Prof. Dr. Anja Voß-Böhme
Dipl.-Math. Thomas Buder

Wirtschaftsmathematik II

SS 2016

Übung 3

1. Bilden Sie die erste Ableitung der folgenden Funktionen.
   a) $f(x) = \sin(x) - \cos(x) + x^{2016} + e^x - \ln(2x) \quad (x > 0)$
   b) $f(x) = x^{\frac{1}{3}} e^{2x} \quad (x > 0)$
   c) $f(x) = \frac{x^4-1}{x^2-1} \quad (x \neq 1, x \neq -1)$
   d) $f(x) = (x+a)(x+b)x^{-n}, \quad (a, b \in \mathbb{R}, x \neq 0, n \in \mathbb{N})$
   e) $f(x) = e^{x^3} - (e^x)^3$
   f) $f(x) = \ln \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}, \quad (x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z})$

2. Welche Geradengleichung beschreibt die Tangente an die Funktion f mit

$$f(x) = \ln(x^2 + 5x), x > 0,$$

   im Punkt $P(1, f(1))$?

3. Gegeben sei die Funktionenschar

$$f_t : \mathbb{R} \backslash \{0\} \to \mathbb{R} : f_t(x) = \frac{4x - t}{x^2}, t \in \mathbb{R}, t > 0.$$

   Bestimmen Sie die Nullstellen, Extremwerte, Wendepunkte, das Mononotonieverhalten sowie die Krümmung in Abhängigkeit des Parameters t.

4. Die Fontänen eines Springbrunnens werden durch die Funktionenschar

$$f_k(x) = -kx^2 + 5x, k > 0, x > 0$$

   modelliert. Der Parameter k hängt dabei vom Wasserdruck ab. Alle Einheiten sind in Metern.
   a) Welche Beziehung besteht zwischen der rechten Nullstelle einer Fontäne und dem Parameter k?
   b) In welchem Winkel wird das Wasser der Fontäne ausgestoßen?
   c) Bestimmen Sie die maximale Höhe der Fontäne in Abhängigkeit von k.
   d) In welchem Bereich liegt der Parameter k, falls die Höhe der Fontänen 1 m nicht unterschreiten und 2 m nicht überschreiten?