



POLSKO-JAPÓŃSKA
AKADEMIA TECHNIK
KOMPUTEROWYCH
W GDAŃSKU

DOŚWIADCZENIE STOKESA

Aleksander Bastek
s27454

Kamil Koniak
s26766

1. Celem zadania jest wyznaczanie współczynnika lepkości cieczy bardzo lepkiej metodą spadania kulki w viskozymetrze.
2. Podstawowe zagadnienia:

2.1. Dynamika gazów i cieczy:

2.1.1. Ruch Browna:

Ruch Browna to chaotyczny ruch mikroskopijnych cząsteczek cieczy lub gazu. Spowodowany jest on nieustannym bombardowaniem cząsteczek przez inne cząsteczki. Albert Einstein opisał ten ruch jako dowód na istnienie atomów.

2.1.2. Zasada zachowania masy:

Zasada ta stwierdza, że masa zamkniętego układu pozostaje stała, niezależnie od rodzaju procesów fizycznych czy chemicznych, które w nim zachodzą. Dotyczy to zarówno gazów, jak i cieczy.

2.1.3. Równanie stanu gazu idealnego:

Równanie to opisuje zachowanie idealnego gazu w danym stanie termodynamicznym. Mówi, że iloczyn ciśnienia i objętości gazu jest proporcjonalny do jego temperatury, pomnożonej przez stałą gazową.

2.1.4. Lepkość cieczy:

Lepkość to zdolność cieczy do przeciwdziałania ścinaniu się pod wpływem sił skręcających. W przypadku cieczy bardzo lepkich, jak np. oleje czy syropy, lepkość jest istotnym parametrem. Viskozymetr to urządzenie pomiarowe, które umożliwia pomiar lepkości cieczy.

2.1.5. Prawo Archimedesa:

Prawo to mówi, że każde ciało zanurzone w cieczy jest wypierane przez objętość cieczy równą objętości zanurzonego ciała. W kontekście dynamiki cieczy jest ważne przy analizie pływalności i unoszenia się ciał.

2.1.6. Równanie Bernoulliego:

Równanie to opisuje zachowanie cieczy w ruchu, uwzględniając jej ciśnienie, gęstość i prędkość. Jest używane do analizy przepływów cieczy, takich jak w rurach czy dyszach.

2.2. Hydrodynamiczne prawo Newtona:

Zjawisko lepkości opisane jest przez równanie Newtona dla płynów newtonowskich, które są jednym z typów płynów, w których naprężenie ścinające jest proporcjonalne do prędkości ścinania. Równanie to wyraża się wzorem:

$$\tau = \eta \frac{du}{dy}$$

gdzie:

τ to naprężenie ścinające

η to współczynnik lepkości

$\frac{du}{dy}$ to gradient prędkości (zmiana prędkości względem odległości)

Równanie to mówi nam, że naprężenie ścinające (siła, która działa na warstwę płynu) jest proporcjonalne do gradientu prędkości. Stałą proporcjonalnością między tymi wielkościami jest właśnie współczynnik lepkości (η). W przypadku płynów newtonowskich, współczynnik lepkości jest stały dla danego płynu w danym zakresie warunków.

2.3. Jednostki współczynnika lepkości (η):

2.3.1. Stokes (St) to jednostka lepkości kinematycznej w układzie jednostek miar CGS (Centymetr Gram Sekunda, nazywany bezwzględnym układem jednostek). Jej nazwa pochodzi od nazwiska irlandzkiego fizyka i matematyka George'a Gabriela Stokesa.

$$1 St = 1 \text{ cm}^2/\text{s}$$

W układzie SI (Międzynarodowy Układ Jednostek Miar) analogiczną jednostką jest m^2/s

$$1 St = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

2.3.2. Puaz (P) to jednostka lepkości dynamicznej w układzie jednostek miar CGS, nazwana na cześć francuskiego fizyka i lekarza Jeana Louis Marie Poiseuille'a.

$$1 P = 1 \text{ dyn} \cdot \text{s}/\text{cm}^2 = 1 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

W praktyce często wygodniej jest stosować jednostkę sto razy

mniejszą: centypuaz (cP).

$$1 \text{ } cP = 1 \text{ } mPa \cdot s$$

2.4. Ruch kulki w płynie może być opisany z perspektywy dynamiki płynów i ruchu ciała sztywnego. Zjawisko to jest istotne w kontekście eksperymentów wyznaczania współczynnika lepkości cieczy, takich jak metoda spadania kulki w viskozometrze. Poniżej znajdziesz opis ogólnego ruchu kulki w płynie:

2.4.1. Opór powietrza i siły wyporu: Gdy kulka zanurza się w płynie, doświadcza oporu powietrza i sił wyporu płynu. Siły te wpływają na ruch kulki.

2.4.2. Przyspieszenie kulki: W wyniku działania sił grawitacyjnych kulka zacznie się poruszać w dół, skierowana w stronę środka Ziemi. Przyspieszenie ruchu zależy od masy kulki i siły grawitacyjnej.

2.4.3. Umowa znaków jest używana do zapisywania równań optycznych, takich jak wzory soczewkowe czy wzory powiększenia, w sposób jednoznaczny i zgodny z praktyką optyczną. Dzięki temu, gdy analizujemy układy optyczne i soczewki, łatwiej jest interpretować i przewidzieć, jak obrazy będą się formować na podstawie znaków przypisanych różnym wielkościom optycznym.

2.4.4. Siły oporu płynu: W miarę jak kulka porusza się przez płyn, doświadcza oporu płynu, który jest proporcjonalny do prędkości kulki. Siła oporu zależy również od lepkości cieczy. W płynach o dużej lepkości, opór jest większy, co wpływa na zwolnienie ruchu kulki.

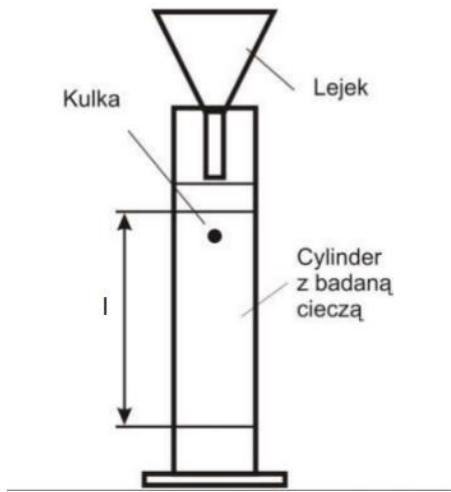
2.4.5. Osiągnięcie prędkości równowagi: W pewnym momencie, siła oporu płynu będzie równa sile grawitacyjnej działającej na kulkę, co doprowadzi do osiągnięcia prędkości równowagi. Kulka będzie kontynuować ruch ze stałą prędkością, poruszając się z równowagą sił.

2.4.6. Pomiar czasu spadania: W eksperymencie wyznaczania współczynnika lepkości cieczy, czas, jaki kulka potrzebuje na przejście przez daną odległość, jest mierzony. Na podstawie tego czasu i innych parametrów eksperimentu można obliczyć współczynnik lepkości cieczy.

3. Przyrządy:

- 3.1. Duża menzurka (walec) napełniona badaną cieczą
- 3.2. Kulki o różnych średnicach
- 3.3. Przymiar liniowy
- 3.4. Stoper
- 3.5. Suwmiarka

3.6. Areometr



Rysunek przedstawia schemat aparatury do wyznaczania lepkości dynamicznej.

4. Przeprowadzenie pomiarów:

- 4.1. Za pomocą suwmiarki pięciokrotnie zmierzyliśmy wewnętrzny promień cylindra R .

lp.	Promień (0.05 mm)
1	45,45
2	45,55
3	45,6
4	45,55
5	45,55
Średnia	45,54

- 4.2. Zmierzyliśmy odległość l między zaznaczonymi miejscami na cylindrze.

- 4.3. Wybraliśmy pięć kulek o promieniu r_1 i pięć kulek o promieniu r_2 . Wyznaczyliśmy ich średnice $2r$ ($2r_1$ i $2r_2$).

- 4.4. Wyznaczyliśmy masę kulek o promieniu r_1 i r_2 . Skorzystaliśmy ze wzoru na gęstość:

$$\varrho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow m = \frac{4}{3}\pi r^3$$

gdzie:

ρ to gęstość żelaza którą wzięliśmy z tablicy $7,874 \text{ g/cm}^3$

m to masa kulki

V to objętość kulki

- 4.5. Przed wrzuceniem kulki do płynu zwilżyliśmy kulkę badaną cieczą.
- 4.6. Wyznaczyliśmy sekundomierzem czas t_i spadku każdej z pięciu kulek na odcinku l .
- 4.7. Temperaturę pokojową która wynosiła 21°C uznaliśmy za temperaturę cieczy T .
- 4.8. Areometrem wyznaczyliśmy gęstość cieczy $\rho = 0,00126 \text{ (g/mm)}$.

5. Opracowywanie pomiarów:

- 5.1. Wartość średnia promieni kulek r (r_1 i r_2):

Niepewność promienia wynosi $0,05 \text{ (mm)}$

	Kulka 1	Kulka 2
lp.	r_1	r_2
1	7,9	6
2	7,9	6
3	7,9	6
4	7,9	6
5	7,9	6
Promień (mm)	7,9	6

- 5.2. Wartość średnia czasu spadku kulek na odcinku l (t_1 i t_2):

	Kulka 1	Kulka 2
lp.	czas (t_1)	czas (t_2)
1	9,71	14,75

2	9,48	15,31
3	9,49	14,9
4	9,55	14,63
5	9,5	14,82
Czas (s)	9,546	14,882

5.3. Wartość średnią masy kulki m (m_1 i m_2) oraz jej niepewność:

Gęstość żelaza wynosi 0,00787 (g/mm³)

Niepewność gęstości wynosi 0,00001 (g/mm³)

	Kulka 1	Kulka 2
lp.	m_1	m_2
1	16,25341467	7,120608245
2	16,25341467	7,120608245
3	16,25341467	7,120608245
4	16,25341467	7,120608245
5	16,25341467	7,120608245
Masa (g)	16,25341467	7,120608245
Niepewność masy (g)	0,02559723617	0,01399265368

5.4. Wyznacznik n wyznaczony według wzoru:

$$\partial r_1 = \frac{\frac{2 \ln \left(\frac{R - r_2}{R - r_1} \right)}{r_1} - \frac{\ln \left(\frac{r_1^2 - t_1}{r_2^2 - t_2} \right)}{R - r_1}}{\left(\ln \left(\frac{R - r_2}{R - r_1} \right) \right)^2} = 0.39776913865199$$

$$\partial r_2 = \frac{-\frac{2}{r_2} \ln \left(\frac{R - r_2}{R - r_1} \right) + \frac{\ln \left(\frac{r_1^2 - t_1}{r_2^2 - t_2} \right)}{R - r_2}}{\left(\ln \left(\frac{R - r_2}{R - r_1} \right) \right)^2} = -5.6615260404373$$

$$\partial t_1 = \frac{1}{\ln(R - r_2) t_1 - \ln(R - r_1) t_1} = 2.1272179645643$$

$$\partial t_2 = \frac{1}{\ln(R - r_2) t_2 - \ln(R - r_1) t_2} = 1.3644955442636$$

$$\partial R = \frac{\frac{r_1 - r_2}{R^2 - Rr_1 - Rr_2 + r_1 r_2} \ln\left(\frac{r_1^2 t_1}{r_2^2 t_2}\right)}{\left(\ln\left(\frac{R - r_2}{R - r_1}\right)\right)^2} = 0.0558935944031$$

Podsumowując podpunkt:

$R = 45.54$	$\partial R = 0.0558935944031$	$\Delta R = 0.05$
$r_1 = 7.9$	$\partial r_1 = 3.9776913865199$	$\Delta r_1 = 0.05$
$r_2 = 6$	$\partial r_2 = -5.6615260404373$	$\Delta r_2 = 0.05$
$t_1 = 9.564$	$\partial t_1 = 2.1272179645643$	$\Delta t_1 = 0.05$
$t_2 = 14.882$	$\partial t_2 = 1.3644955442636$	$\Delta t_2 = 0.05$

$$\Delta n = |\partial r_1 \Delta r_1| + |\partial r_2 \Delta r_2| + |\partial t_1 \Delta t_1| + |\partial t_2 \Delta t_2| + |\partial R \Delta R| = 0.623340711975$$

$$n = \frac{\ln\left(\frac{r_1^2 t_1}{r_2^2 t_2}\right)}{\ln\left(\frac{R - r_2}{R - r_1}\right)} = 2.156062250881$$

5.5. Mając n obliczamy współczynnik lepkości dla temperatury cieczy równej 21°C dla kulki 1 (dużej) korzystając ze wzoru:

$$\partial l = \frac{(2gr^2t\rho - 2gr^2t\rho_c)\left(1 - \frac{r}{R}\right)^n}{9l^2} = -0.022829785721$$

$$\begin{aligned} \partial n &= \frac{(2gr^2t\rho - 2gr^2t\rho_c) \ln\left(1 - \frac{r}{R}\right)^{(1-\frac{r}{R})^n}}{9l} = -2.1748081470358\partial r \\ &= \frac{(4Rgrt\rho - 4Rgrt\rho_c) \ln\left(1 - \frac{r}{R}\right)^n + (-2gnr^2t\rho + 2gnr^2t\rho_c)\left(1 - \frac{r}{R}\right)^{n-1}}{9Rl} \\ &= 2.2359881749205 \end{aligned}$$

$$\partial t = \frac{2gr^2\rho(R - r)^n - 2gr^2\rho_c(R - r)}{9R^n l} = 1.1952767393172$$

$$\partial R = \frac{(2gnr^3t\rho - 2gnr^3t\rho_c) \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{n-1}}{9R^2l} = 0.1134272977401$$

$$\partial \rho_c = \frac{2gr^2t(R-r)^n}{9R^n l} = 1725.8682885513915$$

$$\partial \rho = \frac{2gr^2t(R-r)^n}{9R^n l} = 1725.8682885513915$$

$$\partial g = \frac{2r^2t\rho(R-r)^n - 2r^2t\rho_c(R-r)^n}{9R^n l} = 0.0011618211563$$

Podsumowując podpunkt:

$\rho = 0.007874$	$\partial \rho = 1725.8682885513915$	$\Delta \rho = 0.00001$
$\rho_c = 0.00126$	$\partial \rho_c = 1725.8682885513915$	$\Delta \rho_c = 0.00001$
$r = 7.9$	$\partial r = 2.2359881749205$	$\Delta r = 0.05$
$R = 45.54$	$\partial R = 0.1134272977401$	$\Delta R = 0.05$
$n = 2.156062250881$	$\partial n = -2.1748081470358$	$\Delta n = 0.623340711975$
$l = 500$	$\partial l = -0.022829785721$	$\Delta l = 1$
$g = 9825$	$\partial g = 0.0011618211563$	$\Delta g = 1$
$t = 9.55$	$\partial t = 1.1952767393172$	$\Delta t = 0.01$

$$\eta = \frac{2(\rho - \rho_c) g r^2 t \left(1 - \frac{r}{R}\right)^2}{9l} = 11.4148928604789$$

$$\Delta n = |\partial \rho + \Delta \rho| + |\partial \rho_c + \Delta \rho_c| + |\partial r + \Delta r| + |\partial t + \Delta t| + |\partial l + \Delta l| + |\partial n + \Delta n| + |\partial R + \Delta R| + |\partial l + \Delta l| + |\partial g + \Delta g| = 1.3181209053192$$

5.6. Obliczony według wzoru współczynnik lepkości dla dużych i małych kulek:

$g = 9825$	$l = 500$
$r_1 = 7.9$	$r_2 = 6$
$\rho = 0.00787$	$\rho_c = 0.00126$
$t_1 = 9.546$	$t_2 = 14.88$

$$\eta_1 = \frac{\frac{2}{9}gr_1^2(\rho - \rho_c)t_1}{l} = 17.19598719442$$

$$n_2 = \frac{\frac{2}{9}gr_2^2(\rho - \rho_c)t_2}{l} = 15.46168896$$

5.7. Niepewność współczynnika lepkości:

$$\begin{array}{ll} \Delta r_1 = 0.05 & \Delta r_2 = 0.05 \\ \Delta t_1 = 0.01 & \Delta t_2 = 0.01 \\ \Delta g = 1 & \Delta l = 1 \\ \Delta \rho = 0.00001 & \Delta \rho_c = 0.00001 \end{array}$$

$$\partial g_1 = \frac{2r_1^2 t_1 \rho - 2r_1^2 t_1 \rho_c}{9l} = 0.0017502277043$$

$$\partial g_2 = \frac{2r_2^2 t_2 \rho - 2r_2^2 t_2 \rho_c}{9l} = 0.0015737088$$

$$\partial r_1 = \frac{4gr_1 t_1 \rho - 4gr_1 t_1 \rho_c}{9l} = 4.3534144796$$

$$\partial r_2 = \frac{4gr_2 t_2 \rho - 4gr_2 t_2 \rho_c}{9l} = 5.15389632$$

$$\partial t_1 = \frac{2gr_1^2 \rho - 2gr_1^2 \rho_c}{9l} = 1.8013814366667$$

$$\partial t_2 = \frac{2gr_2^2 \rho - 2gr_2^2 \rho_c}{9l} = 1.039092$$

$$\partial l_1 = \frac{2gr_1^2 t_1 \rho_c - 2gr_1^2 t_1 \rho}{9l^2} = -0.0343919743888$$

$$\partial l_2 = \frac{2gr_2^2 t_2 \rho_c - 2gr_2^2 t_2 \rho}{9l^2} = -0.03092337792$$

$$\partial \rho_1 = \frac{2gr_1^2 t_1}{9l} = -2601.5109219999995$$

$$\partial \rho_2 = \frac{2gr_2^2 t_2}{9l} = -\frac{292392}{125}$$

$$\partial \rho_{c1} = -\frac{2gr_1^2 t_1}{9l} = -2601.5109219999995$$

$$\partial \rho_{c2} = -\frac{2gr_2^2 t_2}{9l} = -\frac{292392}{125}$$

Podsumowując:

$$\begin{aligned}\Delta\eta_1 = & |\partial g_1 \Delta g| + |\partial r_1 \Delta r_1| + |\partial \rho_1 \Delta \rho| + \\ & + |\partial \rho_{c1} \Delta \rho_c| + |\partial t_1 \Delta t_1| + |\partial l_1 \Delta l| = 0.3238569588798\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta\eta_2 = & |\partial g_2 \Delta g| + |\partial r_2 \Delta r_2| + |\partial \rho_2 \Delta \rho| + \\ & + |\partial \rho_{c2} \Delta \rho_c| + |\partial t_2 \Delta t_2| + |\partial l_2 \Delta l| = 0.34736554272\end{aligned}$$

5.8 Porównanie wartości współczynnika lepkości otrzymaną w punkcie 5.5 i 5.6:

W punkcie 5.5 współczynnik lepkości n dla dużej kulki wynosi:

$$n = 11.4148928604789$$

W punkcie 5.6 współczynnik lepkości dla dużej kulki wynosi:

$$n = 15.46168896$$

Wniosek:

Rozbierzność w wynikach wynosi 4,0467960995211.

Ma to się nijak do naszego błędu pomiarowego który wynosi

$$\Delta n = 0.34736554272.$$

Prawdopodobnie popełniliśmy błąd w obliczeniach.

Należało powtórzyć proces obliczania współczynnika lepkości by wyeliminować potencjalny błąd.

Bibliografia

S. Szczeniowski, *Mechanika i akustyka*, PWN

H. Szydłowski, *Pracownia Fizyczna*, PWN

A. Zawadzki H. Hofmokl, *Laboratorium Fizyczne*, PWN

Linki:

<https://pl.wikipedia.org/wiki/Puaz>

https://pl.wikipedia.org/wiki/R%C3%B3wnanie_Bernoulliego

https://pl.wikipedia.org/wiki/Ruchy_Browna

https://pl.wikipedia.org/wiki/Hydrodynamiczne_prawo_Newtona

<https://pl.wikipedia.org/wiki/Lepko%C5%9B%C4%87>

<https://encyklopedia.pwn.pl/haslo/zelazo;4002903.html>