

Методические указания к выполнению расчётно-графической работы по теме

«Функции нескольких переменных»

Расчетно-графические работы выполняются командами студентов (по 3-4 человека) и заключаются в выполнении заданий, оформлении отчета иегозащите в форме доклада. Сформированные команды сами выбирают себе номер от 1 до 8 так, чтобы у каждой команды он был уникальный. Защита работ проходит в конце модуля.

К расчетно-графической работе предъявляются следующие требования:

- 1) **к выполнению заданий** – в работе должны быть:
 - a. представлены в логической последовательности основные этапы исследования или решения;
 - b. указаны используемые теоретические положения и методы;
 - c. получены точные численные результаты и построены требуемые графические изображения;
- 2) **к оформлению отчета** – отчет должен быть выполнен в электронном виде в одном из следующих форматов: doc, docx или ppt, pptx (для ppt, pptx используется шаблон Университета ИТМО (ИСУ → Полезные ссылки → Корпоративная стилистика → Презентации (в самом низу))), а затем, если нет анимаций, переведён в **pdf**, и содержать:
 - a. титульный лист/слайд (название дисциплины, номер модуля, учебный год, название РГР, ФИ исполнителя, номера групп, дата, место (Университет ИТМО));
 - b. условия всех заданий;
 - c. основные этапы решения(исследования) каждой задачи, его теоретическое обоснование, численные результаты;
 - d. графики или рисунки, иллюстрирующие решение каждой задачи (выполненные в математическом редакторе Desmos: <https://www.desmos.com/> или Geogebra: <https://www.geogebra.org/>). В случае интерактивных графиков и рисунков допускается вставить в отчёт вместо них ссылки на рабочие листы математического редактора и при защите демонстрировать их отдельно;
 - e. выводы;
 - f. оценочный лист (для работы, выполненной командой; при этом вклад каждого исполнителя оценивается всей командой по шкале от 0 до 5 баллов).
- 3) **к докладу** – для доклада отводится от 7 до 10 минут. Доклад подкрепляется демонстрацией отчёта, который выводится на экран ноутбука или проецируется на экран в мультимедийной аудитории. Во время доклада оценивается качество устного изложения материала и ответы на вопросы по теме работы. Доклад должен содержать:
 - a. постановку задачи;
 - b. изложение основных этапов исследования или решения;
 - c. ссылки на теоретический материал, используемый при исследовании и решении;
 - d. результаты исследования или решения и их оценку;
 - e. выводы.

Задание 6. Дифференциал функции нескольких переменных

Дана задача. Проведите исследование:

- 1) Составьте математическую модель задачи: введите обозначения, выпишите данные, составьте уравнение (систему уравнений), содержащее неизвестное.
- 2) Решите задачу аналитически.
- 3) Сделайте графическую иллюстрацию к решению задачи. Сверьтесь с аналитическим решением.
- 4) Запишите ответ.

№ команды	Задача
1.	Заменяя приращение функции дифференциалом приближенно вычислить: $\frac{1.03^2}{\sqrt[3]{0.98} \sqrt[4]{1.05^2}}$
2.	Заменяя приращение функции дифференциалом приближенно вычислить: $\sin 29^\circ \tan 46^\circ$
3.	Заменяя приращение функции дифференциалом приближенно вычислить: $0.97^{1.05}$
4.	Насколько изменятся диагональ и площадь прямоугольника со сторонами $x = 6$ м и $y = 8$ м, если первая сторона увеличится на 2 мм, а вторая сторона уменьшится на 5 мм?
5.	Центральный угол сектора $\alpha = 60^\circ$ увеличился на $\Delta\alpha = 1^\circ$. Насколько следует уменьшить радиус сектора $R = 20$ см, чтобы площадь сектора осталась без изменения?
6.	Доказать, что относительная погрешность произведения приближенно равна сумме относительных погрешностей сомножителей.
7.	При измерении радиуса основания R и высоты цилиндра H были получены следующие результаты: $R = 2.5 \text{ м} \pm 0.1 \text{ м}$ $H = 4.0 \text{ м} \pm 0.2 \text{ м}$ С какой абсолютной погрешностью и относительной погрешностью может быть вычислен объем цилиндра?
8.	Стороны треугольника $a = 200 \text{ м} \pm 2 \text{ м}$ и $b = 300 \text{ м} \pm 5 \text{ м}$ и угол между ними $C = 60^\circ \pm 1^\circ$. С какой абсолютной погрешностью может быть вычислена третья сторона треугольника c ?

Задание 7. Производные функции нескольких переменных

Проверить, удовлетворяет ли функция заданному уравнению:

- 1) $z = f(x, y) = y \ln(x^2 - y^2)$ $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$
- 2) $z = f(x, y) = \arcsin \arcsin \frac{x}{x+y}$ $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$
- 3) $z = f(x, y) = \frac{x^2}{2y} + \frac{x}{2} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ $x^2 \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x^3}{y}$
- 4) $z = f(x, y) = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$ $\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$
- 5) $z = f(x, y) = x \frac{y}{x}$ $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z$
- 6) $z = f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{x-y}$ $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x+y}{x-y}$
- 7) $z = f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$ $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$
- 8) $z = f(x, y) = \sqrt{2xy + y^2}$ $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2y}{z}$

Задание 8. Непрерывность функции нескольких переменных

Исследовать на непрерывность и найти точки разрыва функции:

- 1) $z = f(x, y) = \frac{y}{x}$
- 2) $z = f(x, y) = e^{-\cos(x+ay)}$
- 3) $z = f(x, y) = \ln(1 - x^2 - y^2)$
- 4) $z = f(x, y) = x^y y^x$
- 5) $z = f(x, y) = xy + xe^{\frac{y}{x}}$
- 6) $z = f(x, y) = \frac{2x+3y}{x^2+y^2}$
- 7) $z = f(x, y) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{y})$
- 8) $z = f(x, y) = \frac{1}{\sin x \sin y}$