
Группа **Р3207** К работе допущен _____

Студент **Рязанов Н. С.** Работа выполнена **09.09.2025**

Преподаватель **Хвастунов Н. Н.** Отчет принят _____

Рабочий протокол и отчет по лабораторной работе №1.01

Исследование распределения случайной величины

1. Цель работы:

Исследовать распределения случайной величины на примере многократных измерений определённого интервала времени.

2. Задачи, решаемые при выполнении работы:

- 1) Провести многократные измерения определенного интервала времени.
- 2) Построить гистограмму распределения результатов измерения.
- 3) Вычислить среднее значение и дисперсию полученной выборки.
- 4) Сравнить гистограмму с графиком функции Гаусса с такими же, как и у экспериментального распределения средним значением и дисперсией.

3. Объект исследования:

Случайная величина – результат измерения промежутка времени от смены цвета на экране монитора до нажатия кнопки мыши с помощью сервиса

<https://humanbenchmark.com/tests/reactiontime>.

4. Метод экспериментального исследования:

Многократное прямое измерение определенного интервала времени и проверка закономерностей распределения значений этой случайной величины.

5. Рабочие формулы и исходные данные:

- $\langle t \rangle_N = \frac{1}{N} (t_1 + t_2 + \dots + t_N) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i$ – среднее арифметическое всех результатов измерений.
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – выборочное среднеквадратичное отклонение.
- $\rho_{max} = \frac{1}{\sigma_N \sqrt{2\pi}}$ – максимальное значение плотности распределения.
- $\rho(t) = \frac{1}{\sigma_N \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t - \langle t \rangle)^2}{2\sigma_N^2}\right)$ – нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса.
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N)^2}$ – среднеквадратичное отклонение среднего значения.
- $\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle}$ – доверительный интервал.
- $\Delta x = \sqrt{(\Delta t)^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux}\right)^2}$ – абсолютная погрешность с учетом погрешности приборов, Δ_{ux} – погрешность прибора, Δt – случайная погрешность (доверительный интервал).
- $\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%$ – относительная погрешность, Δx – абсолютная погрешность, \bar{x} – результат измерений.

6. Измерительные приборы:

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Секундомер	Цифровой	0–1 с	0.005 с

7. Схема установки (перечень схем, которые составляют Приложение 1).

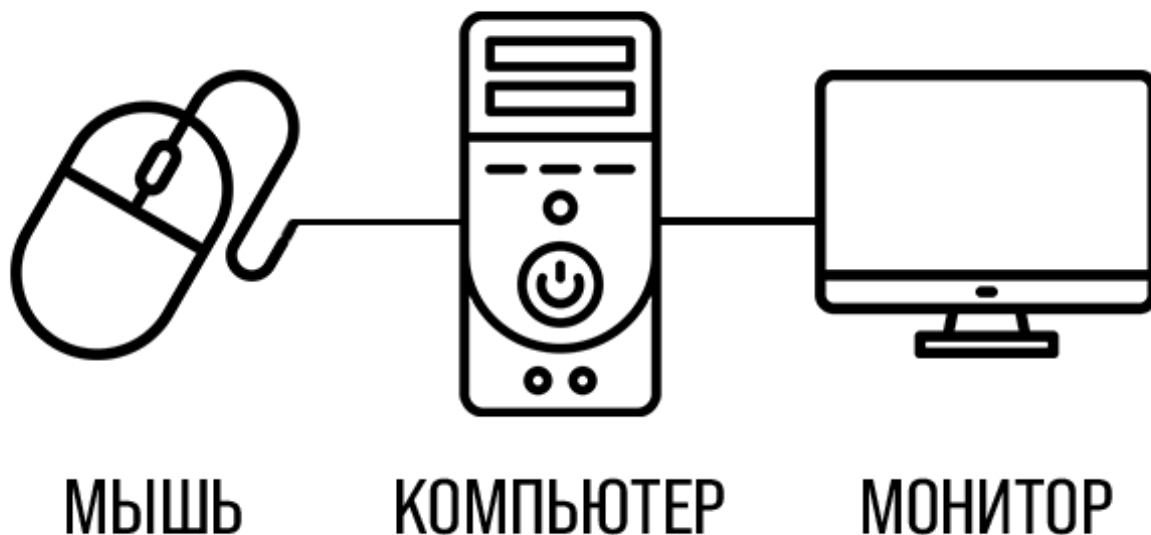


Рисунок 1. Схема установки

8. Результаты прямых измерений и их обработки (таблицы, примеры расчетов):

Таблица 1. Результаты прямых измерений

№	$t_i, \text{с}$	$t_i - \langle t \rangle_N, \text{с}$	$(t_i - \langle t \rangle_N)^2, \text{с}^2$
1	0.201	0.005	0.00003
2	0.195	-0.001	0.00000
3	0.241	0.045	0.00205
4	0.186	-0.010	0.00009
5	0.195	-0.001	0.00000
6	0.252	0.056	0.00317
7	0.209	0.013	0.00018
8	0.199	0.003	0.00001
9	0.193	-0.003	0.00001
10	0.224	0.028	0.00080
11	0.217	0.021	0.00045
12	0.205	0.009	0.00009
13	0.169	-0.027	0.00071

14	0.187	-0.009	0.00008
15	0.182	-0.014	0.00019
16	0.170	-0.026	0.00066
17	0.190	-0.006	0.00003
18	0.188	-0.008	0.00006
19	0.207	0.011	0.00013
20	0.223	0.027	0.00075
21	0.181	-0.015	0.00022
22	0.197	0.001	0.00000
23	0.236	0.040	0.00163
24	0.175	-0.021	0.00043
25	0.184	-0.012	0.00014
26	0.200	0.004	0.00002
27	0.210	0.014	0.00021
28	0.202	0.006	0.00004
29	0.193	-0.003	0.00001
30	0.179	-0.017	0.00028
31	0.216	0.020	0.00041
32	0.191	-0.005	0.00002
33	0.187	-0.009	0.00008
34	0.226	0.030	0.00092
35	0.178	-0.018	0.00031
36	0.197	0.001	0.00000
37	0.218	0.022	0.00050
38	0.190	-0.006	0.00003
39	0.183	-0.013	0.00016
40	0.223	0.027	0.00075
41	0.155	-0.041	0.00165
42	0.159	-0.037	0.00135
43	0.194	-0.002	0.00000
44	0.165	-0.031	0.00094
45	0.161	-0.035	0.00120
46	0.168	-0.028	0.00077
47	0.191	-0.005	0.00002
48	0.173	-0.023	0.00051
49	0.228	0.032	0.00104
50	0.191	-0.005	0.00002

	$\langle t \rangle_N = 0.1957 \text{ с}$	$\sum_{i=1}^N (t_i - \langle t \rangle_N) = 0.0000 \text{ с}$	$\sigma_N = 0.02173 \text{ с}$ $\rho_{\max} = 18.36 \text{ с}^{-1}$
--	--	---	--

9. Расчет результатов косвенных измерений (таблицы, примеры расчетов).

- $\langle t \rangle_N = \frac{1}{50} \sum_{i=1}^{50} t_i = 0.1957 \text{ с}$
- $\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{50-1} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 0.1967)^2} = 0.02173 \text{ с}$
- $\rho_{\max} = \frac{1}{0.2153\sqrt{2\pi}} = 18.36 \text{ с}^{-1}$
- $\sigma_{\langle t \rangle} = \sqrt{\frac{1}{50 \cdot 49} \sum_{i=1}^{50} (t_i - 0.1967)^2} = 0.003073 \text{ с}$
- $t_{\min} = 0.155 \text{ с}, t_{\max} = 0.252 \text{ с}, \sqrt{N} = 7$ – тогда для построения гистограммы возьмем 7 интервалов $\Delta t = 0.014 \text{ с}$

Таблица 2. Данные для построения гистограммы

Границы интервалов, с	ΔN	$\frac{\Delta N}{N \Delta t}, \text{ с}^{-1}$	$t, \text{ с}$	$\rho, \text{ с}^{-1}$
0.155	6	8.571	0.162	5.524
0.169				
0.169	9	12.857	0.176	12.182
0.183				
0.183	18	25.714	0.190	17.741
0.197				
0.197	10	14.286	0.204	17.060
0.211				
0.211	6	8.571	0.218	10.833
0.225				
0.225	3	4.286	0.232	4.542
0.239				
0.239	2	2.857	0.246	1.326
0.252				

Опытное значение плотности вероятности (3-й интервал):

$$\frac{\Delta N}{N \Delta t} = \frac{18}{50 \cdot 0.014} = 25.714 \text{ с}^{-1}$$

Нормальное распределение, описываемое функцией Гаусса (3-й интервал):

$$\rho(0.190) = \frac{1}{0.02173\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(0.190 - 0.1957)^2}{2 \cdot 0.02173^2}\right) = 17.741 \text{ с}^{-1}$$

Таблица 3. Стандартные доверительные интервалы

	Интервал, с		ΔN	$\frac{\Delta N}{N}$	P
	от	до			
$\langle t \rangle_N \pm \sigma$	0.174	0.217	33	0.66	0.677
$\langle t \rangle_N \pm 2\sigma$	0.152	0.239	48	0.96	0.955
$\langle t \rangle_N \pm 3\sigma$	0.130	0.261	50	1.00	0.997

10. Расчет погрешностей измерений (для прямых и косвенных измерений):

$$\Delta_{ux} = 0.005 \text{ с}$$

$$\Delta t = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{\langle t \rangle} = 2.01 \cdot 0.003 = 0.006 \text{ с}$$

$$\bar{x} = 0.1957 \text{ с}$$

Абсолютная погрешность с учетом погрешности прибора:

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta t)^2 + \left(\frac{2}{3} \Delta_{ux}\right)^2} = \sqrt{(0.006)^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0.005\right)^2} = 0.0069 \text{ с}$$

Относительная погрешность измерения:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{0.0069}{0.1957} \cdot 100\% = 3.53\%$$

11. Графики (перечень графиков, которые составляют Приложение 2):

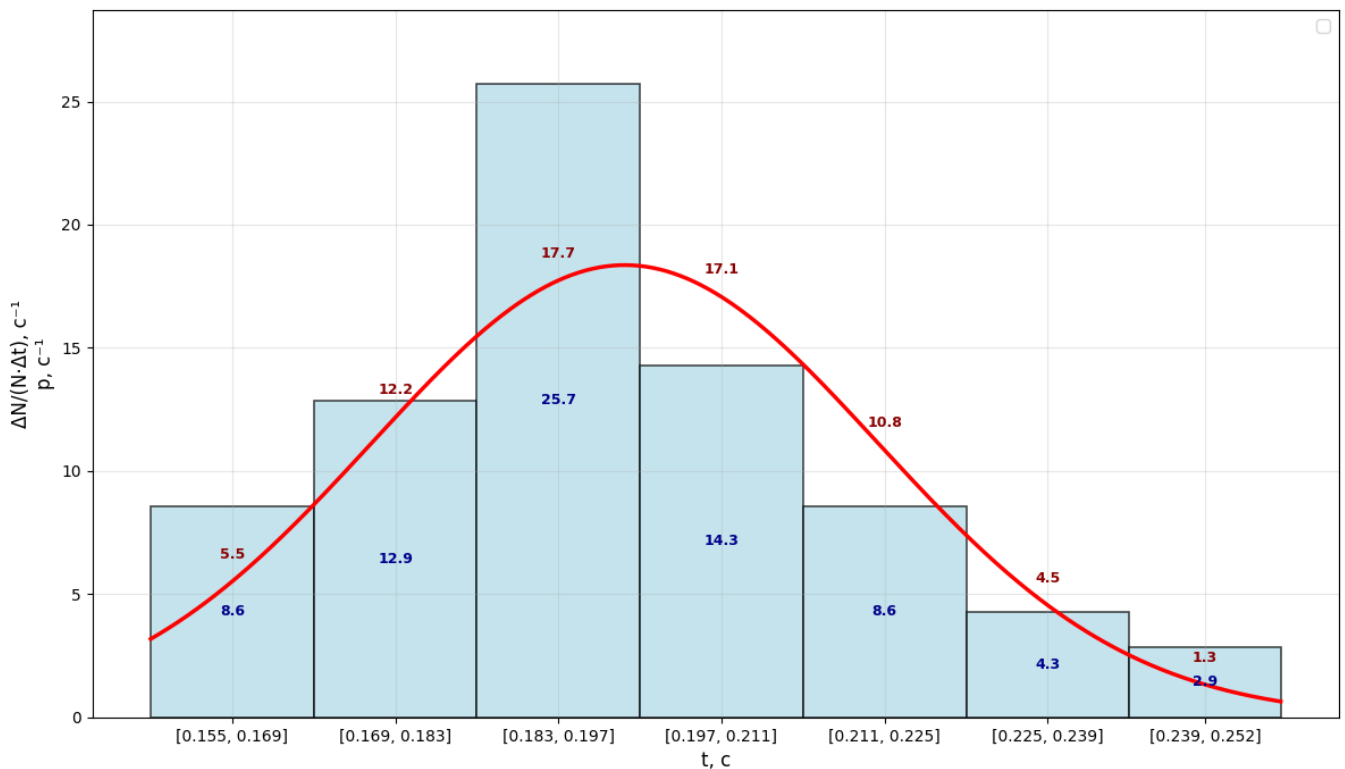


График 1. Гистограмма и функция Гаусса

12. Окончательные результаты:

- Среднеквадратичное отклонение среднего значения $\sigma_{\langle t \rangle} = 0.00307 \text{ с}$
- Табличное значение коэффициента Стьюдента $t_{\alpha, N}$ для доверительной вероятности $\alpha = 0.95$: $t_{\alpha, N} = 2.01$
- Доверительный интервал $\Delta t = 0.006 \text{ с}$
- Среднее арифметическое всех результатов измерений $\langle t \rangle_N = 0.196 \text{ с}$
- Выборочное среднеквадратичное отклонение: $\sigma_N = 0.0217 \text{ с}$
- Максимальное значение плотности распределения $\rho_{max} = 18.36 \text{ с}^{-1}$

$$t = (0.196 \pm 0.007) \text{ с}; \quad \varepsilon_x = 3.5\%; \quad \alpha = 0.95.$$

13. Выводы и анализ результатов работы:

В ходе лабораторной работы была исследована случайная величина путём многократных измерений. По выборке из 50 замеров построены гистограмма и теоретическая кривая Гаусса. Их сравнение показало близкое сходство, что свидетельствует о соответствии экспериментальных данных нормальному распределению. Прделанная работа позволила приобрести практические навыки обработки экспериментальных данных и изучения законов распределения случайных величин.