

Упражнения на воображение

Большинство людей говорят о своем трехмерном воображении как о «визуализации», но это не совсем правильно. Изображение, которое вы формируете в своей голове, является более концептуальным, чем картинка — вы располагаете вещи скорее в трехмерной модели, чем в картинке. В действительности нелегко перейти от мысленного образа к двумерной визуальной картине. Трехмерные ментальные образы связаны с вашим визуальным чувством, но они также связаны с вашим чувством места и движения. При формировании изображения часто помогает представить, как оно движется вокруг, или вычерчивать его руками. Геометрические образы — это не просто то, с чем вы родились или нет. Как и любой другой навык, это то, что нужно развивать с практикой. Ниже приведены некоторые «изображения» для практики. Некоторые двумерные, некоторые трехмерные. Некоторые из них простые, некоторые сложные, но не обязательно в порядке возрастания. Выполняйте эти упражнения попарно. Вызывайте изображения, говоря о них, а не рисуя их. Вероятно, с закрытыми глазами это сделать проще, хотя иногда помогают жесты и рисунки в воздухе. Пропустите сложные для вас упражнения и постарайтесь найти свой уровень. Помните: при решении упражнений нужно не пользоваться ручкой и бумагой.

- (1) Представьте свое имя и прочитайте буквы в обратном направлении. Если вы не можете увидеть свое полное имя сразу, сделайте это группами из трех букв. Попробуйте то же самое для имени вашего друга и для нескольких других слов. Обязательно делайте это визуально, а не звуком.
- (2) Отрежьте каждый угол квадрата до середины его сторон прямой линией. Какая форма осталась? Можете ли вы собрать ещё один квадрат из вырезанных четырёх углов?
- (3) Разделите каждую из трёх сторон равностороннего треугольника на три равные части. Отрежьте каждый угол треугольника до крайних меток прямой линией. Сколько углов у получившегося многоугольника?
- (4) Разметьте стороны квадрата на три равные части и отрежьте каждый из его углов до отметок. На что это похоже?
- (5) Возьмите два одинаковых квадрата. Поместите второй квадрат по центру первого квадрата, но под углом 45 градусов. Что получилось в объединении двух квадратов? А в пересечении?
- (6) Сколько вершин у куба? А граней? А рёбер?
- (7) Представьте каркас куба, собранный из проволоки. Постройте замкнутый путь по рёбрам, который проходит через каждую вершину куба ровно один раз.
- (8) Представьте систему координат на плоскости. Возьмите 4 точки на оси абсцисс и 3 точки на оси ординат. Проведите через каждую точку вертикальную и горизонтальную прямую. Сколько прямоугольников получилось?

- (9) Постройте замкнутый путь по краям картинки из предыдущего упражнения, который посещает каждую вершину ровно один раз. Можете ли вы сделать это для набора точек 3×3 ?
- (10) Сколько разных цветов требуется для окраски граней куба, чтобы никакие две смежные грани не имели одинаковый цвет?
- (11) Сколько вершин у тетраэдра? А граней? А рёбер?
- (12) Положите тетраэдр на основание и разрежьте как-нибудь его плоскостью напополам. Какую форму имеет меньший кусок? Какую форму имеют грани большего куска?
- (13) Отрежьте каждый угол равностороннего треугольника до середины его сторон прямой линией. Что осталось?
- (14) Отрежьте углы тетраэдра плоскостью до середин его сторон. Какая форма осталась?
- (15) Вы видите силуэт куба, если смотреть с угла. На что это похоже?
- (16) Сколько вершин у октаэдра? А граней? А рёбер?
- (17) Сколько цветов требуется для окраски граней октаэдра, чтобы грани с общим ребром имели разные цвета?
- (18) Представьте себе ломаную в \mathbb{R}^3 , состоящую из отрезков единичной длины, идущих вдоль осей. Пусть эта ломаная идёт «вверх, вправо, вперёд, вверх, вправо, вперёд, вверх, вправо, вперёд...» и так далее. Как она выглядит, если смотреть с разных сторон?
- (19) В игре тетрис есть фигуры, чьи формы — это все возможные способы склеивания четырех квадратов по сторонам. Опишите эти формы и найдите их общее количество.
- (20) Кто-то разрабатывает трехмерный тетрис и хочет использовать все возможные формы, образованные склеиванием четырех кубиков. Опишите эти формы и найдите их общее количество.
- (21) Что получится, если разрезать октаэдр плоскостью вдоль граничного квадрата?
- (22) Представьте систему координат в пространстве. Возьмите 3 точки на каждой оси. Мысленно проведите через каждую точку по три прямые, параллельные осям, и рассмотрите получившиеся 27 точек пересечения. Соедините их ребрами вверх-вниз, влево-вправо и вперед-назад. Можете ли вы найти замкнутый путь, который посещает каждую точку, кроме одной, ровно один раз? А такой, который посещает каждую точку ровно один раз?
- (23) Сделайте то же самое для набора из $4 \times 4 \times 4$ точек.
- (24) Какое трехмерное тело имеет круговой профиль, если смотреть сверху, квадратный профиль, если смотреть спереди, и треугольный профиль, если смотреть сбоку? Эти три профиля определяют единственную трехмерную форму?
- (25) Сколько вершин у додекаэдра? А граней? А рёбер?
- (26) Найдите путь через ребра додекаэдра, который посещает каждую вершину ровно один раз.