

一、自製程中取樣得下表：

期間	觀察值	期間	觀察值	期間	觀察值
1	9.21	11	8.53	21	12.31
2	9.35	12	9.48	22	10.54
3	10.51	13	10.24	23	11.38
4	10.04	14	10.95	24	11.79
5	8.56	15	11.26	25	12.34
6	9.27	16	8.50	26	10.57
7	11.32	17	9.74	27	10.79
8	12.10	18	11.01	28	11.67
9	9.41	19	10.21	29	11.28
10	9.15	20	10.17	30	12.64

- (1) 已知品質特性目標值為 10.00，參考值 $K=0.50$ ，決策區間 $H=4.00$ 。試以累積和管制圖監控製程平均數的變化。
- (2) 已知品質特性目標值為 10.00，標準差為 1.0，平滑常數 $\lambda=0.2$ ，管制界限因子 $l=2.6$ 。試以指數加權移動平均數管制圖監控製程平均數的變化。
- (3) 已知品質特性目標值為 10.00，標準差為 0.80，參考值 $k=0.50$ ，決策區間 $h=5.00$ 。試以累積和管制圖監控製程平均數的變化。

(解答)

(1)

依公式(12-1)得

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (T + K) + C_{i-1}^+] = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (T - K) - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-]$$

其中 $C_0^+ = C_0^- = 0$

故

$$C_1^+ = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.21 - 10.50 + 0.00] = 0.00$$

$$C_1^- = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - 9.21 + 0.00] = 0.29$$

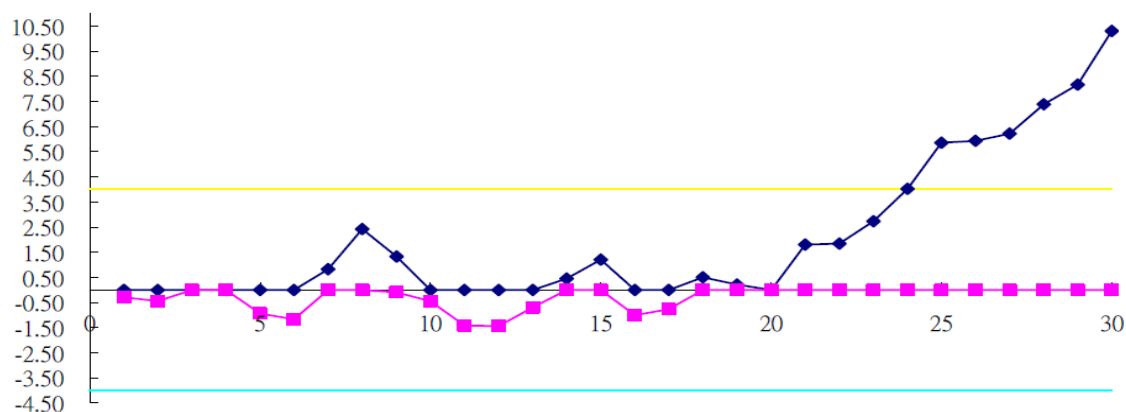
$$C_2^+ = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.35 - 10.50 + 0.00] = 0.00$$

$$C_2^- = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - 9.35 + 0.29] = 0.44$$

餘此類推，可得下表

期間	觀察值	單邊上累積和		單邊下累積和	
		$x_i - 10.5$	C_i^+	$9.5 - x_i$	C_i^-
1	9.21	-1.29	0.00	0.29	0.29
2	9.35	-1.15	0.00	0.15	0.44
3	10.51	0.01	0.01	-1.01	0.00
4	10.04	-0.46	0.00	-0.54	0.00
5	8.56	-1.94	0.00	0.94	0.94
6	9.27	-1.23	0.00	0.23	1.17
7	11.32	0.82	0.82	-1.82	0.00
8	12.10	1.60	2.42	-2.60	0.00
9	9.41	-1.09	1.33	0.09	0.09
10	9.15	-1.35	0.00	0.35	0.44
11	8.53	-1.97	0.00	0.97	1.41
12	9.48	-1.02	0.00	0.02	1.43
13	10.24	-0.26	0.00	-0.74	0.69
14	10.95	0.45	0.45	-1.45	0.00
15	11.26	0.76	1.21	-1.76	0.00
16	8.50	-2.00	0.00	1.00	1.00
17	9.74	-0.76	0.00	-0.24	0.76
18	11.01	0.51	0.51	-1.51	0.00
19	10.21	-0.29	0.22	-0.71	0.00
20	10.17	-0.33	0.00	-0.67	0.00
21	12.31	1.81	1.81	-2.81	0.00
22	10.54	0.04	1.85	-1.04	0.00
23	11.38	0.88	2.73	-1.88	0.00
24	11.79	1.29	4.02	-2.29	0.00
25	12.34	1.84	5.86	-2.84	0.00
26	10.57	0.07	5.93	-1.07	0.00
27	10.79	0.29	6.22	-1.29	0.00
28	11.67	1.17	7.39	-2.17	0.00
29	11.28	0.78	8.17	-1.78	0.00
30	12.64	2.14	10.31	-3.14	0.00

將上表繪成圖型如下



第 24 點超出決策區間。製程為向上偏移。製程約在第 20 期與第 21 期之間開始偏移。

(2)

7. 依公式(12-3)，得

$$UCL_i = T + l\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} [1 - (1-\lambda)^{2i}] = 10.00 + 2.6 \times 1.00 \times \sqrt{\frac{0.20}{(2-0.20)}} [1 - (1-0.20)^{2i}]$$

$$CL = T = 10.00$$

$$LCL_i = T - l\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} [1 - (1-\lambda)^{2i}] = 10.00 - 2.6 \times 1.00 \times \sqrt{\frac{0.20}{(2-0.20)}} [1 - (1-0.20)^{2i}]$$

故

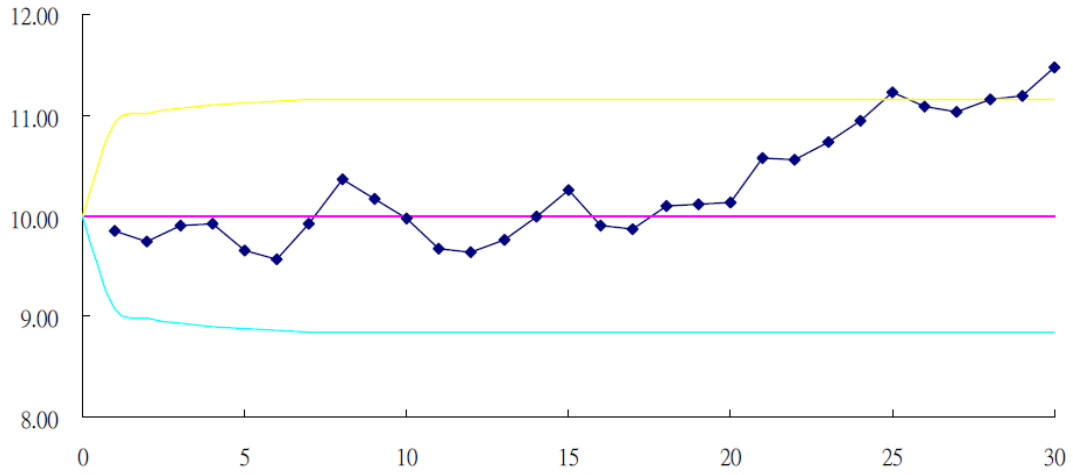
$$UCL_1 = 10.00 + 2.6 \times 1.00 \times \sqrt{\frac{0.20}{(2-0.20)}} [1 - (1-0.20)^{2 \times 1}] = 10.933$$

$$LCL_1 = 10.00 - 2.6 \times 1.00 \times \sqrt{\frac{0.20}{(2-0.20)}} [1 - (1-0.20)^{2 \times 1}] = 9.067$$

餘此類推，可得下表

期間	觀察值	預測值	UCL	LCL
1	9.21	9.84	10.933	9.067
2	9.35	9.74	11.022	8.978
3	10.51	9.90	11.075	8.925
4	10.04	9.93	11.107	8.893
5	8.56	9.65	11.128	8.872
6	9.27	9.58	11.140	8.860
7	11.32	9.92	11.148	8.852
8	12.10	10.36	11.154	8.846
9	9.41	10.17	11.157	8.843
10	9.15	9.97	11.159	8.841
11	8.53	9.68	11.160	8.840
12	9.48	9.64	11.161	8.839
13	10.24	9.76	11.162	8.838
14	10.95	10.00	11.162	8.838
15	11.26	10.25	11.162	8.838
16	8.50	9.90	11.162	8.838
17	9.74	9.87	11.163	8.837
18	11.01	10.10	11.163	8.837
19	10.21	10.12	11.163	8.837
20	10.17	10.13	11.163	8.837
21	12.31	10.57	11.163	8.837
22	10.54	10.56	11.163	8.837
23	11.38	10.72	11.163	8.837
24	11.79	10.94	11.163	8.837
25	12.34	11.22	11.163	8.837
26	10.57	11.09	11.163	8.837
27	10.79	11.03	11.163	8.837
28	11.67	11.16	11.163	8.837
29	11.28	11.18	11.163	8.837
30	12.64	11.47	11.163	8.837

將預測值與管制界限繪成下圖，可發現第 25 期出現警示。



(3)

8. 依公式(12-1)得

$$C_i^+ = \max \left[0, x_i - (T + K) + C_{i-1}^+ \right] = \max \left[0, x_i - 10.40 + C_{i-1}^+ \right]$$

$$C_i^- = \max \left[0, (T - K) - x_i + C_{i-1}^- \right] = \max \left[0, 9.60 - x_i + C_{i-1}^- \right]$$

其中 $C_0^+ = C_0^- = 0$

$$\text{故 } C_1^+ = \max \left[0, x_1 - 10.40 + C_{0}^+ \right] = \max \left[0, 9.21 - 10.40 + 0.00 \right] = 0.00$$

$$C_1^- = \max \left[0, 9.60 - x_1 + C_{0}^- \right] = \max \left[0, 9.60 - 9.21 + 0.00 \right] = 0.39$$

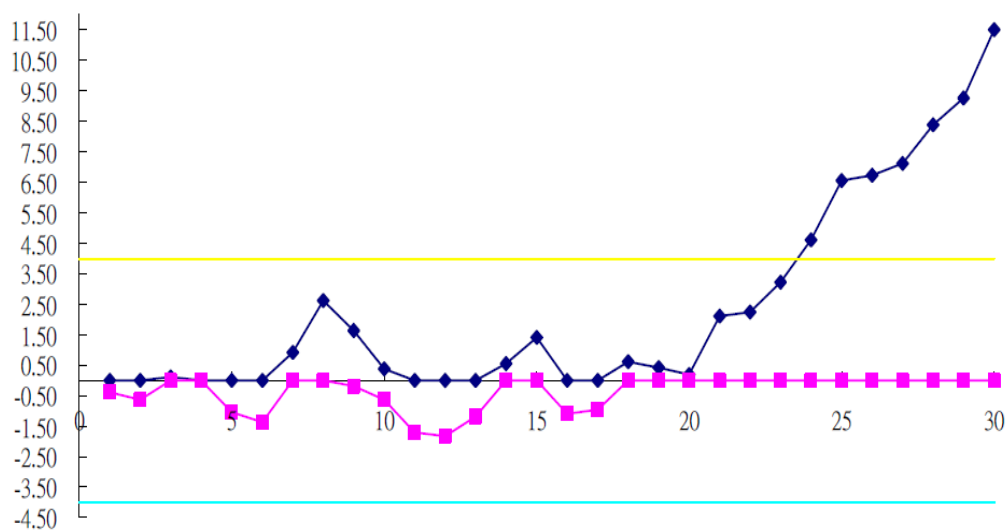
$$C_2^+ = \max \left[0, x_2 - 10.40 + C_{1}^+ \right] = \max \left[0, 9.35 - 10.40 + 0.00 \right] = 0.00$$

$$C_2^- = \max \left[0, 9.60 - x_2 + C_{1}^- \right] = \max \left[0, 9.60 - 9.35 + 0.39 \right] = 0.64$$

餘此類推，可得下表

期間	觀察值	單邊上累積和 $x_i - 10.4$	C_i^+	單邊下累積和 $9.6 - x_i$	C_i^-
1	9.21	-1.19	0.00	0.39	0.39
2	9.35	-1.05	0.00	0.25	0.64
3	10.51	0.11	0.11	-0.91	0.00
4	10.04	-0.36	0.00	-0.44	0.00
5	8.56	-1.84	0.00	1.04	1.04
6	9.27	-1.13	0.00	0.33	1.37
7	11.32	0.92	0.92	-1.72	0.00
8	12.10	1.70	2.62	-2.50	0.00
9	9.41	-0.99	1.63	0.19	0.19
10	9.15	-1.25	0.38	0.45	0.64
11	8.53	-1.87	0.00	1.07	1.71
12	9.48	-0.92	0.00	0.12	1.83
13	10.24	-0.16	0.00	-0.64	1.19
14	10.95	0.55	0.55	-1.35	0.00
15	11.26	0.86	1.41	-1.66	0.00
16	8.50	-1.90	0.00	1.10	1.10
17	9.74	-0.66	0.00	-0.14	0.96
18	11.01	0.61	0.61	-1.41	0.00
19	10.21	-0.19	0.42	-0.61	0.00
20	10.17	-0.23	0.19	-0.57	0.00
21	12.31	1.91	2.10	-2.71	0.00
22	10.54	0.14	2.24	-0.94	0.00
23	11.38	0.98	3.22	-1.78	0.00
24	11.79	1.39	4.61	-2.19	0.00
25	12.34	1.94	6.55	-2.74	0.00
26	10.57	0.17	6.72	-0.97	0.00
27	10.79	0.39	7.11	-1.19	0.00
28	11.67	1.27	8.38	-2.07	0.00
29	11.28	0.88	9.26	-1.68	0.00
30	12.64	2.24	11.50	-3.04	0.00

將上表繪成圖型如下



第 24 點超出決策區間。製程為向上偏移。製程約在第 20 期與第 21 期之間開始偏移。

二、自製程中取樣得下表：

期間	觀察值	期間	觀察值	期間	觀察值
1	9.21	11	8.53	21	8.76
2	9.35	12	9.48	22	8.04
3	10.51	13	10.24	23	9.18
4	10.04	14	10.95	24	8.24
5	8.56	15	11.26	25	9.25
6	9.27	16	8.50	26	8.56
7	11.32	17	9.74	27	7.85
8	12.10	18	11.01	28	8.02
9	9.41	19	10.21	29	8.24
10	9.15	20	9.51	30	9.02

- (1) 已知品質特性目標值為 10.00，參考值 $K=0.50$ ，決策區間 $H=4.00$ 。試以累積和管制圖監控製程平均數的變化。
- (2) 已知品質特性目標值為 10.00，標準差為 0.80，參考值 $k=0.50$ ，決策區間 $h=5.00$ 。試以累積和管制圖監控製程平均數的變化。
- (3) 已知品質特性目標值為 10.00，標準差為 0.50，平滑常數 $\lambda=0.25$ ，管制界限因子 $l=2.8$ 。試以指數加權移動平均數管制圖監控製程平均數的變化。

(解答)

(1)

12. 依公式(12-1)得

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (T + K) + C_{i-1}^+] = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (T - K) - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-]$$

其中 $C_0^+ = C_0^- = 0$

故

$$C_1^+ = \max[0, x_1 - 10.50 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.21 - 10.50 + 0.00] = 0.00$$

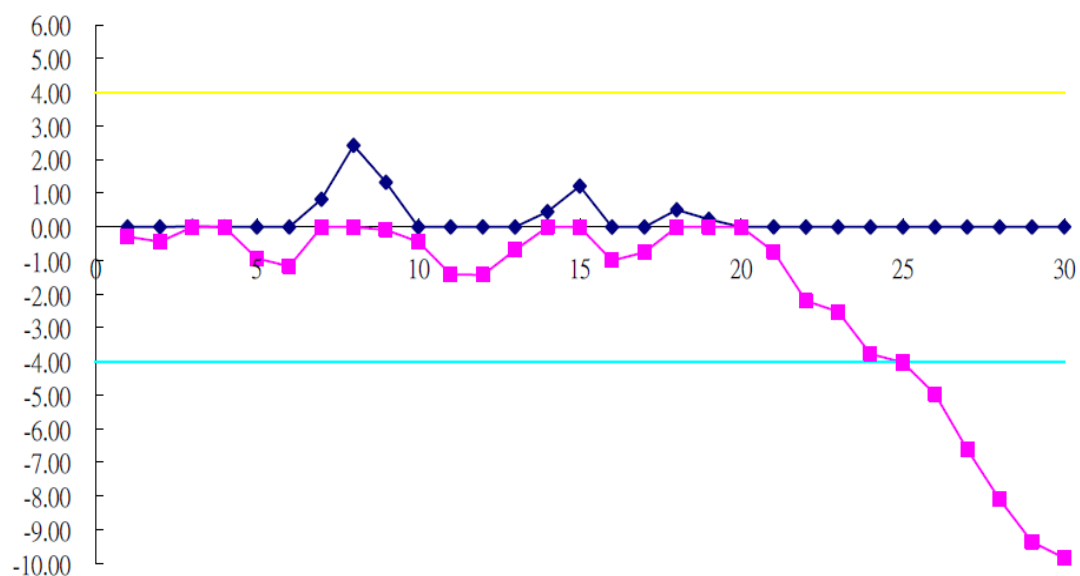
$$C_1^- = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - 9.21 + 0.00] = 0.29$$

$$C_2^+ = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.35 - 10.50 + 0.00] = 0.00$$

$$C_2^- = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - 9.35 + 0.29] = 0.44$$

餘此類推，可得下表與下圖

期間	觀察值	單邊上累積和		單邊下累積和	
		$x_i - 10.5$	C_i^+	$9.5 - x_i$	C_i^-
1	9.21	-1.29	0.00	0.29	0.29
2	9.35	-1.15	0.00	0.15	0.44
3	10.51	0.01	0.01	-1.01	0.00
4	10.04	-0.46	0.00	-0.54	0.00
5	8.56	-1.94	0.00	0.94	0.94
6	9.27	-1.23	0.00	0.23	1.17
7	11.32	0.82	0.82	-1.82	0.00
8	12.10	1.60	2.42	-2.60	0.00
9	9.41	-1.09	1.33	0.09	0.09
10	9.15	-1.35	0.00	0.35	0.44
11	8.53	-1.97	0.00	0.97	1.41
12	9.48	-1.02	0.00	0.02	1.43
13	10.24	-0.26	0.00	-0.74	0.69
14	10.95	0.45	0.45	-1.45	0.00
15	11.26	0.76	1.21	-1.76	0.00
16	8.50	-2.00	0.00	1.00	1.00
17	9.74	-0.76	0.00	-0.24	0.76
18	11.01	0.51	0.51	-1.51	0.00
19	10.21	-0.29	0.22	-0.71	0.00
20	9.51	-0.99	0.00	-0.01	0.00
21	8.76	-1.74	0.00	0.74	0.74
22	8.04	-2.46	0.00	1.46	2.20
23	9.18	-1.32	0.00	0.32	2.52
24	8.24	-2.26	0.00	1.26	3.78
25	9.25	-1.25	0.00	0.25	4.03
26	8.56	-1.94	0.00	0.94	4.97
27	7.85	-2.65	0.00	1.65	6.62
28	8.02	-2.48	0.00	1.48	8.10
29	8.24	-2.26	0.00	1.26	9.36
30	9.02	-1.48	0.00	0.48	9.84



第 25 點超出決策區間。製程為向下偏移。製程約在第 20 期與第 21 期之間開始偏移。

(2)

14. 依公式(12-1)得

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (T + K) + C_{i-1}^+] = \max[0, x_i - 10.40 + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (T - K) - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.60 - x_i + C_{i-1}^-]$$

其中 $C_0^+ = C_0^- = 0$

故

$$C_1^+ = \max[0, x_1 - 10.40 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.21 - 10.40 + 0.00] = 0.00$$

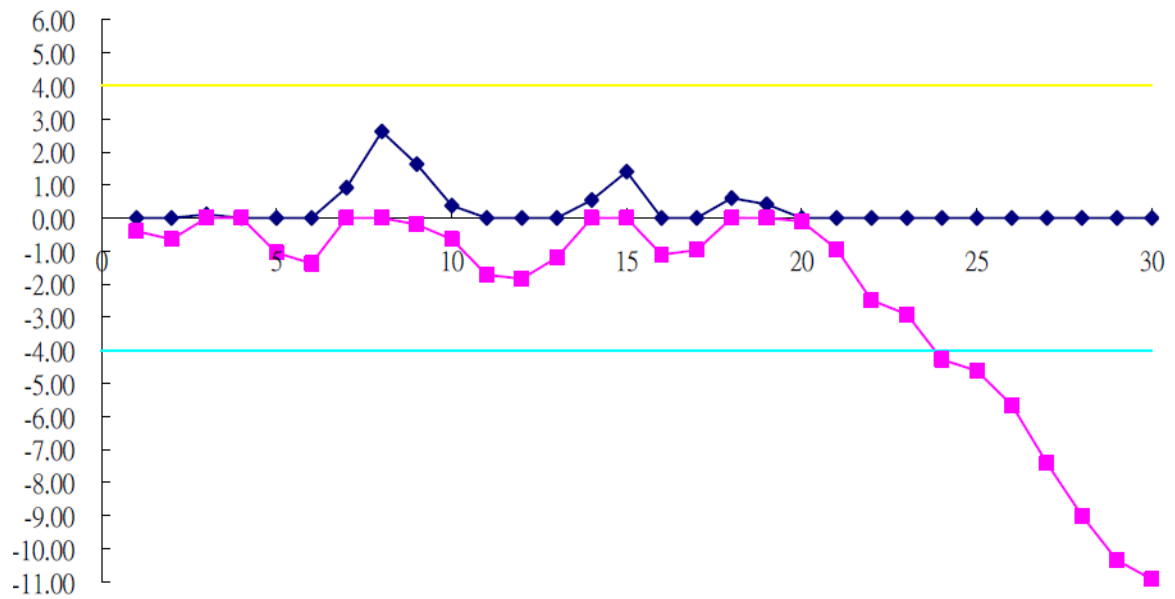
$$C_1^- = \max[0, 9.60 - x_1 + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.60 - 9.21 + 0.00] = 0.39$$

$$C_2^+ = \max[0, x_2 - 10.40 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.35 - 10.40 + 0.00] = 0.00$$

$$C_2^- = \max[0, 9.60 - x_2 + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.60 - 9.35 + 0.39] = 0.64$$

餘此類推，可得下表與下圖

期間	觀察值	單邊上累積和		單邊下累積和	
		$x_i - 10.4$	C_i^+	$9.6 - x_i$	C_i^-
1	9.21	-1.19	0.00	0.39	0.39
2	9.35	-1.05	0.00	0.25	0.64
3	10.51	0.11	0.11	-0.91	0.00
4	10.04	-0.36	0.00	-0.44	0.00
5	8.56	-1.84	0.00	1.04	1.04
6	9.27	-1.13	0.00	0.33	1.37
7	11.32	0.92	0.92	-1.72	0.00
8	12.10	1.70	2.62	-2.50	0.00
9	9.41	-0.99	1.63	0.19	0.19
10	9.15	-1.25	0.38	0.45	0.64
11	8.53	-1.87	0.00	1.07	1.71
12	9.48	-0.92	0.00	0.12	1.83
13	10.24	-0.16	0.00	-0.64	1.19
14	10.95	0.55	0.55	-1.35	0.00
15	11.26	0.86	1.41	-1.66	0.00
16	8.50	-1.90	0.00	1.10	1.10
17	9.74	-0.66	0.00	-0.14	0.96
18	11.01	0.61	0.61	-1.41	0.00
19	10.21	-0.19	0.42	-0.61	0.00
20	9.51	-0.89	0.00	0.09	0.09
21	8.76	-1.64	0.00	0.84	0.93
22	8.04	-2.36	0.00	1.56	2.49
23	9.18	-1.22	0.00	0.42	2.91
24	8.24	-2.16	0.00	1.36	4.27
25	9.25	-1.15	0.00	0.35	4.62
26	8.56	-1.84	0.00	1.04	5.66
27	7.85	-2.55	0.00	1.75	7.41
28	8.02	-2.38	0.00	1.58	8.99
29	8.24	-2.16	0.00	1.36	10.35
30	9.02	-1.38	0.00	0.58	10.93



第 24 點超出決策區間。製程為向下偏移。製程約在第 20 期與第 21 期之間開始偏移。

(3)

15. 依公式(12-3)，得

$$UCL_i = T + l\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} = 10.00 + 2.8 \times 0.50 \times \sqrt{\frac{0.25}{(2-0.25)} [1 - (1-0.25)^{2i}]}$$

$$CL = T = 10.00$$

$$LCL_i = T - l\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} = 10.00 - 2.8 \times 0.50 \times \sqrt{\frac{0.25}{(2-0.25)} [1 - (1-0.25)^{2i}]}$$

故

$$UCL_1 = 10.00 + 2.8 \times 0.50 \times \sqrt{\frac{0.25}{(2-0.25)} [1 - (1-0.25)^{2 \times 1}]} = 10.577$$

$$LCL_1 = 10.00 - 2.8 \times 0.50 \times \sqrt{\frac{0.25}{(2-0.25)} [1 - (1-0.25)^{2 \times 1}]} = 9.423$$

餘此類推，可得下表

期間	觀察值	預測值	<i>UCL</i>	<i>LCL</i>
1	9.21	9.80	10.577	9.423
2	9.35	9.69	10.634	9.366
3	10.51	9.89	10.663	9.337
4	10.04	9.93	10.680	9.320
5	8.56	9.59	10.689	9.311
6	9.27	9.51	10.694	9.306
7	11.32	9.96	10.696	9.304
8	12.10	10.50	10.698	9.302
9	9.41	10.22	10.699	9.301
10	9.15	9.96	10.699	9.301
11	8.53	9.60	10.700	9.300
12	9.48	9.57	10.700	9.300
13	10.24	9.74	10.700	9.300
14	10.95	10.04	10.700	9.300
15	11.26	10.35	10.700	9.300
16	8.50	9.88	10.700	9.300
17	9.74	9.85	10.700	9.300
18	11.01	10.14	10.700	9.300
19	10.21	10.16	10.700	9.300
20	9.51	9.99	10.700	9.300
21	8.76	9.69	10.700	9.300
22	8.04	9.27	10.700	9.300
23	9.18	9.25	10.700	9.300
24	8.24	9.00	10.700	9.300
25	9.25	9.06	10.700	9.300
26	8.56	8.94	10.700	9.300
27	7.85	8.66	10.700	9.300
28	8.02	8.50	10.700	9.300
29	8.24	8.44	10.700	9.300
30	9.02	8.58	10.700	9.300

將預測值與管制界限繪成下圖，可發現第 22 期出現警示。

