Zeilenstufenform einer Matrix

Definition. Eine Matrix A ist in **Zeilenstufenform**, falls sie die folgende Form hat:

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc}
\alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1r} & \alpha_{1,r+1} & \dots & \alpha_{1n} \\
0 & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2r} & \alpha_{2,r+1} & \dots & \alpha_{1n} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 & 0 & \dots & \alpha_{rr} & \alpha_{r,r+1} & \dots & \alpha_{rn} \\
\hline
0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\
\vdots & \vdots & & & \vdots & & \\
0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0
\end{array}\right)$$

Dabei gilt: $\alpha_{11}\dots\alpha_{rr} \neq 0$.

Bemerkungen:

(1) Die Matrix

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc}
\alpha_{11} & \alpha_{12} & \dots & \alpha_{1r} & \alpha_{1,r+1} & \dots & \alpha_{1n} \\
0 & \alpha_{22} & \dots & \alpha_{2r} & \alpha_{2,r+1} & \dots & \alpha_{1n} \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 & 0 & \dots & \alpha_{rr} & \alpha_{r,r+1} & \dots & \alpha_{rn}
\end{array}\right)$$

mit $\alpha_{11}\dots\alpha_{rr} \neq 0$ ist ebenfalls in Zeilenstufenform!

(2) **Schematische Darstellung einer Matrix in Zeilenstufenform:**

$$\left(\begin{array}{cccc|ccc} * & \circ & \dots & \circ & \circ & \dots & \circ \\ 0 & * & \dots & \circ & \circ & \dots & \circ \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & * & \circ & \dots & \circ \\ \hline 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots & & \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \end{array}\right)$$

wobei $*$ **eine Zahl ungleich Null** und $\circ$ eine beliebige Zahl bezeichnet.

Es gilt:

- Das $*$-Element steht in der Diagonale oder rechts davon.
- In jeder **Zeile** sind alle Element **links von $*$ null**.
- In jeder **Spalte** sind alle Elemente **unterhalb von $*$ null**.

(3) Berechnung der Zeilenstufenform mit Casio-TR über Befehl **ref(A) im Menü Aktion/Matrix/Berechnungen**