

Wirtschaftsmathematik I

WS 2015/16

Übung 5

1. Berechnen Sie die Nullstellen, Polstellen und Lücken der folgenden gebrochen-rationalen Funktionen und geben Sie deren Vielfachheiten an. Untersuchen Sie das Verhalten im Unendlichen und berechnen Sie die Asymptotengleichungen.

a) $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 4x + 12}{x^2 + 5x + 6} = \frac{(x-2)(x-3)(x+2)}{(x+3)(x+2)}$

b) $f(x) = \frac{x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 3}{x^3 + x^2 - 6x} = \frac{(x+1)^2(x-1)(x+3)}{x(x-2)(x+3)}$

2. Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$

$$\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

3. Zeigen Sie durch Widerspruch, dass

$$\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$$

für alle $a, b > 0$.

4. Beweisen Sie die Äquivalenz der folgenden Aussagen:

$A =$ "die Zahl n ist gerade",

$B =$ "die Zahl n^2 ist gerade".

5. Finden Sie den Fehler in folgendem Beweis:

Behauptung: Alles was nicht rot ist, ist blau.

Beweis: Wir werden die Behauptung durch Widerspruch beweisen. Nehmen wir also die Negation der Behauptung an: Alles was rot ist, ist blau. Dies ist aber ein Widerspruch zur Eindeutigkeit der Farbe. Also kann die Annahme nicht gelten und die Behauptung ist bewiesen.