我們在前面看到了這個簡單的雙連桿機器人
關於正向運動學的講座。

描述了該機器人的工具提示位姿
簡單地由兩個數字，坐標 x 和

y 相對於世界坐標系。

所以，這裡的問題是，給定 x 和 y，
我們要確定連接的角度 Q1

和 Q2。

我們將遵循的解決方案
在這個特定的部分是一個幾何

一。

我們將從一個簡單的作品開始
的建設。

我們將覆蓋紅色三角形
在我們的機器人之上。

我們知道終點坐標是 x，
y，所以三角形的垂直高度

是 y，水平寬度是 x。

並且，使用畢達哥拉斯定理，我們可以寫出
r 平方等於 x 平方加上 y 平方。

到目前為止，很容易。

現在，我們要看看這個三角形
此處以紅色突出顯示，我們想確定

角度 α。

為了做到這一點，我們需要使用餘弦
規則。

而且，如果你對余弦有點生疏
規則，這裡有一點複習。

我們有一個任意三角形。

我們不必有任何直角
它，我們將標記長度

這條邊作為 A 和相反的角度
邊緣，我們將標記為小 a。

而且，我們對這條邊和這條邊做同樣的事情
角度，還有這條邊和這個角。

所以，總而言之，雙方都被標記為首都
A、B 和 C，角度標記為小

a、小 b 和小 c。

所以，餘弦規則就是這種關係
這裡。

這有點像畢達哥拉斯定理，除了
對於這個額外的術語，最後的 cos

一個在裡面。

現在，讓我們將餘弦規則應用於
我們看了一會兒特定的三角形

前。

寫下來很簡單
這種特殊的關係。

我們可以隔離術語 cos alpha，它給出
我們感興趣的角度α

在。

而且，它是根據常數定義的
鏈接長度，A1 和 A2 以及位置

末端執行器，x 和 y。

我們可以寫出這個簡單的關係
角α和 Q2。

而且，我們從餘弦的形狀知道
Q2 的 cos 必須等於負的函數

cos 阿爾法。

這一次，我們只寫一個表達式
對於連接角 Q2 的餘弦。

現在，我們要再畫一個紅色
三角形，我們將應用一些簡單的

三角函數在這裡。

如果我們知道 Q2，那麼我們就知道這個長度和
這個紅色三角形的長度。

我們可以把這個關係寫成正弦
的連接角 Q2。

現在，我們可以考慮這個更大的三角形
其角為β，此邊長為

三角形在這里以藍色給出。

並且，三角形另一邊的長度
這是。

所以，現在我們可以寫一個表達式
此處的這些參數的角度 β 。

回到我們畫的紅色三角形
之前，我們可以建立之間的關係

Q1 和角 β 。

介紹另一個角度，這個伽馬
我們可以寫出之間的關係

角度伽馬和工具提示坐標 x
和 y。

現在，我們可以寫出一個簡單的關係
我們構建的角度，伽馬

和 beta 以及我們感興趣的連接角
其中是 Q1。

而且，總的關係看起來有些東西
像這樣。

相當複雜的關係，它給了我們
連接的角度，即 Q1

末端執行器坐標 y 和 x，以及
一堆常量，a1 和 a2，它是

也是第二關節角度的函數，
Q2。

所以，讓我們總結一下我們有什麼
派生於此。

我們有 Q2 的餘弦表達式
我們有 Q1 的表達式。

現在，餘弦函數關於
0.

所以，如果我們知道餘弦值
Q2，那麼有兩種可能的解決方案，

一個正角和一個負角。

我們將明確選擇積極的
角度，這意味著我可以寫出這個表達式

這裡。

現在，我們有了我們所說的逆
這個雙連桿機器人的運動學解決方案。

我們有兩個連接角的表達式，
Q1 和 Q2 在末端執行器姿勢方面

x 和 y，以及一堆常量。

你注意到這兩個方程不是
獨立的。

事實上，Q1 的方程取決於
Q2 的解決方案。

在這種情況下，Q2 是負數，我們將
用負數寫出 Q2 的解

符號在反餘弦前面。

現在，我們需要解決 Q1，所以我們要
介紹這個特殊的紅色三角形，

我們之前求解的角度β，
以及用術語定義的角度伽馬

y 和 x。

現在，我們寫一個稍微不同的關係
在 Q1、gamma 和 beta 之間，與什麼不同

我們以前有過。

涉及到符號的變化。

然後，我們可以替換之前的所有
方程並提出這個表達式

對於 Q1。

同樣，這裡的符號發生了變化。

以前，這是一個負面信號。

而且，這裡是總結形式的解決方案
對於我們的雙連桿的逆運動學

當機器人處於這種特定配置時，
其中 Q2 為負。

讓我們比較這兩種解決方案，t