

# 110 學年度第二學期五專(資工一乙)數學第一次小考

分數欄

學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

## 一、單一選擇題(共 60 分,每題 12 分)

1. ( C ) 已知多項式  $f(x)$  除以  $x+2$  得商式為  $4x^2+2x-3$ ，餘式為 4，則  $f(1)=?$  (A) -4  
(B) -2 (C) 13 (D) 14

解析：由除法原理得  $f(x) = (x+2)(4x^2+2x-3) + 4 \Rightarrow f(1) = 3 \times 3 + 4 = 13$

2. ( B ) 化簡  $\sqrt{4-\sqrt{12}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}} = ?$  (A)  $4-2\sqrt{3}$  (B) 2 (C) -2 (D)  $2\sqrt{3}-4$

解析：原式  $= \sqrt{4-2\sqrt{3}} + \sqrt{12-2\sqrt{27}}$   
 $= (\sqrt{3}-\sqrt{1}) + (\sqrt{9}-\sqrt{3}) = 2$

3. ( C ) 有理化  $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{6}} = ?$  (A)  $2\sqrt{6}-\sqrt{3}$  (B)  $\sqrt{3}-2\sqrt{6}$  (C)  $2\sqrt{3}-\sqrt{6}$  (D)  $\sqrt{6}-2\sqrt{3}$

解析：原式  $= \frac{3\sqrt{2}(\sqrt{6}-\sqrt{3})}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})} = \frac{6\sqrt{3}-3\sqrt{6}}{6-3} = 2\sqrt{3}-\sqrt{6}$

4. ( D ) 若  $f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 2$  可被  $x-1$  整除，且被  $x+2$  除餘式為 6，則  $m-n=?$  (A) -3  
(B) -1 (C) 3 (D) 5

解析： $\begin{cases} f(1) = 1 + m + n - 2 = 0 \\ f(-2) = -8 + 4m - 2n - 2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = -2 \end{cases} \Rightarrow m - n = 3 - (-2) = 5$

5. ( D ) 設  $a$ 、 $b$  為整數，下列何者不可能是  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 12$  的因式： (A)  $x-1$   
(B)  $x-3$  (C)  $x+6$  (D)  $x-9$

解析：設  $f(x)$  的一次整係數因式  $px-q$

則滿足整係數一次因式檢驗法的  $p$ 、 $q$  可能值如下：

$p$  可能為  $\pm 1$

$q$  可能為  $\pm 1$ 、 $\pm 2$ 、 $\pm 3$ 、 $\pm 4$ 、 $\pm 6$ 、 $\pm 12$

所有可能的因式有  $x \pm 1$ 、 $x \pm 2$ 、 $x \pm 3$ 、 $x \pm 4$ 、 $x \pm 6$ 、 $x \pm 12$ ，

故  $x-9$  不可能是  $f(x)$  的因式

## 二、計算與證明題(共 40 分,每題 20 分)

1. 利用綜合除法，試求  $2x^3 - 3x^2 + 5x - 3$  除以  $2x - 1$  的商式和餘式。

答案： 除式  $2x - 1 = 2(x - \frac{1}{2})$

$$\text{令 } x - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & -3 & +5 & -3 \\ +1 & -1 & +2 & \end{array} \bigg| \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{r} 2 \quad | \quad 2-2 \quad +4 \quad | \quad -1 \\ 1 \quad -1 \quad +2 \end{array}$$

故得商式為  $x^2 - x + 2$ 、餘式為  $-1$

2. 設  $\frac{3x^2 + x}{(x-2)(x^2 + x + 1)} = \frac{a}{x-2} + \frac{bx+c}{x^2 + x + 1}$ ，試求序組  $(a, b, c)$ 。

答案：

等式兩邊同乘以  $(x-2)(x^2 + x + 1)$  得

$$3x^2 + x = a(x^2 + x + 1) + (bx + c)(x - 2)$$

$$\text{令 } x = 2 \text{ 代入得 } 7a = 14 \Rightarrow a = 2$$

$$\text{令 } x = 0 \text{ 代入得 } a - 2c = 0 \Rightarrow c = 1$$

$$\text{令 } x = 1 \text{ 代入得 } 3a - b - c = 4 \Rightarrow b = 1$$

$$\text{故 } (a, b, c) = (2, 1, 1)$$