

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

Prácticas:

Estudio sobre los regímenes de caoticidad e integrabilidad del modelo de Bose-Hubbard

Saúl Estuardo Nájera Allara

Carné: 202107506

Septiembre de 2025

Licenciatura en Física Aplicada

Asesorado por: *M.Sc. José Alfredo de León (IF-UNAM),
Ing. Rodolfo Samayoa (ECFM-USAC)*

1 Descripción general de la institución

1.1 Instituto de investigación de Ciencias Físicas y Matemáticas, USAC

El Instituto de investigación de Ciencias Físicas y Matemáticas (ICFM) es la unidad de la Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas (ECFM) que promueve y realiza estudios avanzados en áreas científicas, fundamentales y aplicadas, de las ciencias físicas y matemáticas. El ICFM se proyecta como una plataforma regional de excelencia dedicada a la investigación y difusión del conocimiento en física y matemática. Las principales líneas de trabajo del ICFM son:

- La investigación académica en ciencia básica y aplicada.
- La promoción de la investigación en ciencia básica y aplicada en el ámbito universitario.
- La difusión y divulgación del conocimiento generado por la investigación en ciencias físicas y matemáticas.
- La actualización continua de programas académicos de ciencias físicas y matemáticas.

2 Descripción del grupo de trabajo:

(Pendiente)

3 Descripción general del proyecto

El estudio de sistemas cuánticos y su comportamiento según las condiciones físicas a las que se haya sujeto son de importancia tanto para el ámbito aplicado como para el teórico. Es de interés conocer los regímenes en los cuales una sistema pueda exhibir una ergodicidad alta o un comportamiento fuertemente localizado para ciertos estados. La conjetura BGS (Bogigas-Gianoni-Schmit) establece que el espectro de un sistema invariante antes inversiones temporales cuyo análogo clásico sean K sistemas presenta las mismas propiedades estadísticas que las de uno de los tres posibles ensambles de matrices aleatorias, GOE (Gaussian Ortogonal ensemble), GSU (Gaussian Symplectic Ensemble), GUE (Gaussian Unitary Ensemble). En vista de ello, la estadística espectral es una herramienta apropiada para la caracterización de sistema cuánticos.

Este trabajo consistirá en hacer un estudio espectral del sistema cuántico de Bose Hubbard (con condiciones de frontera abiertas), con el motivo de identificar bajo que condiciones se presenta una estadística que refleje, según la conjetura BGS, las características del caos cuántico.

En particular, se estudiará los cocientes entre los espaciamentos relativos de los valores propios del Hamiltoniano que describe al Bose Hubbard y también un correlacionador, la divergencia KL, que permitirá inferir las regiones en las cuales la estadística del sistema se asemeja a la estadística del ensamble GOE.

El Hamiltoniano a trabajar tiene la siguiente forma:

$$\hat{H} = \frac{J}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} (\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i) + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i(\hat{n}_i - 1),$$

4 Objetivos

4.1 Objetivo general

Estudiar la estadística espectral del Hamiltoniano de Bose Hubbard para identificar bajo que condiciones el sistema presenta una estadística que coincide con la propuesta por el ensamble de matrices aleatorias GOE (Gaussian Ortogonal Ensemble)

4.2 Objetivos específicos

- Estudiar el formalismo para el tratamiento de un Hamiltoniano bajo ciertas simetrías.

- Sectorizar el Hamiltoniano en sus sectores de simetría par e impar.
- Aprender el lenguaje de programación Wolfram Mathematica, sobre el cual se programará todo el trabajo.
- Programar la base de Fock que describe las configuraciones físicas del Bose Hubbard.
- Programar el hamiltoniano de Bose Hubbard con condiciones de frontera abiertas.
- Programar la sectorización del Hamiltoniano, bajo la simetría que existe con el operador reflexión.
- Estudiar acerca de las caracterizaciones espectrales que definen el caos cuántico.
- Implementar las herramientas estadísticas.
- Estudiar las distintas configuraciones físicas (distintos valores de J y U) del Bose Hubbard y hacer estadística para cada caso.
- Identificar los regímenes en los cuales la estadística del sistema coincide con GOE.

5 Justificación del Proyecto

Es de importancia tener una forma cuantitativa para describir sistemas cuánticos que exhiben un comportamiento caótico, y ser capaz de identificar bajo que condiciones físicas se presenta dicho comportamiento. En adición, es un tema de investigación reciente que tiene múltiples implicaciones y campos posibles de investigación, por lo que es importante establecer una metodología óptima para el estudio posterior de otros sistemas análogos. Finalmente, en mi unidad académica, hay escaso conocimiento de estos temas de investigación, por lo que es crucial informar e interesar a los miembros de la comunidad, con el fin de poder establecer futuras investigaciones afines al estudio del caos cuántico.

6 Cronograma

(Pendiente)