

學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

## 一、單一選擇題(共 70 分,每題 10 分)

1. ( A )  $a = \sec 85^\circ, b = \csc 85^\circ, c = \cot 85^\circ$ ，其大小關係為何？ (A)  $a > b > c$  (B)  $c > a > b$   
 (C)  $c > b > a$  (D)  $b > a > c$

解析：  $\tan 85^\circ > \sin 85^\circ > \cos 85^\circ$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan 85^\circ} < \frac{1}{\sin 85^\circ} < \frac{1}{\cos 85^\circ}$$

$$\Rightarrow \sec 85^\circ > \csc 85^\circ > \cot 85^\circ$$

2. ( D ) 設  $x$  為任意實數，則關於函數  $f(x) = 3\sin x - 1$  的敘述何者錯誤？ (A)  $-4 \leq f(x) \leq 2$   
 (B)  $f(x)$  的週期為  $2\pi$  (C)  $f(\pi) < 0$  (D)  $y = f(x)$  的圖形對稱原點

解析：(A)  $\because x$  為任意實數

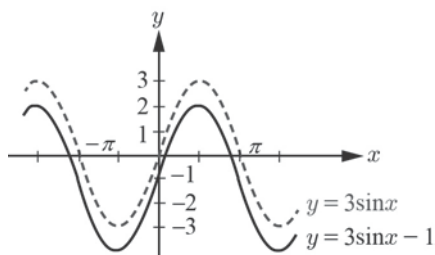
$$\therefore -1 \leq \sin x \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\sin x \leq 3 \Rightarrow -4 \leq 3\sin x - 1 \leq 2$$

(B)  $f(x) = 3\sin x - 1$  的週期為  $2\pi$

$$(C) f(\pi) = 3\sin \pi - 1 = 3 \times 0 - 1 = -1 < 0$$

(D)  $y = 3\sin x - 1$  的圖形為  $y = 3\sin x$  向下平移一個單位

如下圖所示， $y = f(x)$  的圖形沒有對稱原點



3. ( C )  $\triangle ABC$  中， $\angle A : \angle B : \angle C = 1 : 4 : 1$ ，則其對應邊長比  $a : b : c$  為何？ (A)  $1 : 4 : 1$   
 (B)  $1 : 2 : 1$  (C)  $1 : \sqrt{3} : 1$  (D)  $2 : \sqrt{3} : 2$

解析：  $\angle A = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{4}{6} = 120^\circ$$

$$\angle C = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ$$

$$\Rightarrow a : b : c = \sin 30^\circ : \sin 120^\circ : \sin 30^\circ = 1 : \sqrt{3} : 1$$

4. ( A ) 求  $\sin 390^\circ + \tan(-135^\circ) - \sec 60^\circ$  之值為  $m$ ，則  $m$  為 (A)  $-\frac{1}{2}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $1$  (D) 以上皆非

解析：原式  $= \sin 30^\circ + \tan 225^\circ - \sec 60^\circ$

$$= \frac{1}{2} + 1 - 2 = -\frac{1}{2}$$

5. ( D ) 化簡  $\frac{\sin(\pi+\theta)}{\sin(2\pi-\theta)} + \frac{\cos(-\theta)}{\sin(\frac{3\pi}{2}+\theta)}$  得 (A)-2 (B)-1 (C)1 (D)0

解析：原式  $= \frac{-\sin\theta}{-\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{-\cos\theta} = 1 - 1 = 0$

6. ( A )  $\triangle ABC$  中， $a=3, b=5, c=7$ ，則其外接圓半徑為何？ (A)  $\frac{7\sqrt{3}}{3}$  (B)  $\frac{7\sqrt{3}}{2}$  (C)  $\frac{3\sqrt{3}}{7}$

(D)  $\frac{2\sqrt{3}}{7}$

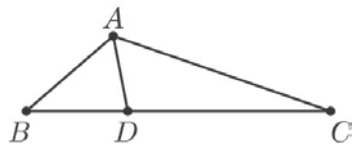
解析： $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = -\frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \angle C = 120^\circ \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore R = \frac{c}{2\sin C} = \frac{7}{\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}$$

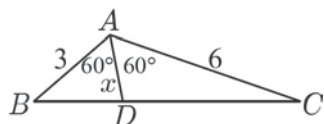
7. ( C ) 在  $\triangle ABC$  中，若  $\angle A$  之內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ，其中  $\overline{AB}=3$ 、 $\overline{AC}=6$ ，且  $\angle A=120^\circ$ ，

如圖，則  $\overline{CD}=?$



(A)  $\sqrt{26}$  (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $2\sqrt{7}$  (D)  $\sqrt{7}$

解析：



① 利用面積不變求  $\overline{AD}$ ，設  $\overline{AD}=x$

$$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ACD \Rightarrow \frac{1}{2} \times 3 \times 6 \times \sin 120^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times x \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \sin 60^\circ$$

$$\Rightarrow 18 = 9x \Rightarrow x = \overline{AD} = 2$$

②  $\triangle ACD$  中

由餘弦定理可知  $\overline{CD}^2 = 2^2 + 6^2 - 2 \times 2 \times 6 \times \cos 60^\circ = 28$

$$\therefore \overline{CD} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

## 二、填充題(共 30 分,每題 10 分)

1.  $\cos 5^\circ + \cos 10^\circ + \dots + \cos 175^\circ + \cos 180^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：-1

解析：原式  $= (\cos 5^\circ + \cos 175^\circ) + \dots + (\cos 85^\circ + \cos 95^\circ) + \cos 90^\circ + \cos 180^\circ$   
 $= 0 + 0 + \dots + 0 + 0 + (-1) = -1$

2. 已知  $3\cos^2 \theta = 5\sin \theta + 1$ ，則  $\csc \theta = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：3

解析：由平方關係知： $\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta$

$$3(1 - \sin^2 \theta) = 5\sin \theta + 1$$

$$3 - 3\sin^2 \theta = 5\sin \theta + 1$$

$$3\sin^2 \theta + 5\sin \theta - 2 = 0$$

$$(3\sin \theta - 1) \cdot (\sin \theta + 2) = 0$$

$$\therefore \sin \theta = \frac{1}{3}, -2 \text{ (不合)}$$

$$\text{因此，} \csc \theta = \frac{1}{\sin \theta} = 3$$

3.  $\triangle ABC$  之三邊長為 7, 8, 9，則三角形面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案： $12\sqrt{5}$  (單位)<sup>2</sup>

解析： $s = \frac{(7+8+9)}{2} = 12$

$$\triangle = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 12\sqrt{5}$$