

Я не имею права задерживать нормального человека в лечебнице. Тем более что у меня и мест не хватает. И я вас сию же секунду выпущу, если только вы мне скажете, что вы нормальны. Не докажете, поймите, а только скажете. Итак, вы — нормальны?

Михаил Булгаков, 'Великий Канцлер'

0. Докажите, что действие группы на себя левыми трансляциями свободно.
1. Докажите, что подгруппа индекса 2 нормальна.
2. Пусть G — группа поворотных гомотетий плоскости с центром в точке O , а H — подгруппа поворотов плоскости с центром в точке O . а) Докажите, что H — нормальная подгруппа. б) Вычислите G/H .

Определение. Пусть G — группа. Группой автоморфизмов G называется группа изоморфизмов из G в себя.

3. а) Вычислите группу автоморфизмов $\text{Aut}(\mathbb{Z})$. б) Вычислите группу автоморфизмов $\text{Aut}(C_p)$.

4. Докажите, что матрицы $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ где $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $ad - bc = 1$ образуют группу по умножению.

5. Пусть $n \in \mathbb{N}$ — натуральное число. Постройте группу, в которой есть такие элементы a и b , что

$$\text{ord } a = \text{ord } b = 2, \quad \text{ord } ab = n.$$

6. Для любого $n \geq 3$ постройте граф, группа симметрий которого изоморфна \mathbb{Z}/n .
7. Определите группу симметрии внешней оболочки поперечного среза вируса иммунодефицита человека, показанного ниже.



8. Вася нарисовал на плоскости клетчатый прямоугольник $n \times m$. Сколькими с точностью то отражения относительно горизонтальной и вертикальной осей способами он может раскрасить его в k цветов?

Я не имею права задерживать нормального человека в лечебнице. Тем более что у меня и мест не хватает. И я вас сию же секунду выпущу, если только вы мне скажете, что вы нормальны. Не докажете, поймите, а только скажете. Итак, вы — нормальны?

Михаил Булгаков, 'Великий Канцлер'

0. Докажите, что действие группы на себя левыми трансляциями свободно.
1. Докажите, что подгруппа индекса 2 нормальна.
2. Пусть G — группа поворотных гомотетий плоскости с центром в точке O , а H — подгруппа поворотов плоскости с центром в точке O . а) Докажите, что H — нормальная подгруппа. б) Вычислите G/H .

Определение. Пусть G — группа. Группой автоморфизмов G называется группа изоморфизмов из G в себя.

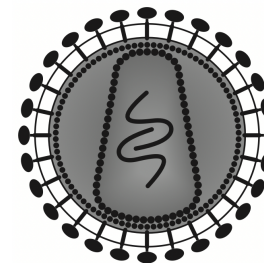
3. а) Вычислите группу автоморфизмов $\text{Aut}(\mathbb{Z})$. б) Вычислите группу автоморфизмов $\text{Aut}(C_p)$.

4. Докажите, что матрицы $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ где $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $ad - bc = 1$ образуют группу по умножению.

5. Пусть $n \in \mathbb{N}$ — натуральное число. Постройте группу, в которой есть такие элементы a и b , что

$$\text{ord } a = \text{ord } b = 2, \quad \text{ord } ab = n.$$

6. Для любого $n \geq 3$ постройте граф, группа симметрий которого изоморфна \mathbb{Z}/n .
7. Определите группу симметрии внешней оболочки поперечного среза вируса иммунодефицита человека, показанного ниже.



8. Вася нарисовал на плоскости клетчатый прямоугольник $n \times m$. Сколькими с точностью то отражения относительно горизонтальной и вертикальной осей способами он может раскрасить его в k цветов?