Übung 11

Aufgabe 41: Eine Firma verkauft in 6 Monaten 18,17,19,10,14 und 15 Fahrzeuge. Bestimmen Sie

a) das arithmetische Mittel,

b) die Stichprobenvarianz,

c) den Median,

d) das 0.2-Quartil und

e) den IQR.

Aufgabe 42: Geben Sie für die Daten in Aufgabe 41 **??** ein 99%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert und die Varianz an.

Aufgabe 43: Berechnen Sie für das Beispiel B1.1 ein 95%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert und für die Varianz.

Aufgabe 44: Ein Spieler gewinnt einen Euro, wenn er bei einem Münzwurf die richtige Seite vorhersagt, ansonsten verliert er zwei Euro. Der Spieler startet mit einem Guthaben von 40 Euro.

a) Geben Sie ein genähertes 99%-Konfidenzintervall für das verbliebene Guthaben des Spielers nach 100 Spielen an.

b) Geben Sie eine genäherte Wahrscheinlichkeit dafür an, dann noch ein positives Guthaben aufzuweisen.

Übung 11 21.12.2016 1

A41 ⟶ Prüfungsrelevant .

a) $\overline{x} = \frac{18+17+19+10+14+15}{6} = 15,5$

b) $\hat{\sigma}^2 = \widehat{Var(x)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}{n-1} = 10,7$

oder $= \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n} - \overline{x}^2\right)\cdot\frac{n}{n-1}$

c)

$\tilde{x} = \frac{15+17}{2} = 16$

10 14 15 17 18 19

$16 = \tilde{x}$

d) $\tilde{x}_{0,2} = \tilde{x}_{(1,2)} = x_{(2)} = 14$

e) $IQR = \tilde{x}_{o} - \tilde{x}_{u} = \tilde{x}_{0,75} - \tilde{x}_{0,25} = 4$

$\tilde{x}_{0,25} = 14$ $\quad 0,25\cdot n = 1,5 \notin \mathbb{N}$

$\tilde{x}_{0,75} = 18$ $\quad 0,75 n = 4,5 \notin \mathbb{N}$

A42 99%-Konfidenzintervall für den Erwartungswert.

$\hat{\mu} = \bar{x} = 15{,}5$. → im Skript erklärt.

$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2} = \sqrt{10{,}7} = 3{,}271$

$\cancel{I = \left[15{,}5 - t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}}, \right.}$

FORMEL

$$\underline{I} = \left[\hat{\mu} - t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} ; \hat{\mu} + t_{n-1,1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{n}} \right] \quad (1)$$

Quantile der T-Verteilung

$t_{5;\,0{,}995}$ → in die Tabelle schauen

→ bei CASIO (InVt) → die Funkt.

START → DIST → t → Invt

$I \in [\; 4{,}032$

$4{,}032 = t_{5;\,0{,}995}$.

$\underline{I} = [\; 10{,}1,\; 20{,}9. \;]$ → diesen Intervall überdeckt mit 99% Sicherheit den wahren Wert (μ)

den Intervall ist sehr groß weil $n=6$ zu klein ist.

A62

Konfidenzintervall für die Varianz.

$$\hat{I} = \left[\frac{(n-1)\hat{\sigma}^2}{\chi_{n-1, 1-\frac{\alpha}{2}}} , \frac{(n-1)\hat{\sigma}^2}{\chi_{n-1, \frac{\alpha}{2}}} \right]$$

2

$\chi_{5; 0,995} = 16,75$

$\chi_{5; 0,005} = 0,41$

$$I = \left[\frac{5 \cdot 10,7}{16,75} ; \frac{5 \cdot 10,7}{0,41} \right]$$

$$\hat{I} = [3,19 ; 130,48]$$

A43 B1.1 95% Konfidenzintervall

$\hat{\mu} = 3.55$

$\hat{\sigma}^2 = 2.569$ — (Übung 10) $\quad$ $n = 120$

$\hat{\sigma} = 1,603$

$t_{119; 0,975} = 1,98$ (siehe letzte Aufgabe 42) (1)

$$I = [3.26 , 3.84]$$

siehe 2

$$I = [2,02 ; 3,37]$$

$\chi_{119, 0,975} = 151,1$

$\chi_{119, 0.025} = 90,7$.

(A44) a) $X_1 \hat{=}$ Gewinn/Verlust nach dem ersten Spiel

$E(X_1) = \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2}(-2) = -0,5$ (−50 Cent pro Spiel)

$Var(X_1) = \frac{1}{2}(1-(-0,5))^2 + \frac{1}{2}(-2-(-0,5))^2$

$Var(X_1) = 1,125 + 1,125 = 2,25 = \frac{9}{4}$

$\sigma(X_1) = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow Var(X_1) = E(X_1^2) - E(X_1)^2 = \frac{1}{2}\cdot 1^2 + \frac{1}{2}(-2)^2 - (-0,5)^2 = \frac{9}{4}$

$G \hat{=}$ Guthaben nach 100 Spielen

$G = 40 + X_1 + X_2 + \dots + X_{100}$

↳ die Summe ist etwa normalverteilt

$G = 40 + X_1 + \dots + X_{100} \approx N(-10, 15)$

$E(G) = 40 - 50 = -10$ (Erwartungswert)

$100 \cdot (-0,5)$ (nach 100 Spielen)

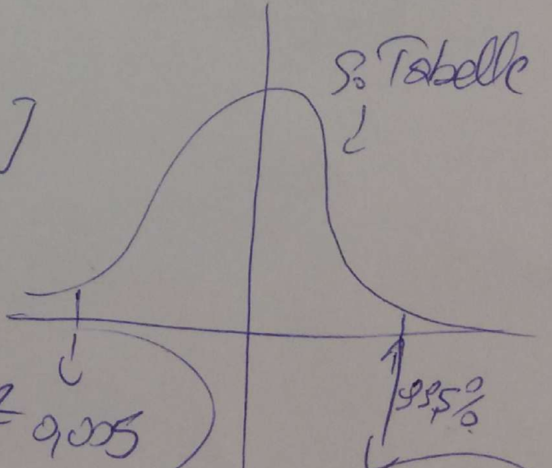
$Var(G) = 100\, Var(X_1) = 100 \cdot \frac{9}{4} = 225$

$\sigma(G) = \sqrt{225} = 15$

$I = [-10 - z_{0,995} \cdot 15 ; -10 + z_{0,995} \cdot 15]$

$I = [-48,6 ; 28,6]$

$-2,576$ $\quad +2,576$



A44

3

b) Standardisieren

$$P(G>0) = \left(\frac{G-(-10)}{15} > \frac{0-(-10)}{15} \right)$$

$$= P\left(G^* > \frac{2}{3}\right) = 1 - \varphi\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$= 0{,}252$$

$\Downarrow$

25,2% Wahrscheinlichkeit