

Aufgabe 1: Beweisen Sie $(P \text{ xor } Q) \Leftrightarrow (P \rightarrow Q) \rightarrow \neg(Q \rightarrow P)$ mit Wahrheitstabelle und durch Umwandlung der Formel unter alleiniger Nutzung der Operatoren \vee, \wedge bzw. \neg

Aufgabe 2: Formulieren Sie einen logisch äquivalenten Ausdruck, der nur noch die Operatoren \vee, \wedge bzw. \neg enthält: $\neg(\neg P \text{ xor } (Q \rightarrow P)) \rightarrow \neg Q$

Aufgabe 3: Der Sheffersche Operator $|$ (auch \neg AND bzw. NAND) genannt, ist wie folgt definiert:

P	Y	P Q
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Beweisen Sie folgende Äquivalenz:

$$(P | Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q) \Leftrightarrow (P \rightarrow \neg Q) \Leftrightarrow (\neg P \vee \neg Q) \Leftrightarrow Q \rightarrow \neg P \Leftrightarrow \neg(P \wedge Q)$$

Aufgabe 4: Negieren Sie einmal und doppelt folgenden Ausdruck: $(1 \leq x) \wedge (5 > x)$

Aufgabe 5: Welche Booleschen Funktionen werden von den folgenden Ausdrücken induziert ?

- $((p \rightarrow q) \rightarrow q)$
- $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)) \rightarrow p$
- $((p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)) \Leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$

Aufgabe 6: Untersuche, welche der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke Tautologien sind

- $((p1 \rightarrow p2) \rightarrow p3) \vee ((p1 \rightarrow p2) \rightarrow \neg p3)$
- $((p1 \wedge p2) \vee p3)$
- $(p1 \leftrightarrow p2) \leftrightarrow (\neg p2 \leftrightarrow \neg p1)$
- $(\neg((p1 \vee p2) \rightarrow p3) \vee p3)$

Aufgabe 7: Die folgende Aufgabe stammt angeblich von Albert Einstein. Es wird behauptet, dass nur ca. 2% der Weltbevölkerung in der Lage seien, diese Aufgabe zu lösen. Gehören Sie zu diesen 2% ?

Zur Lösung ist keinen Trick erforderlich, nur pure Logik.

- Es gibt fünf Häuser mit je einer anderen Farbe.
- In jedem Haus wohnt eine Person einer anderen Nationalität.
- Jeder Hausbewohner bevorzugt ein bestimmtes Getränk, raucht eine bestimmte Zigarettenmarke und hält ein bestimmtes Haustier.
- Keine der 5 Personen bevorzugt das gleiche Getränk, raucht die gleichen Zigaretten oder hält das gleiche Tier wie irgendeine der anderen Personen.
- Der Brite lebt im roten Haus.
Der Schwede hält einen Hund.
Der Däne trinkt gerne Tee.
Der Deutsche raucht Rothmanns
Der Besitzer des grünen Hauses trinkt Kaffee.
Der Winfield-Raucher trinkt gerne Bier.
Der Norweger wohnt im ersten Haus.
Der Norweger wohnt neben dem blauen Haus
Der Besitzer des gelben Hauses raucht Dunhil .
Die Person, die Pall Mall raucht, hält einen Vogel.
Der Mann, der im mittleren Haus wohnt, trinkt Milch.
Das grüne Haus steht unmittelbar links vom weißen Haus.
Der Marlboro-Raucher wohnt neben dem, der eine Katze hält.
Der Marlboro-Raucher hat einen Nachbarn, der Wasser trinkt.
Der Mann, der ein Pferd hält, wohnt neben dem, der Dunhil raucht.

Frage: Wer hat einen Fisch?

Aufgabe 8: Ein Schlüssel von 5 Ziffern aus dem Bereich von jeweils 0...9 ist mit "brute force" zu ermitteln. Entwerfen Sie hierfür ein Struktogramm, der Schlüssel ist einzulesen.

Aufgabe 9:

"Was kostet ein Druckerständer ?", fragt Egon Hackmann im Computerladen. Der Verkäufer antwortet: "Bei uns sind alle Preise volle Euro-Beträge und Vielfache von 5 Euro." Darauf Egon: "Das beantwortet aber meine Frage nicht." Der Verkäufer: "Also, wenn Sie es so genau wissen wollen: Der Druckerständer kostet mehr als zwei Zehnerpackungen DVD-Rohlinge. Drei dieser Packungen kosten übrigens mehr als der Druckerständer und eine Tonerkassette zusammen." Egon Hackmann, schon etwas ungehalten, fragt nervös: "Und was kosten der Druckerständer, eine Zehnerpackung DVD-Rohlinge und die Tonerkassette zusammen ? Jetzt bestehe ich auf einer klaren Antwort !" Der Verkäufer: "Die sollen Sie haben, mein Herr; die drei Dinge kosten zusammen 175 Euro."

Egon begibt sich zu dem Computer, der in dem Laden steht, hackt darauf ein kurzes Programm, läßt es laufen und verläßt befriedigt den Laden. Denn nun weiß er, was jede einzelne dieser drei Waren kostet - mehr wollte er nicht. Schreiben Sie einen Algorithmus, der Egon Hackmanns Problem löst.

Aufgabe 10: Gesucht sind zwei fünfstellige ganze Zahlen, die zusammen aus den Ziffern 0 bis 9 bestehen und diese Eigenschaft haben: Die erste Zahl ist das neunfache der zweiten. Wie viele solcher Zahlenpaare mag es geben ? Zahlen, die mit 0 beginnen, sollen dabei nicht mitgezählt werden!
Schreiben Sie einen Algorithmus, der diese Aufgabe löst.

Aufgabe 11: Unlängst fuhr ich mit der Bahn, als fünf junge Damen mein Abteil betraten und sich setzten. Es stellte sich bei deren Gespräch heraus, daß sie Programmiererinnen waren. Ich wollte allzu gerne wissen, welche der jungen Frauen in welcher Sprache programmiert und fragte darum eine von ihnen - es war Frau Hackmeyer -, die mir diese Auskünfte gab:

Jede von uns schreibt ihre Programme in einer - und stets nur in dieser einen - der drei Sprachen BASIC, C++ oder PASCAL. Wenn Frau Loopschreiber weder in C++ noch in PASCAL programmiert, dann programmiert Frau Forif in C++. Programmieren ich nicht in C++, so programmiert, fall dies nicht Frau Loopschreiber tut, Frau Else-Goto in BASIC. Programmieren Frau Else-Goto in BASIC und Frau Forif in PASCAL, dann schreibt Frau Remmer ihre Programme in C++. Wenn ich nicht in BASIC programmiere, dann tut dies Frau Loopschreiber. Wenn weder Frau Remmer in C++ noch Frau Forif in PASCAL programmiert, dann schreibt Frau Loopschreiber ihre Programme nicht in BASIC.

Schreibt Frau Remmer BASIC-Programme, so programmiert Frau Loopschreiber in PASCAL. Programmiert Frau Else-Goto in BASIC, dann schreibt, sofern auch ich in BASIC programmiere, Frau Forif in PASCAL.

Ich sah ob dieser Auskunft etwas verwirrt drein, was Frau Hackmeyer zu dem Vorschlag veranlaßte: Entwerfen Sie einen Algorithmus, um herauszubekommen, wer von uns in welcher Sprache programmiert.

Aufgabe 12

Inspektor Barrick ermittelt in einem Todesfall. Onkel Kuno wurde tot in seinem Haus aufgefunden, wo er zusammen mit Onkel Bodo und einem Gärtner lebte. Barrick hat folgende Fakten zusammengetragen:

- Kuno, Bodo und der Gärtner waren die einzigen Hausbewohner. Nur einer von Ihnen kann Kuno getötet haben.
- Derjenige, der Kuno getötet hat, hat diesen gehasst und war nicht reicher als Kuno.
- Bodo hasst niemanden, den Kuno gehasst hat,
- Kuno hat sich selbst und Bodo gehasst.
- Der Gärtner hasst jeden, der nicht reicher als Kuno war oder von Kuno gehasst wurde.
- Kein Hausbewohner hasst(e) alle Hausbewohner

Welche der nachfolgenden Schlussfolgerungen sind richtig ?

- A. Wenn der Gärtner sich nicht selbst hasst, dann hat er Kuno nicht getötet.
- B. Der Gärtner war nicht reicher als Kuno.
- C. Aus den Fakten folgt nicht, ob Bodo reicher als der Gärtner ist oder nicht.
- D. Wenn der Gärtner Kuno getötet hat, dann hasst er Bodo nicht.
- E. Bodo hat Kuno getötet.

Wer hat Onkel Kuno ermordet ?

Aufgabe 13

Paul sagt: "Max lügt."

Max sagt: "Otto lügt."

Otto sagt: "Max und Paul lügen."

Wer lügt hier wirklich und wer sagt die Wahrheit ?

Aufgabe 14: Adi, Bert und Klaus sind beim Einbruch in einen Computerladen erwischt worden. Im Polizeipräsidium geben sie ihre Aussagen zu Protokoll. Kommissar Derrix und sein Assistent Fritz versuchen anhand der drei Aussagen die Tat zu rekonstruieren. Dabei fällt ihnen auf, daß einer gelogen hat. Kommissar Derrix zieht folgende Schlüsse:

1. "Wenn Adi oder Bert die Wahrheit sagen, dann lügt Klaus"
2. "Wenn Bert lügt, dann sprechen entweder Adi oder Klaus die Wahrheit"
3. "Wenn entweder Bert oder Klaus die Wahrheit sagen, dann kann auch Adi nicht lügen"

Sag mir, Fritz, weißt Du jetzt wer gelogen hat ?

Wie verändert sich die Lösung, wenn in der 1. Aussage "oder" durch "und" vertauscht wird ? Wie verändert sich die Lösung, wenn mehrere lügen können ? Formulieren Sie die Aussagen 1. - 3. als logische Ausdrücke und entwerfen Sie einen Algorithmus [als Struktogramm], der alle Kombinationen von "Lügens" und "Wahrheit sagen" für alle 3 Personen mit "brute force" durchläuft.