

## Лабораторная работа 6

Лабораторная работа 6 выполняем дома с использованием любого языка программирования или электронных таблиц и приносим в виде распечатанного отчета на практическое занятие 6.

Вариант выбираем по номеру в журнале преподавателя. Если Ваш номер  $N > 15$ , берём вариант  $N \bmod 15 + 1$ .

Образец выполнения задания находится в конце этого документа. Защита работы проходит в форме доклада обучающегося по выполненной работе и ответов на вопросы преподавателя. При защите работы возможны вопросы по материалам лекций.

Дана таблица распределения 100 заводов по производственным средствам  $X$  (тыс. ден. ед.) и по суточной выработке  $Y$  (т). Известно, что между  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость. Требуется:

- а) найти уравнение прямой регрессии  $y$  на  $x$ ;
- б) построить уравнение эмпирической линии регрессии и случайные точки выборки  $(X, Y)$ .

### 1.1.

$X \backslash Y$	2,2	3,6	5,0	6,4	7,8	9,2	10,6	12	$m_x$
200	5	3	4	—	—	—	—	—	12
360	—	7	8	—	—	—	—	—	15
520	—	—	9	10	14	—	—	—	33
680	—	—	—	8	7	6	—	—	21
840	—	—	—	—	2	3	2	—	7
1000	—	—	—	—	—	—	6	6	12
$m_y$	5	10	21	18	23	9	8	6	100

### 1.2.

$X \backslash Y$	2,3	3,8	5,3	6,8	7,3	8,8	10,3	11,8	$m_x$
210	—	4	3	5	—	—	—	—	12
340	—	6	7	8	—	—	—	—	21
470	—	—	10	12	11	—	—	—	33
600	—	—	—	—	5	4	3	—	12
730	—	—	—	—	—	6	8	—	14
860	—	—	—	—	—	—	3	5	8
$m_y$	—	10	20	25	16	10	14	5	100

### 1.3.

$X \backslash Y$	22,0	22,4	22,8	23,2	23,6	24,0	24,4	24,8	$m_x$
1,00	3	2	1	—	—	—	—	—	6
1,20	—	—	4	5	—	—	—	—	9
1,40	—	—	10	7	6	—	—	—	23
1,60	—	—	—	12	9	5	—	—	26
1,80	—	—	—	—	7	4	3	—	14
2,00	—	—	—	—	—	5	9	8	22
$m_y$	3	2	15	24	22	14	12	8	100

### 1.4.

$X \backslash Y$	21,0	21,3	21,6	21,9	22,2	22,5	22,8	23,1	$m_x$
0,90	1	3	2	—	—	—	—	—	6
1,05	—	4	2	3	—	—	—	—	9
1,20	—	—	5	7	6	—	—	—	18
1,35	—	—	—	6	14	9	—	—	29
1,50	—	—	—	—	7	6	7	—	20
1,65	—	—	—	—	—	6	7	5	18
$m_y$	1	7	9	16	27	21	14	5	100

### 1.5.

$X \backslash Y$	64	72	80	88	96	104	112	120	$m_x$
1,0	6	2	4	—	—	—	—	—	12
1,3	—	3	8	6	—	—	—	—	17
1,6	—	—	—	8	14	5	—	—	27
1,9	—	—	—	7	8	9	—	—	24
2,2	—	—	—	—	4	5	6	—	15
2,5	—	—	—	—	—	1	1	3	5
$m_y$	6	5	12	21	26	20	7	3	100

### 1.6.

$X \backslash Y$	56	68	80	92	104	116	128	140	$m_x$
0,9	2	3	5	—	—	—	—	—	10
1,3	—	6	3	5	—	—	—	—	14
1,7	—	—	5	8	15	—	—	—	28
2,1	—	—	—	6	9	10	—	—	25
2,5	—	—	—	—	1	6	8	—	15
2,9	—	—	—	—	—	3	4	1	8
$m_y$	2	9	13	19	25	19	12	1	100

### 1.7.

$X \backslash Y$	20	40	60	80	100	120	140	160	$m_x$
1000	2	7	3	—	—	—	—	—	12
2000	—	6	4	5	—	—	—	—	15
3000	—	—	8	9	7	—	—	—	24
4000	—	—	—	7	14	5	—	—	26
5000	—	—	—	—	5	7	4	—	16
6000	—	—	—	—	—	—	4	3	7
$m_y$	2	13	15	21	26	12	8	3	100

### 1.8.

$X \backslash Y$	15	30	45	60	75	90	105	120	$m_x$
750	2	4	2	—	—	—	—	—	8
1250	—	—	6	7	3	—	—	—	16
1750	—	—	—	6	13	9	—	—	28
2250	—	—	—	6	8	9	—	—	23
2750	—	—	—	—	7	8	1	—	16
3250	—	—	—	—	—	1	5	3	9
$m_y$	2	4	8	19	31	27	6	3	100

**1.9.**

$X \backslash Y$	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	$m_x$
250	3	4	5	—	—	—	—	—	12
450	—	6	2	8	—	—	—	—	16
650	—	—	—	5	14	9	—	—	28
850	—	—	—	6	8	6	—	—	20
1050	—	—	—	—	5	7	4	—	16
1250	—	—	—	—	—	—	5	3	8
$m_y$	3	10	7	19	27	22	9	3	100

**1.10.**

$X \backslash Y$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	$m_x$
300	2	3	6	—	—	—	—	—	11
400	—	—	3	6	5	—	—	—	14
500	—	—	—	4	15	8	—	—	27
600	—	—	—	8	5	10	—	—	23
700	—	—	—	—	7	6	3	—	16
800	—	—	—	—	—	—	6	3	9
$m_y$	2	3	9	18	32	24	9	3	100

**1.11.**

$X \backslash Y$	160	200	240	280	320	360	400	440	$m_x$
11,6	1	4	5	—	—	—	—	—	10
16,6	—	6	7	2	—	—	—	—	15
21,6	—	—	5	8	6	—	—	—	19
26,6	—	—	—	9	13	6	—	—	28
31,6	—	—	—	—	7	8	4	—	19
36,6	—	—	—	—	—	—	6	3	9
$m_y$	1	10	17	19	26	14	10	3	100

**1.12.**

$X \backslash Y$	110	130	150	170	190	210	230	250	$m_x$
10	1	3	4	—	—	—	—	—	8
13	—	5	6	5	—	—	—	—	16
16	—	—	4	8	6	—	—	—	18
19	—	—	6	15	9	—	—	—	30
22	—	—	—	—	5	6	7	—	18
25	—	—	—	—	—	1	7	2	10
$m_y$	1	8	20	28	20	7	14	2	100

### 1.13.

$X \backslash Y$	16	18	20	22	24	26	28	30	$m_x$
2,3	3	2	4	—	—	—	—	—	9
2,7	—	5	6	1	—	—	—	—	12
3,1	—	—	6	9	4	—	—	—	19
3,5	—	—	—	8	16	7	—	—	31
3,9	—	—	—	—	8	6	5	—	19
4,3	—	—	—	—	—	4	5	1	10
$m_y$	3	7	16	18	28	17	10	1	100

### 1.14.

$X \backslash Y$	14	17	20	23	26	29	32	35	$m_x$
1,8	2	4	6	—	—	—	—	—	12
2,4	—	2	7	6	—	—	—	—	15
3,0	—	—	6	8	5	—	—	—	19
3,6	—	—	—	8	14	4	—	—	26
4,2	—	—	—	—	3	6	8	—	17
4,8	—	—	—	—	—	—	5	6	11
$m_y$	2	6	19	22	22	10	13	6	100

### 1.15.

$X \backslash Y$	1200	2700	4200	6700	8200	9700	11 200	12 700	$m_x$
20	4	2	5	—	—	—	—	—	11
520	—	—	7	5	2	—	—	—	14
1020	—	—	—	9	14	6	—	—	29
1520	—	—	—	7	8	6	—	—	21
2020	—	—	—	—	4	5	7	—	16
2520	—	—	—	—	—	33	2	4	9
$m_y$	4	2	12	21	28	20	9	4	100

### 1.16.

$X \backslash Y$	800	2200	3600	5000	6400	7800	9200	10 800	$m_x$
40	3	5	2	—	—	—	—	—	10
200	—	5	4	5	—	—	—	—	14
360	—	—	7	5	15	—	—	—	27
520	—	—	—	8	9	4	—	—	21
680	—	—	—	—	7	5	4	—	16
840	—	—	—	—	—	5	4	3	12
$m_y$	3	10	13	18	31	14	8	3	100

**1.17.**

$X \backslash Y$	12 000	12 570	13 140	13 710	14 280	14 850	15 420	15 990	$m_x$
1500	1	6	4	—	—	—	—	—	11
1600	—	—	4	7	5	—	—	—	16
1700	—	—	—	6	15	6	—	—	27
1800	—	—	—	8	8	4	—	—	20
1900	—	—	—	—	5	5	6	—	16
2000	—	—	—	—	—	5	2	3	10
$m_y$	1	6	8	21	33	20	8	3	100

**1.18.**

$X \backslash Y$	25 200	25 350	25 500	25 650	25 800	25 950	26 100	26 250	$m_x$
3150	3	4	2	—	—	—	—	—	9
3200	—	5	7	5	—	—	—	—	17
3250	—	—	—	8	14	6	—	—	28
3300	—	—	—	—	8	9	—	—	23
3350	—	—	—	—	—	5	6	3	14
3400	—	—	—	—	—	—	5	4	9
$m_y$	3	9	9	19	22	20	11	7	100

**1.19.**

$X \backslash Y$	8,0	8,8	9,6	10,4	11,2	12,0	12,8	13,6	$m_x$
120	5	6	—	—	—	—	—	—	11
130	—	3	4	6	—	—	—	—	13
140	—	—	4	5	6	—	—	—	15
150	—	—	—	6	13	7	—	—	26
160	—	—	—	—	—	6	9	5	20
170	—	—	—	—	—	—	7	8	15
$m_y$	5	9	8	17	19	13	16	13	100

**1.20.**

$X \backslash Y$	7,5	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5	11,0	$m_x$
115	2	3	4	—	—	—	—	—	9
120	—	—	7	8	—	—	—	—	15
125	—	—	4	7	8	—	—	—	19
130	—	—	—	3	15	7	—	—	25
135	—	—	—	—	8	9	2	—	19
140	—	—	—	—	—	8	4	1	13
$m_y$	2	3	15	18	31	24	6	1	100

### 1.21.

$X \backslash Y$	300	500	700	900	1100	1300	1500	1700	$m_x$
5	1	2	5	—	—	—	—	—	8
10	—	2	7	4	—	—	—	—	13
15	—	—	9	6	4	—	—	—	19
20	—	—	—	14	6	7	—	—	27
25	—	—	—	—	1	8	9	—	18
30	—	—	—	—	—	4	5	6	15
$m_y$	1	4	21	24	11	19	14	6	100

### 1.22.

$X \backslash Y$	260	360	460	560	660	760	860	960	$m_x$
3	2	7	—	—	—	—	—	—	9
7	—	8	7	—	—	—	—	—	15
11	—	—	9	5	15	—	—	—	29
15	—	—	—	7	6	6	—	—	19
19	—	—	—	—	2	9	5	—	16
23	—	—	—	—	—	6	4	2	12
$m_y$	2	15	16	12	23	21	9	2	100

### 1.23.

$X \backslash Y$	1470	1540	1610	1680	1750	1820	1890	1960	$m_x$
210	3	2	3	—	—	—	—	—	8
220	—	1	4	5	—	—	—	—	10
230	—	—	7	13	8	—	—	—	28
240	—	—	—	—	9	6	6	—	21
250	—	—	—	—	—	7	8	3	18
260	—	—	—	—	—	4	6	5	15
$m_y$	3	3	14	18	17	17	20	8	100

### 1.24.

$X \backslash Y$	2400	2440	2480	2520	2560	2600	2640	2680	$m_x$
300	5	4	2	—	—	—	—	—	11
305	—	1	3	3	—	—	—	—	7
310	—	—	7	10	14	—	—	—	31
315	—	—	—	9	6	4	—	—	19
320	—	—	—	—	—	8	5	7	20
325	—	—	—	—	—	—	6	6	12
$m_y$	5	5	12	22	20	12	11	13	100

**1.25.**

$X \backslash Y$	120	200	280	360	440	520	600	680	$m_x$
10,5	4	5	2	—	—	—	—	—	11
14,5	—	6	7	5	—	—	—	—	18
18,5	—	—	6	8	14	—	—	—	28
22,5	—	—	—	—	12	9	2	—	23
26,5	—	—	—	—	6	4	—	—	10
30,5	—	—	—	—	—	5	3	2	10
$m_y$	4	11	15	13	32	18	5	2	100

**1.26.**

$X \backslash Y$	350	400	450	500	550	600	650	700	$m_x$
28	—	7	8	4	—	—	—	—	19
40	—	—	6	9	5	—	—	—	20
52	—	—	—	—	12	8	6	—	26
64	—	—	—	—	—	7	5	3	15
76	—	—	—	—	—	—	4	9	13
88	—	—	—	—	—	—	—	7	7
$m_y$	—	7	14	13	17	15	15	19	100

**1.27.**

$X \backslash Y$	36	56	76	96	116	136	156	176	$m_x$
5,4	6	4	4	—	—	—	—	—	14
7,0	—	8	7	2	—	—	—	—	17
8,6	—	—	3	8	9	—	—	—	20
10,2	—	—	—	16	5	8	—	—	29
11,8	—	—	—	—	—	6	5	—	11
13,4	—	—	—	—	—	4	3	2	9
$m_y$	6	12	14	26	14	18	8	2	100

**1.28.**

$X \backslash Y$	18,5	19,7	20,9	22,1	23,3	24,5	25,7	26,9	$m_x$
125	4	3	6	—	—	—	—	—	13
200	—	7	4	7	—	—	—	—	18
275	—	—	—	15	9	7	—	—	31
350	—	—	—	—	8	5	6	—	19
425	—	—	—	—	—	4	3	1	8
500	—	—	—	—	—	—	6	5	11
$m_y$	4	10	10	22	17	16	15	6	100



**1.29.**

$X \backslash Y$	5	12	19	26	33	40	47	54	$m_x$
0,54	5	3	2	2	—	—	—	—	12
0,68	—	4	8	9	4	—	—	—	25
0,82	—	—	—	—	17	9	6	—	32
0,96	—	—	—	—	1	6	5	—	12
1,10	—	—	—	—	—	6	3	2	11
1,24	—	—	—	—	—	—	4	4	8
$m_y$	5	7	10	11	22	21	18	6	100

**1.30.**

$X \backslash Y$	0,58	1,08	1,58	2,08	2,58	3,08	3,58	4,08	$m_x$
50	3	3	4	6	—	—	—	—	16
74	—	5	8	9	—	—	—	—	22
98	—	—	—	13	8	9	—	—	30
122	—	—	—	—	9	2	4	—	15
146	—	—	—	—	—	1	3	5	9
170	—	—	—	—	—	—	5	3	8
$m_y$	3	8	12	28	17	12	12	8	100

***Решение типового варианта***

Дана таблица распределения 100 автомашин по затратам на перевозки  $X$  (ден. ед.) и по протяженности маршрутов перевозок  $Y$  (км). Известно, что между  $X$  и  $Y$  существует линейная корреляционная зависимость. Требуется:

- найти уравнение прямой регрессии  $y$  на  $x$ ;
- построить уравнение эмпирической линии регрессии и случайные точки выборки  $(X, Y)$ .

$X \backslash Y$	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	$m_x$
60	2	4	3	10	4	—	—	—	23
90	—	—	6	14	5	—	—	—	25
120	—	—	—	—	17	5	4	—	26
150	—	—	—	—	—	8	3	2	13
180	—	—	—	—	—	4	3	1	8
210	—	—	—	—	—	2	1	2	5
$m_y$	2	4	9	24	26	19	11	5	100

► Для подсчета числовых характеристик (выборочных средних  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ , выборочных средних квадратичных отклонений  $s_x$  и  $s_y$  и выборочного корреляционного момента  $s_{xy}$ ) составляем расчетную таблицу ( ). При заполнении таблицы осуществляем контроль по строкам и столбцам:

$$\sum_{i=1}^6 m_{xi} = \sum_{j=1}^8 m_{y_j} = n = 100 ,$$

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^8 m_{ij} x_i = \sum_{i=1}^6 m_{x_i} x_i = 11\,190 ,$$

$$\sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^8 m_{ij} y_j = \sum_{j=1}^8 m_{y_j} y_j = 1042 ,$$

$$\sum_{i=1}^6 \left( x_i \sum_{j=1}^8 m_{ij} y_j \right) = \sum_{j=1}^8 \left( y_j \sum_{i=1}^6 m_{ij} x_i \right) = 124\,245 .$$

Вычисляем выборочные средние  $\bar{x}$  и  $\bar{y}$ ,  $i = \overline{1, 6}$ ;  $j = \overline{1, 8}$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum \sum m_{ij} x_i}{n} = \frac{\sum m_{x_i} x_i}{n} = \frac{11\,190}{100} = 111,9 ;$$

$$\bar{y} = \frac{\sum m_{y_j} y_j}{n} = \frac{1041}{100} = 10,41 .$$

Выборочные дисперсии находим по формулам:

$$\begin{aligned} s_x^2 &= \frac{1}{n-1} \left( \sum m_{x_i} x_i^2 - \frac{1}{n} \left( \sum m_{x_i} x_i \right)^2 \right) = \\ &= \frac{1}{99} \left( 1\,431\,900 - \frac{1}{100} (11\,190)^2 \right) = 13\,118,58 , \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_y^2 &= \frac{1}{n-1} \left( \sum m_{y_j} y_j^2 - \frac{1}{n} \left( \sum m_{y_j} y_j \right)^2 \right) = \\ &= \frac{1}{99} \left( 11\,367 - \frac{1}{100} (1041)^2 \right) = 5,35 . \end{aligned}$$

Таблица 19.30

	$j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$i$	$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	4,5	6,0	7,5	9,0	10,5	12,0	13,5	15,0	$m_{x_i}$	$m_{x_i} x_i$	$\sum_{j=1}^k m_{y_j} y_j$	$x_i^2 m_{x_i}$	$x_i \sum_{j=1}^k m_{ij} y_j$
1	60	2	4	3	10	4	—	—	—	23	1380	187,5	82 800	11 250
2	90	—	—	6	14	5	—	—	—	25	2250	223,5	202 500	20 115
3	120	—	—	—	—	17	5	4	—	26	3120	292,5	374 400	35 100
4	150	—	—	—	—	—	8	3	2	13	1950	166,5	292 500	24 975
5	180	—	—	—	—	—	4	3	1	8	1440	103,5	259 200	18 630
6	210	—	—	—	—	—	2	1	2	5	1050	67,5	220 500	14 175
7	$m_{y_j}$	2	4	9	24	26	19	11	5	100	11 190	1041	1 431 990	124 245
8	$m_{y_j} y_j$	9	24	67,5	216	273	228	148,5	75	1041	—	—	—	—
9	$\sum_{i=1}^m m_{ij} x_i$	120	240	720	1860	2730	2940	1680	900	11 190	—	—	—	—
10	$y_j^2 m_{ij}$	40,5	144	506,25	1944	2866,5	2736	2004,7	1125	11 367	—	—	—	—
11	$\sum_{i=1}^m m_{ij} x_i$	540	1440	5400	16 740	28 665	35 280	22 680	3500	124 245	—	—	—	—

Корреляционный момент вычисляем по формуле

$$s_{xy} = \frac{1}{n-1} \left( \sum \sum m_{ij} x_i y_j - \frac{1}{n} \left( \sum m_{xi} x_i \right) \left( \sum m_{yj} y_j \right) \right) =$$

$$= \frac{1}{99} \left( 124\,245 - \frac{1}{100} (11\,190 \cdot 1041) \right) = 78,35.$$

Оценкой теоретической линии регрессии является эмпирическая линия регрессии, уравнение которой имеет вид

$$y = \bar{y} + r_{xy} \frac{s_y}{s_x} (x - \bar{x}),$$

где  $s_x = \sqrt{13118,58} \approx 114,53$ ;  $s_y = \sqrt{5,35} \approx 2,31$ ;

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{78,35}{114,53 \cdot 2,31} = \frac{78,35}{264,56} \approx 0,296.$$

Составляем уравнение эмпирической линии регрессии  $y$  на  $x$ :

$$y = 10,41 + 0,296 \cdot \frac{2,31}{114,53} (x - 111,9),$$

$$y = 0,006x + 9,74.$$

Строим линию регрессии и случайные точки  $(x_i; y_j)$

