

一、自製程中取樣得下表：

期間	觀察值	期間	觀察值	期間	觀察值
1	9.21	11	8.53	21	12.31
2	9.35	12	9.48	22	10.54
3	10.51	13	10.24	23	11.38
4	10.04	14	10.95	24	11.79
5	8.56	15	11.26	25	12.34
6	9.27	16	8.50	26	10.57
7	11.32	17	9.74	27	10.79
8	12.10	18	11.01	28	11.67
9	9.41	19	10.21	29	11.28
10	9.15	20	10.17	30	12.64

- (1) 已知品質特性目標值為 10.00，參考值 $K=0.50$ ，決策區間 $H=4.00$ 。試以累積和管制圖監控製程平均數的變化。
- (2) 已知品質特性目標值為 10.00，標準差為 1.0，平滑常數 $\lambda=0.2$ ，管制界限因子 $l=2.6$ 。試以指數加權移動平均數管制圖監控製程平均數的變化。
- (3) 已知品質特性目標值為 10.00，標準差為 0.80，參考值 $k=0.50$ ，決策區間 $h=5.00$ 。試以累積和管制圖監控製程平均數的變化。

(解答)

(1)

依公式(12-1)得

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (T + K) + C_{i-1}^+] = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (T - K) - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-]$$

其中 $C_0^+ = C_0^- = 0$

故

$$C_1^+ = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.21 - 10.50 + 0.00] = 0.00$$

$$C_1^- = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - 9.21 + 0.00] = 0.29$$

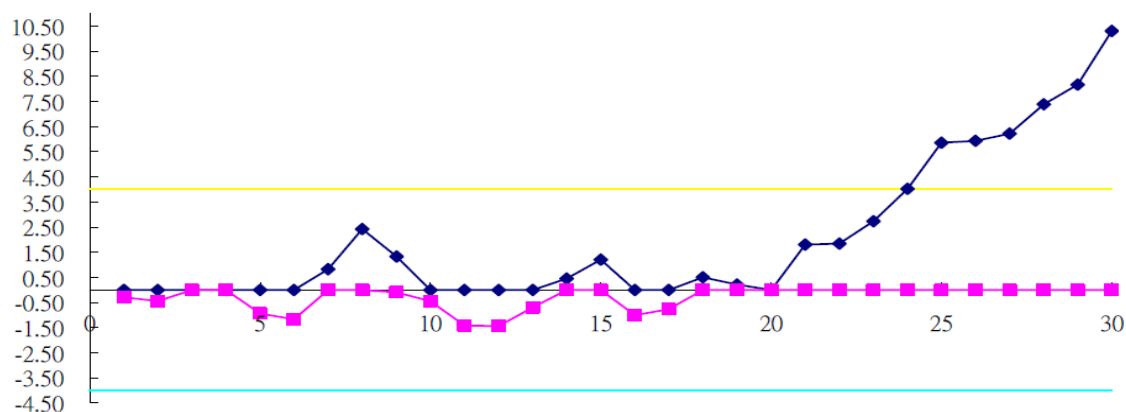
$$C_2^+ = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.35 - 10.50 + 0.00] = 0.00$$

$$C_2^- = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - 9.35 + 0.29] = 0.44$$

餘此類推，可得下表

期間	觀察值	單邊上累積和		單邊下累積和	
		$x_i - 10.5$	C_i^+	$9.5 - x_i$	C_i^-
1	9.21	-1.29	0.00	0.29	0.29
2	9.35	-1.15	0.00	0.15	0.44
3	10.51	0.01	0.01	-1.01	0.00
4	10.04	-0.46	0.00	-0.54	0.00
5	8.56	-1.94	0.00	0.94	0.94
6	9.27	-1.23	0.00	0.23	1.17
7	11.32	0.82	0.82	-1.82	0.00
8	12.10	1.60	2.42	-2.60	0.00
9	9.41	-1.09	1.33	0.09	0.09
10	9.15	-1.35	0.00	0.35	0.44
11	8.53	-1.97	0.00	0.97	1.41
12	9.48	-1.02	0.00	0.02	1.43
13	10.24	-0.26	0.00	-0.74	0.69
14	10.95	0.45	0.45	-1.45	0.00
15	11.26	0.76	1.21	-1.76	0.00
16	8.50	-2.00	0.00	1.00	1.00
17	9.74	-0.76	0.00	-0.24	0.76
18	11.01	0.51	0.51	-1.51	0.00
19	10.21	-0.29	0.22	-0.71	0.00
20	10.17	-0.33	0.00	-0.67	0.00
21	12.31	1.81	1.81	-2.81	0.00
22	10.54	0.04	1.85	-1.04	0.00
23	11.38	0.88	2.73	-1.88	0.00
24	11.79	1.29	4.02	-2.29	0.00
25	12.34	1.84	5.86	-2.84	0.00
26	10.57	0.07	5.93	-1.07	0.00
27	10.79	0.29	6.22	-1.29	0.00
28	11.67	1.17	7.39	-2.17	0.00
29	11.28	0.78	8.17	-1.78	0.00
30	12.64	2.14	10.31	-3.14	0.00

將上表繪成圖型如下



第 24 點超出決策區間。製程為向上偏移。製程約在第 20 期與第 21 期之間開始偏移。

(2)

7. 依公式(12-3)，得

$$UCL_i = T + l\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} [1 - (1-\lambda)^{2i}] = 10.00 + 2.6 \times 1.00 \times \sqrt{\frac{0.20}{(2-0.20)}} [1 - (1-0.20)^{2i}]$$

$$CL = T = 10.00$$

$$LCL_i = T - l\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)}} [1 - (1-\lambda)^{2i}] = 10.00 - 2.6 \times 1.00 \times \sqrt{\frac{0.20}{(2-0.20)}} [1 - (1-0.20)^{2i}]$$

故

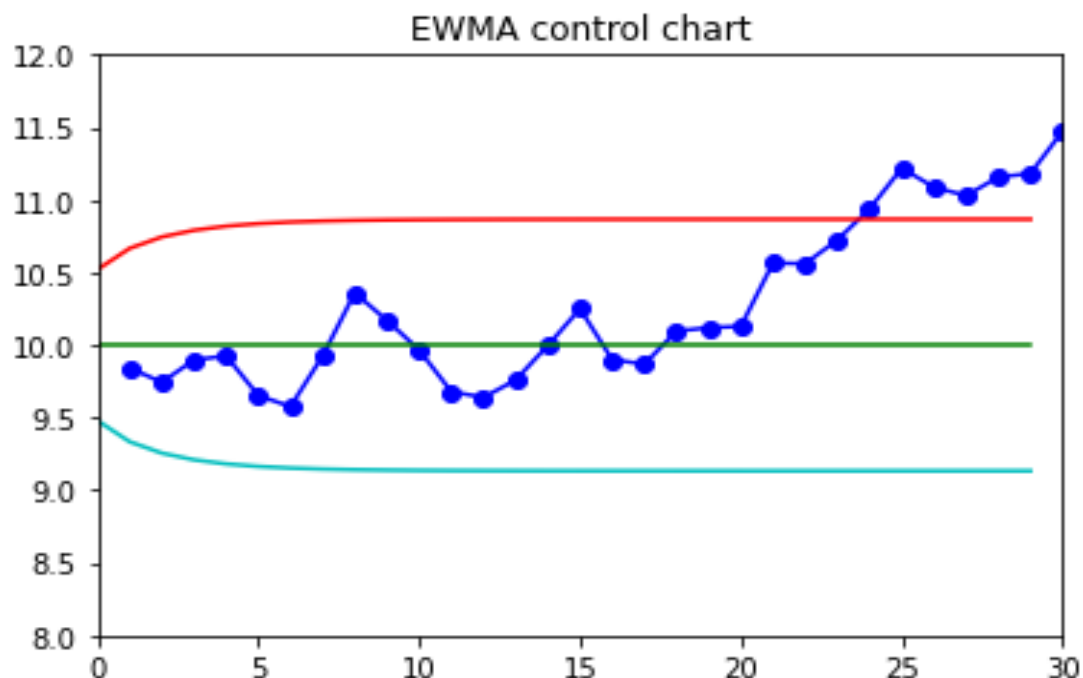
$$UCL_1 = 10.00 + 2.6 \times 1.00 \times \sqrt{\frac{0.20}{(2-0.20)}} [1 - (1-0.20)^{2 \times 1}] = 10.933 \quad \text{X} \Rightarrow 10.52$$

$$LCL_1 = 10.00 - 2.6 \times 1.00 \times \sqrt{\frac{0.20}{(2-0.20)}} [1 - (1-0.20)^{2 \times 1}] = 9.067 \quad \text{X} \Rightarrow 9.48$$

餘此類推，可得下表

Observation	Predction	UCL	LCL
0	9.21	9.842	10.52
1	9.35	9.7436	9.334075079
2	10.51	9.89688	9.255545945
3	10.04	9.925504	9.209370139
4	8.56	9.6524032	9.181183067
5	9.27	9.57592256	9.163641734
6	11.32	9.924738048	9.152605821
7	12.1	10.35979044	9.145617642
8	9.41	10.16983235	9.141175049
9	9.15	9.965865881	9.13834381
10	8.53	9.678692704	9.136536689
11	9.48	9.638954164	9.135382114
12	10.24	9.759163331	9.134643994
13	10.95	9.997330665	9.134171928
14	11.26	10.24986453	9.13386994
15	8.5	9.899891625	9.133676723
16	9.74	9.8679133	9.133553087
17	11.01	10.09633064	9.133473969
18	10.21	10.11906451	9.133423338
19	10.17	10.12925161	9.133390935
20	12.31	10.56540129	9.133370198
21	10.54	10.56032103	9.133356927
22	11.38	10.72425682	9.133348433
23	11.79	10.93740546	9.133342997
24	12.34	11.21792437	9.133339518
25	10.57	11.08833949	9.133337292
26	10.79	11.0286716	9.133335867
27	11.67	11.15693728	9.133334955
28	11.28	11.18154982	9.133334371
29	12.64	11.47323986	9.133333997

將預測值與管制界限繪成下圖，可發現第 24 期出現警示。



(3)

8. 依公式(12-1)得

$$C_i^+ = \max \left[0, x_i - (T + K) + C_{i-1}^+ \right] = \max \left[0, x_i - 10.40 + C_{i-1}^+ \right]$$

$$C_i^- = \max \left[0, (T - K) - x_i + C_{i-1}^- \right] = \max \left[0, 9.60 - x_i + C_{i-1}^- \right]$$

其中 $C_0^+ = C_0^- = 0$

$$\text{故 } C_1^+ = \max \left[0, x_1 - 10.40 + C_{i-1}^+ \right] = \max \left[0, 9.21 - 10.40 + 0.00 \right] = 0.00$$

$$C_1^- = \max \left[0, 9.60 - x_1 + C_{i-1}^- \right] = \max \left[0, 9.60 - 9.21 + 0.00 \right] = 0.39$$

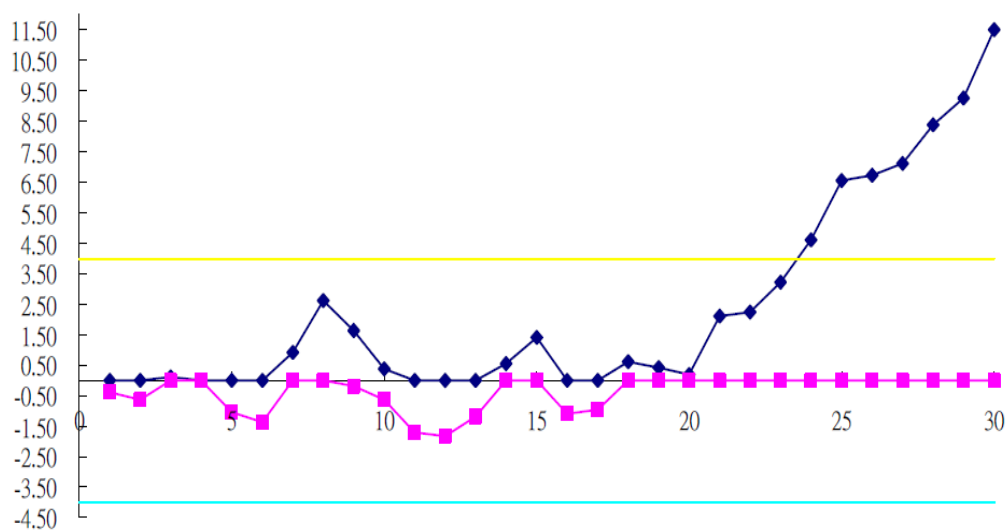
$$C_2^+ = \max \left[0, x_2 - 10.40 + C_{i-1}^+ \right] = \max \left[0, 9.35 - 10.40 + 0.00 \right] = 0.00$$

$$C_2^- = \max \left[0, 9.60 - x_2 + C_{i-1}^- \right] = \max \left[0, 9.60 - 9.35 + 0.39 \right] = 0.64$$

餘此類推，可得下表

期間	觀察值	單邊上累積和 $x_i - 10.4$	C_i^+	單邊下累積和 $9.6 - x_i$	C_i^-
1	9.21	-1.19	0.00	0.39	0.39
2	9.35	-1.05	0.00	0.25	0.64
3	10.51	0.11	0.11	-0.91	0.00
4	10.04	-0.36	0.00	-0.44	0.00
5	8.56	-1.84	0.00	1.04	1.04
6	9.27	-1.13	0.00	0.33	1.37
7	11.32	0.92	0.92	-1.72	0.00
8	12.10	1.70	2.62	-2.50	0.00
9	9.41	-0.99	1.63	0.19	0.19
10	9.15	-1.25	0.38	0.45	0.64
11	8.53	-1.87	0.00	1.07	1.71
12	9.48	-0.92	0.00	0.12	1.83
13	10.24	-0.16	0.00	-0.64	1.19
14	10.95	0.55	0.55	-1.35	0.00
15	11.26	0.86	1.41	-1.66	0.00
16	8.50	-1.90	0.00	1.10	1.10
17	9.74	-0.66	0.00	-0.14	0.96
18	11.01	0.61	0.61	-1.41	0.00
19	10.21	-0.19	0.42	-0.61	0.00
20	10.17	-0.23	0.19	-0.57	0.00
21	12.31	1.91	2.10	-2.71	0.00
22	10.54	0.14	2.24	-0.94	0.00
23	11.38	0.98	3.22	-1.78	0.00
24	11.79	1.39	4.61	-2.19	0.00
25	12.34	1.94	6.55	-2.74	0.00
26	10.57	0.17	6.72	-0.97	0.00
27	10.79	0.39	7.11	-1.19	0.00
28	11.67	1.27	8.38	-2.07	0.00
29	11.28	0.88	9.26	-1.68	0.00
30	12.64	2.24	11.50	-3.04	0.00

將上表繪成圖型如下



第 24 點超出決策區間。製程為向上偏移。製程約在第 20 期與第 21 期之間開始偏移。

二、自製程中取樣得下表：

期間	觀察值	期間	觀察值	期間	觀察值
1	9.21	11	8.53	21	8.76
2	9.35	12	9.48	22	8.04
3	10.51	13	10.24	23	9.18
4	10.04	14	10.95	24	8.24
5	8.56	15	11.26	25	9.25
6	9.27	16	8.50	26	8.56
7	11.32	17	9.74	27	7.85
8	12.10	18	11.01	28	8.02
9	9.41	19	10.21	29	8.24
10	9.15	20	9.51	30	9.02

- (1) 已知品質特性目標值為 10.00，參考值 $K=0.50$ ，決策區間 $H=4.00$ 。試以累積和管制圖監控製程平均數的變化。
- (2) 已知品質特性目標值為 10.00，標準差為 0.80，參考值 $k=0.50$ ，決策區間 $h=5.00$ 。試以累積和管制圖監控製程平均數的變化。
- (3) 已知品質特性目標值為 10.00，標準差為 0.50，平滑常數 $\lambda=0.25$ ，管制界限因子 $l=2.8$ 。試以指數加權移動平均數管制圖監控製程平均數的變化。

(解答)

(1)

12. 依公式(12-1)得

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (T + K) + C_{i-1}^+] = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (T - K) - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-]$$

$$\text{其中 } C_0^+ = C_0^- = 0$$

故

$$C_1^+ = \max[0, x_1 - 10.50 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.21 - 10.50 + 0.00] = 0.00$$

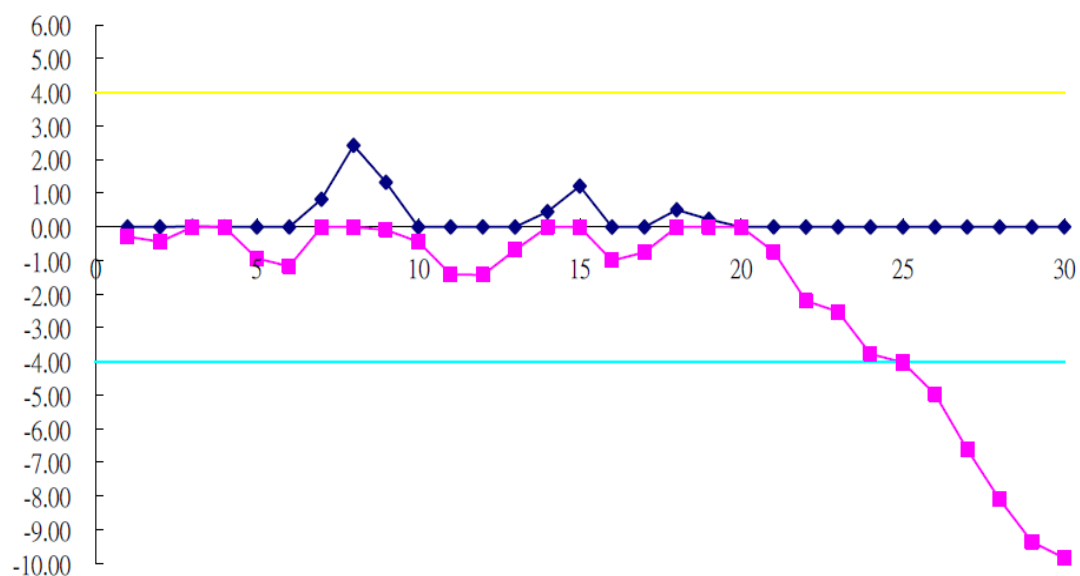
$$C_1^- = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - 9.21 + 0.00] = 0.29$$

$$C_2^+ = \max[0, x_i - 10.50 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.35 - 10.50 + 0.00] = 0.00$$

$$C_2^- = \max[0, 9.50 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.50 - 9.35 + 0.29] = 0.44$$

餘此類推，可得下表與下圖

期間	觀察值	單邊上累積和		單邊下累積和	
		$x_i - 10.5$	C_i^+	$9.5 - x_i$	C_i^-
1	9.21	-1.29	0.00	0.29	0.29
2	9.35	-1.15	0.00	0.15	0.44
3	10.51	0.01	0.01	-1.01	0.00
4	10.04	-0.46	0.00	-0.54	0.00
5	8.56	-1.94	0.00	0.94	0.94
6	9.27	-1.23	0.00	0.23	1.17
7	11.32	0.82	0.82	-1.82	0.00
8	12.10	1.60	2.42	-2.60	0.00
9	9.41	-1.09	1.33	0.09	0.09
10	9.15	-1.35	0.00	0.35	0.44
11	8.53	-1.97	0.00	0.97	1.41
12	9.48	-1.02	0.00	0.02	1.43
13	10.24	-0.26	0.00	-0.74	0.69
14	10.95	0.45	0.45	-1.45	0.00
15	11.26	0.76	1.21	-1.76	0.00
16	8.50	-2.00	0.00	1.00	1.00
17	9.74	-0.76	0.00	-0.24	0.76
18	11.01	0.51	0.51	-1.51	0.00
19	10.21	-0.29	0.22	-0.71	0.00
20	9.51	-0.99	0.00	-0.01	0.00
21	8.76	-1.74	0.00	0.74	0.74
22	8.04	-2.46	0.00	1.46	2.20
23	9.18	-1.32	0.00	0.32	2.52
24	8.24	-2.26	0.00	1.26	3.78
25	9.25	-1.25	0.00	0.25	4.03
26	8.56	-1.94	0.00	0.94	4.97
27	7.85	-2.65	0.00	1.65	6.62
28	8.02	-2.48	0.00	1.48	8.10
29	8.24	-2.26	0.00	1.26	9.36
30	9.02	-1.48	0.00	0.48	9.84



第 25 點超出決策區間。製程為向下偏移。製程約在第 20 期與第 21 期之間開始偏移。

(2)

14. 依公式(12-1)得

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (T + K) + C_{i-1}^+] = \max[0, x_i - 10.40 + C_{i-1}^+]$$

$$C_i^- = \max[0, (T - K) - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.60 - x_i + C_{i-1}^-]$$

其中 $C_0^+ = C_0^- = 0$

故

$$C_1^+ = \max[0, x_1 - 10.40 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.21 - 10.40 + 0.00] = 0.00$$

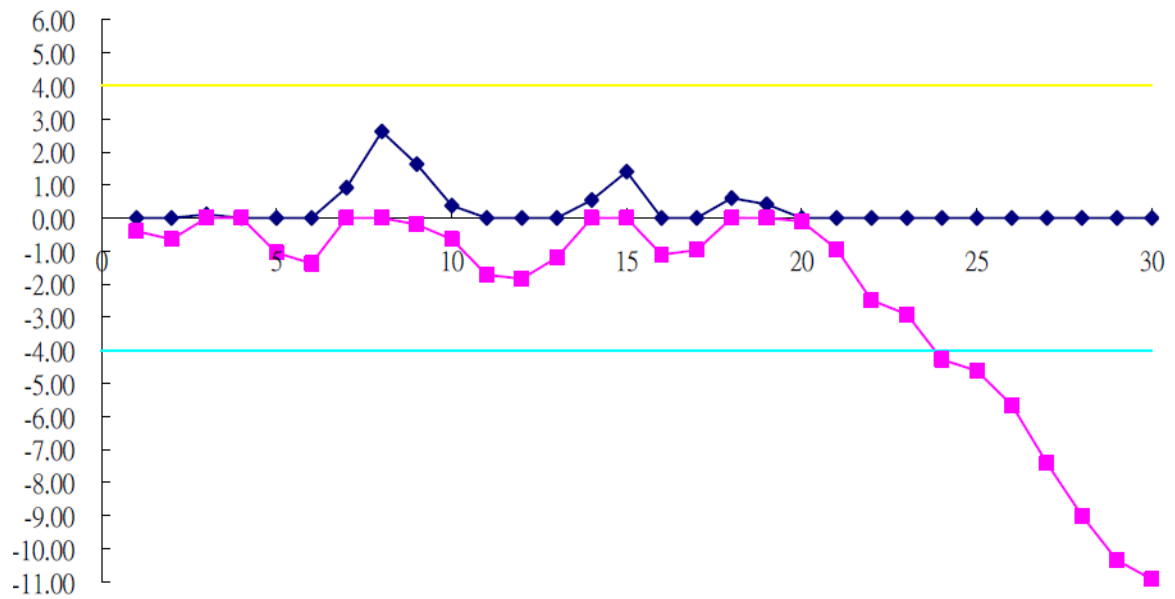
$$C_1^- = \max[0, 9.60 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.60 - 9.21 + 0.00] = 0.39$$

$$C_2^+ = \max[0, x_i - 10.40 + C_{i-1}^+] = \max[0, 9.35 - 10.40 + 0.00] = 0.00$$

$$C_2^- = \max[0, 9.60 - x_i + C_{i-1}^-] = \max[0, 9.60 - 9.35 + 0.29] = 0.64$$

餘此類推，可得下表與下圖

期間	觀察值	單邊上累積和		單邊下累積和	
		$x_i - 10.4$	C_i^+	$9.6 - x_i$	C_i^-
1	9.21	-1.19	0.00	0.39	0.39
2	9.35	-1.05	0.00	0.25	0.64
3	10.51	0.11	0.11	-0.91	0.00
4	10.04	-0.36	0.00	-0.44	0.00
5	8.56	-1.84	0.00	1.04	1.04
6	9.27	-1.13	0.00	0.33	1.37
7	11.32	0.92	0.92	-1.72	0.00
8	12.10	1.70	2.62	-2.50	0.00
9	9.41	-0.99	1.63	0.19	0.19
10	9.15	-1.25	0.38	0.45	0.64
11	8.53	-1.87	0.00	1.07	1.71
12	9.48	-0.92	0.00	0.12	1.83
13	10.24	-0.16	0.00	-0.64	1.19
14	10.95	0.55	0.55	-1.35	0.00
15	11.26	0.86	1.41	-1.66	0.00
16	8.50	-1.90	0.00	1.10	1.10
17	9.74	-0.66	0.00	-0.14	0.96
18	11.01	0.61	0.61	-1.41	0.00
19	10.21	-0.19	0.42	-0.61	0.00
20	9.51	-0.89	0.00	0.09	0.09
21	8.76	-1.64	0.00	0.84	0.93
22	8.04	-2.36	0.00	1.56	2.49
23	9.18	-1.22	0.00	0.42	2.91
24	8.24	-2.16	0.00	1.36	4.27
25	9.25	-1.15	0.00	0.35	4.62
26	8.56	-1.84	0.00	1.04	5.66
27	7.85	-2.55	0.00	1.75	7.41
28	8.02	-2.38	0.00	1.58	8.99
29	8.24	-2.16	0.00	1.36	10.35
30	9.02	-1.38	0.00	0.58	10.93



第 24 點超出決策區間。製程為向下偏移。製程約在第 20 期與第 21 期之間開始偏移。

(3)

15. 依公式(12-3)，得

$$UCL_i = T + l\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} = 10.00 + 2.8 \times 0.50 \times \sqrt{\frac{0.25}{(2-0.25)} [1 - (1-0.25)^{2i}]}$$

$$CL = T = 10.00$$

$$LCL_i = T - l\sigma \sqrt{\frac{\lambda}{(2-\lambda)} [1 - (1-\lambda)^{2i}]} = 10.00 - 2.8 \times 0.50 \times \sqrt{\frac{0.25}{(2-0.25)} [1 - (1-0.25)^{2i}]}$$

故

$$UCL_1 = 10.00 + 2.8 \times 0.50 \times \sqrt{\frac{0.25}{(2-0.25)} [1 - (1-0.25)^{2 \times 1}]} = 10.577 \Rightarrow 10.35$$

$$LCL_1 = 10.00 - 2.8 \times 0.50 \times \sqrt{\frac{0.25}{(2-0.25)} [1 - (1-0.25)^{2 \times 1}]} = 9.423 \Rightarrow 9.65$$

餘此類推，可得下表

Observation	Predction	UCL	LCL
0	9.21	9.8025	10.35
1	9.35	9.689375	10.4375
2	10.51	9.89453125	10.4797562
3	10.04	9.930898438	10.50196452
4	8.56	9.588173828	10.51403523
5	9.27	9.508630371	10.52070205
6	11.32	9.961472778	10.52441489
7	12.1	10.49610458	10.52649185
8	9.41	10.22457844	10.52765656
9	9.15	9.955933828	10.52831057
10	8.53	9.599450371	10.5286781
11	9.48	9.569587778	10.52888472
12	10.24	9.737190834	10.52900091
13	10.95	10.04039313	10.52906626
14	11.26	10.34529484	10.52910301
15	8.5	9.883971133	10.52912368
16	9.74	9.84797835	10.52913531
17	11.01	10.13848376	10.52914185
18	10.21	10.15636282	10.52914553
19	9.51	9.994772116	10.5291476
20	8.76	9.686079087	10.52914877
21	8.04	9.274559315	10.52914942
22	9.18	9.250919487	10.52914979
23	8.24	8.998189615	10.52915
24	9.25	9.061142211	10.52915011
25	8.56	8.935856658	10.52915018
26	7.85	8.664392494	10.52915021
27	8.02	8.50329437	10.52915024
28	8.24	8.437470778	10.52915025
29	9.02	8.583103083	10.52915025

將預測值與管制界限繪成下圖，可發現第 22 期出現警示。

