8.1 節

8.4 一位學生完成統計測驗所花的時間是介於30 與60 分鐘之間的均勻分配。隨機選取一位學生，求出下列事件的機率。

a. 學生需要多於55 分鐘的時間以完成測驗。

b. 學生完成測驗的時間介於30 與40 分鐘之間。

c. 學生完成測驗的時間剛好是37.23 分鐘。

8.4 $f(x) = \frac{1}{(60-30)} = \frac{1}{30}$ $30 < x < 60$

a. $P(X > 55) = (60-55)\frac{1}{30} = .1667$

b. $P(30 < X < 40) = (40-30)\frac{1}{30} = .3333$

c. $P(X = 37.23) = 0$

8.5 參考練習題8.4。教授想要獎勵(加分) 那些花最少時間完成測驗的四分之一學生。他應該使用什麼完成時間做為加分獎勵的切點？

8.5 $\frac{1}{4} \times (60-30) = 7.5$; The first quartile = 30 + 7.5 = 37.5 minutes

8.6 根據練習題8.4。教授想要追蹤(並且幫助) 那些完成時間在前最長10% 的學生。他應該使用什麼完成時間為標準？

8.6 $.10 \times (60-30) = 3$; The top decile = 60–3 = 57 minutes

8.10 下列的密度函數描述隨機變數X。

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{25} & 0 < x < 5 \\ \\ \dfrac{10-x}{25} & 5 < x < 10 \end{cases}$$

a. 繪製密度函數。

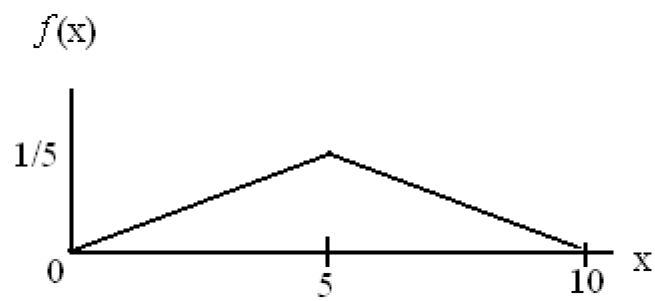
b. 求出 X 落在 1 和 3 之間的機率。

c. X 落在 4 和 8 之間的機率為何？

d. 計算 X 小於 7 的機率。

e. 計算 X 大於 3 的機率。

8.10a.



b. P(1 < X < 3) = P(X < 3) – P(X < 1) = $\frac{1}{2}\times\frac{3}{25}\times(3-0)-\frac{1}{2}\times\frac{1}{25}\times(1-0)$ = .18 – .02 = .16

c. P(4 < X < 8) = P(4 < X < 5) + P(5 < X < 8)

P(4 < X < 5)= P(X < 5) – P(X <4) = $\frac{1}{2}\times\frac{5}{25}\times(5-0)-\frac{1}{2}\times\frac{4}{25}\times(4-0)$ = .5 – .32 = .18

P(5 < X < 8) = P(X > 5) – P(X > 8) = $\frac{1}{2}\times\frac{5}{25}\times(10-5)-\frac{1}{2}\times\frac{2}{25}\times(10-8)$ = .5 – .08 = .42

P(4 < X < 8) = .18 + .42 = .60

d. P(X < 7) = 1 – P(X > 7)

P(X > 7) = $\frac{1}{2}\times\frac{3}{25}\times(10-7)$ = .18

P(X < 7) = 1 – .18 = .82

e. P(X > 3) = 1 – P(X < 3)

P(X < 3) = $\frac{1}{2}\times\frac{3}{25}\times(3-0)$ = .18

P(X > 3) = 1 – .18 = .82

8.12 下列的密度函數描述隨機變數 X。

$f(x) = .2x \quad 0 < x < 2$

$\quad = .4 \quad 2 < x < 3.5$

a. 確認它是一個密度函數

b .繪製這項函數

c. 求出 X 小於 2 的機率。

d. 求出 X 小於 32 的機率。

d. X 落在 1 和 2.5 之間的機率為何？

8.12 c P(X < 2) = .4(2-0)/2 = .40

d P(X < 3) = P(0 < X < 2) + P(2 < X < 3) = .40 + .40(3-2) = .80

e P(1 < X < 2) = P(0 < X < 2) – P(0 < X < 1) = .4(2-0)/2 - .2(1-0)/2 = .30

P(1 < X < 2.5) = P(1 < X < 2) + P(2 < X < 2.5) = .30 + .4(2.5-2) = .50

8.2 節

8.15 $P(Z < -1.80)$

8.15 $P(Z < -1.80) = .0359$

8.16 $P(-1.30 < Z < .70)$

8.16 $P(-1.30 < Z < 0.70) = P(Z < 0.70) - P(Z < -1.30) = .7580 - .0968 = .6612$

8.17 $P(Z > -1.24)$

8.17 $P(Z > -1.24) = 1 - P(Z < -1.24) = 1 - .1075 = .8925$

8.25 求出$z_{.065}$

8.25 $P(Z < z_{.065}) = 1 - .065 = .9350$; $z_{.065} = 1.51$

8.36 大學院校學生每晚平均睡眠時間是7.2小時，標準差是40 分鐘。如果睡眠量服從常態分配，大學院校學生睡眠超過8 小時的機率為何？

8.36 $P(X > 8) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{8-7.2}{.667}\right) = P(Z > 1.20) = 1 - P(Z < 1.20) = 1 - .8849 = .1151$

8.37 參考練習題8.36。求出僅有 25% 的大學生會超過的睡眠時數。

8.37 $P(Z < z_{.25}) = .7500$; $z_{.25} = .67$; $z_{.25} = \frac{x-\mu}{\sigma}$; $.67 = \frac{x-7.2}{.667}$; $x = 7.65$ hours

8.38 雷射印表機在更換碳粉匣之前列印的頁數通常是平均數為11,500 頁以及標準差為800 頁的常態分配。才剛安裝一個新的碳粉匣。

a. 在碳粉匣必須更換之前，印表機產生超過12,000 頁的機率是多少？

b. 印表機生產少於10,000 頁的機率是多少？

8.38 a $P(X > 12{,}000) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{12{,}000-11{,}500}{800}\right) = P(Z > .63) = 1 - P(Z < .63) = 1 - .7357$

$= .2643$

b $P(X < 10{,}000) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{10{,}000-11{,}500}{800}\right) = P(Z < -1.88) = .0301$

8.39 參考練習題 8.38。製造商希望為潛在的客戶提供一個參考，告訴他們可從每個碳粉匣期望產生的最少頁數。如果公司想要99% 是正確的，廣告應該宣稱多少頁？

8.39 $P(Z < -z_{.01}) = .0100$; $-z_{.01} = -2.33$; $-z_{.01} = \frac{x-\mu}{\sigma}$; $-2.33 = \frac{x-11{,}500}{800}$; $x = 9{,}636$

8.40 鹼性電池製造商以他們的產品在相機和玩具持續時數的基礎上競爭。電池製造商觀察到，使用在一個玩具賽車時，其電池平均可持續26 小時，且時間量服從2.5小時標準差的常態分配。

a. 電池持續量介於24 小時和28 小時之間的機率為何？

b. 電池持續量超過28 小時的機率為何？

c. 電池持續量低於24 小時的機率為何？

8.40 a $P(24 < X < 28) = P\left(\frac{24-26}{2.5} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{28-26}{2.5}\right) = P(-.80 < Z < .80)$

$= P(Z < .80) - P(Z < -.80) = .7881 - .2119 = .5762$

b $P(X > 28) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > \frac{28-26}{2.5}\right) = P(Z > .80) = 1 - P(Z < .80) = 1 - .7881 = .2119$

c $P(X < 24) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{24-26}{2.5}\right) = P(Z < -.80) = .2119$

8.41 據說病毒感冒患者會經歷7天的症狀。然而，時間量實際上是一個常態分配的隨機變數，其平均值為7.5 天，其標準差為1.2 天。

a. 一位感冒患者會經歷少於 4 天症狀的機率為何？

b. 一位感冒患者會經歷 7 天至 10 天之間感冒症狀的機率為何？

8.41 a $P(X < 4) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{4-7.5}{1.2}\right) = P(Z < -2.92) = .0018$

b $P(7 < X < 10) = P\left(\frac{7-7.5}{1.2} < \frac{X-\mu}{\sigma} < \frac{10-7.5}{1.2}\right) = P(-.42 < Z < 2.08)$

$= P(Z < 2.08) - P(Z < -.42) = .9812 - .3372 = .6440$

8.3 節

8.49 X 是一具有$\lambda = .3$ 的指數隨機變數。求出下列的機率。

a. $P(X > 2)$

b. $P(X < 4)$

c. $P(1 < X < 2)$

d. $P(X = 3)$

8.49 a $P(X > 2) = e^{-.3(2)} = e^{-.6} = .5488$

b $P(X < 4) = 1 - e^{-.3(4)} = 1 - e^{-1.2} = 1 - .3012 = .6988$

c $P(1 < X < 2) = e^{-.3(1)} - e^{-.3(2)} = e^{-.3} - e^{-.6} = .7408 - .5488 = .1920$

d $P(X = 3) = 0$

8.50 老舊機器故障的間隔時間已知服從一個具有平均數25 小時的指數分配。這部機器剛被修復過。決定從現在起到下一次發生故障超過50小時的機率。

8.50 $\mu = 1/\lambda = 25$ hours; $\lambda = .04$ breakdowns/hour

$P(X > 50) = e^{-.04(50)} = e^{-2} = .1353$

8.52 在紐約州的高速公路收費亭經常堵塞，因為有大量的汽車在等待付錢。一名在州政府工作的顧問斷定如果測量服務時間是從一輛車停車排隊直到離開，則服務時間服從指數分配，平均值為2.7 分鐘。能夠以不到3 分鐘的時間通過收費亭的機率為何？

8.52 $\mu = 1/\lambda = 2.7$ minutes; $\lambda = .37$ service/minute

$P(X < 3) = 1 - e^{-.37(3)} = 1 - e^{-1.11} = 1 - .3296 = .6704$

8.53 因為自動銀行機(ABM) 的顧客可以執行多項交易作業，完成這些交易的時間很有可能是變數。一個銀行顧問指出，交易時間呈平均值為125 秒的指數分配。客戶以超過三分鐘的時間執行交易作業的機率為何？

8.53 $\mu = 1/\lambda = 125$ seconds; $\lambda = .008$ transactions/second = .48 transactions/minute

$P(X > 3) = e^{-.48(3)} = e^{-1.44} = .2369$

8.4 節

8.56 使用t 表(附錄表4) 找出下列的t 值。

a. $t_{.005,33}$ b. $t_{.10,600}$ c. $t_{.05,4}$ d. $t_{.01,20}$

8.56 a 2.750 b 1.282 c 2.132 d 2.528

8.60 使用$\chi2$表 (附錄表5)找出下列的$\chi2$值。

a. $\chi2_{.90,26}$ b. $\chi2_{.01,30}$ c. $\chi2_{.10,1}$ d. $\chi2_{.99,80}$

8.60 a 17.3 b 50.9 c 2.71 d 53.5

8.64 使用F表 (附錄表6)找出下列的F值。

a. $F_{.025,8,22}$ c. $F_{.01,9,18}$

b. $F_{.05,20,30}$ d. $F_{.025,24,10}$

8.64 a 2.84 b 1.93 c 3.60 d 3.37