

## Codierung multimedialer Daten

### Aufgaben zum nächsten Mal (AZNM 7)

Johann-Markus Batke

[2024-05-22 Mi]

## 1 Kanalcodierung

Machen Sie sich mit folgenden Begriffen und Definitionen vertraut:

- <https://vfhcmd.eduloop.de/loop/Hamming-Code>
- <https://vfhcmd.eduloop.de/loop/Hamming-Distanz>
- <https://vfhcmd.eduloop.de/loop/Wortfehlerwahrscheinlichkeit>

## 2 Aufgaben

### 2.1 Hamming-Code

Bei einem  $(n, m)$ -Hamming-Code werden  $n$  Bit zur Darstellung der Codeworte verwendet. Davon sind  $k$  Bit zum Fehlerschutz bestimmt, damit bleiben

$$m = n - k \quad (1)$$

Bit zur Darstellung der zu codierenden Information.

#### 2.1.1 Ungleichung

Die Variablen  $n$  und  $k$  können nicht unabhängig voneinander gewählt werden; um einen Bitfehler korrigieren zu können, muss gelten

$$2^k \geq m + k + 1. \quad (2)$$

Überführen Sie unter Verwenden von Gleichung (1) die Ungleichung (2) in die Form

$$2^m \leq \frac{2^n}{n+1}. \quad (3)$$

#### 2.1.2 Generatormatrix

Zur Berechnung eines  $(7,4)$ -Hamming-Codes wird die Generatormatrix  $\mathbf{G}$  benötigt. In dieser Matrix ist die Teilmatrix

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

enthalten. Wozu dient diese Matrix? Wie sind die weiteren Stellen der Matrix **G** besetzt? Stellen Sie zur Beantwortung die vollständige Matrix **G** auf!

### 2.1.3 Nachricht

Berechnen Sie für die Nachricht **u** = (0, 0, 1, 1) das Codewort **v**!

### 2.1.4 Empfangswort

Wie lautet das Empfangswort **r**, wenn das Codewort **v** aus der vorangegangenen Aufgabe mit (0, 0, 0, 0, 1, 0, 0) gestört wird? Falls Sie **v** nicht berechnet haben, verwenden Sie **v**<sub>Ersatz</sub> = [1, 1, 1, 1, 1, 1, 1].

### 2.1.5 Prüfmatrix

Bestimmen Sie die **Prüfmatrix H** zur Berechnung des Syndroms **s**! Prüfen Sie anschließend das Empfangswort **r** auf Fehler und zeigen Sie, wie der Fehler korrigiert werden kann!

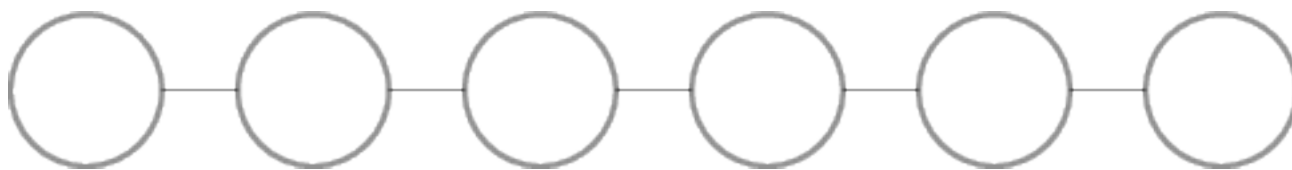
## 2.2 Hamming-Distanz

Gegeben ist ein Hamming-Code mit der Hamming-Distanz  $D_H = 4$ .

### 2.2.1 Korrekturverhalten

Beschreiben Sie das Korrekturverhalten des Codes mithilfe der Grafik, verwenden Sie dazu die gegebene Legende.

1	grün	gültiges Codewort
2	gelb	korrigierbares Codewort
3	blau	nicht-korrigierbares, erkennbares Codewort

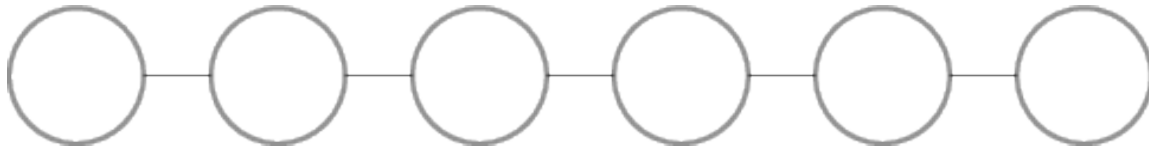


Wieviele Bit-Fehler  $N_{\text{kor}}$  sind bezogen auf die Hamming-Distanz korrigierbar? Wieviele Bit-Fehler  $N_{\text{erk}}$  sind erkennbar? Erläutern Sie kurz anhand der Skizze Ihre Lösung.

### 2.2.2 Keine Fehlerkorrektur

Beschreiben Sie das Korrekturverhalten des Codes, wenn nun auf Fehlerkorrektur verzichtet wird!

1	grün	gültiges Codewort
2	gelb	korrigierbares Codewort
3	blau	nicht-korrigierbares, erkennbares Codewort



Wieviele Fehler  $N_{\text{kor}}r$  sind korrigierbar? Wieviele Fehler  $N_{\text{erk}}$  sind erkennbar? Erläutern Sie kurz anhand der Skizze Ihre Lösung.

## 2.3 Wortfehlerwahrscheinlichkeit

### 2.3.1 Einzelfehler

Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein Codewort **v** durch ein Fehlerwort **e** derart gestört, dass ein bestimmtes Bit, z.B. das Bit  $e_5$ , im Fehlerwort auf 1 gesetzt ist, alle anderen auf 0?

### 2.3.2 Mehrfachfehler

Berechnen Sie für den Fall einer Bitfehlerwahrscheinlichkeit  $P_e = 10^{-5}$  bei der Codewortlänge  $n = 15$  die Wortfehlerwahrscheinlichkeiten  $P_w = 0$  für die fehlerfreie Übertragung,  $P_w = 1$  für Einzel- und  $P_w = 2$  für Doppelfehler.