Informe de Práctica final:

Caos cuántico en el modelo de Bose Hubbard.

Saúl Nájera Allara

Universidad de San Carlos de Guatemala, USAC.
Escuela de ciencias físicas y matemáticas, ECFM

1 Introducción:

2 Marco Teórico:

1. Bose Hubbard. El modelo se puede emplear tanto para fermiones como para bosones. En este trabajo se modelará para bosones. El Hamiltoniano de este modelo es:

$$\hat{H} = -\frac{J}{2}\sum_{\langle i,j\rangle}\left(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_j + \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_i\right) + \frac{U}{2}\sum_i \hat{n}_i(\hat{n}_i - 1). \tag{1}$$

Los términos $\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j$ son los operadores creación y aniquilación respectivamente y $\hat{n}_i$ es el operador número (cuenta el número de particulas en el sitio). El parámetro J describe la parte cinética del Hamiltoniano y dicta la probabilidad de que los bosones "salten" de un sitio a otro adyacente. El segundo parámetro U describe la parte de interacción del Hamiltoniano, nos dice cómo es la fuerza de interacción entre bosones en mismo sitio [1].

2. Mean spacing Ratio (*hablar brevemente de el spacing ratio y el problema de unfolding.*) Denotando por E_n las energía ordenadas del espectro del Hamiltoniano, y el espaciamiento consecutivo de niveles de energía como $s_n = E_{n+1} - E_n$, se define la cantida [2]:

$$r_n = \frac{\min(s_n, s_{n-1})}{\max(s_n, s_{n-1})}. \tag{2}$$

Esta cantidad permite observar la universalidad de RMT en los espectros de energía. Estudiando la distribución de probabilidad asociada a las r's, es posible determinar si la configuración está en un regímen integrable o caótico. Es importante tener presente la forma análitica de la distribución de probabilidad de los cocientes entre los espaciamientos de niveles del ensabamble GOE y de Poisson. La distribución asociada a GOE es de la forma [2]:

$$P_{GOE}(r) = 2\Theta(1-r)\cdot\left(\frac{27}{8}\frac{r+r^2}{(1+r+r^2)^{5/2}}\right), \tag{3}$$

donde $\Theta(r)$ es la función de Heaviside. Y la distribución de Poisson es de la forma [3]:

$$P_{Poisson}(r) = 2\Theta(1-r)\cdot\left(\frac{1}{(1+r)^2}\right) \tag{4}$$

Con estas expresiónes es posible extraer un $\langle r\rangle$ característico de cada distribucion. En particular, para el ensamble GOE, dicho valor es de $\langle r\rangle_{GOE} = 0.5307$ [2] y para la distribución de Poisson un valor de $\langle r\rangle_{Poisson} = 0.38629$ [2].

3. Divergencia de Kullback-Leibler (KL): Es una medida de diferencia entre dos distribuciones de probabilidad. En este caso, se comparará la distribucion de probabilidad de los r_n de la ecuación (2) respecto a la distribucion de probabilidad de la misma cantidad según el ensamble GOE. Viene dada por [4]:

$$KL(P, P_{GOE}) = \int_0^1 P(x)\,\ln\left(\frac{P(x)}{P_{GOE}(x)}\right)\,dx. \tag{5}$$

En esencia, es una medida de que tanto se aleja la distribución del sistema respecto a la distribución de GOE.

3 Resultados:

Las resultados deben de ser recalculados
Mejorar las gráficas y probar n=m=10

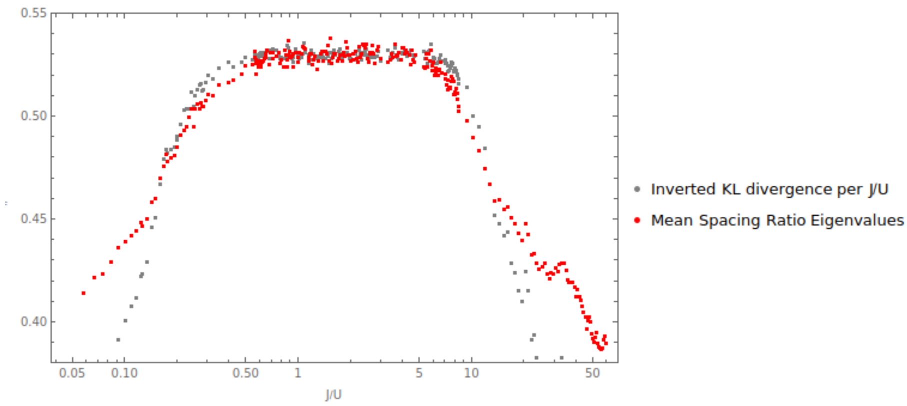

Figure 1: Kl divergence y mean spacing de varias configuraciones J/U

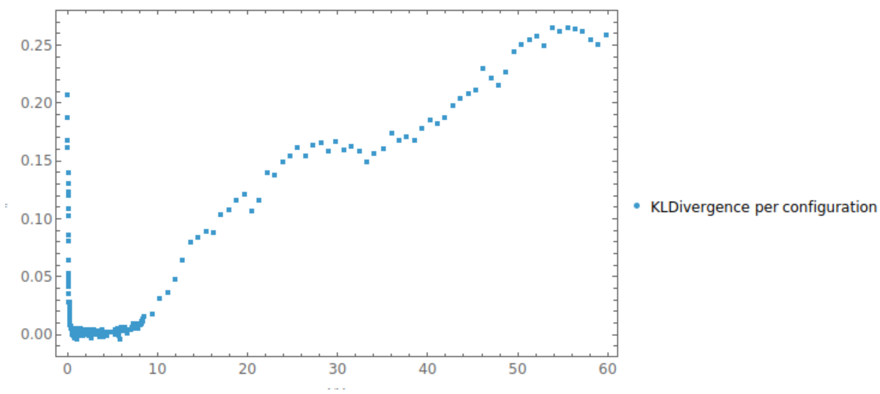

Figure 2: Kl divergence de varias configuraciones J/U

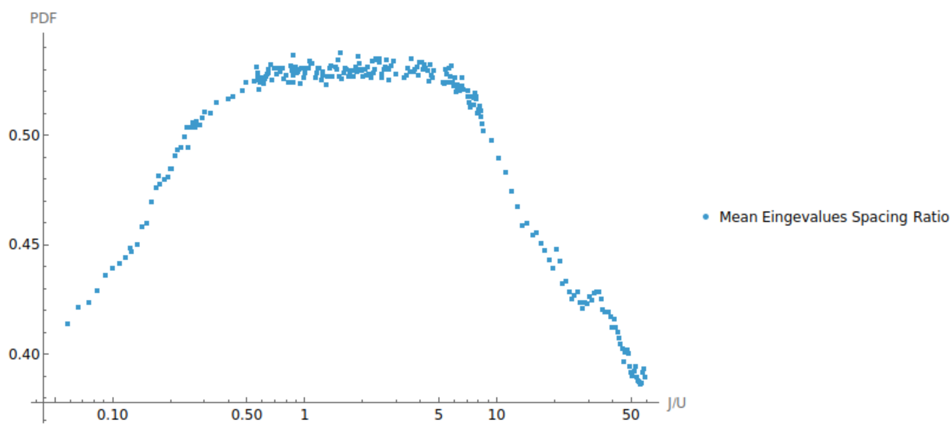

Figure 3: Mean spacing de varias configuraciones J/U

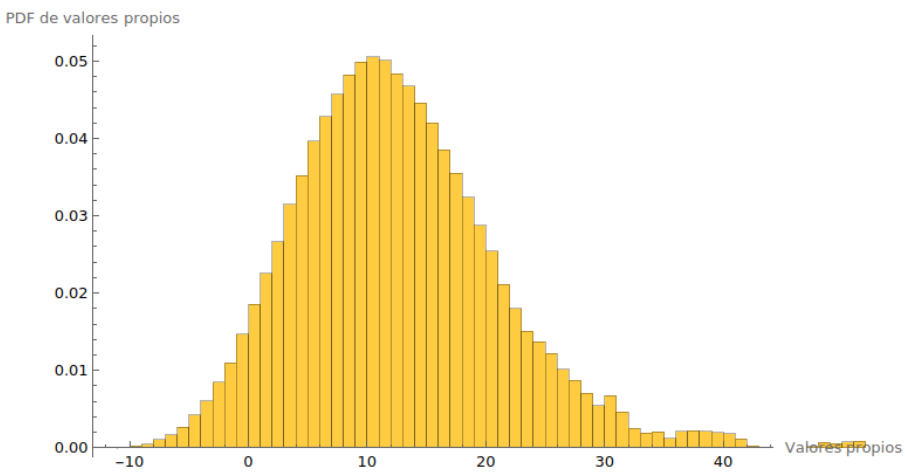

Figure 4: Distribucion de eigenvalores de una configuracion (¿Cual?)

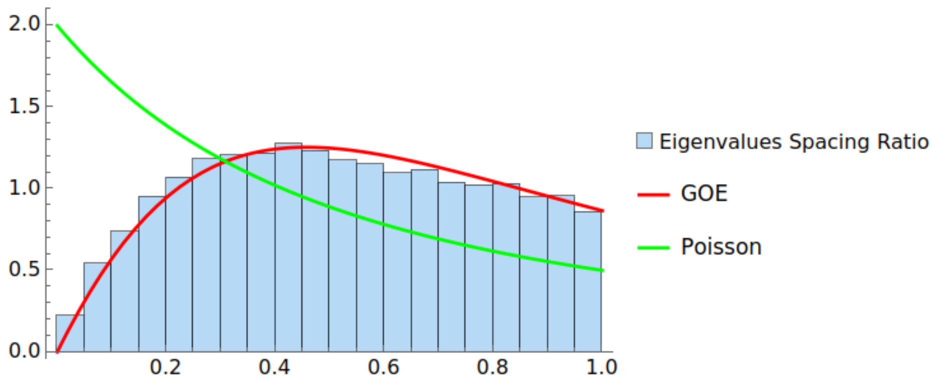

Figure 5: Spacing ratio de una configuracion (¿Cual?)

4 Discusión de resultados:

References

[1] J. M. Zhang and R. X. Dong, "Exact diagonalization: the bose-hubbard model as an example", European Journal of Physics **31**, 591–602 (2010).

[2] Y. Y. Atas, E. Bogomolny, O. Giraud, and G. Roux, "Distribution of the ratio of consecutive level spacings in random matrix ensembles", Physical Review Letters **110**, `10.1103/physrevlett.110.084101` (2013).

[3] S. H. Tekur and M. S. Santhanam, "Symmetry deduction from spectral fluctuations in complex quantum systems", Physical Review Research **2**, `10.1103/physrevresearch.2.032063` (2020).

[4] L. Pausch, A. Buchleitner, E. G. Carnio, and A. Rodríguez, "Optimal route to quantum chaos in the bose–hubbard model", Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical **55**, 324002 (2022).