

Wirtschaftsmathematik I

WS 2015/16

Übung 8

1. Berechnen Sie die Determinanten folgender Matrizen!

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 1 & -4 \\ -1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

d) $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 7 & 1 & -4 \\ -1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$

2. Überprüfen Sie, ob die Vektoren $a = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ und $c = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$ eine Basis von \mathbb{R}^3 bilden.

3. Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist folgendes Gleichungssystem eindeutig lösbar?

$$\begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ -2x + y + z &= 2 \\ 2x + 3y - az &= 3 \end{aligned}$$

4. Sei $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 3 & 9 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}$. Existiert A^{-1} ? Wenn ja, bestimmen Sie A^{-1} .

5. Bestimmen Sie den Rang der folgenden Matrizen.

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \\ 4 & 8 & 12 \end{pmatrix}$

c) $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -c & 2c \\ -c & 0 & 2 \end{pmatrix}$

b) $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & x \end{pmatrix}$

d) $D = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

e) $3A$

f) A^T

g) I_n ,

wobei $n \in \mathbb{N}; c, x \in \mathbb{R}$.

6. Wahr oder falsch? Begründen Sie!

- a) „Ein lineares Gleichungssystem der Form $Ax = 0$ ist stets lösbar.“
- b) „Vier Vektoren des Raumes \mathbb{R}^3 sind stets linear abhängig.“
- c) „Ob eine $n \times n$ -Matrix invertierbar ist, lässt sich am Rang erkennen.“
- d) „Ist $\det A \neq 0$, so kennt man den Rang einer $n \times n$ -Matrix.“
- e) „Für zwei Matrizen A, B gilt stets: $\text{rang}(A + B) = \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$.“