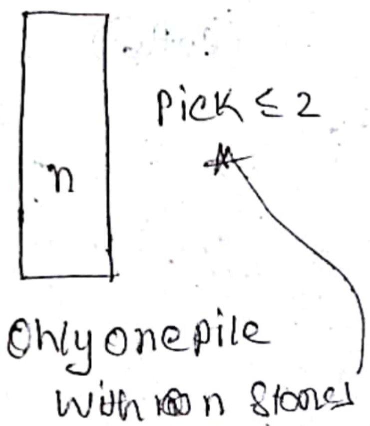
Game theory

→ Two or more player
→ sequential moves
→ partial game / impartial game.
→ state :
→ Winning / losing state.

<u>problem</u>

① Mirror move (problem).

② pattern



n	first
0	L
1	W
2	W
3	L
4	W
5	W
6	L
7	W
⋮	⋮

যদি K এর কম সংখ্যক নিতে পারে তাহলে first player এর জন্য lossing state হবে।

if { n%(k+1) == 0 } তাহলে loss হবে

otherwise win হবে।

W node = If has an edges to a losing node

L node = All edges result to a winning node.

a_1 | a_2 ... a_n

piles.

Let a_k be the first non-empty pile. then the player choose some stones from a_k.

Who cannot pick any stone loose the game.

⇒ problem line (sequential move) CF

NIM Theory:

a_1 a_2 ... a_n

প্রতি প্লেয়ার যে কোন পাইল হতে কিছু সংখ্যক Stone সরাবে।

যে কোন stone remove করতে পারবে না সে হারবে।

$$x = a_1 \oplus a_2 \oplus \cdots \oplus a_n$$

If
- xor > 0 Winning state for first player
- xor = 0 Losing state for first player

Type 2:

যেকোন nonempty piles হতে ≤ K সংখ্যক stones সরানো যাবে। সর্বশেষ stone যে সরাবে সেই ব্যক্তিই জিতবে।

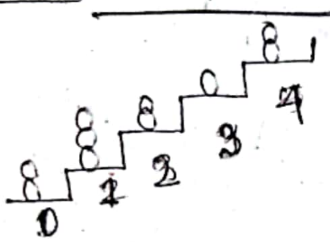
Soln:

$$xor = \{a_1 \% (K+1)\} \oplus \{a_2 \% (K+1)\} \oplus \cdots \oplus \{a_n \% (K+1)\}.$$

if xor > 0 (First player WIN)
else xor == 0 (second player WIN).

| problem Link
| CSES → NIM GAME II

Type 3: Staircase NIM



>0
যেকোন staircase(i) হতে যে কোন সংখ্যক stone নিচের (i-1) এ আনতে পারবে। সর্বশেষ যে ব্যক্তি এই কাজটি করতে পারবে সেই জিতবে।

Case: even index কোনকাজে ভিতর নয় কারন তা সবসময় 1 ইনডেক্স নামাতে হয়।

① (>0) odd index এর সব ভ্যালুর XOR যদি (>0) হয় তবে First player WIN.

② অন্যথায় second player WIN.

| problem Link
| CSES : Staircase game