

UNIVERSIDAD DE SAN CARLOS DE GUATEMALA
ESCUELA DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

Prácticas:

Estudio sobre los regímenes de
caoticidad e integrabilidad del
modelo de Bose-Hubbard JA:
Mucho texto, qué tal “Caos
cuántico en el modelo de Bose-
Hubbard”?

Saúl Estuardo Nájera Allara

Carné: 202107506

Septiembre de 2025

Licenciatura en Física Aplicada

Asesorado por: *M.Sc. José Alfredo de León (IF-UNAM),
Ing. Rodolfo Samayoa (ECFM-USAC)*

1 Descripción general de la institución

1.1 Instituto de investigación de Ciencias Físicas y Matemáticas, USAC

El Instituto de investigación de Ciencias Físicas y Matemáticas (ICFM) es la unidad de la Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas (ECFM) que promueve y realiza estudios avanzados en áreas científicas, fundamentales y aplicadas, de las ciencias físicas y matemáticas. El ICFM se proyecta como una plataforma regional de excelencia dedicada a la investigación y difusión del conocimiento en física y matemática. Las principales líneas de trabajo del ICFM son:

- La investigación académica en ciencia básica y aplicada.
- La promoción de la investigación en ciencia básica y aplicada en el ámbito universitario.
- La difusión y divulgación del conocimiento generado por la investigación en ciencias físicas y matemáticas.
- La actualización continua de programas académicos de ciencias físicas y matemáticas.

2 Descripción general del proyecto

JA: Partí en párrafos esta sección, así como está no hay pausas y estás hablando de un montón de cosas en un sólo gran párrafo. Es difícil de seguir

El estudio de sistemas cuánticos y su comportamiento JA: a qué te referís con “su comportamiento”? Me suena un poco raro, no sé si fue la elección de palabra según las condiciones físicas JA: igual aquí, cómo qué condiciones físicas? a las que se haya sujeto son de importancia tanto para el ámbito aplicado como para el teórico. Es de interés conocer los regímenes en los cuales una sistema pueda exhibir una ergodicidad alta o un comportamiento fuertemente localizado para ciertos estados JA: por qué es de interés? Si no vas a decir porqué, entonces cambiá la elección de palabras de este enunciado. La conjetura BGS (Bogigas-Gianoni-Schmit) JA: Aquí, por ejemplo, hubo un gran salto a hablar de lleno de la conjetura BGS, esto debería ser ya otro párrafo establece que el espectro de un sistema invariante antes inversiones temporales cuyo análogo clásico sean K sistemas JA: cabal deberías decir qué es un K sistema presenta las mismas propiedades estadísticas que las de uno de los tres posibles ensambles de matrices aleatorias, GOE (Gaussian Orthogonal ensemble), GSE (Gaussian Symplectic Ensemble), GUE (Gaussian Unitary Ensemble). En vista de ello, la estadística espectral es una herramienta apropiada para la caracterización de sistema cuánticos. JA: No usés \\ para hacer saltos de línea, sólo dejá una línea de espacio para hacer saltos de párrafo, así como lo cambié aquí. Cambialo vos en el resto del documento

Este trabajo consistirá en hacer un estudio espectral del sistema cuántico de Bose Hubbard (con condiciones de frontera abiertas), con el motivo de identificar bajo que condiciones se presenta una estadística que refleje, según la conjetura BGS, las características del caos cuántico. JA: Me parece más natural hablar aquí del Hamiltoniano del BH y luego de la r y la KL divergence JA: aquí no sé porqué tenés salto de línea, debería ser un mismo párrafo con lo siguiente

En particular, se estudiará los cocientes entre los espaciamientos relativos de los valores propios del Hamiltoniano que describe al Bose Hubbard y también un correlacionador, la divergencia KL JA: poné el nombre completo y KL como (KL), que permitirá inferir las regiones JA: de parámetros en las cuales la estadística del sistema se asemeja a la estadística del ensamble GOE JA: toca explicar porqué la estadística debería parecerse a la de GOE y no a los otros ensambles. JA: falta poner las ecuaciones de la r y de la KL divergence. Por eso, deberías agregar más contexto sobre de donde viene la r , hablar de la $P(r)$ y entonces especificar qué mide la KL divergence

El Hamiltoniano a trabajar tiene la siguiente forma:

$$\hat{H} = \frac{J}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} (\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i) + \frac{U}{2} \sum_i \hat{n}_i(\hat{n}_i - 1),$$

JA: explicá los detalles de este Hamiltoniano, qué es cada símbolo, etc JA: también da más contexto, que es un modelo de bosones y sitios... que sirve para modelar....

3 Objetivos

3.1 Objetivo general

Estudiar la estadística espectral del Hamiltoniano de Bose Hubbard para identificar bajo que condiciones **JA: no son condiciones, sino que queremos caracterizar la región de parámetros** el sistema presenta una estadística que coincide con la propuesta por el ensamble de matrices aleatorias GOE (Gaussian Orthogonal Ensemble)

3.2 Objetivos específicos

- Estudiar el formalismo para el tratamiento de un Hamiltoniano bajo ciertas simetrías.
- Sectorizar el Hamiltoniano en sus sectores de simetría par e impar. **JA: estos primeros dos objetivos podrían condensarse en uno: estudiar el modelo de Bose-Hubbard y sus simetrías con condiciones de frontera abiertas.**
- Aprender el lenguaje de programación Wolfram Mathematica, sobre el cual se programará todo el trabajo.
- Programar la base de Fock que describe las configuraciones físicas del Bose Hubbard.
- Programar el hamiltoniano de Bose Hubbard con condiciones de frontera abiertas. **JA: Los últimos tres están bien resumidos por este objetivo**
- Programar la sectorización del Hamiltoniano, bajo la simetría que existe con el operador reflexión. **JA: este lo podés integrar al anterior, algo como “Construir numéricamente el Hamiltoniano de BH en el espacio de Fock completo y en los sectores de simetría del operador de reflexión...”**
- Estudiar acerca de las caracterizaciones espectrales que definen el caos cuántico. **JA: aquí tenés que ser más específico: estudiar sobre la distribución de probabilidad de los espaciamientos de niveles de matrices aleatorias**
- Implementar las herramientas estadísticas.
- Estudiar las distintas configuraciones físicas (distintos valores de J y U) del Bose Hubbard y hacer estadística para cada caso.
- Identificar los regímenes en los cuales la estadística del sistema coincide con GOE. **JA: Estos últimos tres podrías juntarlos en uno sólo parecido a: caracterizar el régimen caótico del modelo de BH utilizando el mean level spacing ratio y la KL divergence**

4 Justificación del Proyecto

Es de importancia **JA: por qué?** tener una forma cuantitativa para describir sistemas cuánticos que exhiben un comportamiento caótico, y ser capaz de identificar bajo que condiciones físicas se presenta dicho comportamiento **JA: notá que sin decir porqué es importante, tu enunciado no tiene sustancia.** En adición, es un tema de investigación reciente que tiene múltiples implicaciones **JA: cuáles?** y campos posibles de investigación **JA: cuáles?**, por lo que es importante establecer una metodología óptima para el estudio posterior de otros sistemas análogos **JA: sin especificar más, este enunciado también no está diciendo mucho.** Finalmente, en mi unidad académica, hay escaso conocimiento de estos temas de investigación, por lo que es crucial informar e interesar a los miembros de la comunidad **JA: pero vos no vas a hacer eso en el marco de tu proyecto de prácticas,** con el fin de poder establecer futuras investigaciones afines al estudio del caos cuántico **JA: este último enunciado lo podrías cambiar por lo que ya sabés de hacia dónde va tu proyecto, argumentando que este es el primer paso de un proyecto más grande en el que vas a investigar sobre el caos cuántico y el efecto de mezclar cosas de los subespacios simétricos.**

5 Cronograma

(Pendiente)