

Методические указания к выполнению расчётно-графической работы по теме

«Функции нескольких переменных»

Расчётно-графические работы выполняются командами студентов (по 3-4 человека) и заключаются в выполнении заданий, оформлении отчёта и его защите в форме доклада. Сформированные команды сами выбирают себе номер от 1 до 8 так, чтобы у каждой команды он был уникальным. Защита работ проходит в конце модуля.

К расчётно-графической работе предъявляются следующие требования:

- 1) **к выполнению заданий**—в работе должны быть:
 - a. представлены в логической последовательности основные этапы исследования или решения;
 - b. указаны используемые теоретические положения и методы;
 - c. получены точные численные результаты и построены требуемые графические изображения;
- 2) **к оформлению отчёта**—отчёт должен быть выполнен в электронном виде в одном из следующих форматов: doc, docx или ppt, pptx (для ppt, pptx используется шаблон Университета ИТМО (ИСУ → Полезные ссылки → Корпоративная стилистика → Презентации (в самом низу))), а затем, если нет анимаций, переведён в **pdf**, и содержать:
 - a. титульный лист/слайд (название дисциплины, номер модуля, учебный год, название РГР, ФИ исполнителя, номера групп, дата, место (Университет ИТМО));
 - b. условия всех заданий;
 - c. основные этапы решения (исследования) каждой задачи, его теоретическое обоснование, численные результаты;
 - d. графики или рисунки, иллюстрирующие решение каждой задачи (выполненные в математическом редакторе Desmos: <https://www.desmos.com/> или Geogebra: <https://www.geogebra.org/>). В случае интерактивных графиков и рисунков допускается вставить в отчёт вместо них ссылки на рабочие листы математического редактора и при защите демонстрировать их отдельно;
 - e. выводы;
 - f. оценочный лист (для работы, выполненной командой; при этом вклад каждого исполнителя оценивается всей командой по шкале от 0 до 5 баллов).
- 3) **к докладу** — для доклада отводится от 7 до 10 минут. Доклад подкрепляется демонстрацией отчёта, который выводится на экран ноутбука или проецируется на экран в мультимедийной аудитории. Во время доклада оценивается качество устного изложения материала и ответы на вопросы по теме работы. Доклад должен содержать:
 - a. постановку задачи;
 - b. изложение основных этапов исследования или решения;
 - c. ссылки на теоретический материал, используемый при исследовании и решении;
 - d. результаты исследования или решения и их оценку;
 - e. выводы.

Задание 6. Дифференциал функции нескольких переменных

Дана задача. Проведите исследование:

- 1) Составьте математическую модель задачи: введите обозначения, выпишите данные, составьте уравнение (систему уравнений), содержащее неизвестное.
- 2) Решите задачу аналитически.
- 3) Сделайте графическую иллюстрацию к решению задачи. Сверьтесь с аналитическим решением.
- 4) Запишите ответ.

№ команды	Задача
1.	Заменяя приращение функции дифференциалом приближенно вычислить: $\frac{1.03^2}{\sqrt[3]{0.98}\sqrt[4]{1.05^2}}$
2.	Заменяя приращение функции дифференциалом приближенно вычислить: $\sin 29^\circ \operatorname{tg} 46^\circ$
3.	Заменяя приращение функции дифференциалом приближенно вычислить: $0.97^{1.05}$
4.	Насколько изменятся диагональ и площадь прямоугольника со сторонами $x = 6$ м и $y = 8$ м, если первая сторона увеличится на 2 мм, а вторая сторона уменьшится на 5 мм?
5.	Центральный угол сектора $\alpha = 60^\circ$ увеличился на $\Delta\alpha = 1^\circ$. Насколько следует уменьшить радиус сектора $R = 20$ см, чтобы площадь сектора осталась без изменения?
6.	Доказать, что относительная погрешность произведения приближенно равна сумме относительных погрешностей сомножителей.
7.	При измерении радиуса основания R и высоты цилиндра H были получены следующие результаты: $R = 2.5 \text{ м} \pm 0.1 \text{ м}$ $H = 4.0 \text{ м} \pm 0.2 \text{ м}$ С какой абсолютной погрешностью и относительной погрешностью может быть вычислен объем цилиндра?
8.	Стороны треугольника $a = 200 \text{ м} \pm 2 \text{ м}$ и $b = 300 \text{ м} \pm 5 \text{ м}$ и угол между ними $C = 60^\circ \pm 1^\circ$. С какой абсолютной погрешностью может быть вычислена третья сторона треугольника c ?

Задание 7. Производные функции нескольких переменных

Проверить, удовлетворяет ли функция заданному уравнению:

$$1) \quad z = f(x, y) = y \ln(x^2 - y^2) \quad \frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$$

$$2) \quad z = f(x, y) = \arcsin \arcsin \frac{x}{x+y} \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$3) \quad z = f(x, y) = \frac{x^2}{2y} + \frac{x}{2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \quad x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^3}{y}$$

$$4) \quad z = f(x, y) = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5} \quad \frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$$

$$5) \quad z = f(x, y) = x \frac{y}{x} \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$$

$$6) \quad z = f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x - y} \quad \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x + y}{x - y}$$

$$7) \quad z = f(x, y) = \ln(x^2 + y^2) \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

$$8) \quad z = f(x, y) = \sqrt{2xy + y^2} \quad \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{z}$$

Задание 8. Непрерывность функции нескольких переменных

Исследовать на непрерывность и найти точки разрыва функции:

$$1) \quad z = f(x, y) = \frac{y}{x}$$

$$2) \quad z = f(x, y) = e^{-\cos(x+ay)}$$

$$3) \quad z = f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$$

$$4) \quad z = f(x, y) = x^y y^x$$

$$5) \quad z = f(x, y) = xy + xe^{\frac{y}{x}}$$

$$6) \quad z = f(x, y) = \frac{2x+3y}{x^2+y^2}$$

$$7) \quad z = f(x, y) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$$

$$8) \quad z = f(x, y) = \frac{1}{\sin x \sin y}$$