

樣本變異數計算公式：

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n} \right]$$

12-1 節

12.9 Xr12-23 快遞服務做廣告，它的本地交貨時間平均少於6小時。記錄送貨到整個市中心各處地址的12次隨機樣本。這些資料顯示於此。在5%顯著水準，是否有足夠的證據支持快遞的廣告？

3.03 6.33 6.50 5.22 3.56 6.76 7.98 4.82 7.96 4.54 5.09 6.46

$$H_0: \mu = 6$$

$$H_1: \mu < 6$$

Rejection region: $t < -t_{\alpha, n-1} = -t_{.05, 11} = -1.796$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{5.69 - 6}{1.58 / \sqrt{12}} = -.68, \text{p-value} = .2554.$$

There is not enough evidence to support the courier's advertisement.

12.10 Xr12-25 一位減肥醫生聲稱，北美人平均超重多20磅。為了檢驗他的宣稱，選取20位北美人的隨機樣本，計算他們的實際和理想重量之間的差值。這些資料全都列於此處。這些資料是否能夠讓我們推論在5%顯著水準醫生的宣稱為真？

16 23 18 41 22 18 23 19 22 15
18 35 16 15 17 19 23 15 16 26

$$H_0: \mu = 20$$

$$H_1: \mu > 20$$

Rejection region: $t > t_{\alpha, n-1} = t_{.05, 19} = 1.729$

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} = \frac{20.85 - 20}{6.76 / \sqrt{20}} = .56, \text{p-value} = .2902. \text{ There is not enough evidence to support the doctor's claim.}$$

12.11 Xr12-27 一位停車場控制人員正在分析停車計時器剩餘的時間。對15 輛剛剛離開他們的收費停車位的汽車進行快速調查，產生下列的時間(以分鐘為單位)。以95% 信心估計這個城市所有停車計時器的平均剩餘時間。

22 15 1 14 0 9 17 31
18 26 23 15 33 28 20

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} s / \sqrt{n} = 18.13 \pm 2.145(9.75/\sqrt{15}) = 18.13 \pm 5.40 ; \text{LCL} = 12.73, \text{UCL} = 23.53$$

12.12 Xr12-29 大多數數位相機的擁有者將照片儲存在相機上。有些人會將這些數位照片下載至電腦或使用自己的印表機或商用印表機列印出來。一家影片處理公司想知道有多少照片是儲存在電腦中。隨機抽選10 位數位相機用戶，產生這裡提供的資料。以95% 信心估計儲存在數位相機中照片的平均數。

25 6 22 26 31 18 13 20 14 2

$$\bar{x} \pm t_{\alpha/2} s / \sqrt{n} = 17.70 \pm 2.262(9.08/\sqrt{10}) = 17.70 \pm 6.49 ; \text{LCL} = 11.21, \text{UCL} = 24.19$$

12-2 節

12.27 Xr12-73 一個原本應該為1 磅重盒裝穀類食品的隨機樣本，重量如下。以90% 信心估計盒裝穀類食品重量的母體變異數。

1.05 1.03 .98 1.00 .99 .97 1.01 .96

$$\text{LCL} = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{\alpha/2, n-1}^2} = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{.05, 7}^2} = \frac{(8-1)(.00093)}{14.1} = .00046,$$

$$\text{UCL} = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{1-\alpha/2, n-1}^2} = \frac{(n-1)s^2}{\chi_{.95, 7}^2} = \frac{(8-1)(.00093)}{2.17} = .00300$$

12.28 Xr12-74 教學多年之後，一位統計學教授計算她期末考成績的變異數，發現是 $s^2 = 250$ 。她最近對期末考做了一些改變，並懷疑是否會導致變異數的減小。一個當年期末考成績的樣本如下。該教授能否推論在10% 的顯著水準下變異數已經減小？

57 92 99 73 62 64 75 70 88 60

$$H_0: \sigma^2 = 250$$

$$H_1: \sigma^2 < 250$$

$$\text{Rejection region: } \chi^2 < \chi_{1-\alpha, n-1}^2 = \chi_{.90, 9}^2 = 4.17$$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(10-1)(210.22)}{250} = 7.57, \text{p-value} = .4218.$$

There is not enough evidence to infer that the population variance has decreased.

12.29 Xr12-75 隨著汽油價格的上漲，駕駛人愈來愈關心其汽車耗油量的問題。

過去5年，一位駕駛人追蹤且記錄他汽車的油量哩程數，發現每次加滿油的行駛哩程變異數是 $s^2 = 23 \text{ mpg}^2$ (每加侖的平方哩程數)。目前他的汽車車齡是5年，他想要知道每加侖哩程的變異性是否有所改變。他記錄了前8次加滿油的每加侖哩程數，列出如下。執行一項檢定以推論在10%的顯著水準該變異數是否已經改變。

28 25 29 25 32 36 27 24

$$H_0: \sigma^2 = 23$$

$$H_1: \sigma^2 \neq 23$$

Rejection region: $\chi^2 < \chi^2_{1-\alpha/2, n-1} = \chi^2_{.95, 7} = 2.17$ or $\chi^2 > \chi^2_{\alpha/2, n-1} = \chi^2_{.05, 7} = 14.1$

$$\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2} = \frac{(8-1)(16.50)}{23} = 5.02, \text{p-value} = .6854.$$

There is not enough evidence to infer that the population variance has changed.

12.30 Xr12-76 在年度健康檢查，醫師依照慣例送病人到醫學實驗室進行各種檢驗。有一種檢驗可測量病人血液中膽固醇的水準。然而，不是所有的檢驗都以同樣的方式執行。為了獲得更多的資料，一名男子被送往10個實驗室，在每一個實驗室測量他的膽固醇水準。結果列在下方，以95%信心估計這些測量的變異數。

188 193 186 184 190 195 187 190 192 196

$$\text{LCL} = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{\alpha/2, n-1}} = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{.025, 9}} = \frac{(10-1)(15.43)}{19.0} = 7.31$$

$$\text{UCL} = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{1-\alpha/2, n-1}} = \frac{(n-1)s^2}{\chi^2_{.975, 9}} = \frac{(10-1)(15.43)}{2.70} = 51.43$$

12-3 節

12.35 以90%的信心決定估計一個母體比例誤差在.03之內所需要的樣本大小，假設你不知道樣本比例的近似值。

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{B} \right)^2 = \left(\frac{1.645 \sqrt{.5(1-.5)}}{.03} \right)^2 = 752$$

12.38 假設你知道樣本比例將不會小於.75，重做練習題12.35。

$$n = \left(\frac{z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}}{B} \right)^2 = \left(\frac{1.645 \sqrt{.75(1-.75)}}{.03} \right)^2 = 564$$

12.42 CEO 們有什麼樣的教育背景？在一項調查中，大型和中型企業的344 位 CEO 被問及是否擁有MBA 學位。共97 位有此學位。以95% 的信心估計中型和大型公司所有CEO 擁有MBA 學位的比例。

$$\hat{p} = 97/344 = .28$$

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} = .28 \pm 1.96 \sqrt{.28(1-.28)/344} = .28 \pm .0474; \text{LCL} = .2326, \text{UCL} = .3274$$

12.43 GO 運輸系統的公車和通勤列車執行榮譽系統。預期搭火車的旅客在他們上車之前購買車票。在火車上只有少數人會被檢查，看他們是否購買車票。假設選取400 位旅客隨機樣本，其中68 位沒有購買車票。以95% 的信心估計所有列車旅客中沒有購買車票的比例。

$$\hat{p} = 68/400 = .17$$

$$\hat{p} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})/n} = .17 \pm 1.96 \sqrt{.17(1-.17)/400} = .17 \pm .0368; \text{LCL} = .1332, \text{UCL} = .2068$$

12.44 參考練習題 12.43。假設每年有 100 萬旅客，並且票價為\$3.00。以 95% 的信心估計每年損失的收入金額。

$$\text{LCL} = .1332(1,000,000)(3.00) = \$399,600, \text{UCL} = .2068(1,000,000)(3.00) = \$620,400$$