 1836–1842.
- [2] J. F. Jansen, et. al., “Long-reach manipulation for waste storage tank remediation,” *Proc. of the ASME Winter Annual Meeting*, Atlanta, Ga., vol. 31, ASME, 1991, pp. 67–73.
- [3] M. A. Torres and S. Dubowsky, “Path-planning in elastically constrained space manipulator systems,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, Atlanta, GA, 1993, pp. 812–817.
- [4] S. H. Lee and W. J. Book, “Robot vibration control using inertial damping forces,” in *Proc. 8th CISM-IFTOMM Symp. RoManSy 8*, Cracow, Poland, July 1990, pp. 252–259.
- [5] M. A. Torres, S. Dubowsky, and A. C. Pisoni, “Vibration control of deployment structures’ long-reach manipulators: The P-PED method,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Minneapolis, MN, Apr. 1996, pp. 2498–2504.
- [6] J. Y. Lew and D. J. Trudnowski, “Vibration control of a micro/macro manipulator system,” *IEEE Control Systems Magazine*, vol. 16, no. 1, pp. 26–31, February 1996.
- [7] I. Sharf, “Active damping of a large flexible manipulator with a shortreach robot,” *Trans. ASME, J. Dyn. Syst., Meas. Contr.*, vol. 118, no. 4, pp. 704–713, Des. 1996.

- [8] D. W. Cannon, *et. al*, “Experimental study on micro/macro manipulator vibration control,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Robot. Automat.*, Minneapolis, Minnesota, April 1996, pp. 2549–2554.
- [9] J. Y. Lew and S. M. moon, “A simple active damping control for compliant base manipulators,” *IEEE Trans. Mechatron.*, vol. 6, no. 3, pp. 305–310, Sep. 2001.
- [10] J. Ueda and T. Yoshikawa, “Robust arm configuration of manipulator mounted on flexible base,” *IEEE Trans. Robot. Automat.*, vol. 20, no. 4, pp. 781–789, Aug. 2004.
- [11] J. Lin, Z. Z. Huang, P. H. Huang, “An active damping control of robot manipulators with oscillatory bases by singular perturbation approach,” *J. of Sound and Vibration*, 304, pp. 345–360, 2007.
- [12] R. H. Cannon, Jr. and E. Schmitz, “Initial experiments on the end-point control of a flexible one-link robot,” *Int. J. Robot. Res.*, vol. 3, no. 3, pp. 62–75, 1984.
- [13] C. Mavroidis, S. Dubowsky and V. Raju, “End-point control of long reach manipulator systems,” in *Proc. 9th World Congr. IFToMM*, Milano, Italy, September 1995, pp. 1740–1744.
- [14] S. Abiko and K. Yoshida, “An adaptive control of a space manipulator for vibration suppression,” in *Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst.*, Edmonton, Canada, Aug. 2005, pp. 2888–2893.
- [15] D. N. Nenchev and K. Yoshida, “Impact analysis and post-impact motion control issues of a free-floating space robot subject to a force impulse,” *IEEE Trans. Robot. Autom.*, vol. 15, no. 3, Jun. 1999, pp. 548–557.
- [16] D. N. Nenchev, K. Yoshida, P. Vichitkulsawat and M. Uchiyama, “Reaction null-space control of flexible structure mounted manipulator systems,” *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 15, no. 6, pp. 1011–1023, Dec. 1999.
- [17] A. Gouo, D. N. Nenchev, K. Yoshida and M. Uchiyama, “Motion control of dual-arm long-reach manipulators,” *Advanced Robotics*, vol. 13, no. 6, 2000, pp. 617–632.

- [18] D. N. Nenchev and T. Hishinuma, “Experimental teleoperation of a dual-arm manipulator mounted on a flexible structure in Space,” in *ICIMA*, Chengdu, China, August 2004, pp. 356–361.
- [19] 菱沼利光, 阿部崇志, D. N. Nenchev: “柔軟ベース上における特異点適合法に基づいたマニピュレータの遠隔操作”, 第10回ロボティクスシンポジウム, 2005.
- [20] D. N. Nenchev, “Redundancy resolution through local optimization: a review,” *J. of Robotic Systems*, vol. 6, no. 6, 1989, pp. 769–798.
- [21] D. N. Nenchev, K. Yoshida and Y. Umetani, “Introduction of redundant arms for manipulation in space,” *IEEE Int. Workshop on Intelligent Robots and Systems*, Tokyo, Japan, 1988, pp. 679–684.
- [22] R. D. Quinn, J. L. Chen and C. Lawrence, “Redundant manipulators for momentum compensation in microgravity environment,” in *Proc. AIAA Guidance, Navigation and Control Conf.*, New York, 1988, pp. 581–587.
- [23] T. Yoshikawa et al., “Quasi-static trajectory tracking control of flexible manipulator by macro-micro manipulator system,” in *Proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, Atlanta, vol. 3, May 1993, pp. 210–214.
- [24] M. Hanson and R. Tolson, “Reducing flexible base vibrations through local redundancy resolution,” *J. of Robotic Systems*, vol. 12, no. 11, 1995, pp. 767–779.
- [25] S. Abiko and K. Yoshida, “An effective control strategy of japanese experimental module remote manipulator system (JEMRMS) using coupled and un-coupled dynamics,” in *Proc. of the 7th Int. Symp. on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*, Nara, Japan, 2003, May 19–23.
- [26] 吉田和哉, 渡邊紘充: “宇宙用マクロ・マイクロマニピュレータ制御時の特異点問題に関する考察”, 第48回自動制御連合講演会, G1-31, 2005.
- [27] J. Baillieul, “Avoiding obstacles and resolving kinematic redundancy,” in *proc. IEEE Int. Conf. Robotics and Automation*, San Francisco, California, 1986. pp. 1698–1704.

- [28] 菱沼利光, 阿部崇志, D. N. Nenchev: “柔軟ベース上冗長マニピュレータの遠隔操作”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'05 講演論文集, 1A1-S-053, 2005.
- [29] 菱沼利光, D. N. ネンチェフ: “特異点適合法に基づいた柔軟ベース上冗長マニピュレータの振動抑制制御”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'06 講演論文集, 1A1B07, 2006.
- [30] 菱沼利光, D. N. ネンチェフ: “特異点適合法に基づいた柔軟ベース上冗長マニピュレータの振動抑制制御”, 第7回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会, 2C1-3, 2006.
- [31] T. Hishinuma and D. N. Nenchev, “Singularity-consistent vibration suppression control with a redundant manipulator mounted on a flexible base,” in *Proc. of the IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, Oct. 9–15, 2006, pp. 3237–3242.
- [32] D. N. Nenchev, Y. Tsumaki and M. Uchiyama, “Singularity-consistent parameterization of robot motion and control,” *The International Journal of Robotics Research*, Vol. 19, No. 2, February, 2000, pp. 159–182.
- [33] 深津祐介, 菱沼利光, D. N. ネンチェフ: “擬似逆行列を用いた柔軟ベース上冗長マニピュレータの振動抑制制御”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'07 講演論文集, 2A1B02, 2007.
- [34] 菱沼利光: “特異点適合法に基づいた柔軟ベース上冗長マニピュレータの制御に関する研究”, 武蔵工業大学修士論文, 2007.
- [35] D. N. Nenchev and K. Yoshida, “Singularity-consistent teleoperation techniques for redundant free-flying robots,” in *Proc. AIAA*, August 1999, Paper 1999-4305.
- [36] M. Koga and K. Furuta, “MaTX: a high-performance programming language (interpreter and compiler) for scientific and engineering computation,” *IEEE Symposium on Computer-Aided Control System Design*, pp. 15–22, 1992.
- [37] D. N. Nenchev, “Natural motion and singularity-consistent inversion of robot manipulators,” in *Advances in Robot Control*, Springer Berlin Heidelberg, 2007, pp. 9–33.

- [38] Y. Tsumaki, D. N. Nenchev and M. Uchiyama, “Jacobian adjoint matrix based approach to teleoperation,” in *Proceedings of the International Symposium on Microsystems, Intelligent Materials and Robots*, Sendai, Japan, September 27-29, 1995, pp. 532–535.
- [39] 阿部崇志, D. N. Nenchev, 妻木勇一: “S-R-S マニピュレータの特異点適合法を用いた冗長運動制御”, 第5回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会, 2A4-2, 2004.
- [40] 妻木勇一, 小寺真司, D. N. Nenchev, 内山勝: “6自由度マニピュレータの特異点適合遠隔操作”, 日本ロボット学会誌, Vol. 16, No. 2, 1998, pp. 195–204.
- [41] 本田弘毅: “柔軟ベース上におけるマニピュレータの遠隔操作に関する研究”, 武蔵工業大学修士論文, 2005.
- [42] 日本ロボット学会 編: “新版 ロボット工学ハンドブック”, コロナ社, 2005.
- [43] J.-J. E. Slotine and W. Li, “On the adaptive control of robot manipulators,” *Int. J. Robotics Research*, vol. 6, no. 3, pp. 49–59, 1987.
- [44] D. N. Nenchev, “Natural motion and singularity-consistent inversion of robot manipulator,” S. Kawamura and M. Svinin (Eds.): *Advances in Robot Control –From Everyday Physics to Human-Link Movement–*, Springer-Verlag, 2006.
- [45] N. Hara, Y. Fukazu, Y. Kanamiya and D. Sato: “Singularity-Consistent Torque Control of a Redundant Flexible-Base Manipulator,” *MOVIC08*, Munich, Germany, 2008.
- [46] Y. Fukazu *et. al*, “Pseudoinverse-based motion control of a redundant manipulator on a flexible base with vibration suppression,” *J. of Robotics and Mechatronics*, vol. 20, no. 4, pp. 621–627, 2008.
- [47] Y. Fukazu, N. Hara, Y. Kanamiya and D. Sato, “Reactionless Resolved Acceleration Control with Vibration Suppression Capability for JEMRMS/SFA,” *Int. Conf. on Robotics and Biomimetics* Bangkok, Thailand, February 21–26, pp. 1359–1364, 2009.

- [48] 深津祐介：“宇宙ロボットシステム JEMRMS/SFA のモデリングと冗長制御法の開発”，武蔵工業大学修士論文，2009.
- [49] Y. Nakamura, “Advanced Robotics: Redundancy and Optimization,” Addison-Wesley PUBLISHING CO., 1991, pp. 128-130.
- [50] 吉川恒夫：“ロボット制御基礎論”，コロナ社，2002.
- [51] Y. Kanamiya, “Introduction to Robotics in English,” Japana:CORONA PUBLISHING CO., LTD., 2008, pp. 91.

付 録 A TREP-Rをモデルとした運動方程式

A.1 概要

以下では, シミュレータモデルとして用いた柔軟ベース上冗長3リンクマニピュレータTREP-Rの運動方程式を, ラグランジアンを用いて導入する.

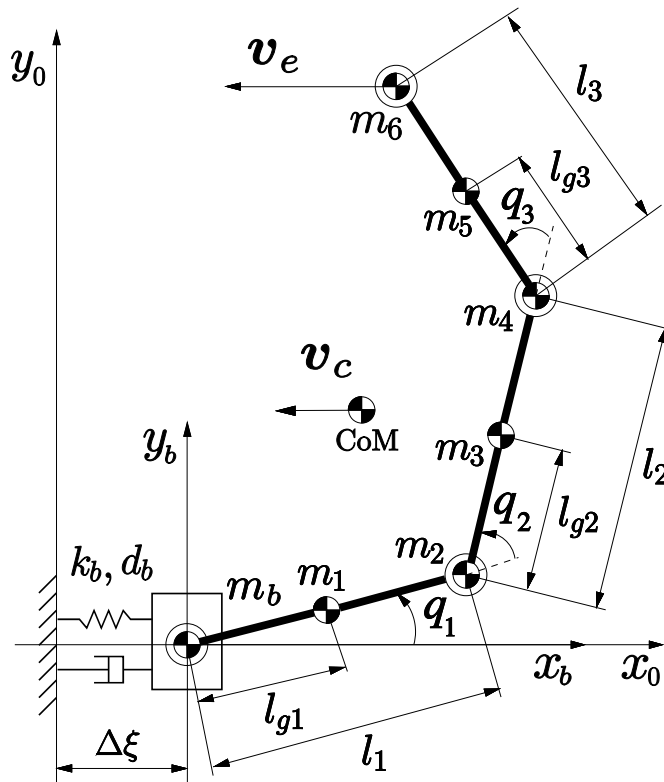


Fig. A.1: Model of a planar 3R manipulator on a flexible base.

m_b	0.4 kg	l_1	0.1 m	k_{b1}	191 N/m
m_1	0.025 kg	l_2	0.1 m	d_{b1}	0.33 Ns/m
m_2	0.285 kg	l_3	0.1 m		
m_3	0.025 kg	l_{g1}	0.05 m	I_1	0.0135 kg·m ²
m_4	0.285 kg	l_{g2}	0.05 m	I_2	0.0135 kg·m ²
m_5	0.025 kg	l_{g3}	0.05 m	I_3	0.00307 kg·m ²
m_6	0.095 kg				

Table A.1: Model of a planar 3R manipulator on a flexible base.

Fig. A.1 および Table A.1 中の記号の意味は以下の通りである.

- q_1 : マニピュレータの第1関節角度
- q_2 : マニピュレータの第2関節角度
- q_3 : マニピュレータの第3関節角度
- m_a : マニピュレータ全体質量
- m_1 : 第リンク1の質量
- m_2 : 第リンク1の接続部質量(モータ他)
- m_3 : 第リンク2の質量
- m_4 : 第リンク2の接続部質量(モータ他)
- m_5 : 第リンク3の質量
- m_6 : 第リンク3の先端部質量(おもり)
- l_1 : マニピュレータ第1リンクの長さ
- l_2 : マニピュレータ第2リンクの長さ
- l_3 : マニピュレータ第3リンクの長さ
- l_{g1} : 第1関節根本からリンクの重心位置までの長さ
- l_{g2} : 第2関節根本からリンクの重心位置までの長さ
- l_{g3} : 第3関節根本からリンクの重心位置までの長さ
- I_1 : マニピュレータ第1リンクの慣性モーメント
- I_2 : マニピュレータ第2リンクの慣性モーメント
- I_3 : マニピュレータ第3リンクの慣性モーメント
- m_b : ベース部の質量
- $\Delta\xi$: フレキシブルアーム x 軸方向の変位
- k_{bx} : フレキシブルアーム x 軸方向のばね係数
- d_{bx} : フレキシブルアーム x 軸方向のダンパ係数

ただし, 以下の式では, プログラム中に使用している変数名を一部使用し, $l_{g*} = l_{c*}$ としている.

A.2 ラグランジアン

ラグランジアン L を求めるため、各質点における運動エネルギー K 、位置エネルギー P を求める。ここで、ラグランジアンは、以下の式で得られる。

$$L = K - P \quad (\text{A.1})$$

また、運動エネルギー K および位置エネルギー P は、以下の式で表せられる。ただし、重力の影響はないため、本論文ではばねのエネルギーのみ扱う。

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (m_i \mathbf{v}_{C_i}^T \mathbf{v}_{C_i} + \boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{I}_{C_i} \boldsymbol{\omega}_i) \quad (\text{A.2})$$

$$P = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (k_i \mathbf{x}_{C_i}^T \mathbf{x}_{C_i}) \quad (\text{A.3})$$

m_i 、 k_i は各質量とばね係数、 \mathbf{v}_{C_i} 、 \mathbf{x}_{C_i} は各重心の速度と位置、 \mathbf{I}_{C_i} 、 $\boldsymbol{\omega}_i$ は各重心まわりの慣性モーメントと角速度である。以下、それぞれ導出する。ただし、 \sin 、 \cos は、以下の様に略して記載する。

$S_1 = \sin(q_1)$	$C_1 = \cos(q_1)$
$S_2 = \sin(q_2)$	$C_2 = \cos(q_2)$
$S_3 = \sin(q_3)$	$C_3 = \cos(q_3)$
$S_7 = \sin(q_1 + q_2)$	$C_7 = \cos(q_1 + q_2)$
$S_8 = \sin(q_1 + q_2 + q_3)$	$C_8 = \cos(q_1 + q_2 + q_3)$
$S_9 = \sin(q_2 + q_3)$	$C_9 = \cos(q_2 + q_3)$
$S_{10} = \sin(2q_1 + q_2)$	$C_{10} = \cos(2q_1 + q_2)$
$S_{11} = \sin(2q_1 + q_2 + q_3)$	$C_{11} = \cos(2q_1 + q_2 + q_3)$
$S_{12} = \sin(2q_1 + 2q_2 + q_3)$	$C_{12} = \cos(2q_1 + 2q_2 + q_3)$
$S_{13} = \sin(q_1 - q_3)$	$C_{13} = \cos(q_1 - q_3)$
$S_{14} = \sin(q_1 + q_3)$	$C_{14} = \cos(q_1 + q_3)$
$S_{15} = \sin(q_1 + 2q_2 + q_3)$	$C_{15} = \cos(q_1 + 2q_2 + q_3)$

Base ($i = bx$)

$$K_{bx} = \frac{1}{2} m_b \dot{x}_{bx}^T \dot{x}_{bx} = \frac{1}{2} m_b \dot{x}_{bx}^2 \quad (\text{A.4})$$

$$P_{bx} = \frac{1}{2} k_{bx} x_{bx}^T x_{bx} = \frac{1}{2} k_{bx} x_{bx}^2 \quad (\text{A.5})$$

以降, バネは含まれていないため, $P_i = 0$ ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$) である.

Jo1nt1 ($i = 1$)

$$\mathbf{x}_{C_1} = \begin{bmatrix} lc_1 C_1 + x_{bx} \\ lc_1 S_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

$$\mathbf{v}_{C_1} = \begin{bmatrix} -lc_1 S_1 \dot{q}_1 + x_{bx} \\ lc_1 C_1 \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$\omega_1 = \dot{q}_1 \quad (\text{A.8})$$

$$\mathbf{I}_{C_1} = I_1 \quad (\text{A.9})$$

$$K_1 = \frac{1}{2}(m_1 \mathbf{v}_{C_1}^T \mathbf{v}_{C_1} + \omega_1^T \mathbf{I}_{C_1} \omega_1) \quad (\text{A.10})$$

$$= \frac{1}{2}((I_1 + lc_1^2 m_1) \dot{q}_1^2 - 2lc_1 m_1 S_1 \dot{q}_1 x_{bx} + m_1 x_{bx}^2) \quad (\text{A.11})$$

Link1 ($i = 2$)

$$\mathbf{x}_{C_2} = \begin{bmatrix} l_1 C_1 + x_{bx} \\ l_1 S_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$\mathbf{v}_{C_2} = \begin{bmatrix} -l_1 S_1 \dot{q}_1 + x_{bx} \\ l_1 C_1 \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\omega_2 = \dot{q}_1 \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{I}_{C_2} = 0 \quad (\text{A.15})$$

$$K_2 = \frac{1}{2}(m_1 \mathbf{v}_{C_2}^T \mathbf{v}_{C_2} + \omega_2^T \mathbf{I}_{C_2} \omega_2) \quad (\text{A.16})$$

$$= \frac{1}{2}m_2 (l_1^2 \dot{q}_1^2 - 2l_1 S_1 \dot{q}_1 x_{bx} + x_{bx}^2) \quad (\text{A.17})$$

Joint2 ($i = 3$)

$$\mathbf{x}_{C_3} = \begin{bmatrix} l_1 C_1 + lc_2 C_7 + x_{bx} \\ l_1 S_1 + lc_2 S_7 \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

$$\mathbf{v}_{C_3} = \begin{bmatrix} -l_1 S_1 \dot{q}_1 - lc_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + x_{bx} \\ l_1 C_1 \dot{q}_1 + lc_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.19})$$

$$\omega_3 = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \quad (\text{A.20})$$

$$\mathbf{I}_{C_3} = I_2 \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned}
K_3 &= \frac{1}{2}(m_1 \mathbf{v}_{C_3}^T \mathbf{v}_{C_3} + \omega_3^T \mathbf{I}_{C_3} \omega_3) \\
&= \frac{1}{2} (I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + m_3 ((l_1 C_1 \dot{q}_1 + l c_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2))^2 \\
&\quad + (l_1 S_1 \dot{q}_1 + l c_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - x_{bx})^2))
\end{aligned}$$

Link2 ($i = 4$)

$$\mathbf{x}_{C_4} = \begin{bmatrix} l_1 C_1 + l_2 C_7 + x_{bx} \\ l_1 S_1 + l_2 S_7 \end{bmatrix} \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{v}_{C_4} = \begin{bmatrix} -l_1 S_1 \dot{q}_1 - l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + x_{bx} \\ l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.23})$$

$$\omega_4 = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 \quad (\text{A.24})$$

$$\mathbf{I}_{C_4} = 0 \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned}
K_4 &= \frac{1}{2}(m_1 \mathbf{v}_{C_4}^T \mathbf{v}_{C_4} + \omega_4^T \mathbf{I}_{C_4} \omega_4) \\
&= \frac{1}{2} m_4 ((l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2))^2 \\
&\quad + (l_1 S_1 \dot{q}_1 + l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - x_{bx})^2)
\end{aligned}$$

Joint3 ($i = 5$)

$$\mathbf{x}_{C_5} = \begin{bmatrix} l_1 C_1 + l_2 C_7 + l c_3 C_8 + x_{bx} \\ l_1 S_1 + l_2 S_7 + l c_3 S_8 \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

$$\mathbf{v}_{C_5} = \begin{bmatrix} -l_1 S_1 \dot{q}_1 - l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - l c_3 S_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + x_{bx} \\ l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l c_3 C_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

$$\omega_5 = \dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3 \quad (\text{A.28})$$

$$\mathbf{I}_{C_5} = I_3 \quad (\text{A.29})$$

$$\begin{aligned}
K_5 &= \frac{1}{2}(m_1 \mathbf{v}_{C_5}^T \mathbf{v}_{C_5} + \omega_5^T \mathbf{I}_{C_5} \omega_5) \\
&= \frac{1}{2} (I_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 + m_5 ((l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l c_3 C_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3))^2 \\
&\quad + (l_1 S_1 \dot{q}_1 + l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l c_3 S_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - x_{bx})^2))
\end{aligned}$$

Link3 ($i = 6$)

$$\mathbf{x}_{C_6} = \begin{bmatrix} l_1 C_1 + l_2 C_7 + l_3 C_8 + x_{bx} \\ l_1 S_1 + l_2 S_7 + l_3 S_8 \end{bmatrix} \quad (\text{A.30})$$

$$\mathbf{v}_{C_6} = \begin{bmatrix} -l_1 S_1 \dot{q}_1 - l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - l_3 S_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) + \dot{x}_{bx} \\ l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_3 C_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) \end{bmatrix} \quad (\text{A.31})$$

$$\omega_6 = 0 \quad (\text{A.32})$$

$$\mathbf{I}_{C_6} = I_3 \quad (\text{A.33})$$

$$\begin{aligned} K_6 &= \frac{1}{2} (m_1 \mathbf{v}_{C_6}^T \mathbf{v}_{C_6} + \omega_6^T \mathbf{I}_{C_6} \omega_6) \\ &= \frac{1}{2} m_6 \left((l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_3 C_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3))^2 \right. \\ &\quad \left. + (l_1 S_1 \dot{q}_1 + l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_3 S_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \dot{x}_{bx})^2 \right) \end{aligned}$$

以上より, ラグランジアンは以下となる.

$$\begin{aligned} L &= K_1 + K_2 + K_3 + K_4 + K_5 + K_6 - P_1 \\ &= -\frac{1}{2} k_b x_{bx}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} (I_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 + m_3 ((l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2))^2 + (l_1 S_1 \dot{q}_1 + l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - \dot{x}_{bx})^2)) \\ &\quad + \frac{1}{2} (I_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 + m_5 ((l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_3 C_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3))^2 \\ &\quad \quad + (l_1 S_1 \dot{q}_1 + l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_3 S_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \dot{x}_{bx})^2)) \\ &\quad + \frac{1}{2} m_4 ((l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2))^2 + (l_1 S_1 \dot{q}_1 + l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) - \dot{x}_{bx})^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} m_6 ((l_1 C_1 \dot{q}_1 + l_2 C_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_3 C_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3))^2 \\ &\quad \quad + (l_1 S_1 \dot{q}_1 + l_2 S_7 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + l_3 S_8 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3) - \dot{x}_{bx})^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} m_0 \dot{x}_{bx}^2 \\ &\quad + \frac{1}{2} m_2 (l_1^2 \dot{q}_1^2 - 2l_1 S_1 \dot{q}_1 \dot{x}_{bx} + \dot{x}_{bx}^2) \\ &\quad + \frac{1}{2} ((I_1 + l_1^2 m_1) \dot{q}_1^2 - 2l_1 c_1 m_1 S_1 \dot{q}_1 \dot{x}_{bx} + m_1 \dot{x}_{bx}^2) \end{aligned}$$

A.3 運動方程式

ラグランジアン L を用いてラグランジュ方程式を解くと運動方程式が求める.

$$\tau_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} \quad (\text{A.34})$$

$$\tau_2 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} \quad (\text{A.35})$$

$$\tau_3 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_3} \quad (\text{A.36})$$

$$0 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}_{bx}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x_{bx}} \quad (\text{A.37})$$

ここで, 式 (A.34) ~ 式 (A.37) を解くと次のようになる. ただし, $\dot{x}_{bx} = v_{bx}$, $x_{bx} = \Delta\xi$ とおく.

$$\begin{bmatrix} h_{m11} & h_{m12} & h_{m13} & h_{bm1} \\ h_{m21} & h_{m22} & h_{m23} & h_{bm2} \\ h_{m31} & h_{m32} & h_{m33} & h_{bm3} \\ h_{bm1} & h_{bm2} & h_{bm3} & h_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \dot{v}_{bx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{m1} \\ c_{m2} \\ c_{m3} \\ c_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ d_b v_{bx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_b \Delta\xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.38})$$

$$\begin{aligned}
h_{m11} = & I_1 + I_2 + I_3 + lc_1^2 m_1 + lc_2^2 m_3 + l_2^2 m_4 + l_2^2 m_5 + lc_3^2 m_5 \\
& + (l_2^2 + l_3^2) m_6 + l_1^2 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6) \\
& + 2l_1 (lc_2 m_3 + l_2 (m_4 + m_5 + m_6)) C_2 \\
& + 2(lc_3 m_5 + l_3 m_6) (l_2 C_3 + l_1 C_9)
\end{aligned} \tag{A.39}$$

$$\begin{aligned}
h_{m12} = & I_2 + I_3 + lc_2^2 m_3 + lc_3^2 m_5 + l_3^2 m_6 \\
& + l_2^2 (m_4 + m_5 + m_6) \\
& + l_1 (lc_2 m_3 + l_2 (m_4 + m_5 + m_6)) C_2 \\
& + (lc_3 m_5 + l_3 m_6) (2l_2 C_3 + l_1 C_9)
\end{aligned} \tag{A.40}$$

$$h_{m13} = I_3 + lc_3^2 m_5 + l_3^2 m_6 + (lc_3 m_5 + l_3 m_6) (l_2 C_3 + l_1 C_9) \tag{A.41}$$

$$\begin{aligned}
h_{m1b} = & -(lc_1 m_1 + l_1 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6)) S_1 \\
& - (lc_2 m_3 + l_2 (m_4 + m_5 + m_6)) S_7 - (lc_3 m_5 + l_3 m_6) S_8
\end{aligned} \tag{A.42}$$

$$\begin{aligned}
h_{m21} = & I_2 + I_3 + lc_2^2 m_3 + lc_3^2 m_5 + l_3^2 m_6 \\
& + l_2^2 (m_4 + m_5 + m_6) \\
& + l_1 (lc_2 m_3 + l_2 (m_4 + m_5 + m_6)) C_2 \\
& + (lc_3 m_5 + l_3 m_6) (2l_2 C_3 + l_1 C_9)
\end{aligned} \tag{A.43}$$

$$\begin{aligned}
h_{m22} = & I_2 + I_3 + lc_2^2 m_3 + lc_3^2 m_5 + l_3^2 m_6 \\
& + l_2^2 (m_4 + m_5 + m_6) + 2l_2 (lc_3 m_5 + l_3 m_6) C_3
\end{aligned} \tag{A.44}$$

$$h_{m23} = I_3 + lc_3^2 m_5 + l_3^2 m_6 + l_2 (lc_3 m_5 + l_3 m_6) C_3 \tag{A.45}$$

$$h_{m2b} = -(lc_2 m_3 + l_2 (m_4 + m_5 + m_6)) S_7 - (lc_3 m_5 + l_3 m_6) S_8 \tag{A.46}$$

$$h_{m31} = I_3 + lc_3^2 m_5 + l_3^2 m_6 + (lc_3 m_5 + l_3 m_6) (l_2 C_3 + l_1 C_9) \tag{A.47}$$

$$h_{m32} = I_3 + lc_3^2 m_5 + l_3^2 m_6 + l_2 (lc_3 m_5 + l_3 m_6) C_3 \tag{A.48}$$

$$h_{m33} = I_3 + lc_3^2 m_5 + l_3^2 m_6 \tag{A.49}$$

$$h_{m3b} = -(lc_3 m_5 + l_3 m_6) S_8 \tag{A.50}$$

$$\begin{aligned}
h_{bm1} = & -(lc_1 m_1 + l_1 (m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6)) S_1 \\
& - (lc_2 m_3 + l_2 (m_4 + m_5 + m_6)) S_7 - (lc_3 m_5 + l_3 m_6) S_8
\end{aligned} \tag{A.51}$$

$$h_{bm2} = -(lc_2 m_3 + l_2 (m_4 + m_5 + m_6)) S_7 - (lc_3 m_5 + l_3 m_6) S_8 \tag{A.52}$$

$$h_{bm3} = -(lc_3 m_5 + l_3 m_6) S_8 \tag{A.53}$$

$$h_b = m_0 + m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 \tag{A.54}$$

$$\begin{aligned}
c_{m1} = & -l_1((lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))S_2 + (lc_3m_5 + l_3m_6)S_9)\dot{q}_2(2\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\
& - 2(lc_3m_5 + l_3m_6)(l_2S_3 + l_1S_9)(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_3 \\
& - (lc_3m_5 + l_3m_6)(l_2S_3 + l_1S_9)\dot{q}_3^2
\end{aligned} \tag{A.55}$$

$$\begin{aligned}
c_{m2} = & l_1((lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))S_2 + (lc_3m_5 + l_3m_6)S_9)\dot{q}_1^2 \\
& - 2l_2(lc_3m_5 + l_3m_6)S_3(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)\dot{q}_3 \\
& - l_2(lc_3m_5 + l_3m_6)S_3\dot{q}_3^2
\end{aligned} \tag{A.56}$$

$$c_{m3} = (lc_3m_5 + l_3m_6)(l_1C_3S_2\dot{q}_1^2 + l_1C_2S_3\dot{q}_1^2 + l_2S_3(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2) \tag{A.57}$$

$$\begin{aligned}
c_b = & -((lc_1m_1 + l_1(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6))C_1 \\
& + (lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7 + (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8)\dot{q}_1^2 \\
& - (lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7\dot{q}_2^2 \\
& - (lc_3m_5 + l_3m_6)C_7C_3(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 \\
& + (lc_3m_5 + l_3m_6)S_7S_3(\dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 \\
& + 2\dot{q}_1(-(lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7 \\
& + (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8)\dot{q}_2 - (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8\dot{q}_3)
\end{aligned} \tag{A.58}$$

上記 A.38 をさらに行列でまとめ，以下の様に示す．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}_m & \mathbf{h}_{bm} \\ \mathbf{h}_{bm}^T & h_b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}} \\ \dot{v}_{bx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_m \\ c_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ d_b v_{bx} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ k_b \Delta \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{A.59}$$

また，コリオリ・遠心力項は，以下の様に分解することができる (A.5) ．

$$\begin{bmatrix} c_{m1} \\ c_{m2} \\ c_{m3} \\ c_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{m11} & c_{m12} & c_{m13} & c_{m14} \\ c_{m21} & c_{m22} & c_{m23} & c_{m24} \\ c_{m31} & c_{m32} & c_{m33} & c_{m34} \\ c_{b1} & c_{b2} & c_{b3} & c_{b4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ v_{bx} \end{bmatrix} \tag{A.60}$$

$$c_{m11} = -2(l_1((lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))S_2 + (lc_3m_5 + l_3m_6)S_9)\dot{q}_2 + (lc_3m_5 + l_3m_6)(l_2S_3 + l_1S_9)\dot{q}_3) \quad (\text{A.61})$$

$$c_{m12} = -l_1((lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))S_2 + (lc_3m_5 + l_3m_6)S_9)\dot{q}_2 - 2(lc_3m_5 + l_3m_6)(l_2S_3 + l_1S_9)\dot{q}_3 \quad (\text{A.62})$$

$$c_{m13} = -(lc_3m_5 + l_3m_6)(l_2S_3 + l_1S_9)\dot{q}_3 \quad (\text{A.63})$$

$$c_{m14} = 0 \quad (\text{A.64})$$

$$c_{m21} = l_1((lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))S_2 + (lc_3m_5 + l_3m_6)S_9)\dot{q}_1 - 2l_2(lc_3m_5 + l_3m_6)S_3\dot{q}_3 \quad (\text{A.65})$$

$$c_{m22} = -2l_2(lc_3m_5 + l_3m_6)S_3\dot{q}_3 \quad (\text{A.66})$$

$$c_{m23} = -l_2(lc_3m_5 + l_3m_6)S_3\dot{q}_3 \quad (\text{A.67})$$

$$c_{m24} = 0 \quad (\text{A.68})$$

$$c_{m31} = (lc_3m_5 + l_3m_6)((l_2S_3 + l_1S_9)\dot{q}_1 + 2l_2S_3\dot{q}_2) \quad (\text{A.69})$$

$$c_{m32} = l_2(lc_3m_5 + l_3m_6)S_3\dot{q}_2 \quad (\text{A.70})$$

$$c_{m33} = 0 \quad (\text{A.71})$$

$$c_{m34} = 0 \quad (\text{A.72})$$

$$c_{b1} = -((lc_1m_1 + l_1(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6))C_1 + (lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7 + (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8)\dot{q}_1 - 2((lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7 + (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8)\dot{q}_2 - 2(lc_3m_5 + l_3m_6)C_8\dot{q}_3 \quad (\text{A.73})$$

$$c_{b2} = -((lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7 + (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8)\dot{q}_2 - 2(lc_3m_5 + l_3m_6)C_8\dot{q}_3 \quad (\text{A.74})$$

$$c_{b3} = -(lc_3m_5 + l_3m_6)C_8\dot{q}_3 \quad (\text{A.75})$$

$$c_{b4} = 0 \quad (\text{A.76})$$

A.4 ベース部の速度依存項と干渉慣性行列の関係について

先に示した h_{bm} を微分すると以下となる .

$$\begin{aligned}\dot{h}_{bm1} = & -(lc_1m_1 + l_1(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6))C_1\dot{q}_1 \\ & - (lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ & - (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)\end{aligned}\quad (A.77)$$

$$\begin{aligned}\dot{h}_{bm2} = & -(lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7(\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ & - (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)\end{aligned}\quad (A.78)$$

$$\dot{h}_{bm3} = -(lc_3m_5 + l_3m_6)C_8(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)\quad (A.79)$$

よって , $\dot{h}_{bm}\dot{q}$ は以下となる .

$$\begin{aligned}& \begin{bmatrix} \dot{h}_{bm1} & \dot{h}_{bm2} & \dot{h}_{bm3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} \\ &= (-lc_1m_1 - l_1(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6))C_1\dot{q}_1^2 \\ &\quad - (lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6))C_7(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 \\ &\quad - (lc_3m_5 + l_3m_6)C_8(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2\end{aligned}\quad (A.80)$$

$$= -PC_1\dot{q}_1^2 - QC_7(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 - RC_8(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2\quad (A.81)$$

ただし ,

$$P = lc_1m_1 + l_1(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6)\quad (A.82)$$

$$Q = lc_2m_3 + l_2(m_4 + m_5 + m_6)\quad (A.83)$$

$$R = lc_3m_5 + l_3m_6\quad (A.84)$$

である . 同様に , c_b (A.58) を P, Q, R でまとめると , Mathematica©により , 以下となる .

$$c_b = -PC_1\dot{q}_1^2 - QC_7\dot{q}_1^2 - 2QC_7\dot{q}_1\dot{q}_2 - QC_7\dot{q}_2^2\quad (A.85)$$

$$- RC_7C_3(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2 + RS_7S_3(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2\quad (A.86)$$

$$= -PC_1\dot{q}_1^2 - QC_7(\dot{q}_1 + \dot{q}_2)^2 - RC_8(\dot{q}_1 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3)^2\quad (A.87)$$

以上より , $c_b = \dot{h}_{bm}\dot{q}$ となる .

A.5 コリオリ・遠心力項の分解

Mathematica®を用いて、コリオリ・遠心力項を分解する方法を以下に示す。手順としては、 q_i^2 の項(A)と、 q_i の項(B)より、それぞれ q_i を取り除き、(A)と(B)を合わせる。また、(C)では、(A)+(B)に q_i をかける。(D)では検算を行っている。先に、初期設定について示す。

Initialization

```
Clear["Global*"]
```

Constants

```
SetAttributes[kb, Constant];
SetAttributes[{l1, lc1, I1}, Constant];
SetAttributes[{l2, lc2, I2}, Constant];
SetAttributes[{l3, lc3, I3}, Constant];
SetAttributes[{m0, m1, m2, m3, m4, m5, m6, ma}, Constant];
SetAttributes[t, Constant]; SetAttributes[gg, Constant];
SetAttributes[gb, Constant];
SetAttributes[{EEx, EEy}, Constant];
```

Variables

```
q1=.;
q2=.;
q3=.;
q4=.; (*base deflection*)
```

```
qm = {q1[t], q2[t], q3[t]};
qb = {q4[t]};
q = {q1[t], q2[t], q3[t], q4[t]};
```

```
dqm = Dt[qm, t];
dqb = Dt[qb, t];
dq = Dt[q, t];
ddqm = Dt[dqm, t];
ddqb = Dt[dqb, t];
ddq = Dt[dq, t];
```

```
%//MatrixForm
```

```
%//CForm
```

```

$$\begin{pmatrix} q1''[t] \\ q2''[t] \\ q3''[t] \\ q4''[t] \end{pmatrix}$$

```

```
List(Derivative(2)(q1)(t), Derivative(2)(q2)(t), Derivative(2)(q3)(t), Derivative(2)(q4)(t))
```

以下，トルクを求め，コリオリ・遠心力項を取り出した後について示す．
ただし，重力加速度 g_g は零である．

Coriolis and centrifugal forces dependent term

MatrixForm

```
Coriolis1 = tau1 - Inertia11 * q1''[t] - Inertia12 * q2''[t] - Inertia13 * q3''[t] - Inertia14 * q4''[t] - Gravity1 * gg;
Coriolis2 = tau2 - Inertia21 * q1''[t] - Inertia22 * q2''[t] - Inertia23 * q3''[t] - Inertia24 * q4''[t] - Gravity2 * gg;
Coriolis3 = tau3 - Inertia31 * q1''[t] - Inertia32 * q2''[t] - Inertia33 * q3''[t] - Inertia34 * q4''[t] - Gravity3 * gg;
Coriolis4 = tau4 - Inertia41 * q1''[t] - Inertia42 * q2''[t] - Inertia43 * q3''[t] - Inertia44 * q4''[t] - Gravity4 * q4[t];
CoriolisMat = {{Coriolis1}, {Coriolis2}, {Coriolis3}, {Coriolis4}};
CoriolisMat = FullSimplify[CoriolisMat];
%%/MatrixForm
```

Another expression of coriolis and centrifugal forces dependent term

Corioli 1

```
Cori1r1 = Coefficient[Coriolis1, q1'[t]^2]; (A)
Cori11 = Coefficient[Coriolis1 - Cori1r1 * q1'[t]^2, q1'[t]]; (B)
Corioli11 = FullSimplify[Cori1r1 * q1'[t] + Cori11]; (A) + (B)
%%/MatrixForm
Coriolis11 = Corioli11 * q1'[t]; (C)
Cori1r2 = Coefficient[Coriolis1 - Coriolis11, q2'[t]^2]; (A)
Cori12 = Coefficient[Coriolis1 - Coriolis11 - Cori1r2 * q2'[t]^2, q2'[t]]; (B)
Corioli12 = FullSimplify[Cori1r2 * q2'[t] + Cori12]; (A) + (B)
%%/MatrixForm
Coriolis12 = Corioli12 * q2'[t]; (C)
Cori1r3 = Coefficient[Coriolis1 - Coriolis11 - Coriolis12, q3'[t]^2]; (A)
Cori13 = Coefficient[Coriolis1 - Coriolis11 - Coriolis12 - Cori1r3 * q3'[t]^2, q3'[t]]; (B)
Corioli13 = FullSimplify[Cori1r3 * q3'[t] + Cori13]; (A) + (B)
%%/MatrixForm
Coriolis13 = Corioli13 * q3'[t]; (C)
Cori1r4 = Coefficient[Coriolis1 - Coriolis11 - Coriolis12 - Coriolis13, q4'[t]^2]; (A)
Cori14 = Coefficient[Coriolis1 - Coriolis11 - Coriolis12 - Coriolis13 - Cori1r4 * q4'[t]^2, q4'[t]]; (B)
Corioli14 = FullSimplify[Cori1r4 * q4'[t] + Cori14]; (A) + (B)
%%/MatrixForm
Coriolis14 = Corioli14 * q4'[t]; (C)
Simplify[Coriolis1 - Coriolis11 - Coriolis12 - Coriolis13 - Coriolis14] (D)
```

$$\begin{aligned}
& -2(l1((l2m3 + l2(m4 + m5 + m6))\sin[q2[t]] + (l3m5 + l3m6)\sin[q2[t] + q3[t]])q2'[t] \\
& \quad + (l3m5 + l3m6)(l2\sin[q3[t]] + l1\sin[q2[t] + q3[t]])q3'[t]) \\
& -l1((l2m3 + l2(m4 + m5 + m6))\sin[q2[t]] + (l3m5 + l3m6)\sin[q2[t] + q3[t]])q2'[t] - 2(l3m5 + \\
& l3m6)(l2\sin[q3[t]] + l1\sin[q2[t] + q3[t]])q3'[t] \\
& -(l3m5 + l3m6)(l2\sin[q3[t]] + l1\sin[q2[t] + q3[t]])q3'[t] \\
& 0
\end{aligned}$$

0

以下 , 他の成分についても , 同様にコリコリ・遠心力項分解した結果を示す .

Corioli 2

```

Cori2r1 = Coefficient [Coriolis2, q1'[t]^2];
Cori21 = Coefficient [Coriolis2 - Cori2r1 * q1'[t]^2, q1'[t]];
Corioli21 = FullSimplify [Cori2r1 * q1'[t] + Cori21];
%%/MatrixForm
Coriolis21 = Corioli21 * q1'[t];
Cori2r2 = Coefficient [Coriolis2 - Coriolis21, q2'[t]^2];
Cori22 = Coefficient [Coriolis2 - Coriolis21 - Cori2r2 * q2'[t]^2, q2'[t]];
Corioli22 = FullSimplify [Cori2r2 * q2'[t] + Cori22];
%%/MatrixForm
Coriolis22 = Corioli22 * q2'[t];
Cori2r3 = Coefficient [Coriolis2 - Coriolis21 - Coriolis22, q3'[t]^2];
Cori23 = Coefficient [Coriolis2 - Coriolis21 - Coriolis22 - Cori2r3 * q3'[t]^2, q3'[t]];
Corioli23 = FullSimplify [Cori2r3 * q3'[t] + Cori23];
%%/MatrixForm
Coriolis23 = Corioli23 * q3'[t];
Cori2r4 = Coefficient [Coriolis2 - Coriolis21 - Coriolis22 - Coriolis23, q4'[t]^2];
Cori24 = Coefficient [Coriolis2 - Coriolis21 - Coriolis22 - Coriolis23 - Cori2r4 * q4'[t]^2, q4'[t]];
Corioli24 = FullSimplify [Cori2r4 * q4'[t] + Cori24];
%%/MatrixForm
Coriolis24 = Corioli24 * q4'[t];
Simplify[Coriolis2 - Coriolis21 - Coriolis22 - Coriolis23 - Coriolis24]

11((1c2m3 + 12(m4 + m5 + m6))Sin[q2[t]] + (1c3m5 + 13m6)Sin[q2[t] + q3[t]])q1'[t] - 2l2(1c3m5 +
13m6)Sin[q3[t]]q3'[t]
-2l2(1c3m5 + 13m6)Sin[q3[t]]q3'[t]
-12(1c3m5 + 13m6)Sin[q3[t]]q3'[t]
0
0

```

Corioli 3

```

Cori3r1 = Coefficient [Coriolis3, q1'[t]^2];
Cori31 = Coefficient [Coriolis3 - Cori3r1 * q1'[t]^2, q1'[t]];
Corioli31 = FullSimplify [Cori3r1 * q1'[t] + Cori31];
%%/MatrixForm
Coriolis31 = Corioli31 * q1'[t];
Cori3r2 = Coefficient [Coriolis3 - Coriolis31, q2'[t]^2];
Cori32 = Coefficient [Coriolis3 - Coriolis31 - Cori3r2 * q2'[t]^2, q2'[t]];
Corioli32 = FullSimplify [Cori3r2 * q2'[t] + Cori32];
%%/MatrixForm
Coriolis32 = Corioli32 * q2'[t];
Cori3r3 = Coefficient [Coriolis3 - Coriolis31 - Coriolis32, q3'[t]^2];
Cori33 = Coefficient [Coriolis3 - Coriolis31 - Coriolis32 - Cori3r3 * q3'[t]^2, q3'[t]];

```



```

Corioli33 = FullSimplify [Cori3r3 * q3'[t] + Cori33];
%/MatrixForm
Coriolis33 = Corioli33 * q3'[t];
Cori3r4 = Coefficient [Coriolis3 - Coriolis31 - Coriolis32 - Coriolis33, q4'[t]^2];
Cori34 = Coefficient [Coriolis3 - Coriolis31 - Coriolis32 - Coriolis33 - Cori3r4 * q4'[t]^2, q4'[t]];
Corioli34 = FullSimplify [Cori3r4 * q4'[t] + Cori34];
%/MatrixForm
Coriolis34 = Corioli34 * q4'[t];
Simplify[Coriolis3 - Coriolis31 - Coriolis32 - Coriolis33 - Coriolis34]

(lc3m5 + l3m6) ((l2Sin[q3[t]] + l1Sin[q2[t] + q3[t]])q1'[t] + 2l2Sin[q3[t]]q2'[t])
12(lc3m5 + l3m6)Sin[q3[t]]q2'[t]
0
0
0

```

Corioli 4 (Base)

```

Cori4r1 = Coefficient [Coriolis4, q1'[t]^2];
Cori41 = Coefficient [Coriolis4 - Cori4r1 * q1'[t]^2, q1'[t]];
Corioli41 = FullSimplify [Cori4r1 * q1'[t] + Cori41];
%/MatrixForm
Coriolis41 = Corioli41 * q1'[t];
Cori4r2 = Coefficient [Coriolis4 - Coriolis41, q2'[t]^2];
Cori42 = Coefficient [Coriolis4 - Coriolis41 - Cori4r2 * q2'[t]^2, q2'[t]];
Corioli42 = FullSimplify [Cori4r2 * q2'[t] + Cori42];
%/MatrixForm
Coriolis42 = Corioli42 * q2'[t];
Cori4r3 = Coefficient [Coriolis4 - Coriolis41 - Coriolis42, q3'[t]^2];
Cori43 = Coefficient [Coriolis4 - Coriolis41 - Coriolis42 - Cori4r3 * q3'[t]^2, q3'[t]];
Corioli43 = FullSimplify [Cori4r3 * q3'[t] + Cori43];
%/MatrixForm
Coriolis43 = Corioli43 * q3'[t];
Cori4r4 = Coefficient [Coriolis4 - Coriolis41 - Coriolis42 - Coriolis43, q4'[t]^2];
Cori44 = Coefficient [Coriolis4 - Coriolis41 - Coriolis42 - Coriolis43 - Cori4r4 * q4'[t]^2, q4'[t]];
Corioli44 = FullSimplify [Cori4r4 * q4'[t] + Cori44];
%/MatrixForm
Coriolis44 = Corioli44 * q4'[t];
Simplify[Coriolis4 - Coriolis41 - Coriolis42 - Coriolis43 - Coriolis44]

-((lc1m1 + l1(m2 + m3 + m4 + m5 + m6))Cos[q1[t]] + (lc2m3 + l2(m4 + m5 + m6))Cos[q1[t] + q2[t]] +
(lc3m5 + l3m6)Cos[q1[t] + q2[t] + q3[t]])q1'[t] -
2((lc2m3 + l2(m4 + m5 + m6))Cos[q1[t] + q2[t]] + (lc3m5 + l3m6)Cos[q1[t] + q2[t] + q3[t]])q2'[t] -
2(lc3m5 + l3m6)Cos[q1[t] + q2[t] + q3[t]]q3'[t]
-((lc2m3 + l2(m4 + m5 + m6))Cos[q1[t] + q2[t]] + (lc3m5 + l3m6)Cos[q1[t] + q2[t] + q3[t]])q2'[t] -
2(lc3m5 + l3m6)Cos[q1[t] + q2[t] + q3[t]]q3'[t]
-(lc3m5 + l3m6)Cos[q1[t] + q2[t] + q3[t]]q3'[t]
0
0

```