

110 學年度第一學期五專(日語一甲)數學期中考

分數欄

學號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(共 70 分,每題 10 分)

1. (B) 已知 $P(4, -1)$ 、 $Q(7, 4)$ 、 $R(-2, k)$ 三點共線，則 $k = ?$ (A) -10 (B) -11 (C) -5 (D) -3

解析：∵ P 、 Q 、 R 共線

$$\Rightarrow m_{\overline{PR}} = m_{\overline{PQ}}$$

$$\Rightarrow \frac{k - (-1)}{-2 - 4} = \frac{4 - (-1)}{7 - 4} \Rightarrow \frac{k + 1}{-6} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow k + 1 = -10 \Rightarrow k = -11$$

2. (B) 若直線的斜率為無意義時，則其直線為何？ (A) 不存在 (B) 垂直 x 軸 (C) 平行 x 軸 (D) 由左向右下傾斜

解析：垂直 x 軸之直線 y 斜率為無意義

3. (B) 若 $3x^2 - 2x + a \leq 0$ 之解為 $-\frac{4}{3} \leq x \leq 2$ ，則 $a = ?$ (A) $\frac{8}{3}$ (B) -8 (C) 8 (D) -4

解析： $-\frac{4}{3} \leq x \leq 2 \Rightarrow (x + \frac{4}{3})(x - 2) \leq 0$

$$\Rightarrow (3x + 4)(x - 2) \leq 0 \Rightarrow 3x^2 - 2x - 8 \leq 0$$

比較係數得 $a = -8$

4. (C) 不等式 $|2x - 1| < 5$ 的整數解共有幾個？ (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6

解析： $|2x - 1| < 5 \Rightarrow -5 < 2x - 1 < 5 \Rightarrow -4 < 2x < 6 \Rightarrow -2 < x < 3$

∴ 整數 $x = -1, 0, 1, 2$ ，共 4 個

5. (A) 設 $A(3, -4)$ 、 $B(-2, 8)$ ，則 $\overline{AB} = ?$ (A) 13 (B) 11 (C) 9 (D) 7

解析： $\overline{AB} = \sqrt{(3 + 2)^2 + (-4 - 8)^2} = 13$

6. (B) 平面上三點 $A(-1, 2)$ 、 $B(4, 12)$ 、 $P(x, y)$ ，若 P 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{AP} : \overline{BP} = 3 : 2$ ，則 P 點坐標為何？ (A) $(2, 4)$ (B) $(2, 8)$ (C) $(7, 14)$ (D) $(12, 24)$

解析： $x = \frac{2 \times (-1) + 3 \times 4}{5} = 2$

$$y = \frac{2 \times 2 + 3 \times 12}{5} = 8$$

7. (D) 平面上三點 $A(2, -1)$ 、 $B(5, 4)$ 、 $C(-4, 6)$ ，則 $\triangle ABC$ 之重心為何？ (A) $(-3, 9)$ (B) $(3, 9)$ (C) $(-1, -3)$ (D) $(1, 3)$

解析： $G(x, y)$ 為 $\triangle ABC$ 之重心

$$x = \frac{2 + 5 - 4}{3} = 1 \quad y = \frac{-1 + 4 + 6}{3} = 3$$

二、計算與證明題(共 30 分,每題 10 分)

1. 姍姍的爺爺家有一座柳丁果園,目前有 80 棵柳丁樹,且每一棵柳丁樹可收成 60 顆柳丁,但每減少種植 1 棵柳丁樹,每棵樹就可以多收成 5 顆柳丁。試問當減少種植幾棵柳丁樹時,果園會有最大的收成?

答案：設減少種植 x 棵柳丁樹,則每棵樹就可以多收成 $5x$ 顆柳丁
即果園內共有 $80 - x$ 棵樹,每棵樹可以收成 $60 + 5x$ 顆柳丁
若果園共收成 y 顆柳丁
則 $y = (80 - x)(60 + 5x)$
$$= -5x^2 + 340x + 4800$$
$$= -5(x^2 - 68x + 34^2) + 4800 + 5 \times 34^2$$
$$= -5(x - 34)^2 + 10580$$
當 $x = 34$ 時, y 有最大值 10580
即減少種植 34 棵柳丁樹時,果園會有最大的收成

2. 設 $A(k, 4)$ 、 $B(-2, -1)$ 、 $C(-1, 6)$ 、 $D(5, 0)$, 則:

(1)若 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, 試求 k 值。 (2)若 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, 試求 k 值。

答案： $m_{\overline{AB}} = \frac{4 - (-1)}{k - (-2)} = \frac{5}{k + 2}$; $m_{\overline{CD}} = \frac{6 - 0}{-1 - 5} = \frac{6}{-6} = -1$

$$(1) \because \overline{AB} \parallel \overline{CD} \quad \therefore m_{\overline{AB}} = m_{\overline{CD}} \Rightarrow \frac{5}{k + 2} = -1 \Rightarrow k + 2 = -5 \Rightarrow k = -7$$

$$(2) \because \overline{AB} \perp \overline{CD} \quad \therefore m_{\overline{AB}} \times m_{\overline{CD}} = -1 \Rightarrow \frac{5}{k + 2} \times (-1) = -1 \Rightarrow k + 2 = 5 \Rightarrow k = 3$$

3. 解不等式 $-2x^2 - 5x + 3 \leq 0$ 。

答案： $-2x^2 - 5x + 3 \leq 0$
 $\Rightarrow 2x^2 + 5x - 3 \geq 0 \Rightarrow (2x - 1)(x + 3) \geq 0$

故不等式的解為 $x \geq \frac{1}{2}$ 或 $x \leq -3$

