11-2 節

11.24 **Xr11-36** 一位商學院的學生宣稱每位MBA 學生每週平均必須準備超過5 件個案。為了檢定這項宣稱，一位統計學教授詢問一個10 位MBA 學生的隨機樣本，他們每週準備個案的件數。結果顯示於下。假設個案件數服從常態分配，標準差為1.5，以5%的顯著水準，這位教授是否可以得出此項宣稱為真？

2 7 4 8 9 5 11 3 7 4

$H_0: \mu = 5$

$H_1: \mu > 5$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{6 - 5}{1.5 / \sqrt{10}} = 2.11$$

p-value = P(Z > 2.11) = 1 – .9826 = .0174

There is enough evidence to infer that the mean is greater than 5 cases.

11.25 **Xr11-37** 抽樣 18 位年輕成年男子 (20-30 歲) 的隨機樣本。他們每一個人 被詢問每天花幾分鐘看電視的體育節目。他們的回應被列於此。已知 σ=10，檢定以確定在 5% 的顯著水準是否有足夠的統計證據來推論，年輕的成年男子每天看體育電視的平均時間數超過 50 分鐘。

50 48 65 74 66 37 45 68 64
65 58 55 52 63 59 57 74 65

$H_0: \mu = 50$

$H_1: \mu > 50$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{59.17 - 50}{10 / \sqrt{18}} = 3.89$$

p-value = P(Z > 3.89) = 0

There is enough evidence to infer that the mean is greater than 50 minutes.

11.26 **Xr11-39** 抽取 12 位大學二年級選修商業統計課學生的隨機樣本。課程結束 時，每位學生被詢問他或她花多少小時寫統計作業。資料被列於此。已知其母體標準差 σ= 8.0。教師建議學生每週投入 3 小時，在一學期為期 12 週的期間，共計 36 小時。檢定以確定是否有證據顯示，學生平均所花的時間少於推薦的時數。計算檢定的 *p*-值。

31 40 26 30 36 38
29 40 38 30 35 38

$H_0: \mu = 36$

$H_1: \mu < 36$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{34.25 - 36}{8 / \sqrt{12}} = -.76$$

p-value = P(Z < –.76) = .2236

There is not enough evidence to infer that the average student spent less time than recommended.

11.27 **Xr11-41** 生產滾珠軸承的機器被設定成平均直徑為 .50 吋。 對 10 個滾珠 軸承的樣本進行測定，結果列於此。 假設標準差為 .05 吋，以 5% 的顯著 水準，我們是否可以得出平均直徑不是 .50 吋的結論？

.48 .50 .49 .52 .53
.48 .49 .47 .46 .51

$H_0: \mu = .50$

$H_1: \mu \neq .50$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{.493 - .50}{.05 / \sqrt{10}} = -.44$$

p-value = 2P(Z < –.44) = 2(.3300) = .6600

There is not enough evidence to infer that the mean diameter is not .50 inch.

11-3 節

11.39 一位統計實作人員想要以$\sigma = 20$ 與$n = 100$ 來檢定下列的假設：

H_0：$\mu = 100$

H_1：$\mu > 100$

a. 使用$\alpha = .10$，當$\mu = 102$ 時，找出型II 錯誤的機率。

b. 以$\alpha = .02$，重做(a) 小題。

c. 描述減少α 時對β 的影響。

a. Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha$

$\dfrac{\bar{x}-100}{20/\sqrt{100}} > z_{.10} = 1.28$

$\bar{x} > 102.56$

$\beta = P(\bar{x} < 102.56 \quad \text{given} \quad \mu = 102) = P\left(\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \dfrac{102.56-102}{20/\sqrt{100}}\right) = P(z < .28) = .6103$

b. Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha$

$\dfrac{\bar{x}-100}{20/\sqrt{100}} > z_{.02} = 2.55$

$\bar{x} > 104.11$

$\beta = P(\bar{x} < 104.11 \quad \text{given} \quad \mu = 102) = P\left(\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \dfrac{104.11-102}{20/\sqrt{100}}\right) = P(z < 1.06) = .8554$

c. β increases.

11.40 a. 當$\mu = 37$，找出下列假設檢定的型II 錯誤之機率。

H_0：$\mu = 40$

H_1：$\mu < 40$

顯著水準為5%， 母體標準差是5，樣本大小是25。

b. 以$\alpha = 15\%$，重做(a) 小題。

c. 描述增加α 時對β 的影響

a. Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_\alpha$

$\dfrac{\bar{x}-40}{5/\sqrt{25}} < -z_{.05} = -1.645$

$\bar{x} < 38.36$

$\beta = P(\bar{x} > 38.36 \quad \text{given} \quad \mu = 37) = P\left(\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \dfrac{38.36-37}{5/\sqrt{25}}\right) = P(z > 1.36) = 1 - .9131$

$= .0869$

b. Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_\alpha$

$\dfrac{\bar{x}-40}{5/\sqrt{25}} < -z_{.15} = -1.04$

$\bar{x} < 38.96$

$\beta = P(\bar{x} > 38.96 \quad \text{given} \quad \mu = 37) = P\left(\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \dfrac{38.96-37}{5/\sqrt{25}}\right) = P(z > 1.96) = 1 - .9750$

$= .0250$

c. β decreases.

11.42 a. 給定$\mu = 196$，找出下列假設檢定的型II 錯誤之機率。

H_0：$\mu = 200$

H_1：$\mu < 200$

顯著水準為10%，母體標準差是30，樣本大小是25。

b. 以$n = 100$，重做(a) 小題。

c. 描述增加n 時對β 的影響

a. Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_\alpha$

$\dfrac{\bar{x}-200}{30/\sqrt{25}} < -z_{.10} = -1.28$

$\bar{x} < 192.31$

$\beta = P(\bar{x} > 192.31 \quad \text{given} \quad \mu = 196) = P\left(\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \dfrac{192.31-196}{30/\sqrt{25}}\right) = P(z > -.62) = 1 - .2676$

$= .7324$

b. Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_\alpha$

$\dfrac{\bar{x}-200}{30/\sqrt{100}} < -z_{.10} = -1.28$

$\bar{x} < 196.16$

$\beta = P(\bar{x} > 196.16 \quad \text{given} \quad \mu = 196) = P\left(\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \dfrac{196.16-196}{30/\sqrt{100}}\right) = P(z > .05) = 1 - .5199$

$= .4801$

c. β decreases.

11.43 a. 給定$\mu = 310$，為下列的假設檢定決定 β：

H_0：$\mu = 300$

H_1：$\mu > 300$

統計實作人員知道母體標準差是50，顯著水準是5%，且樣本大小是 81。

b. 以$n = 36$，重做(a) 小題。

c. 描述減少 n 時對 β 的影響。

a. Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha$

$\dfrac{\bar{x}-300}{50/\sqrt{81}} > z_{.05} = 1.645$

$\bar{x} > 309.14$

$\beta = P(\bar{x} < 309.14 \quad \text{given} \quad \mu = 310) = P\left(\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \dfrac{309.14-310}{50/\sqrt{81}}\right) = P(z < -.15) = .4404$

b. Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > z_\alpha$

$\dfrac{\bar{x}-300}{50/\sqrt{36}} > z_{.05} = 1.645$

$\bar{x} > 313.71$

$\beta = P(\bar{x} < 313.71 \quad \text{given} \quad \mu = 310) = P\left(\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \dfrac{313.71-310}{50/\sqrt{36}}\right) = P(z < .45) = .6736$

c. β increases.

11.50 一所學校的校務管理者認為，每一年學生缺席的平均天數是少於10 天。從過去的經驗，他知道母體標準差為3 天。進行測試以確定其想法是否為真，他可以使用下列的方案之一：

i. $n = 100$，$\sigma = .01$

ii. $n = 75$，$\sigma = .05$

iii. $n = 50$，$\sigma = .10$

給予真正的母體平均為 9 天，哪一個方案有最低犯型 II 錯誤的機率？

i Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x}-10}{3/\sqrt{100}} < -z_{.01} = -2.33$$

$$\bar{x} < 9.30$$

$$\beta = P(\bar{x} > 9.30 \quad \text{given} \quad \mu = 9) = P\left(\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{9.30-9}{3/\sqrt{100}}\right) = P(z > 1) = 1 - .8413 = .1587$$

ii Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x}-10}{3/\sqrt{75}} < -z_{.05} = -1.645$$

$$\bar{x} < 9.43$$

$$\beta = P(\bar{x} > 9.43 \quad \text{given} \quad \mu = 9) = P\left(\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{9.43-9}{3/\sqrt{75}}\right) = P(z > 1.24) = 1 - .8925 = .1075$$

iii Rejection region: $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} < -z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x}-10}{3/\sqrt{50}} < -z_{.10} = -1.28$$

$$\bar{x} < 9.46$$

$$\beta = P(\bar{x} > 9.46 \quad \text{given} \quad \mu = 9) = P\left(\frac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} > \frac{9.46-9}{3/\sqrt{50}}\right) = P(z > 1.08) = 1 - .8599 = .1401$$

Plan ii has the lowest probability of a type II error.