

110 學年度第二學期五專(資工一乙)期中考

分數欄

學號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(共 70 分,每題 10 分)

1. (D) 試求 $\sum_{k=1}^{20} k(k+2) = ?$ (A)2990 (B)3090 (C)3190 (D)3290

解析： $\sum_{k=1}^{20} k(k+2) = \sum_{k=1}^{20} k^2 + 2\sum_{k=1}^{20} k = \frac{20 \times 21 \times 41}{6} + 2 \times \frac{20 \times 21}{2} = 3290$

2. (A) 若 x 、 $2x+3$ 、 $4x+5$ 三數成等差數列，則 x 之值為何？ (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

解析： \therefore 公差 = 後項 - 前項

$$\therefore (4x+5) - (2x+3) = (2x+3) - x \Rightarrow 2x+2 = x+3 \Rightarrow x=1$$

3. (A) 設一等比級數公比是 3，其前 6 項的和是 1456，則第 4 項為 (A)108 (B)324 (C)36 (D)972

解析： $S_6 = \frac{a_1(3^6-1)}{3-1} = 1456 \Rightarrow a_1 = 4$

$$\therefore a_4 = a_1 r^3 = 4 \times 3^3 = 108$$

4. (D) 利用綜合除法計算多項式 $f(x) = 2x^4 + ax^3 + bx^2 + cx - 10$ 除以 $2x-1$ ，過程如下，則下列敘述何者正確？

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 2 & 2 & +a & +b & +c & -10 & \\ & & +1 & +d & +e & +f & \\ \hline & & & & & & \end{array} \left| \frac{1}{2} \right.$$

$$2 \left| \begin{array}{rrrr} 2 & -4 & +g & +h \\ 1 & +i & +3 & +j \end{array} \right| -11 \quad (A) a = -3 \quad (B) b = 6 \quad (C) f(x) \text{ 除以 } 4x-2 \text{ 的餘式為 } -22 \quad (D) f(x)$$

除以 $2x-1$ 的商式為 $x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

解析：(A) $a = -5$

(B) $b = 8$

(C) $f(x)$ 除以 $4x-2$ 的餘式為 -11

(D) $f(x)$ 除以 $2x-1$ 的商式為 $x^3 - 2x^2 + 3x - 1$

$$\begin{array}{r|rrrrrr} 2 & 2 & -5 & +8 & -5 & -10 & \\ & & +1 & -2 & +3 & -1 & \\ \hline & & & & & & \end{array} \left| \frac{1}{2} \right.$$

$$2 \left| \begin{array}{rrrr} 2 & -4 & +6 & -2 \\ 1 & -2 & +3 & -1 \end{array} \right| -11$$

5. (D) 若 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 4$ 有因式 $x+1$ 及 $x+2$ ，則 $(m, n) = ?$ (A)(4,1) (B)(-1,4) (C)(-4,-1) (D)(1,-4)

解析：由因式定理可知， $\begin{cases} f(-1) = -1 + m - n - 4 = 0 \\ f(-2) = -8 + 4m - 2n - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ n = -4 \end{cases}$

6. (C) 若 $z = \frac{1-i}{1+i}$ ，則 z 的共軛複數為 (A)0 (B)1 (C) i (D) $-i$

解析： $z = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$ ， z 之共軛複數為 i

7. (D) $1+i+i^2+i^3+\cdots+i^{149} =$ (A) i (B)0 (C) $-i$ (D) $1+i$

解析： $i+i^2+i^3+i^4=0$ ，又 $i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{148}=0$
 $1+i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{149}=1+0+i=1+i$

二、計算與證明題(共 30 分,每題 10 分)

1. 設四負數 a 、 b 、 c 、 d 成等比數列，若 $a+c=-70$ 、 $b+d=-210$ ，則此數列的公比為_____。

答案：3

解析：設此數列為 a 、 ar 、 ar^2 、 ar^3

$$\begin{cases} a+c=-70 \\ b+d=-210 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+ar^2=-70 \\ ar+ar^3=-210 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a(1+r^2)=-70 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ ar(1+r^2)=-210 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\frac{\textcircled{2}}{\textcircled{1}} \text{ 得 } r=3$$

$$\Rightarrow a=-7 \text{、} b=-21 \text{、} c=-63 \text{、} d=-189$$

2. 設 k 為複數，若方程式 $x^2-(1+i)x+k=0$ 有一根為 $1+2i$ ，試求 k 之值。

答案：設另一根為 α

利用根與係數關係知

$$\begin{cases} \alpha+1+2i=1+i \cdots \cdots \textcircled{1} \\ \alpha(1+2i)=k \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

由①知另一根 $\alpha=-i$

$$\alpha=-i \text{ 代回 } \textcircled{2} \text{ 得 } k=-i(1+2i)=2-i$$

3. 設 a 、 b 為實數且 $5-4i$ 為 $2x^2+ax+b=0$ 的一根，試求 a 、 b 之值。

答案：由實係數方程式虛根成對知

另一根為 $5+4i$

利用根與係數的關係知

$$\begin{cases} (5-4i)+(5+4i)=-\frac{a}{2} \\ (5-4i)(5+4i)=\frac{b}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10=-\frac{a}{2} \\ 5^2+4^2=\frac{b}{2} \end{cases} \quad \text{即 } a=-20 \text{、} b=82$$