**摘要：** 本文基于现实应用建立了经典车辆路由问题的一种新的复杂变种的数学模型。形式化模型包括异质化的车队、多日规划周期、取决于运营商的复杂车辆成本，以及剩余订单未调度的可能性。

为解决此问题，本文提出了基于禁忌搜索和组合邻域关系的元启发式方法。通过实验分析，调节并比较了不同的领域关系组合，突出算法中最重要的特性。

实验结果表明复杂的领域关系组合使得算法性能获得了极大提升。

此外，文章中还对比了基于公开评测标准的此类问题的前人工作，即带私人车队与共同 运营商的车辆路由问题。结论是文中算法的结果可与文献中最好结果相媲美。

**关键词：** 车辆路由 禁忌搜索

# 1 引言

车辆路由问题是研究得最多的优化问题之一（Toth and Vigo 2002）。多年来文献中介绍了许多车辆路由问题(VRP)的变种，从多仓库，到时间窗口，以及混合车队，这只是少数几例。然而，尽管有大量不同类别的形式化，通常企业所面临的实际问题比科学论文中的标准化问题形式更加复杂。

在这种情况下，文中提出了VRP的新模型，即完全符合符合真实世界情况的模型，没有任何为了“明智的简化”而做出的让步，这种让步可以允许借用现有的成功解决方案。

问题的数学模型，如将在第二节详细介绍的，包含车队的异质化，多日规划周期，依赖于运营商的车辆成本函数，以及剩余未调度订单的可能性。

问题模型包括非线性的约束条件和成本组件，因此通过确切方式寻求问题解是很不实际的。鉴于此，文中提出了使用一种元启发式技巧，即禁忌搜索（Glover and Laguna 1997; Hoos and Stjjzle 2005），禁忌搜索被证明在VRP的其他变种问题中是有效的。搜索算法中也利用不同邻域关系的组合。实验分析在一组现实世界实例上进行，运用原则性的统计测试来调节参数、对比不同变种。

实验分析最终结果：效果最好的技巧是通过不同邻域结构的组合获取的。

实验中使用的所有实例，以及相应通过文中方法获取的最好解，可在此链接http://www.diegm.uniud.it/ceschia/index.php?page=vrptwcdc.处获取。

为了客观评价文中算法的性能，在带私人车队与共同 运营商的车辆路由问题（VRPPC）（Bolduc et al. 2007）的公开评测上测试文中算法，VRPPC与文中问题的形式很相似并且允许对比多种解决方式。比较结果：文中基于禁忌搜索的算法的结果与文献中方法最好结果在同一级别，同时在某一案列下取得了已知的最好效果。

文章组织如下。第二节介绍问题模型，在第三节讨论相关工作。禁忌搜索在问题中的应用在第四节说明。第五节展示实验分析结果和VRPPC的评测结果。最后，第六节作结论并探讨日后工作。

# 2 问题模型

问题模型通过按层次展示模型中的特性（已有文献讨论或原创的）以及多样的车辆使用费用来说明。

## 2.1 问题特征

首先从最基本的VRP版本开始讨论，即容量受限VRP（Toth and Vigo 2001），其特征包括如下实体和约束条件：

**客户/订单：**问题中最基本的实体是客户（*customer*），客户要求商品供应，即订单（*order*）。形式化为给定*n*个订单的集合，，每个订单属于相应的客户。在最基本的模型中订单与客户是一致的，来自相同客户的订单组合在一起。因此，后续描述中将无歧义的交替使用客户和订单两个术语。

存在一个特殊的客户，编号为0，代表运输公司的仓库。每个订单*i*需求的货物总量表示为。

**车队：**货物的运输由车队完成，车队由车辆集合组成，即车队。原始模型中假定所有车辆是相同的（具有相同的容量*Q*），初始所有车辆位于相同的中央仓库（母仓库），且当其完成运送后需要返回仓库。

**路径：**车辆路径（或简称路径）是一个序列，始于仓库，依次访问订单所属客户，最后返回仓库。路径*r*服务的订单为集合，使用*ord*(*r*)表示。定义表示客户*i*在路径*r*中的访问序列中前一客户。允许空路径，即，表示路径对应车辆未使用。

**负载限制：**路径对应的车辆负载不应超过车辆容量。若定义代表路径*r*的总需求，则强制要求。

**运输费用：**每条路径都有相应的运输费用，表示为。路径的运输费用既可以是路径举例，也可以是路径中从一个客户到下一个客户在不同计量方式（如时间、过路费等）下的费用总和。

VRP的解是一个路径集合（也称作路由规划），每辆车对应一条路径，集合最小化总的运输费用并且满足一下约束条件：

1. 路径满足所有订单，即；

2. 每个客户仅被访问一次，即；

3. 所有订单需求均被完成。

对原始问题的第一个扩展是考虑所谓的服务时间（*service times*）和时间窗（*time windows*）。

**服务时间：**每个订单都关联一个服务时间，用于从车辆上卸载货物。车辆必须在客户地点停留服务时长。

运行时间：从客户*i*到另一个客户*j*所需的运行时间。

**时间窗：**每个客户和仓库关联一个时间间隔（时间窗），货物卸载应在时间窗内发生。仓库的时间窗包含所有客户的时间窗。

**最早服务时间：**所有车辆在仓库窗口（通常为0）的开始时间离开，并在提前到达每个客户位置的情况下，车辆需要等到服务可以开始。即给定路径，订单*i*在路径*r*上的最早服务时间，其中是车从客户/仓库j的最早出发时间。最早出发时间递归定义如下：。

此定义在构造时强制满足约束，以防止车辆提前到达。相反，仍然有可能发生车辆晚到的情形，即。实际上，这种情况通常是允许发生的，但会作为软约束并将如2.3节描述的受到相应惩罚。

其次，在上述基础上考虑异质车队（Semet and Taillard 1993; Gendreau et al. 1999）和外包部分运输给外部运营商的可能性（Volgenant and Jonker 1987），得到以下新的问题模型。

**异质车辆：**车辆不像原始模型中是相同的，而是各车辆*j*有它自己的容量。

**运营商：**各车辆*j*属于一个运营商，记作，运营商是运输公司的外部承包商。每个运营商包括公司本身，使用不同的函数，根据所使用的车辆和路径长度向运输公司结算路径成本（详细讨论见2.2节）。

除此之外，路径规划并不限定于单一的一天，而是可以跨越多天并且每个客户可以要求在不同日期运送一个以上的订单。考虑到这些特性，引入了一下实体：

**规划周期：**规划周期由多个连续日期组成。因此，需要为规划周期的每一天设计一个路径规划，得到集合。每辆车每天仅能运送一条路径（必须在当前最后返回仓库），相同的车队在规划周期的每一天都是可用的。记表示在第*k*天由车辆*j*运送的路径。

**多订单：**每个客户可以在不同的日子可以出发不同的订单。因此，在这个阶段订单和客户成为不同但相关的实体。对于每一个订单i，定义（唯一的）客户关联到它，使用来表示。

**运送日期：**作为引入多天规划的结果，也有必要指定日期间隔，表明订单*i*应该被递送的日期范围。与时间窗相似，运送日期也被作为软约束且违反该限制将被惩罚，如2.3间所述。

此问题中其他可供考虑的特性还包括，在特殊情形下使用某些类型车辆的限制，剩余未调度订单的可能性。车辆使用限制，有时由于站点拓扑和道路障碍，导致不可能使用一些车辆以服务某客户。其他限制可能把有关一些运营商的运营区域，在这个意义上，他们不接受（他们的总部如太远）特定区域的配送服务。这两个方案作为以下限制形式化：

**站点可访问性：**给点兼容矩阵，当且仅当时车辆*j*可运送订单*i*。

由于一些真实世界的实例可以在订单交付的数量方面进行过约束，则存在为订单定义优先级的可能性。因此，将订单区分为强制性订单（问题解必须使得这些订单被送达）和可选订单（可以不运送）。这些概念形式化如下：

**强制性/可选订单：**订单集合*O*被划分为两个子集*M*和*P*（*）*。子集M中的订单强制运送，子集P中订单可选，这些订单可以给定费用被忽略。

原始模型中对于问题解的限制必须适应在以上阶段中加入的新元素，这些限制调整如下：

1. 路径规划满足所有强制性订单：；

2. 每个订单至多被运送一次：

；

最后，根据规定，司机必须在他们的开车期间定期休息，因此设置了一组强制驾驶员休息的规则：

**驾驶休息：**经过长时间的连续工作时间，司机应该休息给定的最低持续时间。依据法律规定，经过4小时45分钟的连续行驶驾驶员需要休息30分钟。

因此，考虑到强制驾驶休息，需要调整在路径*r*上配送订单*i*的最早到达时间：，其中依据工作/休息时间模式取*0~45min*间某值。

重要的是要观察到，模型中服务时间和等待时间计入工作时间以计算休息时间。

## 2.2 运输成本函数

考虑到运输公司可能需要依靠外部运营商交付订单，必须提供不同的处理方法来计算运输成本，甚至在同一个问题实例中。作为一个例子，某些载体公司可能和运输公司以对运输路径为基础的服务来结算，其它载体可能会考虑交付的货物的大小等。因此，为了有足够的一般性，文中解法必须保证可以调用外部代码来计算这些成本。

通过测试已经确定了一些计算运输成本的公用标准。实践中使用了一下四个成本函数（表示客户*i*和*j*之间的路程）：

1. 车辆固定费用*C*以及每单位行驶成本（按€/Km计）。若将记作路径*r*的总运送距离，即，则有：

2. 车辆固定费用*C*以及每单位负载成本（按€/Kg计），取值依赖于最远客户位置。若将仓库与客户间最远距离记作，即，则有：

3. 车辆固定成本*C*以及未超过预定负载级别*L*时每单位行驶成本（依赖于车辆容量），每单位负载，依赖于大于负载*L*时的最远距离，有：

4. 车辆固定成本*C*以及每单位负载成本，取值依赖于最远客户位置与路径总负载，有：

由于负载成本系数和取决于最远客户距离的值，运行商应（并且在的情况下，需对于每个负荷水平）为每个客户定义这样的值。通常情况下，运营商在不同地区划分运营区域，并为每个区域指定负荷成本系数（每个客户位置所属的区域）。选择最大的路径负荷成本系数来计算成本，即与最远客户的区域相关联的系数。

## 2.3 约束条件与目标函数

类似于其他优化问题，约束分成两类：硬约束和软约束。问题的一个合法解必须满足所有的硬约束，而软约束可被违反，违反造成的惩罚被包括在目标函数最小化。

模型中包含如下硬约束：

H1 每辆车运送负载必须小于其容量：。

H2 车辆必须在之前返回仓库（本文中设置为仓库时间窗之后一小时）。注意到，在与之前晚点返回时可能的，但这种晚点将被惩罚，而存在返回时间在之后的将是不可行解。

H3 必须满足兼容关系，即当且仅当时车辆*j*可运送订单*i*。

H4 必须运送所有强制性订单：。

H5 路径运送时间表必须服从驾驶休息规章。

在2.1节中描述的其他特征作为软约束，并且成为目标函数的一部分，即目标函数为一下组成的线性组合：

S1 订单的递送日期不包括在其交货日内按其需求比例惩罚：

其中是区间的特征方程：

S2 订单在其时间窗口后送达，与延迟时间成比例惩罚：

S3 未运送可选订单依照其成本惩罚：

S4 根据运营商协定，按如2.2节中所描述某一形式计算各车辆的运输成本：

目标函数中各成分的比重并不固定在某个全局级别，它们是由操作者为每个特定的情况下设置的。然而，设定这样的权重是相当复杂的任务，因为难以比较许多部件间的相对重要性。为简化这个过程，并可以快速把握成本，实践中直接使用了以真正货币为单位结算成本（本文中为€）。此外，为了可用整数运算来表示目标函数，且粒度足够细，设置成本为1/1000€。

# 3 相关工作

车辆路径问题最早是由Dantzig and Ramser（1959）以他们所谓的卡车调度问题形式提出。其作为旅行商问题（TSP）在多车辆和路径条件下的一个分支。随后，VRP又出现了许多其他的扩展，包括时间窗口，异质车队，多仓库，异构车队和周期性路径。

我们回顾了处理与文中问题最接近的VRP变体问题的文献。有关VRP和VRPTW的完整论述，请分别查看Toth and Vigo（2001），Marinakis and Migdalas（2007），Laporte（2009）和Bräysy and Gendreau（2005a，2005b）。

Baldacci等（2007）曾总结了为解决在具有不同容量的车辆队列情况下VRP解法，即HVRP（H表示异构）解法。最近出现的一些构造启发式HVRP解法包括基于列生成的方法（Taillard 1999; Choi and TCHA 2007）和一个基于扫描的算法（雷诺和2002年Boctor）。首个HVRP的启发式方法由Semet and Taillard (1993)提出。奥斯曼和Salhi（1996年），Gendreau等（1999），和Wassan和osman（2002）提出了其他针对这个问题的禁忌搜索方法。Ochi et al. (1998) 提出了并行遗传算法与分散搜索相结合的解法。Tarantilis et al. (2003, 2004) 提出了一个基于列表的阈值接受元启发式方法。最后Li et al. (2007)开发了确定性变量模拟退火算法。

有时间窗的HVRP（HVRPTW）相较HVRP很少被研究。第一份对HVRPTW的研究由Liu 与SY (1999)完成，其中他们利用了基于节约的构造启发式。他们还创造了三套实例用于测试该问题的新变体。最近，Dell'Amico等（2006）提出了一个基于并行插入过程的解决方案，Bräysy等（2008）使用了确定性退火元启发式算法。

根据假设，带私人车队和公共承运人VRP（VRPPC）描述的情形下，总需求超过内部车队的运载能力，因而外部转运是必要的（公共承运人）。在这种情况下，问题是双面的：选择应当由外部载体送达的订单和定义内部车队服务剩余客户的路径。对于每个订单，由公共承运人服务订单的成本是固定的,没有依赖任何路径。因此，使用共同承运人运送订单类似于本文模型中被忽略的订单。单一车辆的情况被Volgenant and Jonker (1987)形式化，并且由Diaby and Ramesh (1995)提出的方法得到了问题最优解（对于n <200）。VRPPC由Chu (2005)正式提出并给出了启发式解法：他首先采用了经典节约算法的修改版本(Clarke and Wright 1964)，其次是线路之间本地交换。Bolduc et al. (2007) 提出了名为SRI的启发式算法，包含三个步骤：选择外部承运人负责的客户，构造问题解（路径），通过复杂的交换优化问题解。随后，Bolduc et al. (2008)提出了一个扰动启发式，称为RIP（随机构造，改进，扰动），本质上是结合了下降法与多元化策略。近日Côté 与Potvin (2009)通过禁忌搜索获得了一组基准上的已知最好结果。

# 4 应用禁忌搜索

首先，非线性约束（H5）和成本函数分量（多样化车辆运输成本）的存在使得相当应用精确方式求解这一问题不实际。因此，我们采取元启发式技术解决问题。

算法基于禁忌搜索（格洛弗和1997年丽）启发式算法。在搜索过程中每个步骤处理邻域的一个子集，使该成本值最小的新状态成为新的问题解，无论新成本值优于或差于原值。该子集称作禁忌表，即最近执行的动作列表，表中动作的逆动作（*inverses*）视作禁止，因而被排除出探索过程。在许多情况下（包括本文中），逆动作不是一个单一动作，而是由被认为是禁忌属性集合的值来确定的一组移动。

迭代次后未得到更优解则停止搜索。因此，应用禁忌搜索需要设置的参数包括禁忌表长度（），*inverses*规则以及最大无用迭代次数（）。

为了应用禁忌搜索，必须定义几个特征。首先说明的是搜索空间，以及用于计算初始状态的步骤。然后，定义邻域结构和禁止规则，最后描述所采用的一组搜索组件并利用高层次的策略融合它们。

## 4.1 搜索空间，成本函数，初始解

本地搜索模式基于探索搜索空间，搜索空间由决策变量所有可能的取值组成，其中包括不可行解。状态由一组路径组成，每条路径对应某辆车及某个规划日期。

一个订单可以仅能出现在一条路径中（即被调度），也可以属于未调度订单的集合而被忽略。因此，对于每个被调度的订单，需指定其交货日、运送车辆，以及在相应的路径的位置（依据其在路径中的位置，及2.1节中描述的规则，订单的到货时间可明确计算）。

问题状态的一个例子示于图1，不同的灰度等级用来区别规划周期中不同日期的运送路径（确定第*k*天车辆*j*的行驶路径）。请注意，有些客户被排除在外的所有路由的，而另一些访问超过一次，因为他们放置在不同的日子订单。

搜索空间被限制在满足约束条件H3（站点可达性）和H4（强制订单）的状态，而约束条件H1（车辆容量）和H2（逾期返回）可以被侵犯，以高权重包括进成本函数（构造状态时满足H5）。

因此成本函数是以下分量之和（开销）：所有软约束S1-S4，以及用于H1和H2的可行性距离（*distance of feasibility*）乘以一个合适的高权重。H1的可行性距离是超过该车辆容量数值（以千克计）的总和。对于H2，有几种方式来定义的可行性距离。文中选择是对路径中再关闭时间之后返回的订单（包括返回到仓库）进行计数。这种解决方案比累加相对关闭时间的延迟更有效，因为这样使得消除解中违反约束的过程更自然。例如，同一个客户有两个订单逾期了，若只计算延迟，以获得更优解需要同时移动两个订单（并未定义这种邻域关系）。相反，第一种解决方案，每一个订单从路径中去除时使得成本降低，即总延时被减小。

初始解随机构造，但满足一定的约束。也就是说，初始解是满足有关站点可访问性（H3），驾驶休息（H5）和交货日（S1）约束的搜索空间中的状态。通过为每个订单随机选择一个可行交货日，以及满足兼容条件的随机车辆*j*()。

一旦交货日和车辆被选定时，路径r也被唯一确定，所以可以分配给该订单选定路径的随机位置。约束H5通过状态构造实现。此外，在初始解中，所有的订单均被调度，使得约束H4和S3也完全满足。

## 4.2 邻域关系

问题解的邻域一般通过参照一组可能的动作隐式定义，这些动作描述了不同解之间的变化。一招是通过标识参与招资源属性组成。在我们的问题，我们正在处理的命令的三种资源的分配：白天，车辆和线路的位置。动作由标识动作相关资源的属性组成。本文问题涉及为订单分配三种资源：日期，车辆和路径中位置。考虑一下三种邻域关系：

Insertion(Ins): 从某路径中移除订单并将其插入在另一个路径中的特定位置。订单可被插入未调度订单集合（这种情况下插入没有意义），或从这个集合移除订单到其他的路径。未调度的订单列表在实践中被视为一个附加特殊的路径，其主要特征是订单在这个序列中的位置是无关紧要的。

Ins类型的动作m包含五个属性，，表示订单，表示原路径及位置，表示新路径及位置。

Inter-route swap(InterSw): 交换两条不同路径中的两个订单。此类型的动作包含六个属性，，表示订单，分别表示所属路径，表示在所属路径中的位置。

Intra-route swap(IntraSw): 交换同一路径中的两个不同订单。此类型的动作包含五个属性，，，表示订单，表示所属路径，表示在所属路径中的位置。

对于给定状态，某些属性是相互依赖的。例如，给定Ins型动作，订单可以唯一确定，反之亦然。但将这些属性都包含在动作形式中有利于定义禁止规则。

## 4.3 禁止规则

在禁止搜索中，为防止陷入循环搜索，当动作m进入禁忌表时，另一个使得搜索返回相同状态的动作（如m的逆向动作）将被禁止。

然而，在许多情况下，仍然会有使搜索陷在某些局部近似最小值并在周围反复迭代的危险。此时，有必要存在一些多样化的机制将搜索过程“推”出局部最小值。通过生成禁止行为描述一对动作间的普遍关系（称为禁止规则），这一规则说明若动作在禁止表中，则与之匹配的动作将被禁止。这使得当动作属于禁止表时，将有一大组禁止动作而不仅是单独的逆动作。禁止规则基于的两个动作的属性，一个禁忌表动作和一个待评估的动作。

很难断言一种邻域关系最适合的禁止规则。因此对每种关系定义并测试了多种不同限制级别的规则。这些规则的实验比较见5.3节。

对于Ins关系，假设禁止表动作，待评估动作，考虑如表1所示的六种可选规则。表中最后一列表示禁止强度，描述列表中的某个动作被禁止在整个邻域关系平均百分比。

类似的，对IntraSw和InterSw两种关系也测试了几种禁止规则。然而，禁止规则对于这两个邻域具有有限的影响，因此，仅使用被证明是对本文所使用示例最有效的禁止规则。具体来说，对于IntraSw，若待评估动作，禁止表中的动作，若条件

满足，则动作禁止。此规则禁止动作中的任一订单与中任一订单相同，其禁止强度为7.613%。相同的条件适用与InterSw关系，禁止强度为5.933%。

## 4.4 动态禁忌

在强禁忌搜索方案中，由Taillard（1991）提出，禁忌表的长度是动态的。这是为已执行动作随机指定其保留在禁忌表中的迭代次数。具体而言，设置两个值和，给每个已执行动作分配随机选择一个取值于之间的禁忌任期。所有的实验中被设置为2（基于预备实验），而为待调节。

动作禁忌状态可以通过激励策略被覆盖，使得禁忌动作被重新接受。文中使用一个最基本基本的激励策略，其中规定如果比当前最好的解决方案更优则被接受。这个标准被Hvattum（2009）称为NB，其认为这是一个“安全的选择”，通常效果很好。

当所有的动作都是禁忌，也没有激励策略适用，禁忌搜索算法执行最优的动作，从而忽视了禁忌状态。

## 4.5 搜索方法

基于三种邻域关系，存在三种禁忌搜索方法，称作TS(Ins)，TS(IntraSw)，TS(InterSw)。

IntraSw和InterSw邻域结构的搜索空间不连通。事实上，这两个邻域不改变如镜中订单数，因而不会导致一个路径中拥有给定数目订单的状态转换到路径中有不同数目订单的状态。因此，TS(IntraSw)和TS(InterSw)必须结合使用TS(INS)，单独使用这两种搜索方式效果较差。

如Di Gaspero和Schaerf（2006）提出的令牌环搜索策略，基于不同的邻域关系，组合禁忌搜索，使用顺序解决策略。令牌环的工作原理如下：给定一个初始状态和一组算法，循环执行使得每个算法，总是从由前一个算法找到的最优解开始。整个过程停止于整轮算法没有找到更优解或超出指定时间。单个算法停止于在指定迭代次数后未找到叫当前最优解更好的解（停滞）。

如下五种搜索策略，包括应用了基于基本邻域策略的令牌环方法。表示令牌环。

1 TS(Ins)

2 TS(Ins)TS(IntraSw)

3 TS(Ins)TS(InterSw)

4 TS(Ins)TS(IntraSw)TS(InterSw)

5 TS(Ins)TS(InterSw)TS(IntraSw)

另一种思路是合并邻域关系：基于混合邻域的算法，Di Gaspero和Schaerf（2006）将其记作⊕，每次迭代是选择属于合并邻域关系的任一动作。因此，有如下三个策略：

6 TS(Ins⊕IntraSw)

7 TS(Ins⊕InterSw)

8 TS(Ins⊕IntraSw⊕InterSw)

结合这两种技巧，又有如下两种搜索方法：

9 TS(Ins)TS(IntraSw⊕InterSw)

10 TS(Ins)TS(Ins⊕IntraSw⊕InterSw)

所有这些策略在下一节中通过实验比较和分析。

# 5 实验分析

本节中，首先介绍基准实例和我们实验常规设置，然后分析实验结果。分阶段进行实验，从最简单的算法，从使用单一邻域关系开始，然后进行更复杂的。最后展示本文算法在最佳配置下对VRPPC的基准测试结果。

## 5.1 测试实例

两例来自工业合作伙伴的现实情况被用作实验测试用例，其主要特征如表2所示。为了突出问题各组件的重要性，利用每个案例分别创建了九个不同情形，命名从字母A至I。该A为原始案例，而实例B-I通过扰动某个特定特征获得，以便其接近实际情况，且具体强调某个特性。

表3显示所得的18个实例，连同一组描述实例特征的指标值（扰动的值以粗体显示）。表中列的定义如下：

* Days(D): 规划周期的日期数。
* Filling Ration(FR): 订单总需求与车辆总容量的比值乘上日期数。
* Time Window(TW): 订单时间窗长度与仓库时间窗的平均比率。
* Day Window(DW): 订单平均可用日期数除以总日期数。
* Compatibility(C): 车辆与订单间兼容矩阵的密度。
* Mandatory Orders(MO): 强制性订单的百分比。
* Space Occupancy(SO): 订单占用车容量的百分比平均值。
* Outsourcing(OUT): 如果这个指标设置为F（假），则意味着没有外部运营商且路由成本只依赖行驶总距离；如果该指示符被设置为T（真），则有外部运营商，需要不同的方式来计算成本。

每个订单应在其交付日期的第一天被分发（越早越好），通过这种调整获得实例H；对于实例I，每个订单应在其交付日期的最后一天被分发（越晚越好）。所有的情况下，未调度可选订单i（i∈P）的成本的成本等于其需求值。

## 5.2 基本配置与实现

所有算法均使用C++实现，利用了EASYLOCAL++框架(Di Gaspero and Schaerf 2003)。实验环境：Intel QuadCore PC (64 bit)，运行Ubuntu Linux 10.04， 编译器为 GNU C++ compiler (v. 4.4.3)。

当检测到停滞基本算法停止运行，停滞可能在不同时间发生。因此公平比较不同的组合，设置令牌环的每个基本TS(·)组成部分的最大迭代次数为1000。此外，将最多3轮完整循环和一轮闲置循环作为整个令牌环过程的停止准则。对参数的每种配置尝试100次实验。

对于搜索策略的单个TS(·)部分，其最大无用迭代次数，对于Ins关系及所有合并邻域关系设置为500，而其他邻域关系设置为300。

实验中，，，。

## 5.3 TS(Ins)禁止规则实验结果

在第一组实验中的重点是Ins邻域关系，并比较了TS(Ins)的不同禁止规则。

显然，对于每一个禁止规则禁忌列表最佳长度是不同的。因此，必须为每个规则单独调整禁忌表长度，每个禁止规则均在其最佳配置下进行比较。

如图2所示的 box-and-whiskers 图，在两个实际案例下，得到了对三种不同禁止规则下，即PR1，PR4，PR5，在不同禁忌表长度下的实验结果。选择PR5进行测试时由于在这种条件下的实验结果最好，而PR1，PR4分别对应不同的禁忌强度级别。

由图可以看出，最好的禁止规则是PR5，并且通过统计比较实验结果得到了证实，得到的成对两侧学生t检验的p值（维纳布尔斯和里普利2002）是劣于0.0001。成对双侧Student t-test的p-value低于0.0001。

图中还体现出关于禁止规则PR1和PR4的禁忌表长度的一个有趣现象：曲线有两个不同的最小值。解释是，第一个与局部最小值在搜索空间中的深度相关且它代表了禁忌搜索的“正常”的行为，第二个“伪”最低是由于在大部分的动作是禁忌的情况下，搜索在非禁忌动作和禁忌动作间交替执行。无论如何，这种情况提供了有效的多元化，并且在实验情形下，第二个最小值才是最低值。在PR1和PR4这样的条件下，约30％所执行的动作都是禁忌的，也证实了这一现象。这种反常行为仅发生在少数禁止规则情形下。

## 5.4 Inter-route swap 与Intra-route swap实验结果

如已经注意到的，TS(InterSw)和TS(IntraSw)不能单独使用，因为搜索空间在这两种关系下非连通。因此由随机初始解来调节这些算法毫无意义，因此将调节过程应用于TS(Ins)TS(IntraSw)与TS(Ins)TS(InterSw)策略。

从图3可以看出，对于TS(IntraSw)和TS(InterSw)，其结果并没有真正受到禁忌列表长度影响。后续实验中，TS(IntraSw)禁忌长度设置为10，TS（IntraSw）禁忌长度设置为15，虽然这些取值与其它值无显著统计学差异。实际上它们的作用是多样化搜索过程。

## 5.5 复合算法实验结果

对于复合算法中的单一部分，其参数设置为前述实验中得出的最佳值。

设置P<0.05作为F-Race过程中所采用的置信水平，且最多允许100个重复值。

在这种情况下，为了以公平的方式比较不同的算法，添加了超时机制，当复合算法超过指定时间时停止运行。每个算法可以运行500秒。

结果如图4的box-and-whiskers图，展示了不同配置下的行列分布。方块以不同的灰度表达F-Race过程不同阶段中被丢弃的相应算法（越暗越快）。以这种方式，最好表现最好的算法一白框表示。

选择过程的最终结果表明，TS(Ins) ⊳TS(IntraSw) ⊳TS(InterSw)和TS(Ins) ⊳TS(InterSw) ⊳TS(IntraSw)两种方法在F-Race中存活下来，说明为获得高质量解需要这三种邻域关系。

有趣的是，合并三种关系的方法并未达到良好的效果，并且已被早期的F-比赛过程丢弃。在我们看来，这一事实的解释是双重的：一方面，在搜索的初始阶段使用IntraSw和InterSw动作导致质量差的局部极小，因为它在将订单扩散到多条路径之前只优化单一途径。另一方面，在搜索的后期阶段，大量IntraSw和InterSw的动作优化较小，防止了搜索进行必要的“破坏性”Ins动作寻找更深层局部最小值。相反地，令牌环方法，通过集中单一动作，允许将搜索在不同阶段进行更有效的多样化。

表4示出了在每个实例下目标函数不同分量的成本值。该表报告还（硬）违规数量：相应值表示订单在某些路线晚于关闭时间（H2）后返回的数目。

不出所料，主要成本来自车辆行驶费用及其固定使用成本。其他分量中，最相关的是一个是非计划订单（S3）。然而，另外两个错误的投递时间（S1），在时间窗口结束后到达（S2），也是不可忽略的。

另外，依据 A-I实例的不同结果，显而易见的是在最佳解决方案中，一个特定的“资源”（时间窗，日期等）的紧密性使相应组件的成本较高。

事实上，我们可以看到，如果所有订单是强制性的（B）中，算法是无法找到一个可行的解决方案，并且车辆有关成本（S4）的增加，因为算法被引向使用所有可用资源的解决方案。缩短规划期的（C）会导致在更多订单运送日期错误（S1）和更高的车辆成本；另一方面，它的延伸得到较少订单未调度的解决方案。

结果明显说明与时间窗相关的约束非常强，并且TW松弛（E）或限制（F）时，对所有其他成本要素都有很强的影响。此外，正如我们可以预期，G案例的总成本值最低，证实使用内部船队便宜（如果可用）。最后两种实例的结果表明，如果我们只安排在第一天（H），或在规划期的最后一天（I）运送所有的订单，将对每一个成本组件都造成影响，所得解的总成本更高。

扰动的效果对于情形1比情形2更加明显；这很可能是由于后者的较高填充比（见第5.1节），使得其在搜索过程中限制更多。

## 5.6 对比VRPPC评测基准

为了评估此算法在公开基准上的表现，用它来解决带私人车队和公共承运人的车辆路由问题。

测试在两组实例上进行，即Chu-H (Chu 2005) 与B-H (Bolduc et al. 2007)。在这些实例中，客户数在5~29范围内，内部车队中车辆具有不同容量，使用外部运营商成本等于从仓库到相应客户距离的六倍。使用最优的解决方法，即TS(Ins)TS(IntraSw)TS(InterSw)，测试400次，并且对于每种案例设置禁忌表长度为订单数的1/5。

表5比较了由Chu (2005), Bolduc et al. (2007), Bolduc et al与本文算法得到的最优解。第一列报告由Bolduc等计算解决方案的值。第一列代表，在最大150小时CPLEX (v. 9.0)的计算时间后，Bolduc et al.得出的结果。标有\*的值是经过验证的最优解。

结果是，我们的解决方案在所有实例下能够都获得了最优或最好值，此外，对于B-H-05该方案找到了一个新的最佳结果。

# 6 结论与后续工作

文中模拟了一个高度复杂版本的经典车辆路由问题，来自于现实世界的情况。提出了基于禁忌搜索的解决方案。为此目的，研究使用了三种不同的邻域关系。实验分析表明，最好的结果由所有这些的组合获得。还发现在带私人车队和公共承运人的车辆路由问题的基准测试上文中算法得到的结果非常有竞争力。

对于未来，我们计划测试使用其他邻里关系和其他搜索技术，并以一种原则性的方式比较更多实例。我们还计划将此解决方案应用在其他类似的VRP问题上。最后，我们计划通过调参研究各种成本要素的相对重要性及其与权重的关系。

# 参考文献

Archetti, C., Hertz, A., & Speranza, M. G. (2007). Metaheuristics for the team orienteering problem. Journal of Heuristics, 3, 49–76.

Baldacci, R., Battara, M., & Vigo, D. (2007) Routing a heterogeneous fleet of vehicles (Technical Report 2007/1). DEIS, University of Bologna.

Birattari, M., Stützle, T., Paquete, L., & Varrentrapp, K. (2002). A racing algorithm for configuring metaheuristics. InW. B. Langdon et al. (Eds.), GECCO 2002: Proceedings of the genetic and evolutionary computation conference (pp. 11–18). New York: Morgan Kaufmann.

Bolduc, M. C., Renaud, J., & Boctor, F. (2007). A heuristic for the routing and carrier selection problem. European Journal of Operational Research, 183(2), 926–932. doi:10.1016/j.ejor.2006. 10.013.

Bolduc, M. C., Renaud, J., Boctor, F., & Laporte, G. (2008). A perturbation metaheuristic for the vehicle routing problem with private fleet and common carriers. Journal of the Operational Research Society, 59, 776–787.

Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005a). Vehicle routing problem with time windows, Part I: route construction and local search algorithms. Transportation Science, 39(1), 104 118. doi:10.1287/trsc. 1030.0056.

Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005b). Vehicle routing problem with time windows, Part II: Metaheuristics. Transportation Science, 39(1), 119–139. doi:10.1287/trsc.1030.0057.

Bräysy, O., Dullaert, W., Hasle, G., Mester, D., & Gendreau, M. (2008). An effective multi-restart deterministic annealing metaheuristic for the fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. Transportation Science, 42(3), 371–386.

Butt, S. E., & Cavalier, T. M. (1994). A heuristic for the multiple tour maximum collection problem. Computers and Operations Research, 21(1), 101–111.

Chao, I. M., Golden, B. L., &Wasil, EA (1996). The team orienteering problem. European Journal of Operational Research, 88(3), 464–474.

Choi, E., & Tcha, D. W. (2007). A column generation approach to the heterogeneous fleet vehicle routing problem. Computers and Operations Research, 34(7), 2080–2095.

Chu, C. W. (2005). A heuristic algorithm for the truckload and lessthan-truckload problem. European Journal of Operational Research, 127(3), 657–667.

Clarke, G., &Wright, J.W. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points. Operations Research, 12(4), 568–581.

Côté, J. F., & Potvin, J. Y. (2009). A tabu search heuristic for the vehicle routing problem with private fleet and common carrier. European Journal of Operational Research, 198(2), 464–469.

Dantzig, G., & Ramser, J. (1959). The truck dispatching problem. Management Science, 6(1), 80–91.

Dell’Amico, M., Monaci, M., Pagani, C., & Vigo, D. (2006) Heuristic approaches for the fllet size and mix vehicle routing problem with time windows (Tech. rep.). DISMI, University of Modena and Reggio Emilia, Italy.

Di Gaspero, L., & Schaerf, A. (2003). EASYLOCAL++: An objectoriented framework for flexible design of local search algorithms. Software—Practice and Experience, 33(8), 733–765.

Di Gaspero, L., & Schaerf, A. (2006). Neighborhood portfolio approach for local search applied to timetabling problems. Journal of Mathematical Modeling and Algorithms, 5(1), 65–89.

Di Gaspero, L., Roli, A., & Schaerf, A. (2007). EasyAnalyzer: an object-oriented framework for the experimental analysis of stochastic local search algorithms. In T. Stützle, M. Birattari, &

H. Hoos (Eds.), Lecture notes in computer science: Vol. 4683. Engineering stochastic local search algorithms (SLS-2007) (pp.76–90). Berlin: Springer.

Diaby, M., & Ramesh, R. (1995). The distribution problem with carrier service: a dual based approach. ORSA Journal on Computing, 7(1), 24–35.

Gendreau, M., Laporte, G., Musaraganyi, C., & Taillard, ED (1999). A tabu search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem. Computers and Operations Research, 26(12), 1153–1173.

Glover, F., & Laguna,M. (1997). Tabu search. Dordrecht: Kluwer Academic. Hoos, H. H.,&Stützle, T. (2005). Stochastic local search—foundations and applications. San Francisco: Morgan Kaufmann.

Hvattum, L. M. (2009). On the value of aspiration criteria in tabu search. In The VIII metaheuristics international conference (MIC 2009), Hamburg, Germany.

Laporte, G. (2009). Fifty years of vehicle routing. Transportation Science, 43(4), 408–416.

Li, F., Golden, B., & Wasil, E. (2007). A record-to-record travel algorithm for solving the heterogeneous fleet vehicle routing problem. Computers and Operations Research, 34(9), 2734–2742.

Liu, F. H., & SY, Shen (1999). The fleet size and mix vehicle routing problem with time windows. Journal of the Operational Research Society, 50(7), 721–732.

Marinakis, Y., & Migdalas, A. (2007). Annotated bibliography in vehicle routing. Operational Research, 7(1), 27–46. doi:10.1007/ BF02941184.

Ochi, L. S., Vianna, D. S., Drummond, L. M. A., & Victor, A. O. (1998). A parallel evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with heterogeneous fleet. Parallel and Distributed Processing, 1388, 216–224.

Osman, I. H., & Salhi, S. (1996). Local search strategies for the vehicle fleet mix problem. In V. J. Rayward-Smith, I. H. Osman, C. R. Reeves, & G. D. Smith (Eds.), Modern heuristic search methods, Chap. 8 (pp. 131–153). New York: Wiley.

Renaud, J., & Boctor, F. F. (2002). A sweep-based algorithm for the fleet size and mix vehicle routing problem. European Journal of Operational Research, 140, 618–628. Semet, F., & Taillard, E. (1993). Solving real-life vehicle routing problems efficiently using tabu search. Annals of Operations Research, 41, 469–488.

Solomon, M. M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. Operations Research, 35(2), 254–265.

Taillard, E. (1999). A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet vrp. RAIRO Recherche Opérationnelle, 33(1), 1–14.

Taillard, ED (1991). Robust taboo search for the quadratic assignment problem. Parallel Computing, 17(4–5), 443–455.

Tang, H., & Miller-Hooks, E. (2005). A tabu search heuristic for the team orienteering problem. Computers and Operations Research, 32(6), 1379–1407.

Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T., & Vassiliadis, V. S. (2003). A list based threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. Journal of the Operational Research Society, 54(1), 65–71.

Tarantilis, C. D., Kiranoudis, C. T., & Vassiliadis, V. S. (2004). A threshold accepting metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem. European Journal of Operational Research, 152(1), 148–158.

Toth, P., & Vigo, D. (2001). An overview of vehicle routing problems. In The vehicle routing problem (pp. 1–26). Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.

Toth, P., & Vigo, D. (Eds.) (2002). The vehicle routing problem. Monographs on discrete mathematics and applications. Philadelphia: SIAM.

Venables, W. N., & Ripley, B. D. (2002). Statistics and computing. Modern applied statistics with S (4th ed.). Berlin: Springer.

Volgenant, T., & Jonker, R. (1987). On some generalizations of the travelling-salesman problem. Journal of the Operational Research Society, 38(11), 1073–1079.

Wassan, N. A., & Osman, I. H. (2002). Tabu search variants for the mix fleet vehicle routing problem. Journal of the Operational Research Society, 53(7), 768–782.