

# Strategie Ewolucyjne

Tadeusz Pużniakowski

PJATK

11 marca 2023

# Co na dziś

## Strategie ewolucyjne

- Do czego to
- Strategia  $(1 + 1)$  oraz  $(1 + \lambda)$
- Strategia  $(\mu + \lambda)$
- Strategia  $(\mu, \lambda)$

## Strategie ewolucyjne

- Rechenberg, Schwefel, lata 60 i 70, Niemcy
- Do optymalizacji numerycznej
- Dość łatwe w implementacji
- Samo-adaptacja mutacji

# Spis treści

- 1 Strategia  $(1 + 1)$
- 2 Strategia  $(\mu + \lambda)$
- 3 Strategia  $(\mu, \lambda)$
- 4 Podsumowanie

# Ogólnie

## Na czym działamy

Wektor liczb rzeczywistych –  $X$ .

Funkcja oceny osobnika (fitness)  $\phi X$ .

Zasięg mutacji  $\sigma$

## Algorithm: Strategia (1 + 1).

```
1  begin  
2     $t \leftarrow 0$   
3    zainicjuj  $X^t$   
4     $\phi_{X^t} \leftarrow \text{ocena } X^t$   
5    while (not warunek zakonczenia)  
6       $Y^t \leftarrow \text{mutacja } X^t$   
7       $\phi_{Y^t} \leftarrow \text{ocena } Y^t$   
8      if  $\phi_{Y^t} > \phi_{X^t}$   
9         $X^{t+1} \leftarrow Y^t$   
10     else  
11        $X^{t+1} \leftarrow X^t$   
12     end  
13      $t \leftarrow t + 1$   
14   end  
15   return  $X^t$   
16 end
```

## Elementy strategii (1 + 1)

### Mutacja

$$Y_i^t \leftarrow X_i^t + \sigma N(0, 1)$$

Dodajemy wektor wartości losowych z rozkładem normalnym przemnożone przez  $\sigma$

# Elementy strategii

## Reguła 1/5 sukcesów

- ❶ Przez  $k$  kolejnych iteracji odsetek sukcesów mutacji jest większy niż 1/5 liczby wykonanych mutacji  $\Rightarrow$  zwiększamy  
 $\sigma' \leftarrow \sigma' c_i$
- ❷ jeśli jest 1/5 to nic nie zmieniamy
- ❸ jeśli jest mniej niż 1/5 sukcesów  $\Rightarrow$  zmniejszamy zasięg  
 $\sigma' \leftarrow \sigma' c_d$ 
  - $c_d = 0.82$
  - $c_i = \frac{1}{0.82}$



# Spis treści

- 1 Strategia  $(1 + 1)$
- 2 **Strategia  $(\mu + \lambda)$**
- 3 Strategia  $(\mu, \lambda)$
- 4 Podsumowanie

### Algorithm: Strategia ewolucyjna $(\mu + \lambda)$ .

```
1  begin
2     $t \leftarrow 0$ 
3    zainicjuj  $P^t$ 
4    ocena  $P^t$ 
5    while (not warunek zakonczenia)
6       $T^t \leftarrow$  reprodukcja  $P^t$  dajaca  $\lambda$  osobnikow
7       $O^t \leftarrow$  krzyzowanie i mutacja  $T^t$ 
8      ocena  $O^t$ 
9       $P^{t+1} \leftarrow \mu$  najlepszych osobnikow z  $P^t \cup O^t$ 
10      $t \leftarrow t + 1$ 
11  end
12  return  $P^t$ 
13 end
```

## Elementy strategii $(\mu + \lambda)$

Mechanizm samoczynnej adaptacji zamiast reguły 1/5 sukcesu

### Osobnik

$$a_k \leftarrow (y_k, \sigma_k, F(y_k))$$

gdzie

- $a_k$  to  $k$ -ty osobnik populacji  $P^t$
- $y_k$  to chromosom
- $\sigma_k$  to wektor odchyleń std.
- $F(y_k)$  to funkcja oceny

## Elementy strategii $(\mu + \lambda)$

### Reprodukcja

Dokonujemy selekcji ze zwracaniem  $\lambda$  kopii osobników z populacji bazowej.

## Elementy strategii $(\mu + \lambda)$

### Mutacja

Liczymy  $\sigma'_{k,i} \leftarrow \sigma_{k,i} e^{\tau N_i}$

$\tau$  – parametr uczenia. Typowo  $\tau = \frac{1}{\sqrt{2N}}$

$y'_{k,i} \leftarrow y_{k,i} + \sigma'_{k,i} N_i$  ( $N_i$  to wynik losowania z rozkładem normalnym)

## Elementy strategii $(\mu + \lambda)$

### Krzyżowanie (rekombinacja)

Losujemy  $a \in (0, 1)$  z rozkładem jednorodnym.  $y^1, y^2$  to chromosomy rodziców, a odpowiednio  $\sigma$  to ich zasięgi mutacji.

- $y'^1 \leftarrow ay^1 + (1 - a)y^2$
- $y'^2 \leftarrow ay^2 + (1 - a)y^1$
- $\sigma'^1 \leftarrow a\sigma^1 + (1 - a)\sigma^2$
- $\sigma'^2 \leftarrow a\sigma^2 + (1 - a)\sigma^1$

# Spis treści

- 1 Strategia  $(1 + 1)$
- 2 Strategia  $(\mu + \lambda)$
- 3 Strategia  $(\mu, \lambda)$**
- 4 Podsumowanie

## Algorithm: Strategia ewolucyjna $(\mu, \lambda)$ .

```
1  begin
2     $t \leftarrow 0$ 
3    zainicjuj  $P^t$ 
4    ocena  $P^t$ 
5    while (not warunek zakonczenia)
6       $T^t \leftarrow$  reprodukcja  $P^t$  dajaca  $\lambda$  osobnikow
7       $O^t \leftarrow$  krzyzowanie i mutacja  $T^t$ 
8      ocena  $O^t$ 
9       $P^{t+1} \leftarrow \mu$  najlepszych osobnikow z  $O^t$ 
10      $t \leftarrow t + 1$ 
11  end
12  return  $P^t$ 
13 end
```



# Spis treści

- 1 Strategia  $(1 + 1)$
- 2 Strategia  $(\mu + \lambda)$
- 3 Strategia  $(\mu, \lambda)$
- 4 Podsumowanie

## Strategia $(\mu/\rho, \lambda)$

- $\mu$  – liczba osobników populacji
- $\rho$  – „mixing number” – liczba rodziców w funkcji rekombinacji
- $\lambda$  – liczba potomków
- $+$  – nowa populacja jest na bazie rodziców i potomków.
- $,$  – nowa populacja na bazie potomków

<b>Procedure</b> ( $\mu/\rho \nmid \lambda$ )-ES;	line
<b>Begin</b>	1
$g := 0$ ;	2
initialize $\mathfrak{P}_p^{(0)} := \mathbf{y}_m^{(0)}, \mathbf{s}_m^{(0)}, F(\mathbf{y}_m^{(0)})$ , $m = 1, \dots, \mu$ ;	3
<b>Repeat</b>	4
<b>For</b> $l := 1$ <b>To</b> $\lambda$ <b>Do Begin</b>	5
$\mathfrak{E}_l := \text{marriage } \mathfrak{P}_p^{(g)}, \rho$ ;	6
$\mathbf{s}_l := \text{s\_recombination}(\mathfrak{E}_l)$ ;	7
$\mathbf{y}_l := \text{y\_recombination}(\mathfrak{E}_l)$ ;	8
$\tilde{\mathbf{s}}_l := \text{s\_mutation}(\mathbf{s}_l)$ ;	9
$\tilde{\mathbf{y}}_l := \text{y\_mutation } \mathbf{y}_l, \tilde{\mathbf{s}}_l$ ;	10
$\tilde{F}_l := F(\tilde{\mathbf{y}}_l)$	11
<b>End</b> ;	12
$\mathfrak{P}_o^{(g)} := \tilde{\mathbf{y}}_l, \tilde{\mathbf{s}}_l, \tilde{F}_l$ , $l = 1, \dots, \lambda$ ;	13
<b>Case</b> selection_type <b>Of</b>	14
$(\mu, \lambda)$ : $\mathfrak{P}_p^{(g+1)} := \text{selection } \mathfrak{P}_o^{(g)}, \mu$ ;	15
$(\mu + \lambda)$ : $\mathfrak{P}_p^{(g+1)} := \text{selection } \mathfrak{P}_o^{(g)}, \mathfrak{P}_p^{(g)}, \mu$	16
<b>End</b> ;	17
$g := g + 1$ ;	18
<b>Until</b> termination_condition	19
<b>End</b>	20

# Bibliografia

## Źródła i cytaty

- Wykłady z algorytmów ewolucyjnych, Jarosław Arabas, WNT, 2004r
- Evolution strategies - A comprehensive introduction, Hans-Georg Beyer, Hans-Paul Schwefel, 2002