Implikation $A \to B$

03.04.2014

Die Implikation Wenn A, dann B ($A \to B$)
wird auch als

Wenn A, so B
A impliziert B
Aus A folgt B (auch B folgt aus A)
A ist hinreichend für B
B ist notwendig für A
A zieht B nach sich
Nur wenn B, dann ist A möglich
Nur wenn B, dann A
A nur (dann), wenn B

formuliert

A: Es regnet (Prämisse)
B: Die Straße wird naß (Conclusio)

$A \to B$ $\neg A \vee B$

Immer wenn A gilt, dann gilt auch B bzw.
Wenn A, dann B, z.B.
Wenn es regnet, dann wird die Straße naß.

In der Regel zieht man im Alltag bei einer Implikation den Fall, in dem A falsch ist, nicht in Betracht.
Etwas Falsches impliziert alles!

03.04.2014

Notwendige und hinreichende Bedingungen

Die Implikation $A \to B$ drückt aus, daß A hinreicht, um B behaupten zu können.

Deshalb wird die Voraussetzung A eine hinreichende Bedingung für B genannt.

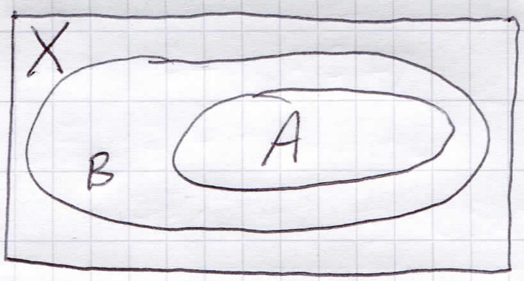
Aus $\neg B \to \neg A$ folgt, daß $\neg B$ hinreichend für $\neg A$ ist, also immer wenn $\neg B$ gilt, muß auch $\neg A$ gelten. Folglich kann A selbst nur gelten, wenn $\neg B$ nicht, also B gilt.

Es ist für die Gültigkeit von A notwendig, daß B zutrifft. Die Behauptung B wird eine notwendige Bedingung für A genannt.

In der Äquivalenz $A \leftrightarrow B$ sind A und B füreinander sowohl notwendig als auch hinreichend. Die Umkehrung $B \to A$ der Implikation $A \to B$ besagt in dieser Sprechweise, daß A notwendig für B sein soll. Aus der Implikation $A \to B$ selbst folgt jedoch nur, daß A hinreichend für B ist. Mithin wird sich die Umkehrung einer Implikation aus dieser Implikation nur dann ergeben, wenn A zugleich notwendig und hinreichend für B ist.

03.04.2014

Den Unterschied zwischen notwendig und hinreichend verdeutlichen wir geometrisch an zwei Punktmengen A und B und einer Grundmenge X, wobei $A \subset B$ sein soll:



$A \to B$

$\neg B \to \neg A$

$\neg A \vee B$

Wenn ein Punkt P in der Menge A enthalten ist, dann ist er auch in B enthalten, da $A \subset B$.

$P \in A$ ist hinreichend für $P \in B$, jedoch nicht notwendig, da P ja auch in B, aber nicht in A liegen kann. Eine hinreichende Bedingung verlangt zu viel.

Wenn ein Punkt aus A sein soll, dann muß er notwendigerweise aus B sein.
Natürlich ist die notwendige Bedingung $P \in B$ nicht hinreichend für $P \in A$, da es Punkte von B gibt, die nicht zu A gehören. Eine notwendige Bedingung fordert offenbar zu wenig.
Ein Punkt $P \in B$ ist genau dann $P \in A$, wenn $A = B$ ist