

## 11-2 節

**11.24 Xr11-36** 一位商學院的學生宣稱每位MBA 學生每週平均必須準備超過5 件個案。為了檢定這項宣稱，一位統計學教授詢問一個10 位MBA 學生的隨機樣本，他們每週準備個案的件數。結果顯示於下。假設個案件數服從常態分配，標準差為1.5，以5%的顯著水準，這位教授是否可以得出此項宣稱為真？

2 7 4 8 9 5 11 3 7 4

$$H_0 : \mu = 5$$

$$H_1 : \mu > 5$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{6 - 5}{1.5 / \sqrt{10}} = 2.11$$

$$p\text{-value} = P(Z > 2.11) = 1 - .9826 = .0174$$

There is enough evidence to infer that the mean is greater than 5 cases.

**11.25 Xr11-37** 抽樣 18 位年輕成年男子 (20-30 歲) 的隨機樣本。他們每一個人 被詢問每天花幾分鐘看電視的體育節目。他們的回應被列於此。已知  $\sigma=10$ ，檢定以確定在 5% 的顯著水準是否有足夠的統計證據來推論，年輕的成年男子每天看體育電視的平均時間數超過 50 分鐘。

50 48 65 74 66 37 45 68 64  
65 58 55 52 63 59 57 74 65

$$H_0 : \mu = 50$$

$$H_1 : \mu > 50$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{59.17 - 50}{10 / \sqrt{18}} = 3.89$$

$$p\text{-value} = P(Z > 3.89) = 0$$

There is enough evidence to infer that the mean is greater than 50 minutes.

**11.26 Xr11-39** 抽取 12 位大學二年級選修商業統計課學生的隨機樣本。課程結束 時，每位學生被詢問他或她花多少小時寫統計作業。資料被列於此。已知其母體標準差  $\sigma=8.0$ 。教師建議學生每週投入 3 小時，在一學期為期 12 週的期間，共計 36 小時。檢定以確定是否有證據顯示，學生平均所花的時間少於推薦的時數。計算檢定的  $p$ -值。

31 40 26 30 36 38  
29 40 38 30 35 38

$$H_0 : \mu = 36$$

$$H_1 : \mu < 36$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{34.25 - 36}{8 / \sqrt{12}} = -.76$$

$$p\text{-value} = P(Z < -.76) = .2236$$

There is not enough evidence to infer that the average student spent less time than recommended.

**11.27** **Xr11-41** 生產滾珠軸承的機器被設定成平均直徑為 .50 吋。對 10 個滾珠 軸承的樣本進行測定，結果列於此。 假設標準差為 .05 吋，以 5% 的顯著 水準，我們是否可以得出平均直徑不是 .50 吋的結論？

.48 .50 .49 .52 .53

.48 .49 .47 .46 .51

$$H_0 : \mu = .50$$

$$H_1 : \mu \neq .50$$

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{.493 - .50}{.05 / \sqrt{10}} = -.44$$

$$p\text{-value} = 2P(Z < -.44) = 2(.3300) = .6600$$

There is not enough evidence to infer that the mean diameter is not .50 inch.

### 11-3 節

**11.39** 一位統計實作人員想要以  $\sigma = 20$  與  $n = 100$  來檢定下列的假設：

$$H_0: \mu = 100$$

$$H_1: \mu > 100$$

a. 使用  $\alpha = .10$ ，當  $\mu = 102$  時，找出型II 錯誤的機率。

b. 以  $\alpha = .02$ ，重做(a) 小題。

c. 描述減少  $\alpha$  時對  $\beta$  的影響。

a. Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x} - 100}{20 / \sqrt{100}} > z_{.10} = 1.28$$

$$\bar{x} > 102.56$$

$$\beta = P(\bar{x} < 102.56 \text{ given } \mu = 102) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < \frac{102.56 - 102}{20 / \sqrt{100}}\right) = P(z < .28) = .6103$$

b. Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x} - 100}{20 / \sqrt{100}} > z_{.02} = 2.05$$

$$\bar{x} > 104.1$$

$$\beta = P(\bar{x} < 104.1 \text{ given } \mu = 102) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < \frac{104.1 - 102}{20 / \sqrt{100}}\right) = P(z < 1.05) = .8531$$

c.  $\beta$  increases.

**11.40** a. 當  $\mu = 37$ ，找出下列假設檢定的型II 錯誤之機率。

$$H_0: \mu = 40$$

$$H_1: \mu < 40$$

顯著水準為5%，母體標準差是5，樣本大小是25。

b. 以  $\alpha = 15\%$ ，重做(a) 小題。

c. 描述增加  $\alpha$  時對  $\beta$  的影響

a. Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x} - 40}{5 / \sqrt{25}} < -z_{.05} = -1.645$$

$$\bar{x} < 38.36$$

$$\beta = P(\bar{x} > 38.36 \text{ given } \mu = 37) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{38.36 - 37}{5 / \sqrt{25}}\right) = P(z > 1.36) = 1 - .9131$$

$$= .0869$$

b. Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x} - 40}{5 / \sqrt{25}} < -z_{.15} = -1.04$$

$$\bar{x} < 38.96$$

$$\beta = P(\bar{x} > 38.96 \text{ given } \mu = 37) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{38.96 - 37}{5 / \sqrt{25}}\right) = P(z > 1.96) = 1 - .9750$$

$$= .0250$$

c.  $\beta$  decreases.

**11.42** a. 給定  $\mu = 196$ ，找出下列假設檢定的型II 錯誤之機率。

$$H_0: \mu = 200$$

$$H_1: \mu < 200$$

顯著水準為10%，母體標準差是30，樣本大小是25。

b. 以  $n = 100$ ，重做(a) 小題。

c. 描述增加  $n$  時對  $\beta$  的影響

a. Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_\alpha$

$$\frac{\bar{x} - 200}{30 / \sqrt{25}} < -z_{.10} = -1.28$$

$$\bar{x} < 192.31$$

$$\beta = P(\bar{x} > 192.31 \text{ given } \mu = 196) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{192.31 - 196}{30 / \sqrt{25}}\right) = P(z > -.62) = 1 - .2676$$
$$= .7324$$

b. Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_\alpha$

$$\frac{\bar{x} - 200}{30 / \sqrt{100}} < -z_{.10} = -1.28$$

$$\bar{x} < 196.16$$

$$\beta = P(\bar{x} > 196.16 \text{ given } \mu = 196) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{196.16 - 196}{30 / \sqrt{100}}\right) = P(z > .05) = 1 - .5199$$
$$= .4801$$

c.  $\beta$  decreases.

**11.43** a. 給定  $\mu = 310$ ，為下列的假設檢定決定  $\beta$ ：

$$H_0: \mu = 300$$

$$H_1: \mu > 300$$

統計實作人員知道母體標準差是50，顯著水準是5%，且樣本大小是 81。

b. 以  $n = 36$ ，重做(a) 小題。

c. 描述減少  $n$  時對  $\beta$  的影響。

a. Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > z_\alpha$

$$\frac{\bar{x} - 300}{50 / \sqrt{81}} > z_{.05} = 1.645$$

$$\bar{x} > 309.14$$

$$\beta = P(\bar{x} < 309.14 \text{ given } \mu = 310) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < \frac{309.14 - 310}{50 / \sqrt{81}}\right) = P(z < -.15) = .4404$$

b. Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > z_\alpha$

$$\frac{\bar{x} - 300}{50 / \sqrt{36}} > z_{.05} = 1.645$$

$$\bar{x} > 313.71$$

$$\beta = P(\bar{x} < 313.71 \text{ given } \mu = 310) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < \frac{313.71 - 310}{50 / \sqrt{36}}\right) = P(z < .45) = .6736$$

c.  $\beta$  increases.

**11.50** 一所學校的校務管理者認為，每一年學生缺席的平均天數是少於10 天。從過去的經驗，他知道母體標準差為3 天。進行測試以確定其想法是否為真，他可以使用下列的方案之一：

i.  $n = 100$  ,  $\sigma = .01$

ii.  $n = 75$  ,  $\sigma = .05$

iii.  $n = 50$  ,  $\sigma = .10$

給予真正的母體平均為 9 天，哪一個方案有最低犯型 II 錯誤的機率？

i Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x} - 10}{3 / \sqrt{100}} < -z_{.01} = -2.33$$

$$\bar{x} < 9.30$$

$$\beta = P(\bar{x} > 9.30 \text{ given } \mu = 9) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{9.30 - 9}{3 / \sqrt{100}}\right) = P(z > 1) = 1 - .8413 = .1587$$

ii Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x} - 10}{3 / \sqrt{75}} < -z_{.05} = -1.645$$

$$\bar{x} < 9.43$$

$$\beta = P(\bar{x} > 9.43 \text{ given } \mu = 9) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{9.43 - 9}{3 / \sqrt{75}}\right) = P(z > 1.24) = 1 - .8925 = .1075$$

iii Rejection region:  $\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} < -z_{\alpha}$

$$\frac{\bar{x} - 10}{3 / \sqrt{50}} < -z_{.10} = -1.28$$

$$\bar{x} < 9.46$$

$$\beta = P(\bar{x} > 9.46 \text{ given } \mu = 9) = P\left(\frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} > \frac{9.46 - 9}{3 / \sqrt{50}}\right) = P(z > 1.08) = 1 - .8599 = .1401$$

Plan ii has the lowest probability of a type II error.