

## MATEMATIK 2 - OPVARMNING 3

①

a) Kan du give et eksempel på en divergent række  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ , hvor  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  er konvergent.

Sol

Ja, den harmoniske sekvens  $a_n = \frac{1}{n}$  opfylder dette.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \quad \text{og} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \infty \quad (\text{divergent række}).$$

b) Kan  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  være konvergent såfremt  $a_n$  er divergent?

Sol

Nej. N'leeds-kriteriet siger at hvis  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  skal være konvergent skal  $a_n \rightarrow 0$  for  $n \rightarrow \infty$ .

Mere præcist: Hvis  $a_n \not\rightarrow 0$  for  $n \rightarrow \infty$  så er  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  divergent.  $a_n \not\rightarrow 0$  for  $n \rightarrow \infty$  er jo en divergent talfølge.

c) Kan  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  være ~~divergent~~ såfremt  $\sum_{n=n_0}^{\infty} a_n$ ,  $n_0 \in \{2, 3, \dots\}$  er konvergent?

Sol

Nej. Startindekset har ingen indflydelse på rækkeens divergensstatus.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \underbrace{\sum_{n=1}^{n_0} a_n}_{\text{Barre et tal}} + \sum_{n=n_0}^{\infty} a_n$$

Barre et tal

Hvis  $\sum_{n=n_0}^{\infty} a_n$  er konv.

så er  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  det også.