

# MSModelingAndTFApproach

## 第一章 介紹

在過去的幾十年中，我們在電子技術方面所取得的進步和小型化已使工程師能夠採用新產品和新工程學科。在十八世紀初，我們已經看到了結合機械零件和電子零件的新產品的推出。機電一體化應用蓬勃發展的另一個因素是電子零件的價格不斷下降，以及設計超小型系統的挑戰。如今，例如具有高性能的微處理器變得非常便宜，這鼓勵了它們在計算機控制系統中的使用。

### 1-1 機械零件設計

機械部分是機電系統中的基本部分。在該部分的階段設計中，我們將構思和製造組成機電一體化系統的部分。還選擇用於該機電系統的致動器和傳感器。致動器和傳感器的機械部分的設計或選擇都是通過遵循將在本卷的下一章介紹的一些設計規則來完成的。同樣重要的是要記住，機電系統一旦循環使用就成為過時的觀點，這是我們在設計階段必須考慮的重要事項。在設計階段，也應考慮出於維護或其他目的而對系統進行的組裝和拆卸。

### 1-2 電子電路設計

在電子部分，工程師必須設計電路，以確保機電一體化系統的功能。它涵蓋了所需的電子部件的集成，例如電阻器，電容器，集成電路以及所選的微控制器或微控制器。不同組件所需的穩壓電壓也是該步驟的一部分。電子電路的主要部分是微控制器或一組微控制器。在本卷中，我們決定使用一種類型的單片機，它是 Microchip 製造的 dsPIC30F4011。我們沒有給出任何正當的理由，但我們的願望是採用一個微控制器來處理本卷將要介紹的所有示例。因為我們將對所有示例使用相同的結構，所以該選擇還將使讀者容易實現實時實現。

### 1-3 適時實施

在控制部分，工程師必須分析正在研究的系統，並設計適當的控制器以獲得所需的性能。在分析部分，我們應該從建立一個可接受的模型開始，該模型給出輸入與輸出之間的關係。一旦掌握了動態特性，便會選擇一個採樣週期，並將模型轉換為離散時間形式，然後可以從經典比例積分和微分（PID）控制器，狀態反饋控制器或任何其他可以提供給控制器的控制器中選擇一個合適的控制器。

## 1-4 本書的構造

在傳遞函數方法部分中，將連續時間系統模型轉換為離散時間系統，並建立了不同的分析技術，並綜合了控制器，以確保達到預期的性能。

在狀態空間方法部分，將連續時間系統的模型轉換為離散時間狀態空間表示，並開發了用於控制器分析和合成的不同技術，以確保開發出所需的性能。

## 第二章 機電一體化系統

### 2-1 機電一體化

一體化可以定義為涉及產品設計的跨學科工程，其功能依賴於通過控制方案連接的機械，電氣和電子組件的集成。

如今，機電一體化一詞已享譽全球，許多機電一體化系統都設計用於個人或商業用途。我們日常生活中使用的所有小工具實際上都是機電一體化系統。作為這些小工具的示例，我們提到了使用許多機電一體化系統的筆記本電腦和汽車。

### 2-2 機械零件

機械部分代表了我們正在嘗試設計的機電系統中的主要組件，它可以由現有組件製造或製造。

在本部分的階段設計中，應更加註意以下幾點：

- 價格
- 形狀
- 重量
- 尺寸

注意機電一體化系統的運行環境也很重要。這將幫助我們選擇合適的材料來製造機械零件。機電系統的維護也是一個關鍵點，這就是為什麼我們在設計階段要注意系統所有關鍵部分的可訪問性。在這一階段，考慮到所有機電系統的回收將無濟於事，因為我們將無法尊重我們為新一代保護的環境，這一點也很重要。

### 2-3 傳感器

傳感器是每個機電系統的關鍵點。從某種意義上說，系統的眼睛可以用來檢測所有類型的變化並採取適當的措施。傳感器可以看作是將物理現象，位置，速度，加速度，溫度，流量等轉換為易於測量或處理的電信號的設備。傳感器由換能器和信號調節單元組成。如今，對於某些現象，存在許多可用於感測它們的傳感器，這使得選擇變得非常困難。即使是對於現場經驗豐富的人員，選擇合適的傳感器始終是一項艱鉅的任務。

## 2-4 執行器

致動器被定義為將某種功率（例如液壓或電力）轉換為線性或旋轉運動的設備。它們代表了手臂軟機電系統。

實際上，使用了不同類型的執行器，其中包括：

- 電動執行器
- 液壓執行器
- 和氣動執行器

一種電動執行器，可以將電能轉換為線性的旋轉運動。它們用於對機電一體化系統的機械部分進行定位或賦予其速度。

除了便宜和簡單之外，直流電動機還易於控制速度，位置和扭矩。儘管它們的同系交流電動機通常在速度控制方面很昂貴，但在低速運行時表現出一些不穩定，並且自身的定位控制也很差。

電動執行器通常是精確而靈活的。它們是精確定位機械零件或在需要時迅速發展力量的理想之選。它們的主要缺點是在其運行過程中需要使用帶電的冷卻系統。對它們進行良好設計和良好保護後，其維護工作將減少至滑動觸點或換向器的變化。如果未安裝保護裝置，大負載可能會燒毀電動執行器的繞組。

步進電機更適合控制不需要反饋的機械零件。這些類型的執行器通常用於開環控制和機械零件的定位。為此，發送一定數量的脈衝這些執行器用於激光打印機，傳真機和大多數計算機設備。

## 2.5 電子電路

電子電路是機電一體化系統的大腦。重新組合被動和集成電路旁的有源元件。它的作用是管理和協調以所需的方式確定組成系統的所有組件的功能。無源元件包括電阻器和電容器，而有源元件可以是執行所需功能的簡單二極管或晶體管或任何集成電路任務。

## 2.6 實時實施

下一步就是簽署我們應該執行的控制算法以確保系統將正確執行其設計任務。這樣的設計算法分為兩個步驟。第一個步驟包括建立數學模型-正確描述輸入與輸入之間的關係的模型系統的輸出。第二步，固定期望的性能，使用適當的技術設計控制器。

## 2.8 結論

機電一體化系統的不同組成部分我們提供了一些機電一體化系統，我們將在這裡使用它們來展示概念。

## 第三章 數學建模

### 3.1 基於物理定律的數學建模

為了說明如何應用此技術，讓我們考慮一定數量的動力系統。我們希望在速度或位置上控制的負載。

#### 3.1.1 傳遞函數的概念

如果我們使用初始條件等於零的拉普拉斯變換，我們將得到：

$$\begin{cases} U(s) = RI(s) + L_m sI(s) + K_w \Omega(s) \\ Js\Omega(s) = K_t I(s) - b\Omega(s) \end{cases} \quad (3.2)$$

結合這些關係和定義之間的傳遞函數速度  $\Omega(s)$  和電壓  $U(s)$ ，我們得到：

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U(s)} = \frac{K_t}{(Js + b)(L_m s + R) + K_t K_w} \quad (3.3)$$

如果電樞電感  $L_m$  可以忽略，則傳遞函數變為：

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (3.4)$$

$$K = \frac{K_t}{Rb + K_t K_w}$$

$$\tau = \frac{JR}{Rb + K_t K_w}$$

### 3.1.2 狀態空間描述

現在，如果讓  $x_1(t) = i(t)$ ， $x_2(t) = \omega(t)$  和  $y(t) = x_2(t)$ ，我們得到：

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_m} & -\frac{K_w}{L_m} \\ \frac{K_t}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (3.6)$$

給出以下標準形式：

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (3.7)$$

where

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L_m} & -\frac{K_w}{L_m} \\ \frac{K_t}{J} & -\frac{b}{J} \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_m} \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

系統的這種數學形式在文獻中稱為狀態空間表示。

## 3.2 識別

從前面的示例中可以看出，我們可以用於分析和設計的數學模型並非易事，甚至如果我們可以從物理定律中獲得模型，則不同參數的值該模型可能無法獲得，因此分析模型毫無用處。

系統識別是一個過程，通過該過程數學描述從測試數據中提取動態系統。識別的目的是構造一個算法，該算法將允許根據觀察到的結果建立數學模型數據。

### 3.3 結論

在本章中，介紹了動力學系統的數學建模。並提出了使用物理定律生成模型的技術。並且需要實驗數據來建立所需的模型。

### 3.4 問題

1.在這個問題上，我們要求為直流電動機套件建立數學模型不忽略  $L$ 。我們要求建立：（一）傳遞函數（二）狀態空間描述

2.建立兩輪機器人的數學模型

3.建立懸浮系統的數學模型

4.考慮一個具有傳遞函數的動力學系統。寫 **Matlab** 程序，該程序生成一個數據序列  $(u(k), y(k))$ 。使用這個數據，在 **Matlab** 中編寫程序以識別系統並建立數學模型。比較兩個模型並得出結論。

5.在狀態空間描述中考慮動力系統。編寫 **Matlab** 程序圖生成適當的數據以使用狀態空間標識系統描述方法。使用這些數據編寫一個 **Matlab** 程序來建立一個狀態空間描述，並將其與原始描述進行比較。

## 第四章

### 4.1 導言

現在的單片機功能比較強大，價格也比較實惠。所以大部分的人會選則它。

### 4.4.

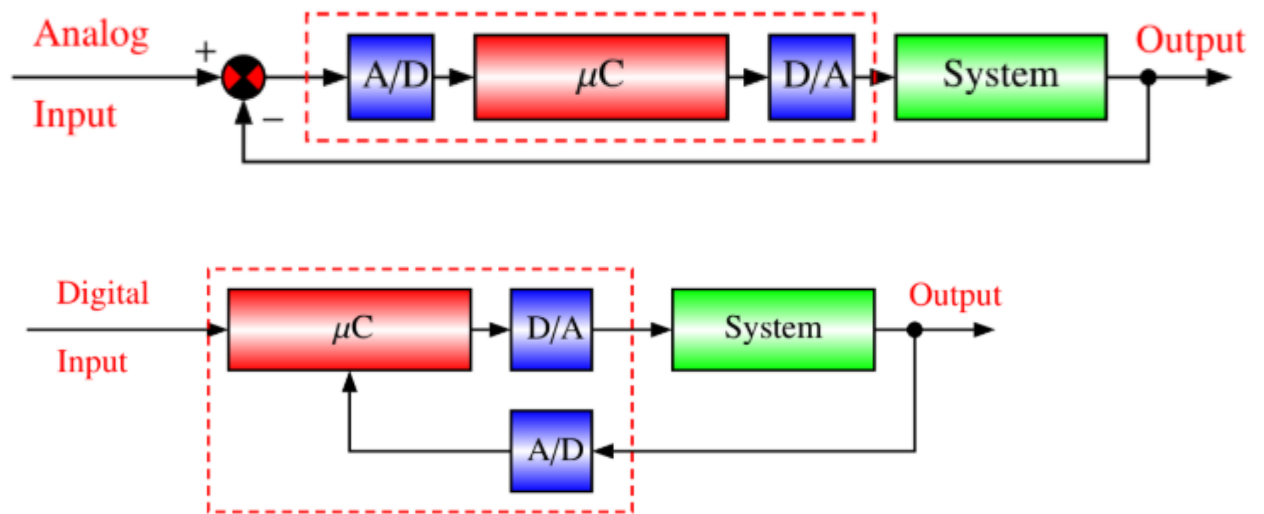
基於轉移函數分析的機電一體化系統。在開/關機的情況下，它用於安全和控制的目的。一般情況下不需要花時間就能計算出脈衝發生器的作用。而對於連續時間的情況，微控制器會重新在每個取樣期接收數據。

在實際使用微控制器控制實際過程時，有以下結構可以採用。

透過輸出通過 **A/D** 轉換為數字值。轉換器的輸出是通過 **A/D** 轉換為數字值。在這種情況下，參考是以數字形式送入。

這種結構用以下方式說明

圖 4.1 和 4.2。



在圖 4.2 的結構中，我們的採樣信號具有以下特徵

有以下優點。

- 1.易於調製
- 2.易於編碼
- 3.易傳輸、易再生並有積極意義。

#### 4.2. 取樣過程

在本章的其餘部分，我們將介紹可用於分析的工具。

這種類型的系統。主要是針對一個給定的實際系統。

- 1.如何確定採樣週期
- 2.如何將連續時間模型轉換為離散時間模型，使用所選的  
抽樣期
- 3.如何確定這類系統的性能，如穩定性、穩定性、穩定性等。

過衝、沉澱時間等。

4.如何利用根-焦點和 Bode-plot 技術進行離散時間的案例分析。

連續時間和離散時間之間的關係建立。

主要是：兩個域（s 域和 S 域）的兩極之間的關係已經建立。

第 3 節介紹了傳遞函數的概念和極點的概念。

在第 4 節中，對給定輸入的時間響應進行了開發，並給出了一個給定輸入的時間響應和

第 5 節介紹了計算它的方法。第 5 節介紹了穩定性問題和系統誤差。根定位和博德圖技術的發展再在第 6 和 7 節中具體介紹了這些技術。這些技術被用於分析和設計。

## 4.2 取樣過程

採樣期的選擇採用香農定理。這香農定理的聲明由以下結果給出。

### 4.2.1

定理 4.2.1 信號  $y(t)$  不含頻率成分大於  $f_h$  是由一組間隔為單一的  $y(t)$  取樣集唯一地重構出來適當的  $\frac{1}{2f_h}$ 。

採樣頻率的選擇應滿足： $f_s \geq 2f_h$

採樣器的作用是將連續時間信號轉換為等效的連續時間信號。

脈衝序列，而 ZOH 阻斷了從採樣器接收到的值，從而使讀取這些數據的微控制器通過模擬/數字轉換器。

採樣過程如圖 4.3 所示



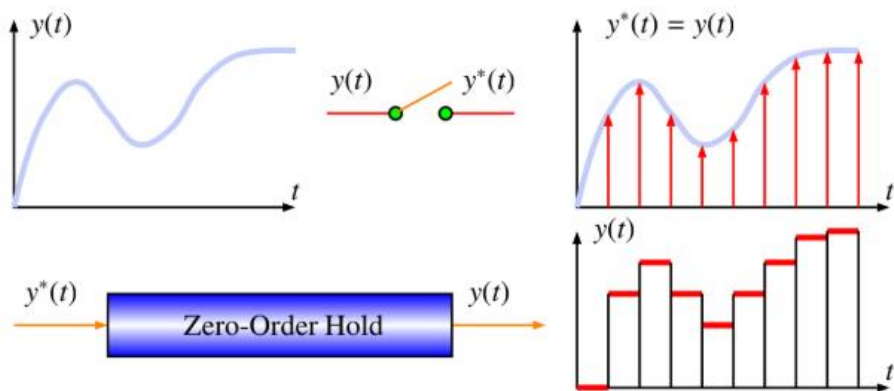


Fig. 4.3 Sampling process

反向 Z 變換包括找到與  $f(k)$  相關的表達式。sponds to a given function  $F(z)$ . 是一個非常有用的方法是找到反轉函數的函數  $F(z)$  的擴展為部分分數，

其逆變換為可以在表中找到。這種方法的思路是，首先寫出了 expres-

$z^{-1}$  的函數，然後執行擴展為部分分數

如同通常對連續時間的情況下所做的那樣。這種技術可以從以下幾個方面來說明

以下為例：範例 4.2.7 讓我們考慮以下函數  $F(z)$

$$F(z) = \frac{2z^2}{2z^2 - 3z + 1}$$

並確定  $f(k)$  的表達式。

採樣系統的傳遞函數的概念可以類似地定義為已經為連續時間。

為了澄清這一點，讓我們參考圖 4.10，其中上游採樣器是真實的，而下游採樣器是虛構的。

我們假定在同一採樣期同步的理想值。採樣期間，我們假設為理想值，並在同一採樣期同步。

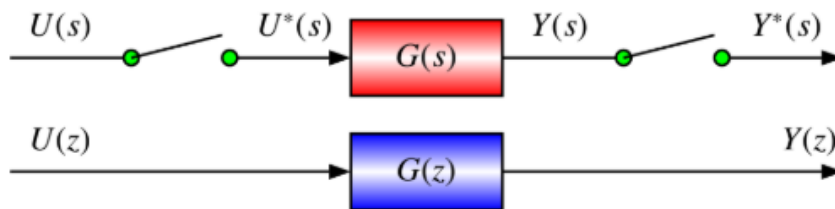
第二個採樣器被引入，目的是定義  $Y(z)$ ，因此，定義

適當的脈衝傳遞函數。根據圖 4.10，我們可以得到:

$$Y(s) = G(s)U^*(s)$$

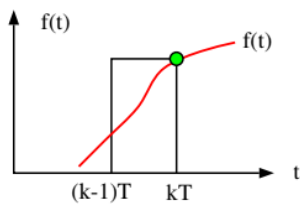
因為輸出是由虛構的採樣器採樣，所以我們可以有

$$\begin{aligned} Y^*(s) &= [G(s)U^*(s)]^* \\ &= G^*(s)U^*(s) \end{aligned}$$



**Fig. 4.10** Pulse transfer function definition

第二種數值積分方法：積分的近似值  
等於圖 4.8 的面積之一



**Fig. 4.8** Backward integration

按照之前相同的步驟，使用圖 4.8，我們得到：

$$y(kT) = y((k-1)T) + T[-ay(kT) + au(kT)]$$

依次給出 z 域:

$$Y(z) = z^{-1}Y(z) - aTY(z) + aTU(z)$$

從中我們有：

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{aT}{1 + aT - z^{-1}} = \frac{a}{\frac{z-1}{zT} + a}$$

像之前一樣再次比較兩個傳遞函數，我們得到以下轉換：

$$s = \frac{z-1}{zT}$$

第三種數值積分方法：在前面的兩個模式中，我們有低估或高估曲線的面積。另一種替代包括計算這兩種方法的平均值。現在參考圖 4.9 所示，我們得到以下積分的近似值：

圖中所示區域的面積。

$$y(kT) = y((k-1)T) + \frac{T}{2} [f(kT) + f((k-1)T)]$$

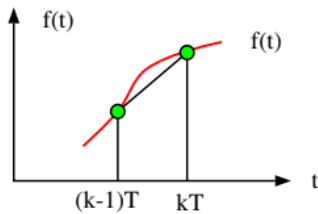


Fig. 4.9 Trapezoidal integration

從這個表達式中我們得到：

$$Y(z) = z^{-1}Y(z) + \frac{T}{2}F(z) + \frac{T}{2}z^{-1}F(z)$$

現在使用  $F(z)$  的表達式，我們得到：

$$Y(z) = z^{-1}Y(z) + \frac{T}{2}[-aY(z) + aU(z)] + \frac{T}{2}z^{-1}[-aY(z) + aU(z)]$$

最後

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{a}{\frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) + a}$$

像之前一樣進行以下轉換：

$$s = \frac{2}{T}\left(\frac{z-1}{z+1}\right)$$

範例 4.2.14 考慮以下傳遞函數：

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + 0.4s + 0.4} = \frac{1}{(s + 0.2 + j0.6)(s + 0.2 - j0.6)}$$

我們的目標是看到我們將使用極點的轉換的效果系統的。首先，讓我們確定採樣週期。由於我們有一個二階，我們有：

$$w_n = \sqrt{0.4} = 0.6325 \text{ rad/s}$$

給出  $w_b = w_n$ ，並且採樣週期的適當選擇如下：

$$w_n = \sqrt{0.4} = 0.6325 \text{ rad/s}$$

為此，讓我們使用之前的變換計算極點 該系統：

$$T = \frac{2\pi}{30w_b} = 0.33 \text{ s}$$

使用  $s = z^{-1}/T$ ，相應的傳遞函數為：

$$G(z) = \frac{T^2}{z^2 + (-2 + 0.4T)z + 1 - 0.4T + 0.4T^2}$$

系統在  $z$  平面中的極點為： $z_{1,2} = 0.9338 \pm 0.1987j$

使用  $s = z^{-1}/Tz$ ，相應的傳遞函數為：

$$G(z) = \frac{T^2}{(1 + 0.4T + 0.4T^2)z^2 + (-2 - 0.4T)z + 1}$$

系統在  $z$  平面中的極點為： $z_{1,2} = 0.9064 \pm 0.1689j$

使用  $s = (2/T)(z^{-1}/z + 1)$ ，相應的傳遞函數為：

$$G(z) = \frac{0.25T^2(z+1)^2}{(1 + 0.2T + 0.1T^2)z^2 + (-2 + 0.2T^2)z + 1 - 0.2T + 0.1T^2}$$

系統在  $z$  平面中的極點為： $z_{1,2} = 0.9182 \pm 0.1845j$

使用變換  $s = 1$

$T \ln z$  ( $z = e^{Ts}$ )，極點為  $0.9175 \pm 0.1847j$ 。

從該示例可以看出，梯形近似為

因為它給出幾乎相同的極點，所以它更接近於精確變換。的

其他近似值則得出不同的結果。因此穩定性和精度

在選擇特定方法之前應先進行測試。

作為可用於近似傳遞函數的另一種方法

Z-域在文獻中始終被稱為極點/零點

轉型。它包括執行以下步驟：

$G(s)$  的所有極點都對應於  $z = e^{-sT}$ 。也就是說，如果  $s = -a$ ，則是極點

在  $s$  域中，則  $G(z)$  在  $z$  域中的  $z = e^{-aT}$  處有一個極點

對  $G(s)$  的零做同樣的事情

將與  $s = \infty$  相對應的  $G(s)$  的所有極點置於  $z = -1$  處。這表示將  $(z + 1)$ ， $(z + 1)^2$ ，... 加到  $G(z)$  的分子上，使得分子將等於分母之一。

使  $G(s)$  的增益與  $G(z)$  之一相對應。這意味著我們必須為此，請執行以下操作：

$$[G(s)]_{s=0} = [G(z)]_{z=1}$$

範例 4.2.15 在說明這個過程是如何工作的，我們考慮以下內容轉換功能：

$$G(s) = 10/(s + 1)(s + 2).$$

該傳遞函數的極點為  $s_1 = -1$  和  $s_2 = -2$ 。他們對應

極點分別是  $z_1 = e^{-T}$  和  $z_2 = e^{-2T}$ 。如果我們將採樣週期固定為  $T = 0.02s$ ，則這些極點變為  $z_1 = 0.9802$  和  $z_2 = 0.9608$ 。

由於分母為度 2，因此分子也應為度

2。為此，我們將分子  $(z + 1)^2$  添加到分子。

然後通過以下公式計算增益：

$$\left[ \frac{10}{(s+1)(s+2)} \right]_{s=0} = \left[ K \frac{(z+1)^2}{(z-0.9802)(z-0.9608)} \right]_{z=1}$$
$$1 = K \frac{4}{(0.285)(0.487)}$$

$$K = 0.0019$$

最後， $z$  域中的傳遞函數由下式給出：

$$G(z) = \frac{0.0019(z+1)^2}{(z-0.9802)(z-0.9608)}$$

作為另一種方法，可以從  $G(s) = N(s) / D(s)$  導出  $G(z)$ ，當  $D(s)$  有不同的根源。可以使用以下公式進行計算：

$$G(z) = \sum_{n=1}^p \frac{N(x_n)}{D'(x_n)} \frac{z}{z - e^{x_n T}}$$

$$\text{with } D'(x_n) = \left. \frac{\partial D}{\partial s} \right|_{s=x_n} \text{ for } n = 1, 2, 3, \dots, p$$

範例 4.2.16 展示如何從帶有分母的  $G(s)$  中獲得  $G(z)$  的想法具有不同的根源，我們考慮以下傳遞函數：

$$G(s) = \frac{1}{(s+a)(s+b)} = \frac{1}{s^2 + (a+b)s + ab}$$

該傳遞函數的分母和分子由下式給出：

$$D(s) = (s + a)(s + b)$$

$$N(s) = 1$$

關於  $s$  的分母導數由給出：

$$D'(s) = 2s + (a + b)$$

在兩個根上的導數的值是：

$$D'(x_1 = -a) = b - a$$

$$D'(x_2 = -b) = -(b - a)$$

使用這個和前面的公式，我們得到：

$$G(z) = \frac{1}{b-a} \frac{z}{z - e^{-aT}} - \frac{1}{b-a} \frac{z}{z - e^{-bT}} = \left( \frac{1}{b-a} \right) \left[ \frac{z}{z - e^{-aT}} - \frac{z}{z - e^{-bT}} \right]$$

### 4.3 傳遞函數概念

採樣系統的傳遞函數的概念可以類似地定義

已經做過連續時間了。為了澄清這一點，讓我們參考圖 4.10

上游採樣器是真實的，而下游採樣器是虛擬的

我們假設是理想的，並且在相同的採樣週期內保持同步。的

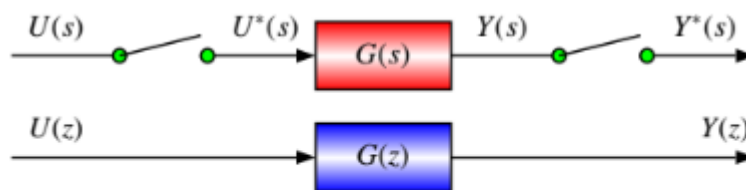
引入第二個採樣器是為了定義  $Y(z)$ ，從而定義

正確的脈衝傳遞功能。根據圖 4.10，我們得到：

$$Y(s) = G(s)U^*(s)$$

由於輸出是由虛擬採樣器採樣的，因此我們可以得到：

$$\begin{aligned} Y^*(s) &= [G(s)U^*(s)]^* \\ &= G^*(s)U^*(s) \end{aligned}$$



**Fig. 4.10** Pulse transfer function definition

如果我們應用  $Z$  變換，則可以獲得：

$$Y(z) = G(z)U(z)$$

從時域開始可以很好地證明這種關係。在事實上，我們有：

現在使用卷積定理，我們得到：

從另一面我們知道你 ( $\sigma$ ) 可以寫成：

使用此， $y(t)$  的表達式變為：

現在使用採樣信號  $y$  的  $Z$  變換的定義 ( $t$ ) 我們有：

執行變量  $m = k - l$  的更改，我們得到：

可以重寫如下：

最後，傳遞函數由下式給出：

這是輸出的  $Z$  變換與輸出的  $Z$  變換之間的比率輸入。在操作採樣系統的框圖時，應格外小心。以下關係將有助於此目的。

例 4.3.1 在本例中，我們考慮圖 4.11 的系統。以理想的採樣器串行發送兩個系統。兩者的表達傳遞函數是：

我們的目標是為該系統計算等效傳遞函數。

根據此圖，我們得到：

這使：

這又意味著：

使用  $Z$  -transform 表，我們有：

例 4.3.2 在本例中，我們考慮重新採樣的情況。在兩個傳遞函數之間串行移動。這種情況說明如下圖 4.12。傳遞函數  $G1(s)$  和  $G2(s)$  由下式給出表達：

其中  $a$  為正標量。

我們的目標是計算等效傳遞函數並將其與在前面的示例中獲得的一個。

在這種情況下，我們有：

依次給出

重要的是要注意，我們為此獲得的等效傳遞函數  
這種情況與我們從上一個示例的系統獲得的情況不同。

使用  $G1(s)$  和  $G2(s)$  的表達式，我們得到：

根據  $Z$ -transform 表，我們有：

例 4.3.3 在本例中，我們考慮具有轉移功能的情況。反饋中的內容，我們將按照  
與在先前的例子。該系統如圖 4.13 所示。傳遞函數由以下表達式給出：

根據此圖，我們可以：

依次給出：

由此我們得到：

這提供了以下脈衝傳遞函數：

從  $Z$ -transform 表中，我們得到：

使用此我們可以獲得：

例 4.3.4 作為前一種情況的第二個例子，讓我們考慮一下系統圖 4.14。問題是  
如何計算脈衝傳遞函數該系統的  $F(z) = Y(z) / G(z)$ 。

由於（請參閱表  $Z$ -transform）

對於閉環脈衝傳遞函數，我們得到以下表達式：

例 4.3.5 在本例中，圖 4.15 所示的系統為零使用訂單保持（ZOH）。

1. 找到開環和閉環脈衝傳遞函數  $Y(z) / U(z)$

2. 如果  $K = 1$  且  $T = 0.1$ ，則找到單位階躍響應

此示例的解決方案可以輕鬆獲得。實際上，我們有：

開環：

從中我們有：



最後我們得到：

閉環：

使用  $z_1 = 1$  和  $z_2 = 1-KT$  的殘差法，以及

$K = 1$ ，我們發現：

$k$  倒  $k = 0、1、2、3、\dots$

如果使用  $T = 0.1s$ ，則得到：

示例 4.3.6 讓我們考慮圖 4.16 的系統併計算轉移功能。使用此圖，我們可以：

依次給出：

使用  $Z$  變換，我們獲得：

例 4.3.7 讓我們考慮圖 4.17 的系統併計算轉移功能。

圖 4.17 反饋中的傳遞函數

使用此圖，我們可以：

依次給出：

現在使用  $Z$  變換，我們得到：

示例 4.3.8 讓我們考慮框圖的動態系統  
如圖 4.18 所示

例 4.3.9 讓我們考慮圖 4.19 的框圖系統  
併計算傳遞函數

例 4.3.10 讓我們考慮圖 4.20 的框圖系統  
併計算傳遞函數

#### 圖 4.20 反饋中的傳遞函數

使用此圖，我們可以：

依次給出：

現在使用  $Z$  變換，我們得到：

根據這些示例，我們始終能夠計算出該系統及其表達方式如下：

其中  $Y(z)$  和  $U(z)$  分別是輸出  $Y(s)$  和  $Z$  的  $Z$  變換輸入  $U(s)$ 。此傳遞函數始終採用以下形式：

其中  $a_i$  和  $b_i$  是實數標量， $n$  是一個整數，表示整數的階數系統。多項式  $N(z)$  和  $D(z)$  的根，即以下項的解等式：

分別稱為系統的零點和極點。極點在系統響應中起重要作用。他們的位置非常重要，它與系統性能（例如穩定性，瞬態）有關（政權等）。

例 4.3.11 讓我們考慮一個具有以下轉移的動力系統功能：

計算系統的極點和零點並將它們繪製在  $z$  域中。根據傳遞函數的表達式，我們有：

多項式的根對零為  $0.1 \pm 0.1j$ ，對於零為  $2$  和  $0.2 \pm 0.4j$  兩極。零都在單位圓內。複雜的兩極也在裡面單位圓，而實際圓在該圓之外。我們介紹了傳遞函數的概念，並且學習瞭如何操作框圖。現在是時候計算傳感器的時間響應了。給定信號輸入的系統。這是下一部分的主題。

#### 4.4 時間響應及其計算

通常，控制系統必須保證某些性能，例如：

- 穩定時間為給定百分比
- 過衝
- 阻尼比
- 等

對於時間定義，我們要求讀者看一下圖 4.21。有一個想法關於穩定時間，過衝等的概念，讓我們考慮線性時間

輸入  $r(t)$  和輸出  $y(t)$  的不變系統。如果我們在輸入，該系統的輸出將如圖 4.21 所示。從這個數字來看，可以看到建立時間定義為系統響應時間，

$y(t)$  達到誤差帶（由一定百分比，2%，5%等定義）並在其餘時間停留。百分比越低，沉降時間越長時間會。

過衝是給定係統時間響應的另一個特徵。

如果我們參考上圖，則超調定義為最大超出系統輸出的穩態值。通常，我們使用百分比過衝，定義為輸出的最大值減去步長值除以步長值。

錯誤也是輸出行為的另一個特徵。它被定義為輸出所獲得的穩定值與期望值之間的差。為一個具有統一反饋的閉環系統，通過數學定義誤差  $E(z)$

如： $E(z) = R(z) - Y(z)$

其中  $R(z)$  是參考輸入， $Y(z)$  是輸出。

以前，我們開發了可用於計算表達式的工具

給定信號的時間。在這裡，我們將使用它來計算給定的時間響應系統選擇的輸入可能是以下信號之一或組合：

- 狄拉克的衝動
- 步
- 坡道

圖 4.21 步進輸入的時間響應行為

為了計算時間響應，讓我們考慮一個具有脈衝傳輸的系統

給定輸入信號  $U(z)$  的函數  $G(z)$ ，並考慮計算

$y(kT)$  的表達式。該系統如圖 4.22 所示。這個數字可能代表發送了開環脈衝傳遞函數或其等效的閉環脈衝簡化系統框圖後得到的傳遞函數。

從這個數字，我們得到：

$$Y(z) = G(z) U(z)$$

時間響應  $y(kT)$  的計算被引入到  
可以使用以下方法之一確定  $Z$  逆變換：

- 擴展為部分分數
- 多項式除法
- 殘留法

為了說明時間響應如何，讓我們考慮以下示例。

例 4.4.1 在本例中，我們考慮直流電動機驅動的速度控制  
通過齒輪給定的機械負載。我們假設系統是使用  
微控制器。系統的傳遞函數由下式給出：

其中  $K = 2$  和  $\tau = 2$  該系統被認為是開環的。在這種情況下，由於我們存在  
ZOH，我們獲得：

使用  $Z$ -transform 表，我們得到：

其中  $T$  是採樣週期。對於我們的系統，由於時間常數等於 2 秒，因此對於  
採樣週期為  $T = 0.2\text{sec}$ 。使用這個，我們得到：

如果現在我們認為信號輸入是單位步長，我們得到

要計算時間響應，我們可以使用表格或繼續進行擴展為部分分數。

使用  $Z$ -transform 表，我們可以：

通過擴展為部分分數，我們得到：

由此我們得到：

現在使用  $Z$ -transform 表，我們得到：

因為  $e^{-0.1} = 0.9048$ 。

例 4.4.2 在本例中，我們考慮直流電動機驅動器的位置控制。  
通過齒輪給定的機械負載。我們假設系統是受控的

使用微控制器。系統的傳遞函數由下式給出：

其中  $K = 2$  和  $\tau = 2$

該系統被認為是開環的。在這種情況下，由於我們存在 ZOH，我們獲得：

使用  $T = 0.2$  秒的 Z 轉換錶，我們得到：

如果現在我們認為信號輸入是單位步長，我們得到

要計算時間響應，我們可以使用 Z-transform 表或繼續用膨脹成部分分數的方法或用殘渣的方法。

使用 Z-transform 表，我們得到：

通過將方法擴展為部分分數，我們可以：

用殘基的方法，我們得到：

在極點  $z = 1$  和  $z = 0.9048$  處。

這些殘基計算如下：

- 極點  $z$  上的殘差 = 1
- 極點  $z$  上的殘差 = 0.9048

現在使用該表，我們得到：

因為  $e^{-0.1} = 0.9048$ 。

從上一節中計算出的時間響應可以看出對於給定的系統，對於給定的信號，輸出可以取有限值或無限值信號輸入。問題是為什麼會這樣。給出了這個問題的答案通過穩定性分析，這將在下一部分中介紹。

## 4.5 穩定性和穩態誤差

對於連續時間域中的系統，穩定性意味著所有極點必須具有負實部。在變換  $z = e^{Ts}$  的情況下， $T$  是採樣期間，我們看到  $s$  域的左半平面對應於內部單位圓  $|z| = 1$ 。因此，如果所有極點都在這個單位圓內為了分析離散時間系統的穩定性，讓我們考慮離散時間系統的穩定性。圖 4.23。該系統的閉環傳遞函數由下式給出：

其中  $R(z)$  和  $Y(z)$  分別是輸入和輸出。系統的極點是以下特徵方程的解：

$$1 + C(z)G(z) = 0$$

穩定性研究需要計算這些根。對於小訂單系統中，我們總是可以手動求解特徵方程，然後獲得極點和穩定性結論將基於極點所在的事實得出位於。對於高階，不建議使用此方法，而替代方法是需要。已經開發了一些標準來研究穩定性。在這些當中我們引用的標準是陪審團之一和 Raible。

例 4.5.1 讓我們考慮一個具有以下特徵方程的動力系統：

特徵方程的根為： $z = 1/2$  和  $z = 1/4$ 。這些根是位於單位圓內，因此系統穩定。例 4.5.2 讓我們考慮一個具有以下特徵的動力系統：  
tic 方程：

系統的根為  $z_{1,2} = 1 \pm j(1/2)$  並且都在單位圓之外表示系統不穩定。研究離散時間系統穩定性的直接方法是將其轉換到等效的連續時間，然後使用 Routh-Hurwitz 的準則。

這個想法是找到一個合適的應用程序來映射單位圓的內部到左側的半平面上。然後，我們可以應用 Routh-Hurwitz 準則。我們正在尋找的轉變是：

在特徵方程中用該表達式代替  $z$  將得到一個新的，在  $w$  中，我們可以應用 Routh-Hurwitz 的準則。

例 4.5.3 為了展示我們如何使用勞斯·赫維茲準則，讓我們考慮具有以下特徵方程的動力學系統：

可以看出極點為  $2$  和  $0.2 \pm 0.4j$ 。因此系統是不穩定。

可以採用以下形式：

Routh-Hurwitz 的條件包括填寫下表：

在第一列的基礎上，我們可以看到符號因此系統不穩定。這證實了我們已經評論過的結果較早。

同樣重要的是要注意  $w$  中特徵方程的根是由：

$$w_1 = 0.3333$$

$$w_{2,3} = -0.5000 \pm 0.5000j$$

這些根也可以使用  $w = z - 1/z + 1$  從  $z$  域中的根獲得

應用雙線性變換可得出：

依次給出：

應用 Routh-Hurwitz 可以得出：

為了保證穩定性，我們應該確定參數  $K$  的範圍這樣我們就不會在第一欄中更改標誌。對於  $w^0$  行，我們應該擁有  $0$ , i.e.  $K > 1/6.32 = 0.158$ 。對於  $w^2$  行，我們還應該  $2.736 - 6.32K > 0$ ，即  $K < 2.736/6.32 = 0.4329$ 。如果我們看這兩個條件，我們結論是系統對於  $0.158 < K < 0.4349$  是穩定的。

為了檢查這一點，讓我們考慮在間隔內的  $K = 0.2$ 。使用這個值，我們得到以下特徵方程式：

其根為  $z_1 = 0.052 + j0.6044$  和  $z_2 = 0.052 - j0.6044$ 。根是位於單位圓的內部，因此系統穩定。對於  $K = 1$ ，我們獲得：

根是  $z_1 = -0.076$  和  $z_2 = -4.876$ 。然後系統不穩定，因為  $|z_2| > 1$ 。對於離散時間，陪審團已經制定了一個標準，該標準給出了關於任何不求解特徵方程的系統。展示這種方法工作時，讓我們考慮以下具有實係數的特徵多項式：

Jury 的穩定性標準包括建立以下一系列係數：

Jury 的陣列係數計算如下：

$P(z)$  描述的系統穩定的充要條件是：

例子 4.5.5 檢查以下描述的系統的穩定性多項式：

我們形成 Jury 的係數數組：

由於  $n = 3$ ，因此應滿足以下條件：

- $P(1)$  必須為正： $1 + 3.3 + 3 + 0.8 = 8.1 > 0$  為真
- $P(-1)$  必須為負，因為  $n = 3 = \text{奇數}$ ： $-1 + 3.3 - 3 + 0.8 = 0.1 > 0$  這是錯誤的

一個錯誤的條件足以得出系統不穩定的結論。

例 4.5.6 讓我們考慮一個具有以下特徵方程的動力系統：

其中  $K$  是確定參數以使系統穩定的參數。此特徵方程式可重寫如下：

應用 Jury 標準可得出：

因此，如果  $K \in ]0, 2.8[$ ，我們的系統將是穩定的。例如，如果我們將  $K$  固定為 2，

給出以下特徵方程式：

根是  $z_{1,2} = -0.3000 \pm 0.5568j$ ，由於  $|z_{1,2}|$  而在單位圓內  $< 1$ 。

Raible 提出了另一個研究穩定性基礎的標準。這個穩定性標準還包括陪審團標準，即先填充數組，然後再填充關於穩定性的結論。為了展示此標準的工作原理，讓我們考慮以下因素特徵方程：

其中  $a_i$  是真正的標量。

重複這些過程，直到數組獲得  $2n + 1$  行。最後一行僅包含一個數字。Raible 的穩定性標準當  $a_0 > 0$  時，且僅當且僅當多項式的根都在單位圓內  $a(i) > 0, i = 0, 1, \dots, n - 1$

係數  $a(i) > 0, i = 0, 1, \dots, n - 1$  出現在 Raible 的數組中。

備註 4.5.1 假設  $a_0 > 0$  不是限制性的。實際上，當  $a_0 < 0$  時，足以改變多項式  $P(z)$  的所有係數的正負號以獲得  $-P(z)$ ，依次用於 Raible 的標準。

該過程是正確的，因為  $P(z)$  和  $-P(z)$  的根相同。

例 4.5.7 為了說明 Raible 準則是如何工作的，讓我們考慮以下特徵方程式：

係數  $a_0$  必須為正，然後形成多項式

我們提出了一些技術來研究離散時間系統的穩定性 tests。同樣重要的是要注意，我們也可以在頻域。

## 4.6 根軌跡技術

根軌跡技術是一種強大的方法，通常用於連續時間或離散時間系統進行分析或設計。該技術給出了關於增益或更大時閉環動力學的極點行為的想法（ $a$  參數或更多）。直接結論是我們知道，會如何影響系統的穩定性和其他性能參數更



改。

如今，有許多工具可以繪製任何動力學系統的根基因座其中一些可免費使用。在本節的其餘部分，我們將使用 **Matlab** 進行繪製，但我們將製定規則，以獲取如何獲取根軌跡的草圖如果我們手邊沒有電腦。對於連續情況，離散系統的根軌跡描述為我們以以下形式編寫的特徵方程式：

$$1 + KG(z) = 0$$

其中  $K$  是變化的參數，

其中  $z_1, z_2, \dots, z_n$  是極點， $n_1, n_2, \dots, n_m$  是開環的零點轉換功能。

當參數  $K$  從 0 變為無窮大 ( $\infty$ ) 時。與我們使用的規則相同用於在  $s$  平面上繪製連續時間系統的根軌跡到  $z$  平面上離散時間系統之一的繪圖，除了結果的解釋主要在穩定性方面有所不同。

從特徵方程式，我們得到以下條件：

第一個條件稱為幅度條件，而第二個條件稱為幅度條件稱為角度條件。 $z$  平面上滿足這兩個條件的任何點條件屬於系統的根源。至此對應一個增益  $z_0$  如果這點是  $z_0$ ，那麼我們有：其中  $\theta_0$  是該點的對應角度。如果滿足上述兩個條件，則  $z$  平面的點將屬於根軌跡。位置。通常，除非給定係統的確切根源圖，否則這是一項艱鉅的任務，除非我們有相應的工具。通常，此根軌跡的草圖可以是

使用一些簡單的規則即可輕鬆獲得。其中一些規則是：

1. 分支的數量等於系統的階數，即： $n$ ;
2. 根軌跡相對於實軸對稱。這是由於事實特徵方程的根是實數還是複數。而如果有一個複雜的根，我們自動得到它的共軛。
3. 軌跡起源於開環傳遞函數的兩極，並且終端-在 **this** 傳遞函數的零上展開。解釋為什麼基因座起源從極點，我們可以使  $K$  等於零，而為什麼基因座終止於零可以通過讓  $K$  在等式中變為  $\infty$  來解釋。（4.4）。
4. 漸近線的數目等於兩者之間的差極點  $n$  和開環傳遞函數的零個數  $m$ 。這些漸近線的特徵是：  
參數  $\delta$  給出漸近線與實軸的交點， $\beta_k$  給出使每個漸近線與實軸成的角度。
5. 對於根軌跡的斷點，首先我們確定變化的參數  $K$ ，即：

斷點是以下方程式的解：

從這個方程的根中選擇那些可行的解決方案很重要對於斷點。

6. 虛軸在  $z$  平面上的交點可以通過以下方式確定在特性方程式中用  $jv$  替換  $z$  並編寫如下：

依次給出兩個方程式：

解給出相交發生的頻率和相應的收益。

7.從復雜極點出發的角度或到復雜點的到達角度使用角度條件計算零。 如果我們要

計算角度為  $\angle z_0$ ，條件角度變為：

例 4.6.1 為了說明根軌跡技術是如何工作的，讓我們考慮圖 4.24 的系統，其中工廠是雙積分器和控制器是一個增益為  $K$  的比例動作，我們假設它在零之間變化和無窮大是由於某些物理原因，例如加熱，老化等。使用  $Z$  變換錶和閉環傳遞的表達式函數，我們得到該系統的以下特徵方程：

根軌跡如圖 4.25 所示。 所有根都在單位圓之外藍色。 系統不穩定。 這意味著比例控制器不能穩定雙積分器。

例 4.6.2 作為根軌跡技術的第二個例子，讓我們考慮圖 4.26 的系統。

根軌跡如圖 4.27 所示。 所有的根都在單位圓內藍色。 因此，系統對於所有增益  $k < 8.65$  都是穩定的。

## 4.7 波特圖技術

頻率響應在天線的分析和設計中起著重要作用。連續時間和離散時間系統。 時間響應，頻率

響應包括通過正弦輸入激勵系統。 在連續-時間系統，事實證明，對於正弦輸入，穩定輸出線性系統是正弦曲線，輸入頻率相同，其幅值和輸出的相位是該頻率的函數。 對於離散時間系統，輸出也是正弦波，頻率與輸入信號和相位相同並且幅度仍然是該頻率的函數。 為了說明這一點，讓我們考慮具有以下傳遞函數的穩定線性系統：

令輸入  $r(t)$  具有以下表達式：

$$r(t) = \sin(\omega t)$$

其中  $\omega$  是輸入頻率。 此處的幅度等於 1。該信號的  $Z$  變換由下式給出（請參見  $Z$  變換錶）：

現在，如果我們認為系統被相應輸出的  $R(z)$  激勵， $Y(z)$  由下式給出：

$$Y(z) = G(z)R(z) \\ = K \frac{\prod_{i=1}^m (z - n_i)}{\prod_{i=1}^n (z - z_i)} \frac{z \sin(\omega T)}{(z - e^{-j\omega T})(z - e^{j\omega T})}$$

## 4.8 結論

本章介紹基於傳遞函數概念的分析工具。主要是，我們開發瞭如何計算時間響應和確定係統性能。我們還介紹了根軌跡和波特圖技術。

## 第五章 基於傳遞函數的設計

### 5.1 引言

解決控制設計問題始終是一個挑戰，即使對於更有經驗的人也是如此控制工程師。必須為其設計控制器的系統可以是現有的，但表現不佳，我們想改進，或者我們正在構建的新系統。在這兩種情況下，設計程序均在通過定義所需的性能來獲得系統的數學模型這將使我們能夠確定控制器的結構及其參數。通常，控制系統旨在保證某些性能考慮到系統的閉環動力學。這樣的表演可以歸納為瞬態和穩態的穩定性和行為國家政權。通過尊重給定係統的局限性，它始終是我們試圖通過尋求折衷來改善瞬態狀態的情況在系統可能出現的超調和其速度之間。為了穩定狀態，我們進行搜索以確保誤差小於某個選定的公差。我們將在本章中考慮以響應設計要求的控制器-是經典的，例如比例，積分和微分作用，他們的近似值。本章的其餘部分安排如下。在第 2 節中，控制設計問題已製定。第三部分介紹了設計經典的經驗方法控制器。在第 4 節中，使用根軌跡設計經典控制器方法被開發出來。第 5 節介紹了 Bode 方法。第 6 節介紹了一個案例研究包括為直流電動機套件設計不同的控制器。

### 5.2 控制設計問題的表述

在本章中，我們將考慮性能較差的現有系統，我們想改善。我們的願望是對瞬態同時採取行動通過在閉環中引入控制器來強制整個系統按預期運行。可以在時域或頻域中給出性能。同時領域，穩定性是設計過程中的首要要求。在旁邊

穩定性，我們希望瞬態和穩態機制能夠在理想的方式。在瞬態狀態的時域中，我們應控制過衝，所選時間的上升時間和穩定時間將取決於我們希望為我們的系統保證精度。對於穩態制度，我們希望確保系統的錯誤小於特定的指定值。

在頻域中，除了性能根據閉環動力學的穩定性，增益相位和通常來說，很難在兩者之間建立聯繫時域和頻域的性能。更具體地說，所研究的系統由傳遞函數描述，例如可以使用識別方法獲得。讓我們用  $G(s)$  表示這個傳遞函數。必須在控制的第一階段確定此模型設計。然後，根據控制工程師的性能和專業知識進行設計我們可以選擇可以正確響應設計的控制器結構目標。然後，使用適當的方法，我們可以確定控制器的增益。

因此，控制設計問題包括確定：

- 控制器的結構
- 及其參數

使用所需的性能和一些啟發式方法來強制關閉-所選控制器的動態迴路表現出理想的表現。這種方法由於被忽略的不同現象，在實踐中可能需要改進動力學。

我們將在本章中考慮的控制器是經典的控制器，

在文獻中被認為是比例（P），積分（I）和微分（D）動作及其近似也稱為相位滯後超前和相位超前滯後。控制器的傳遞函數將表示為  $C(z)$ 。確定控制器後，相應的差分方程為使用適當的微控制器實時獲取和實現。對於有關此主題的更多詳細信息，我們請讀者參考實現部分詳細。

由於系統性能通常是連續不斷地給出的，因為這樣做更自然。設計步驟可以在

連續時間或離散時間。一般來說，設計方法使用以下步驟：

- 表演轉換成桿子
- 選擇所需控制器的結構
- 使用所需的極點確定控制器參數
- 對控制器的參數進行了一些調整以補償

預期行為與實際行為之間可能存在差異設計過程中未考慮的系統零。重要的是要注意，控制器參數的確定可以在連續時間或離散時間完成。在連續時間內在這種情況下，確定控制器參數，然後控制器進行將  $fer$  函數轉換為離散時域，得到差分方程我們應該實時實施。對於離散時間，差分方程為直接獲得併實施。

設計方法可以是以下方法之一：

- 基於經驗方法的設計
- 基於根軌跡法的設計

- 基於波特圖法的設計

在本章的其餘部分，我們將介紹這些方法並給出一些示例展示這些技術如何應用於實際系統。仿真結果將是用來表明其有效性。控制器的設計是連續進行的然後獲得相應的控制器離散時間版本。本章使用在 Boukas 中開發的方法。

### 5.3 基於經驗方法的設計

實證方法基於齊格勒-尼科爾斯的工作。這些方法與其他方法相比，具有優勢，因為它們允許設計除即使在沒有系統數學模型的情況下，也可以找到所需的控制器。Ziegler-Nichols 方法主要基於動力學系統的響應。Ziegler-Nichols 提出了使用時間響應的方法，其他使用時間響應的方法。頻率響應。在本節的其餘部分，我們將介紹這些方法。首先讓我們集中討論時間響應方法。在這些方法中我們可以處理開環穩定和不穩定的系統。第一種方法考慮在原點無極點也不佔優勢的穩定係統的情況複雜的兩極。在這種情況下，階躍響應由圖 5.1 中的給出。從中直接確定參數  $T$ ， $\tau$  和  $k$  以及  $T_{ab}$ 。其中  $k$  是系統的增益， $\tau$  是上升時間， $T$  是延遲時間。

### 5.4 基於根軌跡的設計

根源技術是控制系統分析和設計的強大工具。在本節中，我們將使用它來設計控制器，以確保理想的表演。該系統的模型應該以

轉換功能。根軌跡技術可用於設計經典控制器。該方法背後的技術包括選擇使座位穿過表演中給定的極點。

其中  $k$ ， $-z_i$  和  $-p_i$  分別是系統的增益，零和極點。首先讓我們集中討論比例控制器的設計。

其中  $K_P$  是要確定的控制器的增益。基本控制過程中可以知道，比例控制器的作用是同時考慮了瞬態和穩態機制，但其能力有限。它可以減少錯誤，但絕不會使其等於零。計算控制器的增益，我們將使用以下過程

1.計算閉環動力學的特徵方程，即： $1 + K_P G(s)$  令  $K = kK_P$

2.畫出從 0 到無窮大的  $K$  的根軌跡

3.確定基因座和對應於所需的阻尼比  $\xi$  ( $\cos\theta=\xi$ ) 並得到主導的極點對。讓  $SD$  成為具有虛構積極部分的人。

4.計算得出極點  $s_d$  的增益  $K$