Вариант 9

Напишите программу для численного вычисления определенного интеграла с помощью средств SciPy. Сравните результаты вычисления различными функциями интегрирования с точным решением.

Интеграл:

$$\int_{-5}^{5} \frac{x\,dx}{x^4 + 3x^2 + 2}$$

Точное решение:

Функция нечётная, при симметричных пределах равна нулю -> решение исходного интеграла можно получить как $2 * \int \dots$.

$$F(x) = \frac{\log(x^2+1)}{2} - \frac{\log(x^2+2)}{2} + C$$

На отрезке (0,5) точное решение равно = 0.327703426288549. Общее решение интеграла:

$$2 * \ 0.327703426288549 = \mathbf{0.655406852577098}.$$

Python:

```
 # %%

from scipy import integrate
from math import pow, isclose
from numpy import linspace, vectorize, ndarray
from numpy import array as np_array

# %%
from typing import Final
lhs: Final[float] = 0.0
rhs: Final[float] = 5.0
CONST_REAL_ANSWER: Final[float] = 0.655406852577098
x_dist: Final[ndarray] = linspace(lhs, rhs, 2**20+1)

# %%
f = lambda x: x/((x**4) + (3*x**2) + 2)

# %%
def check_is_close(method, value, CONST_REAL_ANSWER, accur=1e-7):
```

```python
    return str(accur), isclose(2 * value, CONST_REAL_ANSWER, rel_tol=accur), str(method), value

# %%
methods = {
    'quad': integrate.quad,
    'trapezoid': integrate.trapezoid,
    'simpson': integrate.simpson,
    'romb': integrate.romb,
}

# %%
for acc in [1/x for x in (10**2, 10**9, 10**11, 10**12, 10**13, 10**14, 10**15, 10**16, 10**17, 10**18)]:
    print(check_is_close('quad', methods['quad'](f, lhs, rhs)[0], CONST_REAL_ANSWER, accur=acc))
    print(check_is_close('trapezoid', methods['trapezoid'](vectorize(f)(x_dist), x_dist),
CONST_REAL_ANSWER, accur=acc))
    print(check_is_close('simpson', methods['simpson'](vectorize(f)(x_dist), x_dist), CONST_REAL_ANSWER,
accur=acc))
    print(check_is_close('romb', methods['romb']((x_dist)), CONST_REAL_ANSWER, accur=acc))
```

```
('1e-09', True, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-09', True, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-09', True, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-09', False, 'romb', 2621440.0)
('1e-11', True, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-11', True, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-11', True, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-11', False, 'romb', 2621440.0)
('1e-12', True, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-12', False, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-12', True, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-12', False, 'romb', 2621440.0)
('1e-13', True, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-13', False, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-13', True, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-13', False, 'romb', 2621440.0)
('1e-14', True, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-14', False, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-14', True, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-14', False, 'romb', 2621440.0)
('1e-15', False, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-15', False, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-15', True, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-15', False, 'romb', 2621440.0)
('1e-16', False, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-16', False, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-16', False, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-16', False, 'romb', 2621440.0)
('1e-17', False, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-17', False, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-17', False, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-17', False, 'romb', 2621440.0)
('1e-18', False, 'quad', 0.32770342628854815)
('1e-18', False, 'trapezoid', 0.3277034262875941)
('1e-18', False, 'simpson', 0.3277034262885491)
('1e-18', False, 'romb', 2621440.0)
```

Вывод:

Можем заметить, что ромбовидный метод нахождения интегрирования не даёт адекватных результатов. Вычисления до точности 11 знаков после запятой идут одинаково, все методы сохраняют правильные ответы. На точности 15 знака метод Симпсона сохраняет точность. Дальнейшая точность не позволяет ни одному методы сравниться с точным ответом.