

# 數學 C 第二冊 學習評量

得分欄

## 第 1 回 1-1 多項式的四則運算

科 年 班 座號： 姓名：

### 一、選擇題：(每題 10 分)

- ( B ) 1. 下列何者為  $x$  的多項式？ (A)  $\frac{1}{x}$  (B) 3 (C)  $|x+3|$  (D)  $\sqrt{2x+5}$

1-1 講例 1

**解** 形如  $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$  稱為  $x$  的多項式  
其中  $n$  為正整數或 0，且  $a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1, a_0$  均為實數

- ( A ) 2. 若  $f(x) = 4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$ ，則  $f(x)$  的領導係數為何？ (A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

1-1 講例 2

**解**  $f(x)$  為三次多項式， $x^3$  項的係數為 4

- ( C ) 3. 設  $f(x) = (a+1)x^3 + bx^2 + 4x + 7$ 、 $g(x) = 3x^2 + 4x + c$ ，且  $f(x) = g(x)$ ， $a, b, c$  均為實數，則  $abc = ?$  (A) 84 (B) 21 (C) -21 (D) -84

1-1 講例 4

**解** 對應同次項係數  $\Rightarrow \begin{cases} a+1=0 \\ b=3 \\ 7=c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=7 \end{cases} \Rightarrow abc = -21$

- ( D ) 4. 在  $(4x^3 - 3x^2 + 2x - 1)(x^3 - 2x^2 + 3x - 4)$  的展開式中， $x^4$  項的係數為何？

(A) 17 (B) 18 (C) 19 (D) 20

1-1 講例 7

**解**  $4x^3 \times 3x + (-3x^2)(-2x^2) + 2x \times x^3 = 20x^4$

- ( B ) 5. 已知多項式  $f(x)$  除以  $2x^2 + 3x + 4$  得商式為  $3x - 2$ ，餘式為 1，則  $f(1)$  為何？

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12

1-1 講例 9

**解** 被除式 = 除式  $\times$  商式 + 餘式

$$f(x) = (2x^2 + 3x + 4)(3x - 2) + 1$$

$$\Rightarrow f(1) = (2 + 3 + 4)(3 - 2) + 1 = 10$$



## 二、填充題：(每格 10 分)

1. 利用綜合除法，求  $3x^3 - 4x + 5$  除以  $x - 1$  的餘式為 4。

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 3 & 0 & -4 & 5 \\ & & 3 & 3 & -1 \\ \hline & 3 & 3 & -1 & 4 \end{array}$$

餘式

2. 若  $f(x) = (2x^3 - 2x^2 + 3x^5 + 1)(1 + 2x + 3x^2)$ ，則  $\deg f(x) =$  7。

解  $3x^5 \times 3x^2 = 9x^7$ ， $f(x)$  為七次多項式

3. 設  $f(x) = 2 + (a - 3)x + bx^2 + (c + 1)x^3$  為零次多項式， $a$ 、 $b$ 、 $c$  均為實數，則  $a + b + c =$  2。

$$\begin{cases} a - 3 = 0 \\ b = 0 \\ c + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 0 \\ c = -1 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 2$$

4. 設  $f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 6x - 7$ 、 $g(x) = 8x^2 - 9x + 10$ ，則  $f(x) - g(x) =$   $4x^3 - 13x^2 + 15x - 17$ 。

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 5x^2 + 6x - 7 \\ -) \quad 8x^2 - 9x + 10 \\ \hline 4x^3 - 13x^2 + 15x - 17 \end{array}$$

5. 設  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ 、 $g(x) = x^2 - 2x - 3$ ，則  $g(x)$  除  $f(x)$  的商式為  $x + 4$ 。

$$\begin{array}{r} x + 4 \\ x^2 - 2x - 3 \overline{) x^3 + 2x^2 + 3x + 4} \\ \underline{x^3 - 2x^2 - 3x} \phantom{+ 4} \\ 4x^2 + 6x + 4 \\ \underline{4x^2 - 8x - 12} \\ 14x + 16 \end{array}$$



第 2 回 1-2 餘式定理與因式定理

科 年 班 座號： 姓名：

一、選擇題：(每題 10 分)

(C) 1. 下列何者為  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$  的因式？

- (A)  $x+1$  (B)  $x+2$  (C)  $2x+1$  (D)  $x-3$

1-2 講例 6

解  $f(-1) = -2 + 3 + 11 - 6 \neq 0 \Rightarrow x+1$  不是  $f(x)$  的因式

$f(-2) = -16 + 12 + 22 - 6 \neq 0 \Rightarrow x+2$  不是  $f(x)$  的因式

$f(-\frac{1}{2}) = \frac{-1}{4} + \frac{3}{4} + \frac{11}{2} - 6 = 0 \Rightarrow 2x+1$  是  $f(x)$  的因式

$f(3) = 54 + 27 - 33 - 6 \neq 0 \Rightarrow x-3$  不是  $f(x)$  的因式

(B) 2. 已知  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 6$ ，其中  $a, b$  為整數，則下列何者不可能是  $f(x)$  之因式？

- (A)  $3x+9$  (B)  $2x+5$  (C)  $x-6$  (D)  $2x-3$

1-2 講例 9

解 設  $px-q$  為  $f(x)$  的整係數一次因式且  $p, q$  互質

則  $p|2 \Rightarrow p = \pm 1, \pm 2$

$q|6 \Rightarrow q = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$

故  $f(x)$  可能的整係數一次因式有  $x \pm 1, x \pm 2, x \pm 3, x \pm 6, 2x \pm 1, 2x \pm 3$

(註： $3x+9=3(x+3)$ )

(A) 3. 以  $x-3$  除  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$  的餘式為何？ (A) 13 (B) 26 (C) 39 (D) 49

1-2 講例 1

解  $f(3) = 27 - 18 + 4 = 13$

(D) 4. 已知  $f(x) = x^4 - 6x^3 + 6x^2 - 7x + 7$ ， $f(x)$  除以  $x-5$  的餘式為何？

- (A) 17 (B) 10 (C) 3 (D) -3

1-2 講例 3

解 
$$\begin{array}{r} 1 - 6 + 6 - 7 + 7 \\ + 5 - 5 + 5 - 10 \\ \hline 1 - 1 + 1 - 2, -3 \end{array}$$

(A) 5. 已知  $f(x) = x^{2020} + 5x^{20} - 8x + 7$ ， $f(x)$  除以  $x-1$  的餘式為何？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

1-2 講例 2

解  $f(1) = 1 + 5 - 8 + 7 = 5$



## 二、填充題：(每格 10 分)

1. 利用立方差公式，因式分解  $x^3 - 8 = (x-2)(x^2+2x+4)$ 。

**解**  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

$$x^3 - 2^3 = (x-2)(x^2+x \times 2+2^2) = (x-2)(x^2+2x+4)$$

2. 已知多項式  $f(x)$  除以  $x-1$  得餘式為  $-2$ ，除以  $x+2$  得餘式為  $7$ ，則  $f(x)$  除以  $(x-1)(x+2)$  的餘式為  $-3x+1$ 。

**解** 設  $f(x)$  除以  $(x-1)(x+2)$  的餘式為  $ax+b$ 、商式為  $Q(x)$ ，其中  $a, b$  為實數

$\therefore$  被除式 = 除式  $\times$  商式 + 餘式

$$\therefore f(x) = (x-1)(x+2) \times Q(x) + (ax+b)$$

$$\text{則 } \begin{cases} f(1) = -2 \\ f(-2) = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+b = -2 \\ -2a+b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 1 \end{cases}$$

3. 已知多項式  $f(x)$  除以  $x^2+3x-10$  的餘式為  $-2x+3$ ，則  $f(-5) = 13$ 。

**解** 被除式 = 除式  $\times$  商式 + 餘式

$$f(x) = (x^2+3x-10) \times Q(x) + (-2x+3)$$

$$\Rightarrow f(-5) = (25-15-10) \times Q(-5) + (10+3) = 0 \times Q(-5) + 13 = 13$$

4. 若  $x^2+x+2$  為  $x^3+ax^2+bx-2$  的因式， $a, b$  均為實數，則  $a+b = 1$ 。

**解**

$$\begin{array}{r} 1 - 1 \\ 1+1+2 \overline{) 1 + a + b - 2} \\ \underline{1 + 1 + 2} \phantom{- 2} \\ (a-1) + (b-2) - 2 \\ \underline{-1 - 1 - 2} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} (a-1) - (-1) = 0 \\ (b-2) - (-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow a+b = 1$$

5. 已知  $m, n$  為整數，設  $f(x) = mx^3 + nx^2 + 2x + 3$ ，若  $f(x)$  除以  $x-1$  得餘式為  $6$ ，且  $x+1$

$f(x)$  的因式，則  $f(2) = 15$ 。

**解**  $\begin{cases} f(1) = 6 \\ f(-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m+n+2+3 = 6 \\ -m+n-2+3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = 0 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 + 2x + 3 \Rightarrow f(2) = 8 + 4 + 3 = 15$



第3回 1-3 分式與根式的運算

科 年 班 座號： 姓名：

一、選擇題：(每題 10 分)

(D) 1. 設  $\frac{3x-1}{(x-1)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2}$ ，其中  $A$ 、 $B$  均為實數，則  $AB = ?$

(A) -6 (B) -3 (C) 3 (D) 6

解 將等式兩邊同乘以  $(x-1)^2$  得

$$3x-1 = A(x-1) + B$$

$$\Rightarrow 3x-1 = Ax + (-A+B)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A=3 \\ -A+B=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=3 \\ B=2 \end{cases} \Rightarrow AB=6$$

(A) 2. 設  $\frac{x^2+3x+4}{(x+1)(x^2+2x+3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{Bx+C}{x^2+2x+3}$ ，其中  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均為實數，則  $A+B+C = ?$

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) -1

解 將等式兩邊同乘以  $(x+1)(x^2+2x+3)$  得

$$x^2+3x+4 = A(x^2+2x+3) + (Bx+C)(x+1) \dots\dots ①$$

$$x=-1 \text{ 代入 } ① \text{ 得 } 1-3+4 = A(1-2+3) \Rightarrow 2=2A \Rightarrow A=1$$

$$\text{故 } x^2+3x+4 = (x^2+2x+3) + (Bx+C)(x+1)$$

$$\text{對應 } x^2 \text{ 項係數 } \Rightarrow 1=1+B \Rightarrow B=0$$

$$\text{對應常數項 } \Rightarrow 4=3+C \Rightarrow C=1$$

$$\text{因此 } A+B+C=1+0+1=2$$

(C) 3.  $\sqrt{8} + \sqrt[3]{-8} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = ?$  (A)  $\sqrt{2}-3$  (B)  $\sqrt{2}-1$  (C)  $3\sqrt{2}-1$  (D)  $3\sqrt{2}+1$

$$\text{解 } \sqrt{8} + \sqrt[3]{-8} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2^3} + \sqrt[3]{(-2)^3} + \frac{1 \times (\sqrt{2}+1)}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = 2\sqrt{2} + (-2) + \sqrt{2} + 1 = 3\sqrt{2} - 1$$

(B) 4. 若  $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$  的整數部分為  $a$ ，則  $a = ?$  (A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13

$$\text{解 } \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})} = \frac{7+2\sqrt{35}+5}{2} = \frac{12+2\sqrt{35}}{2} = 6+\sqrt{35}$$

$$\because 5 < \sqrt{35} < 6 \Rightarrow 11 < 6+\sqrt{35} < 12$$

$$\therefore a=11$$

(B) 5. 已知  $\sqrt{(-3)^2} = a$ 、 $\sqrt[3]{(-2)^3} = b$ ，則  $a+b = ?$  (A) 5 (B) 1 (C) -1 (D) -5

$$\text{解 } \because \sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 3, \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

$$\therefore a+b = 3+(-2) = 1$$



二、填充題：(每格10分)

1. 設  $x \neq -3, -1, 4$ , 化簡  $\frac{x^2-9}{x^2-3x-4} \times \frac{x+1}{x+3} = \frac{x-3}{x-4}$ 。

解 原式 =  $\frac{(x+3)(x-3)}{(x+1)(x-4)} \times \frac{x+1}{x+3} = \frac{x-3}{x-4}$

2. 化簡  $\sqrt{8} - \sqrt{18} + \sqrt{32} - \sqrt{50} = -2\sqrt{2}$ 。

解 原式 =  $\sqrt{2^3} - \sqrt{2 \times 3^2} + \sqrt{2^5} - \sqrt{2 \times 5^2} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

3. 設  $x \neq -3, -2, 0$ , 化簡  $\frac{x^2+x}{x^2+5x+6} + \frac{x}{x+3} = \frac{x+1}{x+2}$ 。

解 原式 =  $\frac{x(x+1)}{(x+2)(x+3)} \times \frac{x+3}{x} = \frac{x+1}{x+2}$

4. 化簡  $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$ 。

解  $\sqrt{5-2\sqrt{6}} = \sqrt{(3+2)-2\sqrt{3} \times 2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 2 \times \sqrt{3} \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}$   
 $= \sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$

5. 化簡  $\sqrt{8+2\sqrt{15}} \times \sqrt{8-2\sqrt{15}} = 2$ 。

解  $\sqrt{8+2\sqrt{15}} \times \sqrt{8-2\sqrt{15}} = \sqrt{(8+2\sqrt{15})(8-2\sqrt{15})}$   
 $= \sqrt{8^2 - (2\sqrt{15})^2}$   
 $= \sqrt{64-60}$   
 $= \sqrt{4} = 2$