

## Серия 7. Папа Карло тоже действовал на дереве. . .

Целый новый ряд мыслей  
безнадежных, но  
грустно-приятных в связи с  
этим дубом возник в душе  
князя Андрея. Во время этого  
путешествия он как будто вновь  
обдумал всю свою жизнь и  
пришел к тому же прежнему,  
успокоительному и  
безнадежному, заключению, что  
ему начинать ничего было не  
надо, что он должен доживать  
свою жизнь, не делая зла, не  
тревожась и ничего не желая.

---

Л.Н. Толстой, «Война и мир»

В этой серии задач  $\mathbf{G}$  — группа Григорчука, а  $a, b, c, d$  — как в лекции.

1. а) Проверьте, что  $b, c, d$  имеют порядок 2, коммутируют друг с другом и удовлетворяют групповому тождеству  $b \cdot c \cdot d = 1$ . б) Выведите отсюда, что  $\langle b, c, d \rangle \cong \mathbb{Z}_2^2$ . в) Докажите, что  $\mathbf{G} = \langle a, b, c, d \rangle$  3-порожденная.

2. а) Проверьте, что в группе  $\mathbf{G}$  выполняются соотношения

$$(ad)^4 = (ac)^8 = (ab)^{16} = 1.$$

б) Выведите отсюда, что подгруппы  $\langle a, b \rangle$ ,  $\langle a, c \rangle$ ,  $\langle a, d \rangle$  группы  $\mathbf{G}$  конечны.

3. Вася переписывает элементы группы  $\mathbf{G}$  по следующим правилам

$$\xi: a \mapsto aba, \quad b \mapsto d, \quad c \mapsto b, \quad d \mapsto c.$$

а) Помогите Васе построить последовательность элементов  $\mathbf{G}$  такую, что  $x_1 = a$  и  $\forall i \geq 1 \ x_{i+1} = \xi(x_i)$ . б) Докажите, что все элементы  $x_i$  различны. в) Выведите из этого, что  $\mathbf{G}$  бесконечна.

## Серия 7. Папа Карло тоже действовал на дереве. . .

Целый новый ряд мыслей  
безнадежных, но  
грустно-приятных в связи с  
этим дубом возник в душе  
князя Андрея. Во время этого  
путешествия он как будто вновь  
обдумал всю свою жизнь и  
пришел к тому же прежнему,  
успокоительному и  
безнадежному, заключению, что  
ему начинать ничего было не  
надо, что он должен доживать  
свою жизнь, не делая зла, не  
тревожась и ничего не желая.

---

Л.Н. Толстой, «Война и мир»

В этой серии задач  $\mathbf{G}$  — группа Григорчука, а  $a, b, c, d$  — как в лекции.

1. а) Проверьте, что  $b, c, d$  имеют порядок 2, коммутируют друг с другом и удовлетворяют групповому тождеству  $b \cdot c \cdot d = 1$ . б) Выведите отсюда, что  $\langle b, c, d \rangle \cong \mathbb{Z}_2^2$ . в) Докажите, что  $\mathbf{G} = \langle a, b, c, d \rangle$  3-порожденная.

2. а) Проверьте, что в группе  $\mathbf{G}$  выполняются соотношения

$$(ad)^4 = (ac)^8 = (ab)^{16} = 1.$$

б) Выведите отсюда, что подгруппы  $\langle a, b \rangle$ ,  $\langle a, c \rangle$ ,  $\langle a, d \rangle$  группы  $\mathbf{G}$  конечны.

3. Вася переписывает элементы группы  $\mathbf{G}$  по следующим правилам

$$\xi: a \mapsto aba, \quad b \mapsto d, \quad c \mapsto b, \quad d \mapsto c.$$

а) Помогите Васе построить последовательность элементов  $\mathbf{G}$  такую, что  $x_1 = a$  и  $\forall i \geq 1 \ x_{i+1} = \xi(x_i)$ . б) Докажите, что все элементы  $x_i$  различны. в) Выведите из этого, что  $\mathbf{G}$  бесконечна.