

109 學年度第二學期五專(資工一乙)數學第一次小考

分數欄

學號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(共 70 分,每題 10 分)

1. (C) 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x+2$ 得商式為 $4x^2+2x-3$ ，餘式為 4，則 $f(1)=?$ (A)-4
(B)-2 (C)13 (D)14

【實力評量】

解析：由除法原理得 $f(x)=(x+2)(4x^2+2x-3)+4 \Rightarrow f(1)=3 \times 3+4=13$

2. (A) 設 $(a+5)x^4+(b-7)x^3+4x^2+9$ 為二次多項式，則 $a+b=$ (A)2 (B)3 (C)4 (D)5

解析： $\because (a+5)x^4+(b-7)x^3+4x^2+9$ 為二次多項式，故 $a+5=0$ 、 $b-7=0$
 $\Rightarrow a=-5$ 、 $b=7 \Rightarrow a+b=2$

3. (D) 設 a 、 b 為整數，下列何者不可能是 $f(x)=x^3+ax^2+bx+12$ 的因式： (A) $x-1$
(B) $x-3$ (C) $x+6$ (D) $x-9$

【學習講義】

解析：設 $f(x)$ 的一次整係數因式 $px-q$

則滿足整係數一次因式檢驗法的 p 、 q 可能值如下：

p 可能為 ± 1

q 可能為 ± 1 、 ± 2 、 ± 3 、 ± 4 、 ± 6 、 ± 12

所有可能的因式有 $x \pm 1$ 、 $x \pm 2$ 、 $x \pm 3$ 、 $x \pm 4$ 、 $x \pm 6$ 、 $x \pm 12$ ，

故 $x-9$ 不可能是 $f(x)$ 的因式

4. (D) 若 $f(x)=x^3+mx^2+nx-2$ 可被 $x-1$ 整除，且被 $x+2$ 除餘式為 6，則 $m-n=?$ (A)-3
(B)-1 (C)3 (D)5

【實力評量】

解析： $\begin{cases} f(1)=1+m+n-2=0 \\ f(-2)=-8+4m-2n-2=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=-2 \end{cases} \Rightarrow m-n=3-(-2)=5$

5. (A) 多項式 $f(x)$ 除以 $x-1$ 得餘式為 3，除以 $x+2$ 得餘式為 -9，則 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 的餘式為 (A) $4x-1$ (B) $4x+1$ (C) $x-4$ (D) $x+4$

解析： $\because \deg[(x+1)(x-2)]=2$ ，故設餘式為 $ax+b$ ，商式為 $q(x)$

則 $f(x)=(x-1)(x+2) \cdot q(x)+(ax+b)$

又由餘式定理知： $\begin{cases} f(1)=a+b=3 \\ f(-2)=-2a+b=-9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=-1 \end{cases}$

故餘式為 $4x-1$

6. (C) 有理化 $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}}=?$ (A) $2\sqrt{6}-\sqrt{3}$ (B) $\sqrt{3}-2\sqrt{6}$ (C) $2\sqrt{3}-\sqrt{6}$ (D) $\sqrt{6}-2\sqrt{3}$

【實力評量】

解析：原式 $= \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})} = \frac{6\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{6-3} = 2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

7. (B) 化簡 $\sqrt{4-\sqrt{12}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}} = ?$ (A) $4-2\sqrt{3}$ (B) 2 (C) -2 (D) $2\sqrt{3}-4$

【實力評量】

解析：原式 $= \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{12-2\sqrt{27}}$
 $= (\sqrt{3}-\sqrt{1}) + (\sqrt{9}-\sqrt{3}) = 2$

二、計算與證明題(共 30 分,每題 10 分)

1. 試以綜合除法求 $2x^3 + 3x^2 + 5x + 6$ 除以 $2x+1$ 的商式及餘式。

【學習講義】

答案： $2x+1 = 2(x+\frac{1}{2})$
 先以 $x+\frac{1}{2}$ 去除 $2x^3 + 3x^2 + 5x + 6$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 2 \quad +3 \quad +5 \quad +6 \\ & -1 \quad -1 \quad -2 \\ \hline & \end{array} -\frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2|2 \quad +2 \quad +4 \quad +4 \\ \hline 1 \quad +1 \quad +2 \end{array}$$

得 $2x^3 + 3x^2 + 5x + 6$
 $= (x+\frac{1}{2})(2x^2 + 2x + 4) + 4$
 $= (2x+1)(x^2 + x + 2) + 4$

商式 $= x^2 + x + 2$

餘式 $= 4$

2. 設 $\frac{3x^2+x}{(x-2)(x^2+x+1)} = \frac{a}{x-2} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ ，試求序組 (a,b,c) 。

【教學講義】

答案：等式兩邊同乘以 $(x-2)(x^2+x+1)$ 得

$$3x^2 + x = a(x^2 + x + 1) + (bx + c)(x - 2)$$

令 $x=2$ 代入得 $7a=14 \Rightarrow a=2$

令 $x=0$ 代入得 $a-2c=0 \Rightarrow c=1$

令 $x=1$ 代入得 $3a-b-c=4 \Rightarrow b=1$

故 $(a,b,c) = (2,1,1)$

3. 試求多項式 $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5x + 3$ 的整係數一次因式。

【學習講義】

答案：將 $x = \pm 1, \pm 3$

代入 $f(x)$ 可先找到 $f(-1) = 0$

利用綜合除法

$$\begin{array}{r|l} 1 & +3 & +5 & +3 \\ -1 & -2 & -3 & \\ \hline & & & -1 \end{array}$$

$$1 \quad +2 \quad +3, +0$$

可得 $f(x) = (x+1)(x^2 + 2x + 3)$

又 $x^2 + 2x + 3$ 無法因式分解

故 $f(x)$ 的整係數一次因式只有 $x+1$