

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ
ТЕХНИКИ

Лабораторная работа № 6

по дисциплине

«ИНФОРМАТИКА»

Работа с системой компьютерной вёрстки L^AT_EX

Вариант №83

Выполнил:

Рязанов Никита Сергеевич
студент группы Р3107

Преподаватель:

Балакшин Павел Валерьевич
кандидат технических наук, доцент факультета ПИиКТ

Решения задач

М444, М445; Ф458-Ф461

Этот ответ у нас получился так:

	5- угольников	4- угольников	3- угольников
4 круга разбивают сферу на	0	6	8
5-й круг оставляет нетронутыми	0	2	4
разбивает 3-угольники на	0	2	4
разбивает 4-угольники на	2	$4 = 2 + 2$	2
Итого...	2	10	10

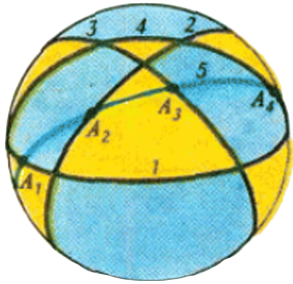


Рис. 5: Сфера

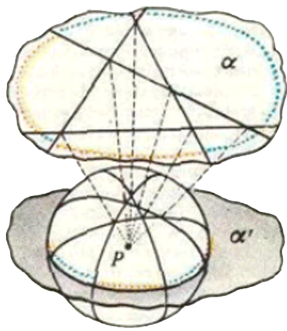


Рис. 6: Сфера с плоскостью α

А теперь покажем, как этот же ответ получить намного проще.

В т о р о е р е ш е н и е. Спроектируем сферу из центра P на плоскость α , параллельную **экватору** O . Тогда пара симметричных n -угольников на сфере, не примыкающих к O , отобразится на n -угольник в плоскости α , а пара n -угольников, примыкающих к O — на $(n - 2)$ угол; пользуясь результатом задачи а) — единственностью разбиения плоскости четырьмя прямыми и первой табличкой, — мы заключаем, что любые пять больших кругов разбивают сферу на два пятиугольника (их проекция — 3-угол), $2(1 + 4) = 10$ четырехугольников (из них восемь примыкает к данному большому кругу O , и эти четыре пары проектируются на 2-углы), и $2(2 + 3) = 10$ треугольников (из них шесть примыкают к большому кругу O). Те, кто знаком с понятием проективной плоскости (см. например. «Квант». 1974. № 3), заметят, конечно, что «проекция», о которой мы говорим, более естественно объясняется как отображение сферы на *проективную плоскость* (при этом отображении две диаметрально противоположные точки сферы склеиваются в одну, образы всех больших кругов — прямые, в том числе образ круга O — *бесконечно удаленная прямая*).

Рисунок 6, иллюстрирующий второе решение, нужно пояснить. Поскольку «бесконечно удаленную прямую» нарисовать трудно, мы на рисунке 6 очень близко к большому кругу — экватору O — провели пунктиром параллель; ее образом при проекции будет окружность очень большого радиуса в плоскости α , содержащая внутри себя все точки пересечения четырех прямых; эти прямые разбивают возникающий на плоскости «очень большой круг» на 11 областей: «пятиугольник», пять «треугольников» и пять «четырехугольников»; возвращаясь с плоскости на сферу, получаем после удвоения ответ.

В заключение заметим, что во всех трех задачах не только вид частей разбиения (число сторон), но и их взаимное расположение определяются однозначно.

Предлагаем читателям «Кванта» в качестве задачи для исследования выяснить, какие бывают разбиения сферы шестью большими кругами или плоскости — пятью прямыми (здесь уже нет единственности). Самое трудное здесь, по-видимому, доказать то, что найдены все возможные варианты разбиения.

Н . Васильев



М445. Центры одинаковых непересекающихся окружностей находятся в центрах правильных

Заметим, что центры правильных шестиугольников находятся в вершинах ромбов (сторона ромба — удвоенная апофема шестиугольника, угол при вершине равен 60°). Таким образом, мы имеем *ромбическую решетку* на плоскости; вершины ромбов — узлы решетки (см. рис. 7). Далее, если многоугольник

шестиугольников, покрывающих плоскость так, как указано на рисунке 7. Пусть M — многоугольник с вершинами в центрах окружностей. Окрасим в красный цвет те окружности или части (дуги), которые лежат внутри M . Покажите, что сумма градусных величин красных дуг равна $C \cdot 180^\circ$, где $C = C(M)$ — целое число, и дайте этому числу геометрическую интерпретацию.

M с вершинами в узлах представлен в виде объединения многоугольников A_1, \dots, A_k (с вершинами в узлах): $M = \bigcup_{i=1}^k A_i$, то

$$C(M) = C(A_1) + \dots + C(A_k);$$

про такую функцию говорят, что она *аддитивна*. Отсюда следует, что если многоугольник M с вершинами в узлах представлен в виде объединения многоугольников A_1, \dots, A_k , из которого удалено объединение многоугольников B_1, \dots, B_l (A_i и B_j — с вершинами в узлах) — см. рисунок 8; т. е. если

$$M = \bigcup_{i=1}^k A_i \setminus \bigcup_{j=1}^l B_j, \text{ причем } \bigcup_{j=1}^l B_j \subset \bigcup_{i=1}^k A_i \quad (*)$$

(здесь \times — значок разности множеств или дополнения), то

$$C(M) = \sum_{i=1}^k C(A_i) - \sum_{j=1}^l C(B_j).$$