



POLSKO-JAPÓŃSKA  
AKADEMIA TECHNIK  
KOMPUTEROWYCH  
W GDAŃSKU

REZONANS AKUSTYCZNY

Kamil Koniak  
s26766

1. Celem zadania jest wyznaczenie prędkości dźwięku w powietrzu, korzystając z metody rezonansu akustycznego.
2. Podstawowe zagadnienia:

### 2.1. Czym jest fala?

Fale to rozprzestrzeniające się zakłócenia w czasie i przestrzeni, przenoszące energię z jednego miejsca do drugiego. Występują w różnych dziedzinach fizyki, od elektromagnetyzmu przez optykę do akustyki oraz w innych dziedzinach nauki, takich jak oceanografia i sejsmologia. Fale są fundamentalnym aspektem fizyki i odgrywają kluczową rolę w zrozumieniu wielu zjawisk przyrody. Zjawiska falowe występują w różnych skalach, od mikroskopijnych fal kwantowych po makroskopijne fale oceaniczne czy fale dźwiękowe w koncertowej sali. Oto kilka ogólnych informacji na temat fal:

#### 2.1.1. Definicja Fali:

Fale to zaburzenia lub zakłócenia, które przenoszą energię bez przemieszczania cząsteczek na znaczną odległość. Cząsteczki w danym medium (lub przestrzeni) przemieszczają się wokół swojego punktu równowagi, tworząc fale.

#### 2.1.2. Rozróżnienie względem środowiska:

Fale mogą rozchodzić się zarówno w ośrodkach materialnych, takich jak woda czy powietrze, jak i w próżni, na przykład fale elektromagnetyczne (światło).

#### 2.1.3. Rodzaje fal:

2.1.3.1. Mechaniczne fale: Są to fale, które wymagają ośrodka do rozchodzenia się, na przykład fale dźwiękowe w powietrzu czy fale sejsmiczne w ziemi.

2.1.3.2. Elektromagnetyczne fale: Obejmują fale świetlne, mikrofalowe, radiowe itp., które przenoszą energię poprzez pole elektromagnetyczne i nie wymagają ośrodka materialnego.

#### 2.1.4. Charakterystyka fali:

2.1.4.1. Amplituda: Maksymalne wychylenie cząstek medium od ich położenia równowagi.

2.1.4.2. Długość Fali: Odległość między dwoma punktami równymi w jednym cyklu fali.

2.1.4.3. Częstotliwość: Liczba cykli fal przypadających na jednostkę czasu. Mierzona w hercach (Hz).

#### 2.1.5. Równanie Fali:

Równanie matematyczne opisujące falę zależy od rodzaju fali. Dla fali biegnącej na strunie, przykładowe równanie może mieć postać:

$$y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$$

A to amplituda  
k to liczba falowa  
x to odległość  
ω to częstotliwość kołowa  
t to czas.

#### 2.1.6. Interferencja:

W przypadku spotkania się dwóch fal, może zachodzić interferencja, prowadząca do ich wzmacniania (interferencja konstruktywna) lub osłabiania się nawzajem (interferencja destruktynna).

#### 2.1.7. Zjawiska Fali:

2.1.7.1. Refrakcja: Zmiana kierunku rozchodzenia się fal w wyniku zmiany środowiska, co występuje na przykład, gdy fala przechodzi przez warstwę o innym współczynniku załamania.

2.1.7.2. Dyfrakcja: Zjawisko ugięcia fal wokół przeszkody lub zakrzywienia, co można zaobserwować na przykład, gdy fala świetlna przechodzi przez wąską szczelinę.

#### 2.1.8. Fale Dźwiękowe:

Fale dźwiękowe to mechaniczne fale, które przenoszą się przez ośrodek, na przykład powietrze, wodę czy ciała stałe. Prędkość dźwięku w danym medium zależy od właściwości tego medium.

2.2. Równanie falowe, czyli matematyczne równanie różniczkowe cząstkowe drugiego rzędu opisujące ruch falowy.

Ogólną postacią równania falowego jest:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}u - c \cdot \Delta_x u = 0 \quad u: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^n, t \in \mathbb{R}_+$$

$$u(x, 0) = f(x) \quad f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\frac{\partial}{\partial^2}(x, 0) = g(x) \quad g : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$$

gdzie  $\mathbb{R}_+$  oznacza zbiór liczb rzeczywistych nieujemnych, a  $\Delta_x$  to laplasjan.

2.3. Podział fal ze względu na kierunek drgań:

Fale mechaniczne ze względu na kierunek drgań częstek ośrodka względem kierunku rozchodzenia się fale dzielimy na fale podłużne i fale poprzeczne. Możliwa jest również sytuacja pośrednia, np. w przypadku fal na wodzie, gdy drgania zachodzą się równocześnie wzdłuż kierunku jej rozchodzenia, jak i w kierunku poprzecznym.

2.4. Fala stojąca jest to fala, której grzbiety i doliny nie przemieszczają się. Fala stojąca powstaje na skutek interferencji dwóch takich samych fal poruszających się w tym samym kierunku, lecz o przeciwnych zwrotach. Zwykle efekt ten powstaje np. poprzez nałożenie na falę biegnącą fali odbitej.

Fala stojąca to w istocie drgania ośrodka, nazywane też drganiami normalnymi. Idealna fala stojąca różni się od fali biegnącej tym, że nie ma tu propagacji drgań, nie występuje zatem np. czoło fali. Miejsca, gdzie amplituda fali osiąga maksima nazywane są strzałkami, zaś te, w których amplituda jest zawsze zerowa, węzłami fali stojącej. Rysunek obok przedstawia idealną (zupełną) falę stojącą. W przypadku niewielkiej niezgodności częstotliwości węzły i strzałki mogą się przesuwać. Jeżeli występuje pewna niezgodność amplitud, wówczas nie ma pełnego wygaszenia drgań w węzłach.

2.5. Fala biegnąca (inaczej fala bieżąca) jest to fala, której punkty o jednakowej fazie (np. grzbiety) poruszają się.

2.6. Rezonans akustyczny, czyli zjawisko rezonansu zachodzące dla fal dźwiękowych, polegające na pobieraniu energii fal akustycznych przez układ akustyczny ze źródła drgań o częstotliwościach równych lub zbliżonych do częstotliwości drgań własnych układu, w wyniku czego dochodzi do generowania, wzmacniania lub filtrowania drgań o tych częstotliwościach.

2.7. Prędkość rozchodzenia się fal w powietrzu:

Prędkość rozchodzenia się fal mechanicznych w powietrzu zależy od rodzaju fali i jej cech, takich jak częstotliwość i długość fali. Dla fal dźwiękowych, które są przykładem fal mechanicznych, prędkość zależy głównie od temperatury powietrza.

2.8. Odnosząc się do standardowych warunków atmosferycznych, co zazwyczaj oznacza temperaturę 20°C przy ciśnieniu atmosferycznym na

poziomie morza, prędkość rozchodzenia się fal w powietrzu wynosi:

- dla fal elektromagnetycznych, np. 299700000m/s dla światła
- dla fal mechanicznych, np. 343m/s dla dźwięku

#### 2.9. Zależność prędkości od temperatury powietrza:

Zależność prędkości dźwięku w powietrzu od temperatury opisuje się przy pomocy równań termodynamicznych, a konkretnie wzoru:

$$v = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}$$

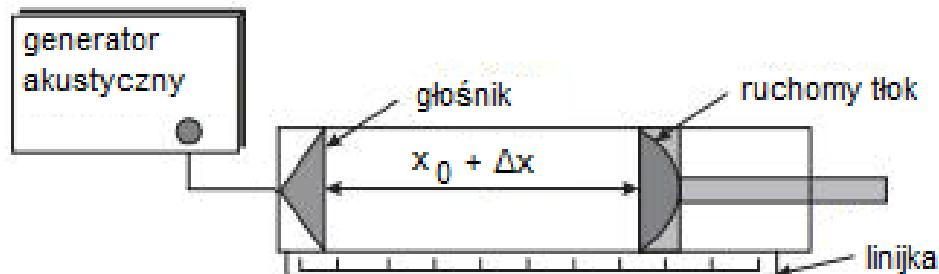
gdzie:

$v$  to prędkość dźwięku,  $\gamma$  to wykładnik adiabaty,  $R$  to uniwersalna stała gazowa,  $T$  to temperatura w kelwinach.

Warto zauważyć, że prędkość dźwięku w powietrzu rośnie wraz z temperaturą. W ogólności, prędkość dźwięku w gazach rośnie o około 0,6 m/s w każdym stopniu Celsjusza wzrostu temperatury.

2.10. Natężenie fali dźwiękowej, jest to miara energii fali akustycznej, równa średniej wartości strumienia energii akustycznej przepływającego w jednostce czasu (1 s) przez jednostkowe pole powierzchni ( $1 \text{ m}^2$ ) zorientowanej prostopadle do kierunku rozchodzenia się fali. W układzie SI jednostką natężenia dźwięku jest  $\text{W/m}^2$ .

3. Przyrządy: generator akustyczny podłączony do głośnika umieszczonego na jednym z końców szklanej rury. Z drugiej strony rury znajduje się ruchomy tłok.



4. Przeprowadzenie pomiarów:

- 4.1. Wybrałem częstotliwości 1000 Hz, 1500 Hz oraz 2000 Hz
- 4.2. Temperatura w pomieszczeniu wynosiła 20°C
- 4.3. Wyznaczyłem położenia tłoka, odpowiadające rezonansom na całej długości rury.

## 5. Opracowywanie wyników

5.1. Dla każdej częstotliwości f wyznaczyć średnią wartość  $x_0$  i  $x_n$

Wzór na średnią arytmetyczną:

$$\bar{x}_n = \frac{x_1 + x_2 + x + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

f: 1000 Hz						
Lp.	1	2	3	4	5	6
x[cm]	4	20	37	54	71	88
x $\Delta$ [cm]	-	16	17	17	17	17
f: 1500 Hz						
Lp.	1	2	3	4	5	6
x[cm]	3	13	23	35	46	58
x $\Delta$ [cm]	-	10	10	12	11	12
f: 2000 Hz						
Lp.	1	2	3	4	5	6
x[cm]	4	9	18	26	43	52
x $\Delta$ [cm]	-	5	9	8	17	9

5.2. Obliczyć średnią wartość prędkości dźwięku dla każdej częstotliwości oraz odchylenia standardowe tej wielkości. Przyjąć, że częstotliwość generatora obarczona jest niepewnością systematyczną względną równą 1%.

Wzór na prędkość dźwięku:

$$V = \lambda f \text{ gdzie } \lambda \text{ to długość fali, a } f \text{ to częstotliwość}$$

Wzór na odchylenie standardowe:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

gdzie  $n$  to ilość przypadków, a  $\bar{x}$  to wartości.

Częstotliwość (Hz)	1000	1500	2000
Prędkość (m/s)	320	300	200
	340	300	360
	340	360	320
	340	330	680
	340	360	360
Średnie prędkości dźwięku	344	342	328
Odchylenie standardowe	8,94427191	30	177,9887637

5.3. Jeżeli obliczone średnie prędkości dźwięku dla różnych częstotliwości różnią się wartością i odchyleniem standardowym, obliczyć ich średnią ważoną oraz niepewność średniej ważonej.

$$\bar{x}_w = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$$

gdy:

$x_i$  to kolejne pomiary ( $i = 1, 2, 3 \dots n$ )

$w_i = 1/(\Delta x_i)^2$  waga i-tego wyniku

$\Delta x_i$  to niepewność pomiarowa dla pomiaru  $x_i$

Częstotliwość (Hz)	1000	1500	2000
Niepewności (ma)	13,36	18,3	23,84
Wagi	0,00560256732	0,002986055123	0,001759492816

Sposób wyliczenia niepewności maksymalnej jest przedstawiony poniżej w zadaniu 5.4.

Średnia ważona prędkości wynosi 342,4300912 m/s

5.4. Obliczyć niepewność maksymalną prędkości dla jednej z wybranych częstotliwości i porównać z odchyleniem dla tej częstotliwości.

Użyłem metody różniczki logarytmicznej z wzoru:

$$y = a \cdot x_1^{n_1} \cdot x_2^{n_2}$$

$$\ln y = \ln a + n_1 \cdot \ln x_1 + n_2 \cdot \ln x_2$$

$$\left| \frac{\partial y}{y} \right| = \left| n_1 \cdot \frac{\partial x_1}{x_1} \right| + \left| n_2 \cdot \frac{\partial x_2}{x_2} \right|$$

Częstotliwość (Hz)	1000
Niepewność maksymalna (m/s)	
Niepewność średniej ważonej	9,830358842
Odchylenie	8,94427191

- 5.5. Odnieś otrzymaną wartość do temperatury 0°C i porównać z wartością tablicową  $v_0 = 331,3$  m/s.

Skorzystałem ze wzoru na prędkość dźwięku w zależności od temperatury i przekształciłem go na wzór dla prędkości dźwięku dla temperatury 0°C , gdy mam daną wartość prędkości zmierzonej przy dowolnej temperaturze  $T_c$

$$V = V_0 \cdot \sqrt{1 + \frac{T_c}{273}}$$

gdy:

$V$  to prędkość w dowolnej temperaturze  $T_c$

$T_c$  to temperatura pomiaru

$V_0$  to temperatura 0°C

Zmierzona temperatura powietrza	20°C
Średnia ważona prędkości	342,4300912 m/s
Odniesienie wartości do temperatury 0°C	330,5365081 m/s

- 5.6. Zweryfikować hipotezę, że otrzymana wartość prędkości jest zgodna z wartością tablicową dla 0°C przy poziomie ufności  $\alpha = 0.05$ .

Wzór na odchylenie standardowe ważone:

$$\sigma = \sqrt{\frac{x_1^2 \cdot w_1 + x_2^2 \cdot w_2 + \dots + x_n^2 \cdot w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n} - \bar{x}^2}$$

gdy:

$x_1, x_2, \dots, x_n$  to wartości średnich arytmetycznych

$\bar{x}$  to średnia ważona

$w_1, w_2, \dots, w_n$  to wagi

Zakres ufności dla  $t = 2,5706$ ,  $\alpha = 0,05$  i  $n = 5$

Wartość  $t$  pochodzi z tabeli Rozkład Studenta:

k/p	0,5	0,2	0,1	0,05
1	1,0000	3,0777	6,3138	12,7062
2	0,8165	1,8856	2,9200	4,3029
3	0,7649	1,6377	2,3534	3,1824
4	0,7407	1,5332	2,1318	2,7764
5	0,7267	1,4759	2,0150	<b>2,5706</b>

$$t = \frac{\bar{x} - m}{\sigma} \sqrt{n - 1} \rightarrow -t < \frac{\bar{x} - m}{\sigma} \sqrt{n - 1} < t$$

gdzie:

$t$  to wartość z Rozkładu Studenta

$\bar{x}$  to średnia ważona

$n$  to ilość pomiarów

$\sigma$  to odchylenie standardowe ważone

$m$  to zakres ufności

Odchylenie standardowe ważone wynosi 18,9945212274339 m/s

Zakres ufności dla prędkości ze średniej ważonej przy 20°C wynosi:

318,016433 <  $m$  < 366,8437493

Zakres ufności przy 0°C wynosi:

306,9708066221 <  $m$  < 354,1022096393

Wniosek: wartość tablicowa 331,3 m/s dla 0°C jest zgodna z przedziałem ufności i mieści się w nim.

## Bibliografia

- F.C. Crawford, *Fale*, PWN  
L. C. Evans, *Równania różniczkowe cząstkowe*, PWN  
S. Golachowski, M. Drobner, *Akustyka muzyczna*, PWM  
M. Kapuścińska, *Fizyka: podręcznik dla studentów farmacji*, PZWL  
Sz. Szczeniowski, *Fizyka doświadczalna Część I. Mechanika i akustyka*, PWN  
H. Szydłowski, *Pracownia Fizyczna*, PWN  
A. Zawadzki H. Hofmokl, *Laboratorium Fizyczne*, PWN

## Linki:

- <https://zadaniacke.pl/teoria/odchylenie-standardowe-wazone/>  
<https://encyklopedia.pwn.pl/haslo/;3899715>  
<https://encyklopedia.pwn.pl/haslo/;3899726>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Speed\\_of\\_sound#Equations](https://en.wikipedia.org/wiki/Speed_of_sound#Equations)  
[https://pl.wikipedia.org/wiki/Nat%C4%99%C5%BCenie\\_d%C5%BAwi%C4%99ku](https://pl.wikipedia.org/wiki/Nat%C4%99%C5%BCenie_d%C5%BAwi%C4%99ku)  
[https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozk%C5%82ad\\_Studenta](https://pl.wikipedia.org/wiki/Rozk%C5%82ad_Studenta)