# SIGNALS AND SYSTEMS - QUIZ 10

## Problem 1

Et LTIC system har overføringsfunktion $H(s) = \frac{s^2}{s^2+8s+25}$.

Hvad er dæmpningsfaktoren $\zeta$?

1: $\zeta = -\frac{3}{5}$

2: $\zeta = \frac{3}{5}$

3: $\zeta = -\frac{4}{5}$

4: $\zeta = \frac{4}{5}$

Sol

Generelt navnerpolynomium: $s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$.

Sammenlignes med $H(s)$ ses:

$\omega_n^2 = 25 \Rightarrow \omega_n = 5$

$2\zeta\omega_n = 8 \Leftrightarrow \zeta = \frac{8}{2\omega_n} = \frac{8}{2\cdot 5} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

Svar: 4

## Problem 2

Et LTIC system er $H(s) = \frac{25}{(s+3)^2+4} = \frac{25}{s^2+6s+25}$.

Vælg sande udsagn.

1: Systemet er underdampet.

Sandt: $\omega_n^2 = 25 \Rightarrow \omega_n = 5$, $2\zeta\omega_n = 6 \Leftrightarrow \zeta = \frac{6}{2\cdot 5} = \frac{6}{10} = 0.6$

$\zeta < 1$ underdampet.

2: Dæmpningsfaktoren $\zeta = \frac{4}{5}$.

Falsk: $\zeta = 0.6$

3: Systemet er et højpasfilter.

Falsk: Intet s i tælleren. $\frac{b_0}{s^2 + a_1 s + a_0} \rightarrow$ lavpas

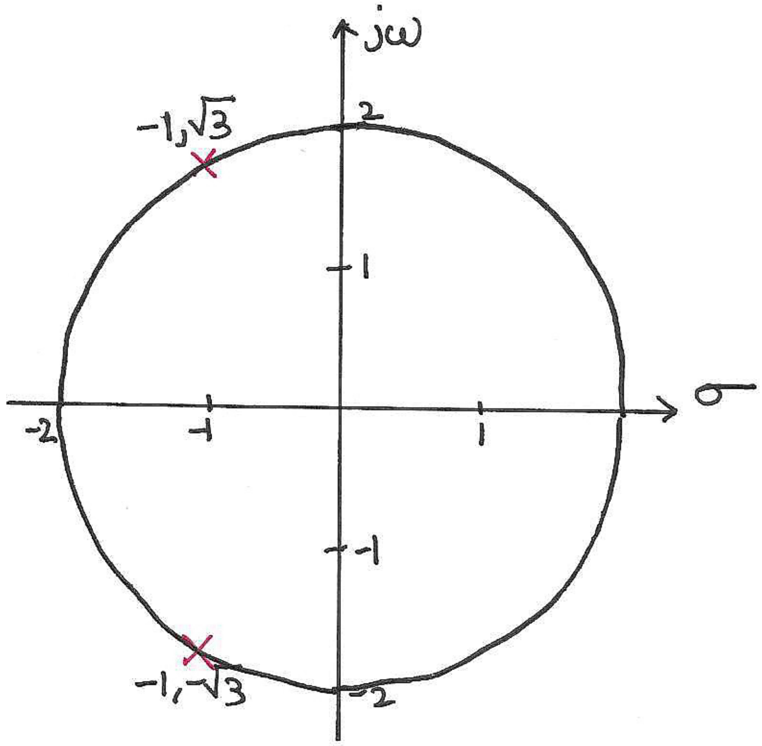
$\frac{b_1 s}{s^2 + a_1 s + a_0} \rightarrow$ Båndpas

$\frac{b_2 s^2}{s^2 + a_1 s + a_0} \rightarrow$ Højpas

Svar: 1

# Problem 3

Pol-nulpunktdiagrammet er vist nedenunder. Der er 2 Poler og 0 nulpunkter. Vælg sande udsagn. Forstærknigen er 1.




1: Systemet har dæmpningsfaktoren $\zeta = \frac{1}{4}$.

Falsk: $H(s) = \frac{k}{(s-p_1)(s-p_2)} = \frac{k}{(s-[-1+j\sqrt{3}])(s-[-1-j\sqrt{3}])} = \frac{k}{s^2+2s+4} = \frac{4}{s^2+2s+4}$

Forstærkning ved DC er 1, $k=4$

$\omega_n^2 = 4 \Rightarrow \omega_n = 2$, $2\zeta\omega_n = 2 \Leftrightarrow \zeta = \frac{2}{2\omega_n} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

2: Systemet er et 2. ordens lavpasfilter, med $\omega_n = 4$.

Falsk: $\omega_n = 2$

3: Systemet har overføringsfunktionen $H(s) = \frac{4}{(s+1)^2+3}$

Sandt: $H(s) = \frac{4}{s^2+2s+4} = \frac{4}{(s+1)^2+3}$

Svar: 3

Problem 4

Et stabilt trackingsystem har overføringsfunktionen

$T(s) = \frac{b_0}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$. For input $x(t)$ og output $y(t)$ er

den asymptotiske feil $e_x = \lim_{t\to\infty} y(t) - x(t)$.

Hvis den asymptotiske feil til et step-input skal være nul, hvad skal så gælde?

1: $b_0 = \omega_n^2$

2: $b_0 = \omega_n^2$ og $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

3: $\zeta = \frac{1}{\sqrt{2}}$

Sol

Den asymptotiske feil til et vilkårligt input $x(t)$ kan findes med

$$e_{final} = \lim_{s\to 0} s \cdot X(s)(1 - T(s))$$

For et step er $X(s) = \frac{1}{s}$

$$e_{final} = s \cdot \frac{1}{s}(1 - T(s)) \text{ for } s \to 0 = \lim_{s\to 0} 1 - T(s)$$

Vi ønsker $e_{final} = 0$.

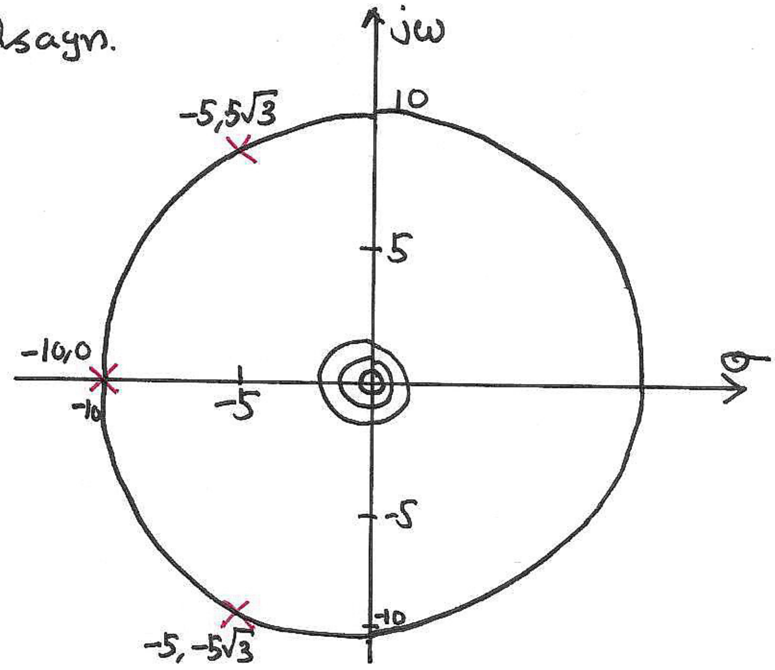
$$0 = \lim_{s\to 0} 1 - T(s) = 1 - \lim_{s\to 0} \frac{b_0}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} = 1 - \frac{b_0}{\omega_n^2} \Leftrightarrow b_0 = \omega_n^2$$

Feslen er uafhængig af $\zeta$.

Svar: 1

Problem 5

Pol-nulpunktdiagrammet for et system med unity gain er nedenunder. Krydserne er poler, ringene er nulpunkter. Vælg sande udsagn.




1: Systemet er marginalt stabilt.

Falskt: Systemet er asymptotisk stabilt fordi alle poler ligger i venstre halvplan.

2: Konvergensområdet for systemets overføringsfunktion medfører at systemets frekvenskarakteristik ikke er defineret.

Falsk: Alle poler ligger i venstre halvplan, så jw-aksen er med i konvergensområdet. Derfor er Fouriertransformationen $H(\omega)$ af impulsresponset $h(t)$ defineret.

3: Systemet har overføringsfunktionen $H(s) = \frac{s^2}{s^2+10s+100} \cdot \frac{s}{s+10}$.

Sandt: $H(s) = \frac{(s-z_1)(s-z_2)}{(s-p_1)(s-p_2)} \cdot \frac{(s-z_3)}{(s-p_3)} = \frac{(s-0)(s-0)}{(s-(-5+j5\sqrt{3}))(s-(-5-j5\sqrt{3}))} \cdot \frac{(s-0)}{(s-(-10))}$

$= \frac{s^2}{s^2+10s+100} \cdot \frac{s}{s+10}$

Svar: 3

# Problem 6

Et LTIC system har overføringsfunktionen $H(s) = \frac{s^2 + 7s}{(s+3)^2 + 4^2}$.

Vælg det sande udsagn.

1: Systemet er overdampet.

Falsk: $(s+3)^2 + 4^2 = s^2 + 6s + 25$

$\omega_n^2 = 25 \Rightarrow \omega_n = 5, \quad 2\zeta\omega_n = 6 \Leftrightarrow \zeta = \frac{6}{2\omega_n} = \frac{6}{10} = 0.6$

Det er underdampet.

2: Dæmpningsfaktoren er $\zeta = \frac{4}{5}$.

Falsk.

3: Systemet er et lavpasfilter.

Falsk: Største s-eksponent i tæller er 2, og største s-eksponent i nævner er 2.

Tæller og nævner har samme orden $\rightarrow$ højpasfilter.

4: Systemet har poler i $p = -3 \pm j4$.

Sandt: $\text{Solve}((s+3)^2 + 4^2 = 0, s) \Rightarrow s = -3 \pm j4$.

## Problem 7

Et ukendt system påvirkes med en enhedstrinpåvirkning. Det målte udgangssignal viser en transient med oscillerende indsvingning til 1.

Amplituden af den største peak er 1.2079 til tiden 1.5708 s.

Hvad er $\omega_n$, $\zeta$, $t_s$?

1: $\omega_n \cong 2.23 \ \frac{rad}{s}$, $\zeta \cong 0.4472$, $t_s \cong 4 \ s$

2: $\omega_n \cong 2.82 \ \frac{rad}{s}$, $\zeta \cong 0.7071$, $t_s \cong 2 \ s$

3: $\omega_n \cong 2.23 \ \frac{rad}{s}$, $\zeta \cong 0.8944$, $t_s \cong 2 \ s$

sol

$PO = 20.79$

$$a = \ln\left(\frac{PO}{100}\right) = -1.57$$

$$\zeta = \frac{|a|}{\sqrt{\pi^2 + a^2}} = 0.4471$$

$$\omega_n = \frac{\pi}{t_p\sqrt{1-\zeta^2}} = \frac{\pi}{1.5708\sqrt{1-0.4471^2}} = 2.23 \ \frac{rad}{s}$$

$$t_s = \frac{4}{\omega_n \zeta} = \frac{4}{2.23 \cdot 0.4471} = 4s$$

Svar: 1