

Лабораторная работа 6

Лабораторная работа 6 выполняем дома с использованием любого языка программирования или электронных таблиц и приносим в виде распечатанного отчета на практическое занятие 6.

Вариант выбираем по номеру в журнале преподавателя. Если Ваш номер $N > 15$, берём вариант $N \bmod 15 + 1$.

Образец выполнения задания находится в конце этого документа. Защита работы проходит в форме доклада обучающегося по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя. При защите работы возможны вопросы по материалам лекций.

Дана таблица распределения 100 заводов по производственным средствам X (тыс. ден. ед.) и по суточной выработке Y (т). Известно, что между X и Y существует линейная корреляционная зависимость. Требуется:

- а) найти уравнение прямой регрессии y на x ;
- б) построить уравнение эмпирической линии регрессии и случайные точки выборки (X, Y) .

1.1.

$X \setminus Y$	2,2	3,6	5,0	6,4	7,8	9,2	10,6	12	m_x
m_y	5	10	21	18	23	9	8	6	100
200	5	3	4	—	—	—	—	—	12
360	—	7	8	—	—	—	—	—	15
520	—	—	9	10	14	—	—	—	33
680	—	—	—	8	7	6	—	—	21
840	—	—	—	—	2	3	2	—	7
1000	—	—	—	—	—	—	6	6	12

1.2.

$X \setminus Y$	2,3	3,8	5,3	6,8	7,3	8,8	10,3	11,8	m_x
m_y	—	10	20	25	16	10	14	5	100
210	—	4	3	5	—	—	—	—	12
340	—	6	7	8	—	—	—	—	21
470	—	—	10	12	11	—	—	—	33
600	—	—	—	—	5	4	3	—	12
730	—	—	—	—	—	6	8	—	14
860	—	—	—	—	—	—	3	5	8

1.3.

$X \setminus Y$	22,0	22,4	22,8	23,2	23,6	24,0	24,4	24,8	m_x
m_y	3	2	15	24	22	14	12	8	100
1,00	3	2	1	—	—	—	—	—	6
1,20	—	—	4	5	—	—	—	—	9
1,40	—	—	10	7	6	—	—	—	23
1,60	—	—	—	12	9	5	—	—	26
1,80	—	—	—	—	7	4	3	—	14
2,00	—	—	—	—	—	5	9	8	22

1.4.

$X \setminus Y$	21,0	21,3	21,6	21,9	22,2	22,5	22,8	23,1	m_x
m_y	1	7	9	16	27	21	14	5	100
0,90	1	3	2	—	—	—	—	—	6
1,05	—	4	2	3	—	—	—	—	9
1,20	—	—	5	7	6	—	—	—	18
1,35	—	—	—	6	14	9	—	—	29
1,50	—	—	—	—	7	6	7	—	20
1,65	—	—	—	—	—	6	7	5	18

1.5.

$X \backslash Y$	64	72	80	88	96	104	112	120	m_x
m_y	6	5	12	21	26	20	7	3	100
1,0	6	2	4	—	—	—	—	—	12
1,3	—	3	8	6	—	—	—	—	17
1,6	—	—	—	8	14	5	—	—	27
1,9	—	—	—	7	8	9	—	—	24
2,2	—	—	—	—	4	5	6	—	15
2,5	—	—	—	—	—	1	1	3	5

1.6.

$X \backslash Y$	56	68	80	92	104	116	128	140	m_x
m_y	2	9	13	19	25	19	12	1	100
0,9	2	3	5	—	—	—	—	—	10
1,3	—	6	3	5	—	—	—	—	14
1,7	—	—	5	8	15	—	—	—	28
2,1	—	—	—	6	9	10	—	—	25
2,5	—	—	—	—	1	6	8	—	15
2,9	—	—	—	—	—	3	4	1	8

1.7.

$X \backslash Y$	20	40	60	80	100	120	140	160	m_x
m_y	2	13	15	21	26	12	8	3	100
1000	2	7	3	—	—	—	—	—	12
2000	—	6	4	5	—	—	—	—	15
3000	—	—	8	9	7	—	—	—	24
4000	—	—	—	7	14	5	—	—	26
5000	—	—	—	—	5	7	4	—	16
6000	—	—	—	—	—	—	4	3	7

1.8.

$X \backslash Y$	15	30	45	60	75	90	105	120	m_x
m_y	2	4	8	19	31	27	6	3	100
750	2	4	2	—	—	—	—	—	8
1250	—	—	6	7	3	—	—	—	16
1750	—	—	—	6	13	9	—	—	28
2250	—	—	—	6	8	9	—	—	23
2750	—	—	—	—	7	8	1	—	16
3250	—	—	—	—	—	1	5	3	9

1.9.

$X \setminus Y$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	m_x
m_y	3	10	7	19	27	22	9	3	100
250	3	4	5	—	—	—	—	—	12
450	—	6	2	8	—	—	—	—	16
650	—	—	—	5	14	9	—	—	28
850	—	—	—	6	8	6	—	—	20
1050	—	—	—	—	5	7	4	—	16
1250	—	—	—	—	—	—	5	3	8

1.10.

$X \setminus Y$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	m_x
m_y	2	3	9	18	32	24	9	3	100
300	2	3	6	—	—	—	—	—	11
400	—	—	3	6	5	—	—	—	14
500	—	—	—	4	15	8	—	—	27
600	—	—	—	8	5	10	—	—	23
700	—	—	—	—	7	6	3	—	16
800	—	—	—	—	—	—	6	3	9

1.11.

$X \setminus Y$	160	200	240	280	320	360	400	440	m_x
m_y	1	10	17	19	26	14	10	3	100
11,6	1	4	5	—	—	—	—	—	10
16,6	—	6	7	2	—	—	—	—	15
21,6	—	—	5	8	6	—	—	—	19
26,6	—	—	—	9	13	6	—	—	28
31,6	—	—	—	—	7	8	4	—	19
36,6	—	—	—	—	—	—	6	3	9

1.12.

$X \setminus Y$	110	130	150	170	190	210	230	250	m_x
m_y	1	8	20	28	20	7	14	2	100
10	1	3	4	—	—	—	—	—	8
13	—	5	6	5	—	—	—	—	16
16	—	—	4	8	6	—	—	—	18
19	—	—	6	15	9	—	—	—	30
22	—	—	—	—	5	6	7	—	18
25	—	—	—	—	—	1	7	2	10

1.13.

$X \setminus Y$	16	18	20	22	24	26	28	30	m_x
m_y	3	7	16	18	28	17	10	1	100
2,3	3	2	4	—	—	—	—	—	9
2,7	—	5	6	1	—	—	—	—	12
3,1	—	—	6	9	4	—	—	—	19
3,5	—	—	—	8	16	7	—	—	31
3,9	—	—	—	—	8	6	5	—	19
4,3	—	—	—	—	—	4	5	1	10

1.14.

$X \setminus Y$	14	17	20	23	26	29	32	35	m_x
m_y	2	6	19	22	22	10	13	6	100
1,8	2	4	6	—	—	—	—	—	12
2,4	—	2	7	6	—	—	—	—	15
3,0	—	—	6	8	5	—	—	—	19
3,6	—	—	—	8	14	4	—	—	26
4,2	—	—	—	—	3	6	8	—	17
4,8	—	—	—	—	—	—	5	6	11

1.15.

$X \setminus Y$	1200	2700	4200	6700	8200	9700	11 200	12 700	m_x
m_y	4	2	12	21	28	20	9	4	100
20	4	2	5	—	—	—	—	—	11
520	—	—	7	5	2	—	—	—	14
1020	—	—	—	9	14	6	—	—	29
1520	—	—	—	7	8	6	—	—	21
2020	—	—	—	—	4	5	7	—	16
2520	—	—	—	—	—	33	2	4	9

1.16.

$X \setminus Y$	800	2200	3600	5000	6400	7800	9200	10 800	m_x
m_y	3	10	13	18	31	14	8	3	100
40	3	5	2	—	—	—	—	—	10
200	—	5	4	5	—	—	—	—	14
360	—	—	7	5	15	—	—	—	27
520	—	—	—	8	9	4	—	—	21
680	—	—	—	—	7	5	4	—	16
840	—	—	—	—	—	5	4	3	12

1.17.

$X \setminus Y$	12 000	12 570	13 140	13 710	14 280	14 850	15 420	15 990	m_x
m_y	1	6	4	—	—	—	—	—	11
1500	—	—	4	7	5	—	—	—	16
1600	—	—	—	6	15	6	—	—	27
1700	—	—	—	8	8	4	—	—	20
1800	—	—	—	—	5	5	6	—	16
1900	—	—	—	—	—	5	2	3	10
2000	—	—	—	—	—	—	—	—	—
m_y	1	6	8	21	33	20	8	3	100

1.18.

$X \setminus Y$	25 200	25 350	25 500	25 650	25 800	25 950	26 100	26 250	m_x
m_y	3	4	2	—	—	—	—	—	9
3150	—	5	7	5	—	—	—	—	17
3200	—	—	—	8	14	6	—	—	28
3250	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3300	—	—	—	—	8	9	—	—	23
3350	—	—	—	—	—	5	6	3	14
3400	—	—	—	—	—	—	5	4	9
m_y	3	9	9	19	22	20	11	7	100

1.19.

$X \setminus Y$	8,0	8,8	9,6	10,4	11,2	12,0	12,8	13,6	m_x
m_y	5	6	—	—	—	—	—	—	11
120	—	3	4	6	—	—	—	—	13
130	—	—	4	5	6	—	—	—	15
140	—	—	—	6	13	7	—	—	26
150	—	—	—	—	—	6	9	5	20
160	—	—	—	—	—	—	7	8	15
170	—	—	—	—	—	—	—	—	—
m_y	5	9	8	17	19	13	16	13	100

1.20.

$X \setminus Y$	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	m_x
m_y	2	3	4	—	—	—	—	—	9
115	—	—	7	8	—	—	—	—	15
120	—	—	4	7	8	—	—	—	19
125	—	—	—	3	15	7	—	—	25
130	—	—	—	—	8	9	2	—	19
135	—	—	—	—	—	8	4	1	13
140	—	—	—	—	—	—	—	—	—
m_y	2	3	15	18	31	24	6	1	100

1.21.

$X \setminus Y$	300	500	700	900	1100	1300	1500	1700	m_x
5	1	2	5	—	—	—	—	—	8
10	—	2	7	4	—	—	—	—	13
15	—	—	9	6	4	—	—	—	19
20	—	—	—	14	6	7	—	—	27
25	—	—	—	—	1	8	9	—	18
30	—	—	—	—	—	4	5	6	15
m_y	1	4	21	24	11	19	14	6	100

1.22.

$X \setminus Y$	260	360	460	560	660	760	860	960	m_x
3	2	7	—	—	—	—	—	—	9
7	—	8	7	—	—	—	—	—	15
11	—	—	9	5	15	—	—	—	29
15	—	—	—	7	6	6	—	—	19
19	—	—	—	—	2	9	5	—	16
23	—	—	—	—	—	6	4	2	12
m_y	2	15	16	12	23	21	9	2	100

1.23.

$X \setminus Y$	1470	1540	1610	1680	1750	1820	1890	1960	m_x
210	3	2	3	—	—	—	—	—	8
220	—	1	4	5	—	—	—	—	10
230	—	—	7	13	8	—	—	—	28
240	—	—	—	—	9	6	6	—	21
250	—	—	—	—	—	7	8	3	18
260	—	—	—	—	—	4	6	5	15
m_y	3	3	14	18	17	17	20	8	100

1.24.

$X \setminus Y$	2400	2440	2480	2520	2560	2600	2640	2680	m_x
300	5	4	2	—	—	—	—	—	11
305	—	1	3	3	—	—	—	—	7
310	—	—	7	10	14	—	—	—	31
315	—	—	—	9	6	4	—	—	19
320	—	—	—	—	—	8	5	7	20
325	—	—	—	—	—	—	6	6	12
m_y	5	5	12	22	20	12	11	13	100

1.25.

$X \setminus Y$	120	200	280	360	440	520	600	680	m_x
m_y	4	11	15	13	32	18	5	2	100
10,5	4	5	2	—	—	—	—	—	11
14,5	—	6	7	5	—	—	—	—	18
18,5	—	—	6	8	14	—	—	—	28
22,5	—	—	—	—	12	9	2	—	23
26,5	—	—	—	—	6	4	—	—	10
30,5	—	—	—	—	—	5	3	2	10

1.26.

$X \setminus Y$	350	400	450	500	550	600	650	700	m_x
m_y	—	7	8	4	—	—	—	—	19
28	—	7	8	4	—	—	—	—	19
40	—	—	6	9	5	—	—	—	20
52	—	—	—	—	12	8	6	—	26
64	—	—	—	—	—	7	5	3	15
76	—	—	—	—	—	—	4	9	13
88	—	—	—	—	—	—	—	7	7

1.27.

$X \setminus Y$	36	56	76	96	116	136	156	176	m_x
m_y	6	12	14	26	14	18	8	2	100
5,4	6	4	4	—	—	—	—	—	14
7,0	—	8	7	2	—	—	—	—	17
8,6	—	—	3	8	9	—	—	—	20
10,2	—	—	—	16	5	8	—	—	29
11,8	—	—	—	—	—	6	5	—	11
13,4	—	—	—	—	—	4	3	2	9

1.28.

$X \setminus Y$	18,5	19,7	20,9	22,1	23,3	24,5	25,7	26,9	m_x
m_y	4	10	10	22	17	16	15	6	100
125	4	3	6	—	—	—	—	—	13
200	—	7	4	7	—	—	—	—	18
275	—	—	—	15	9	7	—	—	31
350	—	—	—	—	8	5	6	—	19
425	—	—	—	—	—	4	3	1	8
500	—	—	—	—	—	—	6	5	11

1.29.

$X \backslash Y$	5	12	19	26	33	40	47	54	m_x
0,54	5	3	2	2	—	—	—	—	12
0,68	—	4	8	9	4	—	—	—	25
0,82	—	—	—	—	17	9	6	—	32
0,96	—	—	—	—	1	6	5	—	12
1,10	—	—	—	—	—	6	3	2	11
1,24	—	—	—	—	—	—	4	4	8
m_y	5	7	10	11	22	21	18	6	100

1.30.

$X \backslash Y$	0,58	1,08	1,58	2,08	2,58	3,08	3,58	4,08	m_x
50	3	3	4	6	—	—	—	—	16
74	—	5	8	9	—	—	—	—	22
98	—	—	—	13	8	9	—	—	30
122	—	—	—	—	9	2	4	—	15
146	—	—	—	—	—	1	3	5	9
170	—	—	—	—	—	—	5	3	8
m_y	3	8	12	28	17	12	12	8	100

Решение типового варианта

Дана таблица распределения 100 автомашин по затратам на перевозки X (ден. ед.) и по протяженности маршрутов перевозок Y (км). Известно, что между X и Y существует линейная корреляционная зависимость. Требуется:

- а) найти уравнение прямой регрессии y на x ;
- б) построить уравнение эмпирической линии регрессии и случайные точки выборки (X , Y).

$X \backslash Y$	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	m_x
m_y	2	4	9	24	26	19	11	5	100
60	2	4	3	10	4	—	—	—	23
90	—	—	6	14	5	—	—	—	25
120	—	—	—	—	17	5	4	—	26
150	—	—	—	—	—	8	3	2	13
180	—	—	—	—	—	4	3	1	8
210	—	—	—	—	—	2	1	2	5

► Для подсчета числовых характеристик (выборочных средних \bar{x} и \bar{y} , выборочных средних квадратичных отклонений s_x и s_y и выборочного корреляционного момента s_{xy}) составляем расчетную таблицу . При заполнении таблицы осуществляем контроль по строкам и столбцам:

$$\sum_{i=1}^6 m_{xi} = \sum_{j=1}^8 m_{y_j} = n = 100 ,$$

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^8 m_{ij}x_i = \sum_{i=1}^6 m_{xi}x_i = 11\ 190 ,$$

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^8 m_{ij}y_j = \sum_{j=1}^8 m_{y_j}y_j = 1042 ,$$

$$\sum_{i=1}^6 \left(x_i \sum_{j=1}^8 m_{ij}y_j \right) = \sum_{j=1}^8 \left(y_j \sum_{i=1}^6 m_{ij}x_i \right) = 124\ 245 .$$

Вычисляем выборочные средние \bar{x} и \bar{y} , $i = \overline{1, 6}$; $j = \overline{1, 8}$:

$$\bar{x} = \frac{\sum \sum m_{ij}x_i}{n} = \frac{\sum m_{xi}x_i}{n} = \frac{11\ 190}{100} = 111,9 ;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum m_{y_j}y_j}{n} = \frac{1041}{100} = 10,41 .$$

Выборочные дисперсии находим по формулам:

$$s_x^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum m_{xi}x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum m_{xi}x_i)^2 \right) = \\ = \frac{1}{99} \left(1\ 431\ 900 - \frac{1}{100} (11\ 190)^2 \right) = 13\ 118,58 ,$$

$$s_y^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum m_{y_j}y_j^2 - \frac{1}{n} (\sum m_{y_j}y_j)^2 \right) =$$

$$= \frac{1}{99} \left(11\ 367 - \frac{1}{100} (1041)^2 \right) = 5,35 .$$

Таблица 19.30

i	j	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
	Y	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	m_{x_i}	$m_{x_i}^2$	$x_i^2 m_{x_i}$	$x_i \sum_{j=1}^k m_{ij} y_j$	
1	60	2	4	3	10	4	—	—	—	23	1380	187,5	82 800	11 250
2	90	—	6	14	5	—	—	—	—	25	2250	223,5	202 500	20 115
3	120	—	—	—	17	5	4	—	—	26	3120	292,5	374 400	35 100
4	150	—	—	—	—	8	3	2	—	13	1950	166,5	292 500	24 975
5	180	—	—	—	—	4	3	1	—	8	1440	103,5	259 200	18 630
6	210	—	—	—	—	2	1	2	—	5	1050	67,5	220 500	14 175
7	m_{y_j}	2	4	9	24	26	19	11	5	100	11 190	1041	1 431 990	124 245
8	$m_{y_j}^2$	9	24	67,5	216	273	228	148,5	75	1041	—	—	—	—
9	$\sum_{i=1}^m m_{ij} x_i$	120	240	720	1860	2730	2940	1680	900	11 190	—	—	—	—
10	$y_j^2 m_{ij}$	40,5	144	506,25	1944	2866,5	2736	2004,7	1125	11 367	—	—	—	—
11	$y_j \sum_{i=1}^m m_{ij} x_i$	540	1440	5400	16 740	28 665	35 280	22 680	3500	124 245	—	—	—	—

Корреляционный момент вычисляем по формуле

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \left(\sum \sum m_{ij} x_i y_j - \frac{1}{n} (\sum m_{x_i} x_i) (\sum m_{y_j} y_j) \right) = \\ = \frac{1}{99} \left(124 \cdot 245 - \frac{1}{100} (11 \cdot 190 \cdot 1041) \right) = 78,35 .$$

Оценкой теоретической линии регрессии является эмпирическая линия регрессии, уравнение которой имеет вид

$$y = \bar{y} + r_{xy} \frac{s_y}{s_x} (x - \bar{x}) ,$$

где $s_x = \sqrt{13118,58} \approx 114,53$; $s_y = \sqrt{5,35} \approx 2,31$;

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{78,35}{114,53 \cdot 2,31} = \frac{78,35}{264,56} \approx 0,296 .$$

Составляем уравнение эмпирической линии регрессии y на x :

$$y = 10,41 + 0,296 \cdot \frac{2,31}{114,53} (x - 111,9) ,$$

$$y = 0,006x + 9,74 .$$

Строим линию регрессии и случайные точки $(x_i; y_j)$

