

109 學年度第一學期五專(資工一乙)數學第一次小考

分數欄

學號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(共 70 分,每題 10 分)

1. (C) 平行四邊形 $ABCD$ 的頂點坐標分別為 $A(0,0)$ 、 $B(3,1)$ 、 $C(5,6)$ ，則 D 點坐標為
(A) (2,4) (B) (1,5) (C) (2,5) (D) (1,4)

解析： $\left(\frac{0+5}{2}, \frac{0+6}{2}\right) = \left(\frac{3+x}{2}, \frac{1+y}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$

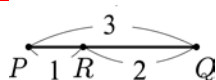
D 點坐標為 (2,5)

2. (D) 平面上兩點 $A(2,3)$ 、 $B(x,-1)$ ，已知 $\overline{AB}=5$ ，則 x 的值可能為何？ (A) 0 (B) -3 (C) 3 (D) 5

解析： $\overline{AB} = \sqrt{(2-x)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{(2-x)^2 + 16} = 5$
 $\Rightarrow 2-x = \pm 3 \Rightarrow x = 5, -1$

3. (C) 平面上三點 $P(1,2)$ 、 $Q(-5,5)$ 、 $R(x,y)$ 共線且 $\overline{PQ}:\overline{QR}=3:2$ ，則 R 點坐標可能為何？
(A) (3,2) (B) (-2,-3) (C) (-1,3) (D) (5,1)

解析：



$$x = \frac{2-5}{3} = -1$$

$$y = \frac{5+4}{3} = 3$$

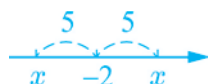
4. (B) 已知 $A(-8)$ 、 $B(8)$ 為數線上兩點，若 $P(x)$ 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP}:\overline{PB}=3:5$ ，則 x 的值為何？
(A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2

解析： $x = \frac{5 \times (-8) + 3 \times 8}{3+5} = \frac{-40+24}{8} = \frac{-16}{8} = -2$

5. (D) 試問方程式 $|x+2|=5$ 的所有可能 x 值之和為何？ (A) -7 (B) 3 (C) 10 (D) -4

解析： $\because |x+2|=5 \Rightarrow x+2 = \pm 5 \Rightarrow x = -7, 3$

$$\therefore -7+3 = -4$$



6. (C) 化簡 $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ 得 (A) $8+2\sqrt{15}$ (B) $8-2\sqrt{15}$ (C) $4+\sqrt{15}$ (D) $4-\sqrt{15}$

解析： 原式 = $\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{5+2\sqrt{15}+3}{5-3} = 4+\sqrt{15}$

7. (C) 設 x 、 y 都大於 0，且 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{4}{3}$ ，則 xy 之最小值為 (A) $\frac{9}{16}$ (B) $\frac{9}{8}$ (C) $\frac{9}{4}$ (D) $\frac{9}{2}$

解析： $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{2} \geq \sqrt{\frac{1}{xy}} \Rightarrow \frac{2}{3} \geq \sqrt{\frac{1}{xy}} \Rightarrow \frac{4}{9} \geq \frac{1}{xy} \Rightarrow \frac{9}{4} \leq xy$ ， \therefore 最小值 $= \frac{9}{4}$

二、計算與證明題(共 30 分,每題 10 分)

1. 解不等式 $1 \leq |2x-1| < 5$ 。

答案： $1 \leq |2x-1| < 5 \Rightarrow 1 \leq 2x-1 < 5$ 或 $-5 < 2x-1 \leq -1 \Rightarrow 1 \leq x < 3$ 或 $-2 < x \leq 0$

2. $\triangle ABC$ 三頂點坐標為 $A(1, -3)$ 、 $B(-2, 1)$ 、 $C(4, 5)$ ，若 D 、 E 、 F 分別為 \overline{BC} 、 \overline{AC} 、 \overline{AB} 的中點，試求 $\triangle DEF$ 的重心坐標。

答案： $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 的重心坐標相同
所以 $\triangle DEF$ 的重心坐標為

$$\left(\frac{1-2+4}{3}, \frac{-3+1+5}{3} \right) = (1, 1)$$

3. 小華和小英想用 48 公尺長的籬笆沿河岸圍出 2 塊相連的矩形農地（如圖），這 2 塊農地面積相等，農地的短邊與河岸垂直，且靠河的一邊不圍，試問每塊農地的長、寬應如何安排才能圍出最大的面積？



答案：設 2 塊農地的總長為 a 公尺，寬為 b 公尺

此處 $a > 0$ 、 $b > 0$

則依題意 $a + 3b = 48$

而所求之農地面積為 ab

利用算幾不等式

$$\frac{a+3b}{2} \geq \sqrt{a \cdot 3b}$$

得 $24 \geq \sqrt{3ab}$ ，即 $192 \geq ab$

故最大面積為 192 平方公尺

此時 $a = 3b = \frac{48}{2} = 24$ (公尺)

即長為 24 公尺，寬為 8 公尺時所圍出的農地面積最大，分成的 2 塊農地，每塊農地的長為 12 公尺，寬為 8 公尺