Пусть $R = 421$ и $T = 1$, тогда

$$\Re(f(t)) = \begin{cases} 421, & t \in \left[-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right) \\ 2 \cdot 421 - 8 \cdot 421t/1, & t \in \left[\frac{1}{8}, \frac{3 \cdot 1}{8}\right) \\ -421, & t \in \left[\frac{3 \cdot 1}{8}, \frac{5 \cdot 1}{8}\right) \\ -6 \cdot 421 + 8 \cdot 421t/1, & t \in \left[\frac{5 \cdot 1}{8}, \frac{7 \cdot 1}{8}\right) \end{cases} = \begin{cases} 421, & t \in [-0.125, 0.125) \\ 842 - 3368t, & t \in [0.125, 0.375) \\ -421, & t \in [0.375, 0.625) \\ -2526 + 3368t, & t \in [0.625, 0.875) \end{cases}$$

$$\Im(f(t)) = \begin{cases} 8 \cdot 421t/1, & t \in \left[-\frac{1}{8}, \frac{1}{8}\right) \\ 421, & t \in \left[\frac{1}{8}, \frac{3 \cdot 1}{8}\right) \\ 4 \cdot 421 - 8 \cdot 421t/1, & t \in \left[\frac{3 \cdot 1}{8}, \frac{5 \cdot 1}{8}\right) \\ -421, & t \in \left[\frac{5 \cdot 1}{8}, \frac{7 \cdot 1}{8}\right) \end{cases} = \begin{cases} 3368t, & t \in [-0.125, 0.125) \\ 421, & t \in [0.125, 0.375) \\ 1684 - 3368t, & t \in [0.375, 0.625) \\ -421, & t \in [0.625, 0.875) \end{cases}$$

Рассмотрим частичные суммы ряда Фурье:

$$G_N(t) = \sum_{n=-N}^{N} c_n e^{i\omega_n t}$$

$$\omega_n = 2\pi n \ / \ T = 2\pi n \ / \ 1$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{-i\omega_n t} dt = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t) e^{\frac{-i2\pi n t}{T}} dt = 1 \cdot \int_{-0.5}^{0.5} f(t) e^{\frac{-i2\pi n t}{1}} dt = 1 \cdot \int_{-0.125}^{0.875} f(t) e^{\frac{-i2\pi n t}{1}} dt$$

Вычислим значения коэффициентов ряда Фурье для $N = 2$:

$$c_{-2} = 1 \cdot \int_{-0.125}^{0.875} f(t) e^{\frac{i \cdot 4 \cdot \pi t}{1}} dt = 1 \cdot \left(\int_{-0.125}^{0.125} (421 + i \cdot 3368t) e^{\frac{i \cdot 4 \cdot \pi t}{1}} dt + \right.$$
$$\int_{0.125}^{0.375} (842 - 3368t + i \cdot 421) e^{\frac{i \cdot 4 \cdot \pi t}{1}} dt +$$
$$\int_{0.375}^{0.625} (-421 + i \cdot (1684 - 3368t)) e^{\frac{i \cdot 4 \cdot \pi t}{1}} dt +$$
$$\left. \int_{0.625}^{0.875} (-2526 + 3368t + i \cdot -421) e^{\frac{i \cdot 4 \cdot \pi t}{1}} dt \right) \approx 0$$

$$c_{-1} = 1 \cdot \int_{-0.125}^{0.875} f(t) e^{\frac{i \cdot 2 \cdot \pi t}{1}} dt = 1 \cdot \left(\int_{-0.125}^{0.125} (421 + i \cdot 3368t) e^{\frac{i \cdot 2 \cdot \pi t}{1}} dt + \right.$$
$$\int_{0.125}^{0.375} (842 - 3368t + i \cdot 421) e^{\frac{i \cdot 2 \cdot \pi t}{1}} dt +$$
$$\int_{0.375}^{0.625} (-421 + i \cdot (1684 - 3368t)) e^{\frac{i \cdot 2 \cdot \pi t}{1}} dt +$$
$$\left. \int_{0.625}^{0.875} (-2526 + 3368t + i \cdot -421) e^{\frac{i \cdot 2 \cdot \pi t}{1}} dt \right) \approx 0$$

$$c_0 = 1 \cdot \int_{-0.125}^{0.875} f(t) e^{\frac{i \cdot 0 \cdot \pi t}{1}} dt = 1 \cdot \left(\int_{-0.125}^{0.125} (421 + i \cdot 3368t) e^{\frac{i \cdot 0 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.125}^{0.375} (842 - 3368t + i \cdot 421) e^{\frac{i \cdot 0 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.375}^{0.625} (-421 + i \cdot (1684 - 3368t)) e^{\frac{i \cdot 0 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.625}^{0.875} (-2526 + 3368t + i \cdot -421) e^{\frac{i \cdot 0 \cdot \pi t}{1}} dt \right) \approx 0$$

$$c_1 = 1 \cdot \int_{-0.125}^{0.875} f(t) e^{\frac{i \cdot -2 \cdot \pi t}{1}} dt = 1 \cdot \left(\int_{-0.125}^{0.125} (421 + i \cdot 3368t) e^{\frac{i \cdot -2 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.125}^{0.375} (842 - 3368t + i \cdot 421) e^{\frac{i \cdot -2 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.375}^{0.625} (-421 + i \cdot (1684 - 3368t)) e^{\frac{i \cdot -2 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.625}^{0.875} (-2526 + 3368t + i \cdot -421) e^{\frac{i \cdot -2 \cdot \pi t}{1}} dt \right) \approx 482.65$$

$$c_2 = 1 \cdot \int_{-0.125}^{0.875} f(t) e^{\frac{i \cdot -4 \cdot \pi t}{1}} dt = 1 \cdot \left(\int_{-0.125}^{0.125} (421 + i \cdot 3368t) e^{\frac{i \cdot -4 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.125}^{0.375} (842 - 3368t + i \cdot 421) e^{\frac{i \cdot -4 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.375}^{0.625} (-421 + i \cdot (1684 - 3368t)) e^{\frac{i \cdot -4 \cdot \pi t}{1}} dt + \int_{0.625}^{0.875} (-2526 + 3368t + i \cdot -421) e^{\frac{i \cdot -4 \cdot \pi t}{1}} dt \right) \approx 0$$

Сравним вычисленные вручную значения коэффициентов при $N = 2$ с результатами написанной программы:

n	**Вручную**	**Программа**
−2	0	0
−1	0	0
0	0	0
1	482.65	482.6
2	0	0

Вычислив с помощью той же программы коэффициенты вплоть до $N = 10$, можем построить графики частичных сумм ряда $G_N(t)$:

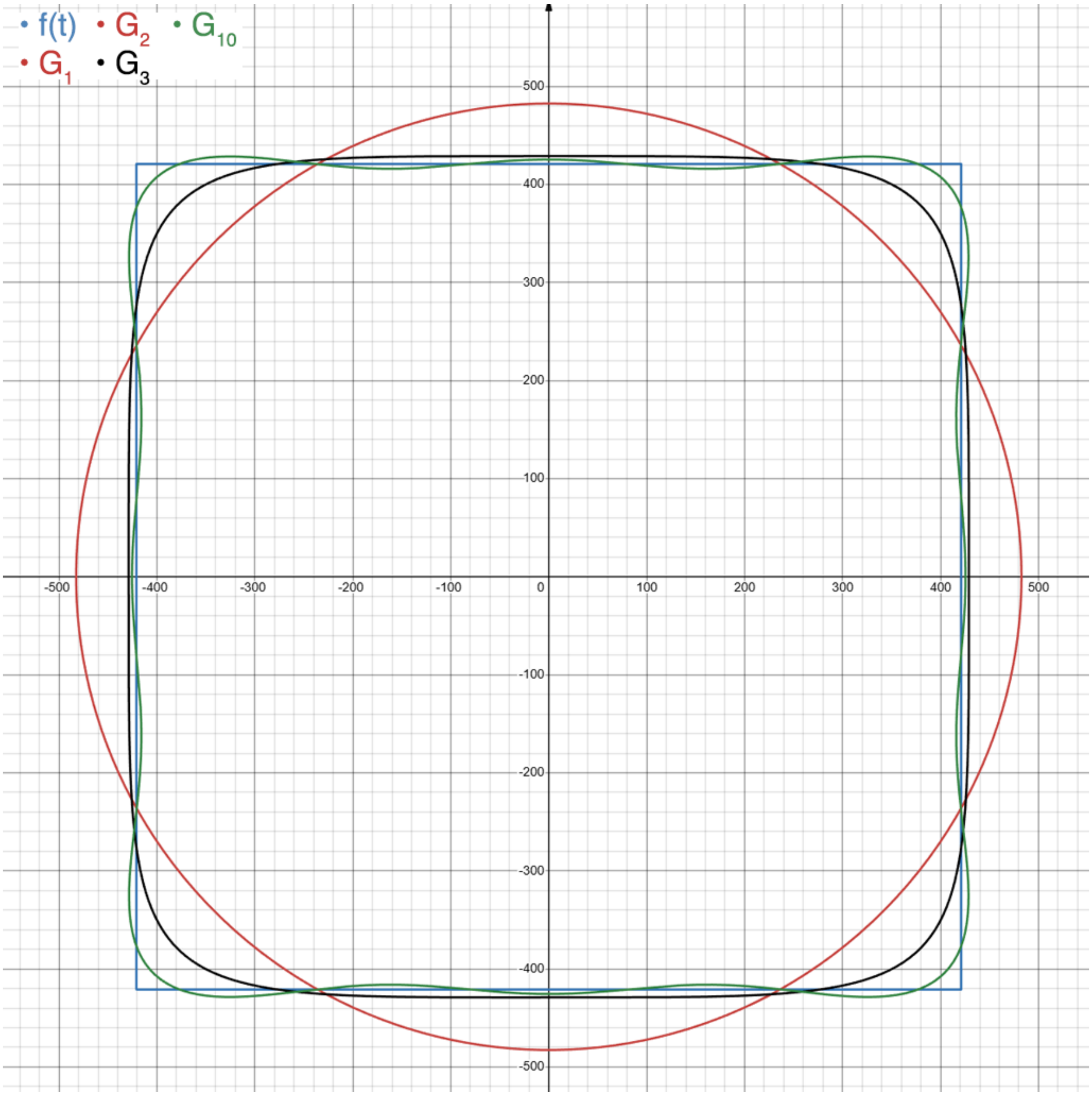

Рис. 1. Графики частичных сумм при $N = 1, 2, 3, 10$ и исходной функции

Рассмотрим отдельно действительную и мнимые части:

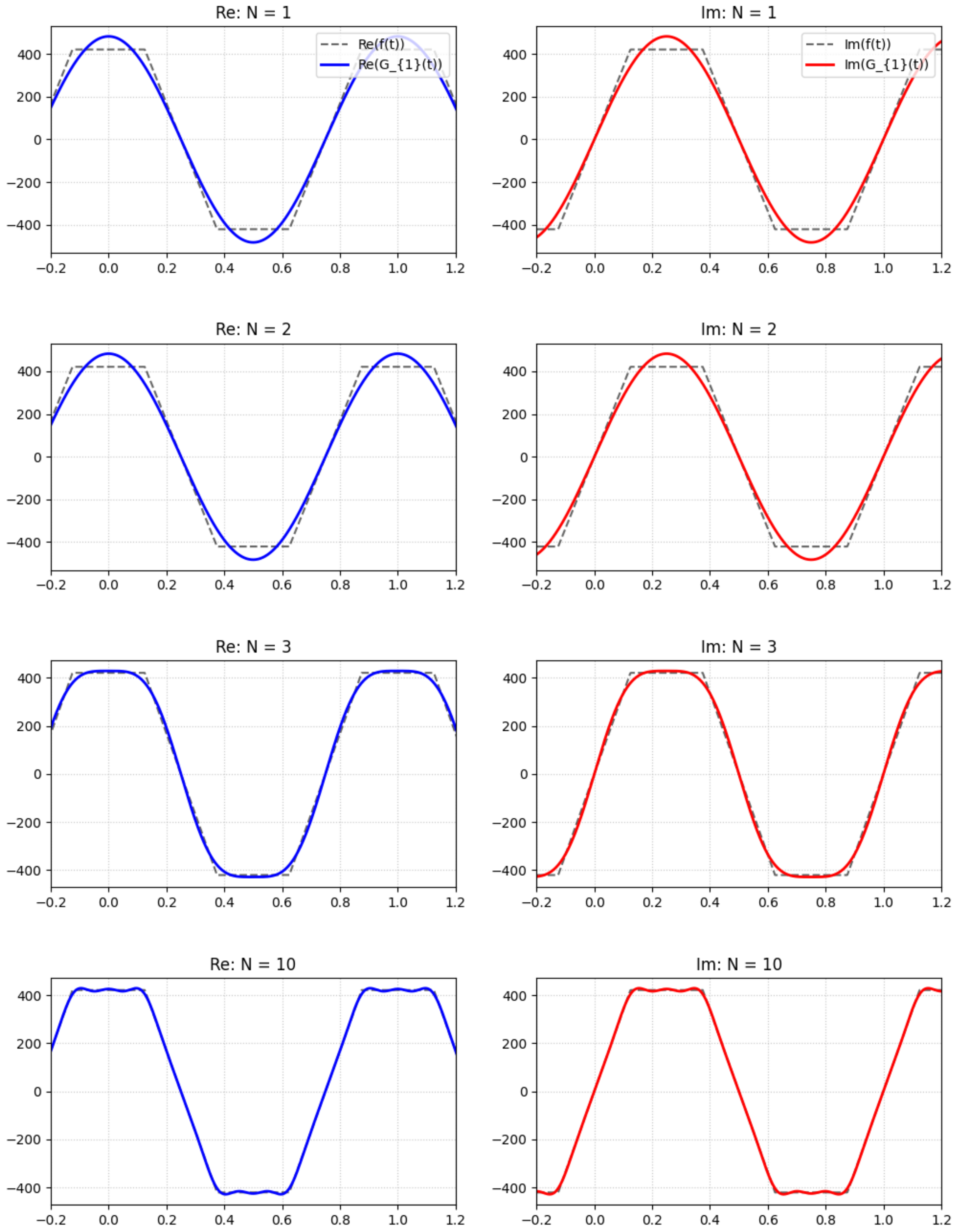

Рис. 2. Графики действительной и мнимой части частичных сумм при $N = 1, 2, 3, 10$

Проверим выполнение равенства Парсеваля для оригинала функции $f(t)$ и частичной суммы ряда $G_N(t)$:

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |c_n|^2 = \frac{1}{T} \int_0^T |f(t)|^2 dt$$

$$\sum_{n=-10}^{n=10} |c_n|^2 = \int_{-0.125}^{0.875} |f(t)|^2 dt$$

$$9.849^2 + 53.622^2 + 482.6^2 + 19.304^2 + 5.958^2 = 236321.33$$

$$236283.27 \approx 236321.33 \quad (-0.01610519033554765\ \%)$$