Метод наискорейшего спуска. Параметр τ_{n+1} находим из условия минимума квадрата так называемой энергетической нормы $\left\|z^{(n+1)}\right\|_A^2 = \left(Az^{(n+1)}, z^{(n+1)}\right)$ при заданном значении $\left\|r^{(n)}\right\|$. Найдем итерационный параметр метода.

$$\left\|z^{(n+1)}\right\|_A^2 = \left(Az^{(n+1)}, z^{(n+1)}\right) = \left(A\left(z^{(n)} - \tau_{n+1}Az^{(n)}\right), \left(z^{(n)} - \tau_{n+1}Az^{(n)}\right)\right) =$$

$$= \left\|z^{(n)}\right\|_A^2 - 2\tau_{n+1}\left(Az^{(n)}, Az^{(n)}\right) + \tau_{n+1}^2\left\|Az^{(n)}\right\|_A^2$$

Запишем необходимое условие экстремума: (продифференцируем выражение по τ_{n+1})

$$-2\left\|Az^{(n)}\right\|_e^2 + 2\tau_{n+1}\left\|Az^{(n)}\right\|_A^2 = 0$$

Отсюда находим параметр: метода наискорейшего спуска $\tau_{n+1} = \dfrac{\left(Az^{(n)}, Az^{(n)}\right)}{\left(A^2z^{(n)}, Az^{(n)}\right)}$

Так как величина точного решения $\overline{x}$ неизвестна, то используют следующий прием:

$$Az^{(n)} = A(x^{(n)} - \overline{x}) = Ax^{(n)} - A\overline{x} = Ax^{(n)} - b = r^{(n)}$$

Тогда параметр можно вычислять так: $\tau_{n+1} = \dfrac{\left(r^{(n)}, r^{(n)}\right)}{\left(Ar^{(n)}, r^{(n)}\right)}$

Алгоритм метода:

1. Вычисляется $x^{(n)}$ и вектор невязки $r^{(n)} = Ax^{(n)} - b$
2. Вычисляется параметр τ_{n+1} и затем $x^{(n+1)} = x^{(n)} - \tau_{n+1}r^{(n)}$
3. Вычисления ведутся до тех пор пока $\dfrac{\left\|r^{(n)}\right\|}{\left\|r^{(0)}\right\|} \le \varepsilon$