# MATEMATIK 2 – OPVARMNING 5



Antag at $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ har konvergensradius $\rho > 0$.

a) Hvad er det største <u>åbne</u> interval rækken er konvergent?

<u>sol</u>

Rækken er uniformt konvergent i $]-\rho, \rho[$.

b) Kan vi uden yderligere information, finde et største <u>afsluttet</u> interval hvor rækken er konvergent?

<u>sol</u>

Nej. Vi er nødt til at undersøge om rækken er konvergent i randpunkterne $x = -\rho$, og $x = \rho$.

c) Hvad er det største <u>åbne</u> $t$-interval hvor rækken $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (t-2)^n$ er konvergent?

<u>sol</u>

Konvergens~~radius~~regionen var jo $x \in ]-\rho, \rho[$. Nu er $x = t-2$

så rækken er konvergent når $t-2 \in ]-\rho, \rho[ \iff$

$$\underline{\underline{t \in ]-\rho+2, \rho+2[.}}$$

d) Hvad skal $f$ opfylde for at vi er sikre på at $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin^n(t)$ er konvergent for alle $t \in \mathbb{R}$? ②

<u>Sol</u>

Det største $\sin^n(t)$ nogensinde kan blive er 1.

Det sker fx når $t = \frac{\pi}{2}$.

I det tilfælde bliver rækken $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin^n(t)$ størst (worst case scenario).

Så hvis $f \geq \frac{\pi}{2}$ ved vi med sikkerhed at $\sum_{n=0}^{\infty} a_n \sin^n(t)$ er konvergent for alle $t \in \mathbb{R}$.

NB: $t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$

$t = \frac{\pi}{2} + 2\pi \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{2} + 2\pi\right) = 1.$