

Teoria

- Funkcje, które rosną "w podobnym tempie" co funkcja $g(n)$

$$\Theta(g(n)) = \{f(n) : \exists_{c_1, c_2 > 0} \exists_{n_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n \geq n_0} 0 < c_1 g(n) \leq f(n) \leq c_2 g(n)\}$$

- Funkcje, które rosną "nie szybciej niż" funkcja $g(n)$

$$O(g(n)) = \{f(n) : \exists_{c > 0} \exists_{n_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n \geq n_0} 0 \leq f(n) \leq c g(n)\}$$

- Funkcje, które rosną "co najmniej tak szybko" jak funkcja $g(n)$

$$\Omega(g(n)) = \{f(n) : \exists_{c > 0} \exists_{n_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n \geq n_0} 0 \leq c g(n) \leq f(n)\}$$

- Funkcje, które rosną "wolniej" niż funkcja $g(n)$

$$o(g(n)) = \{f(n) : \forall_{c > 0} \exists_{n_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n \geq n_0} 0 \leq f(n) < c g(n)\}$$

Funkcje te spełniają: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = 0$.

- Funkcje, które rosną "szybciej" niż funkcja $g(n)$

$$\omega(g(n)) = \{f(n) : \forall_{c > 0} \exists_{n_0 \in \mathbb{N}} \forall_{n \geq n_0} 0 \leq c g(n) < f(n)\}$$

Funkcje te spełniają: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(n)}{g(n)} = \infty$.

- $f(n) \in \omega(g(n)) \Leftrightarrow g(n) \in o(f(n))$.

Wzór Stirlinga

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n \left(1 + O\left(\frac{1}{n}\right)\right).$$

Ciąg funkcji, z których każda jest O od następnej, ale nie od poprzedniej:

$$\frac{1}{n^n}, \frac{1}{n!}, \dots, \frac{1}{3^n}, \frac{1}{2^n}, \dots, \frac{1}{n^3}, \frac{1}{n^2}, \frac{1}{n \lg n}, \frac{1}{n}, \frac{\lg n}{n}, \frac{1}{\sqrt{n}}, \frac{1}{\sqrt[3]{n}}, \dots, \frac{1}{\lg n}, \frac{1}{\lg \lg n}, 1$$

i dalej

$$1, \lg \lg n, \lg n, \dots, \sqrt[3]{n}, \sqrt{n}, \frac{n}{\lg n}, n, n \lg n, n\sqrt{n}, n^2, n^3, \dots, n^{\lg n}, 2^n, 3^n, n!, n^n, 2^{2^n}.$$