



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Факультет ПИиКТ

Лабораторная работа №2 по Информатике

Синтез помехоустойчивого кода

Вариант 11

**Выполнил:**

Давааням Баясгалан

группа Р3111

**Преподаватель:**

Малышева Татьяна Алексеевна

г. Санкт-Петербург

2021 год

## Оглавление

Текст задания.....	3
Вариант .....	4
Выполнение задания.....	5
Программа на языке C++.....	10
Вывод .....	11
Список литературы .....	11

## Текст задания

1. Определить свой вариант задания с помощью номера в ISU (он же номер студенческого билета). Вариантом является комбинация 3-й и 5-й цифр.
2. На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде последовательности 7-символьного кода.
3. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить в отчёте в виде изображения.
4. Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений, имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
5. На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода
6. Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую представить в отчёте в виде изображения.
7. Показать, исходя из выбранного варианта сообщений, имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие. Подробно прокомментировать и записать правильное сообщение.
8. Сложить номера всех 5 вариантов заданий. Умножить полученное число на 4. Принять данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.
9. Написать программу на любом языке программирования, которая на вход из командной строки получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем выдает правильное сообщение и указывает бит с ошибкой при его наличии.

Вариант

Вариант	1				2
11	54	46	68	90	12

ALT	1	2	3	4	5	6	7
	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>
54	1	1	0	1	0	1	1
46	0	0	1	1	0	1	1
68	1	1	0	1	1	0	0
90	0	1	1	0	1	1	0

ALT	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>
12	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0

## Выполнение задания

Схема декодирования классического кода Хэмминга (7;4) на Рисунок 1

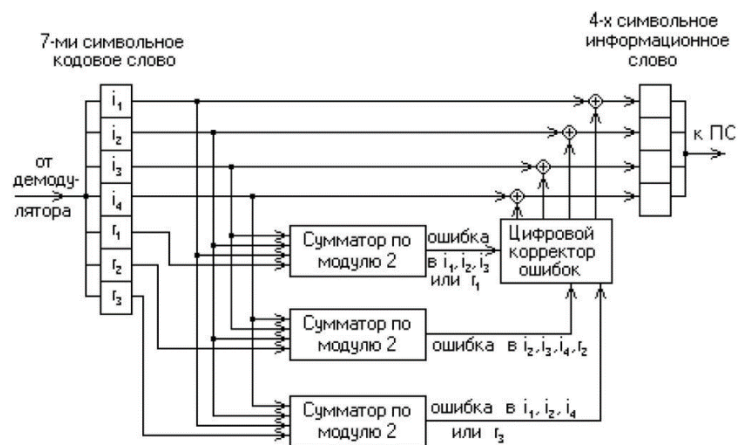


Рисунок 1 - декодирования классического кода Хэмминга (7,4)

### Таблица кода Хэмминга

	1	2	3	4	5	6	7	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	x		x		x		x	$S_1$
2		x	x			x	x	$S_2$
4				x	x	x	x	$S_3$

$$r_1 = i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \quad S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4$$

$$r_2 = i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \quad S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4$$

$$r_3 = i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \quad S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4$$

Синдром S (s1,s2,s3)	000	001	010	011	100	101	110	111
Конфигурация ошибок (позиция в сообщении)	НЕТ	0001000	0100000	0000010	1000000	0000100	0010000	0000001
Ошибка в символе	НЕТ	$r_3$	$r_2$	$i_3$	$r_1$	$i_2$	$i_1$	$i_4$

### Задание 1.

	1	2	3	4	5	6	7	
54	1	1	0	1	0	1	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	x		x		x		x	$S_1$
2		x	x			x	x	$S_2$
4				x	x	x	x	$S_3$

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

Ошибка в бите  $i_3$  (011) 1101011 => 1101001

Правильное сообщение: **1101001**

	1	2	3	4	5	6	7	
46	0	0	1	1	0	1	1	
$2^x$	$r_1$	$r_2$	$i_1$	$r_3$	$i_2$	$i_3$	$i_4$	$S$
1	x		x		x		x	$S_1$
2		x	x			x	x	$S_2$
4				x	x	x	x	$S_3$

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 = 1$$

Ошибка в бите  $i_3$  (011) 0011011 => 0011001

Правильное сообщение: **0011001**

	1	2	3	4	5	6	7	
68	1	1	0	1	1	0	0	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	x		x		x		x	S <sub>1</sub>
2		x	x			x	x	S <sub>2</sub>
4				x	x	x	x	S <sub>3</sub>

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

Ошибка в бите r<sub>2</sub> (010) 1**1**01100 => 1**0**01100

Правильное сообщение: **1001100**

	1	2	3	4	5	6	7	
90	0	1	1	0	1	1	0	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	S
1	x		x		x		x	S <sub>1</sub>
2		x	x			x	x	S <sub>2</sub>
4				x	x	x	x	S <sub>3</sub>

$$s_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

$$s_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 = 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1$$

$$s_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 = 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$

Ошибка в бите r<sub>2</sub> (010) 0**1**10110 => 0**0**10110

Правильное сообщение: **0010110**

## Схема декодирования классического кода Хэмминга (15;11) на Рисунок 2

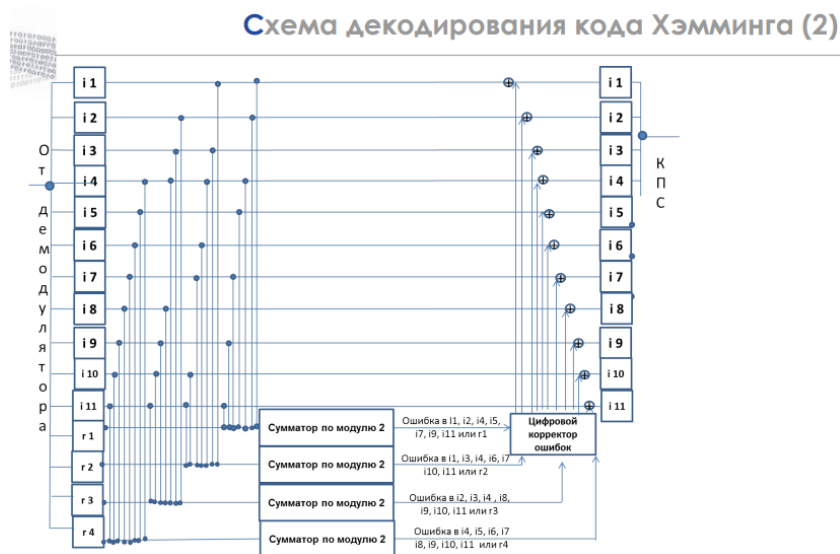


Рисунок 2

### Задание 2.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
12	0	1	1	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	
2 <sup>x</sup>	r <sub>1</sub>	r <sub>2</sub>	i <sub>1</sub>	r <sub>3</sub>	i <sub>2</sub>	i <sub>3</sub>	i <sub>4</sub>	r <sub>4</sub>	i <sub>5</sub>	i <sub>6</sub>	i <sub>7</sub>	i <sub>8</sub>	i <sub>9</sub>	i <sub>10</sub>	i <sub>11</sub>	S
1	X		X		X		X		X		X		X		X	S1
2		X	X			X	X			X	X			X	X	S2
4				X	X	X	X					X	X	X	X	S3
8								X	X	X	X	X	X	X	X	S4

$$S_1 = r_1 \oplus i_1 \oplus i_2 \oplus i_4 \oplus i_5 \oplus i_7 \oplus i_9 \oplus i_{11} = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S_2 = r_2 \oplus i_1 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

$$S_3 = r_3 \oplus i_2 \oplus i_3 \oplus i_4 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 1$$

$$S_4 = r_4 \oplus i_5 \oplus i_6 \oplus i_7 \oplus i_8 \oplus i_9 \oplus i_{10} \oplus i_{11} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 \oplus 0 = 0$$

Ошибка в бите r<sub>3</sub> (0010) 0111000**1**1000000 => 0111000**0**1000000

Правильное сообщение: **011100001000000**



### Задание 3.

$$i = (54 + 46 + 68 + 90 + 12) * 4 = 1080$$

Минимальное число проверочных разрядов:

$$2^r \geq r + i + 1$$

$$2^{10} \geq 10 + 1080 + 1 \Rightarrow 1024 \geq 1091 \quad \text{При } r = 10, \text{ не подходит}$$

$$2^{11} \geq 11 + 1080 + 1 \Rightarrow 2048 \geq 1092$$

$$r = 11$$

Коэффициент избыточности:


$$k = \frac{r}{i+r} = \frac{11}{1091} \approx 0.01008$$

## Программа на языке C++

hamming\_code.cpp

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  #include <string>
3  using namespace std;
4  int check_err(int s1, int s2, int s3){
5      return s3*pow(2,2)+s2*pow(2,1)+s1*pow(2,0);
6  }
7  main(){
8      string bits;
9      int s1,s2,s3,s;
10     bool err_bit, entered_bits;
11     do {
12         entered_bits = true;
13         cout << "Enter 7 bits: ";
14         getline(cin, bits);
15         if(bits.length() == 7){
16             for(int i=0; i<7; i++){
17                 if(bits[i] < 48 || bits[i] > 49){
18                     entered_bits = false;
19                 }
20             }
21         }
22         else entered_bits = false;
23         if(!entered_bits) cout << "Please enter correct bits!!!"<< endl;
24     }
25     while(!entered_bits);
26     s1 = (bits[0]^bits[2]^bits[4]^bits[6]);
27     s2 = (bits[1]^bits[2]^bits[5]^bits[6]);
28     s3 = (bits[3]^bits[4]^bits[5]^bits[6]);
29     s = check_err(s1,s2,s3);
30     if(s!=0){
31         cout << "Error in " << s << " bit" << endl;
32         err_bit = !(bool)bits[s-1];
33         bits[s-1] = (int)err_bit+48;
34         cout << "Corrected information bits: " << bits[2] << bits[4] << bits[5] << bits[6];
35     }
36     else{
37         cout << "No errors found!";
38     }
39     return 0;
40 }
```

Пример №1:

 D:\TMO\1st Semester\Computer Science (Basics)\lab2\hamming\_code.exe

```
Enter 7 bits: 1101011
Error in 6 bit
Corrected information bits: 0001
-----
Process exited after 2.929 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

Пример №2:

```
D:\ITMO\1st Semester\Computer Science (Basics)\lab2\hamming_code.exe
Enter 7 bits: 111
Please enter correct bits!!!
Enter 7 bits: 111111111111111
Please enter correct bits!!!
Enter 7 bits: 123123
Please enter correct bits!!!
Enter 7 bits: qwer
Please enter correct bits!!!
Enter 7 bits: 1101100
Error in 2 bit
Corrected information bits: 0100
-----
Process exited after 76.8 seconds with return value 0
Press any key to continue . . .
```

## Вывод

При выполнении второй лабораторной работы я научился, что такое код Хэмминга и декодирование кода Хэмминга (7,4); (15,11). Я познакомился с помехоустойчивыми кодами.

## Список литературы

[https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming\(7,4\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Hamming(7,4))

<https://habr.com/ru/post/140611/>