

# 110 學年度第二學期五專(日語一甲)數學期中考

分數欄

學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

## 一、單一選擇題(共 70 分,每題 10 分)

1. ( A ) 設  $\theta$  為銳角，若  $\tan \theta = \frac{4}{3}$ ，則  $\frac{6\sin \theta - 3\cos \theta}{3\sin \theta + \cos \theta} = ?$  (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

解析： 
$$\frac{\frac{6\sin \theta - 3\cos \theta}{\cos \theta}}{\frac{3\sin \theta + \cos \theta}{\cos \theta}} = \frac{6\tan \theta - 3}{3\tan \theta + 1} = \frac{6 \times \frac{4}{3} - 3}{3 \times \frac{4}{3} + 1} = \frac{5}{5} = 1$$

2. ( C ) 設  $\theta$  為銳角，已知  $\sin(\theta + 20^\circ) = \cos 40^\circ$ ，則  $\theta = ?$  (A)  $20^\circ$  (B)  $25^\circ$  (C)  $30^\circ$  (D)  $50^\circ$

解析：  $\sin(\theta + 20^\circ) = \cos 40^\circ = \sin(90^\circ - 40^\circ) = \sin 50^\circ$   
 $\therefore \theta + 20^\circ = 50^\circ \Rightarrow \theta = 30^\circ$

3. ( D )  $(\cos 5^\circ - \sin 5^\circ)^2 + (\sin 5^\circ + \cos 5^\circ)^2$  之值為何？ (A)1 (B)  $\sqrt{2}$  (C)  $\sqrt{3}$  (D)2

解析： 所求  $= (\cos^2 5^\circ + \sin^2 5^\circ - 2\cos 5^\circ \sin 5^\circ) + (\sin^2 5^\circ + \cos^2 5^\circ + 2\sin 5^\circ \cos 5^\circ) = 1 + 1 = 2$

4. ( D ) 面積為  $\frac{3\pi}{5}$  的扇形，若圓心角為  $150^\circ$ ，則其半徑為何？ (A)  $\frac{3}{5}$  (B)  $\frac{5}{6}$  (C)90 (D)  $\frac{6}{5}$

解析：  $150^\circ = \frac{5\pi}{6}$   
 $\frac{3\pi}{5} = \frac{1}{2} \times r^2 \times \frac{5\pi}{6} \Rightarrow r^2 = \frac{36}{25} \Rightarrow r = \frac{6}{5}$

5. ( D )  $\tan^2 60^\circ - 2\sin 60^\circ \tan 30^\circ + 4\cos^2 45^\circ = ?$  (A)1 (B)2 (C)3 (D)4

解析： 所求  $= (\sqrt{3})^2 - 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} + 4 \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = 3 - 1 + 2 = 4$

6. ( D ) 已知一圓的圓心為  $(5, -6)$ ，半徑為 2，則此圓的方程式為何？

(A)  $(x-5)^2 + (y-6)^2 = 2$  (B)  $(x+5)^2 + (y+6)^2 = 2$  (C)  $(x+5)^2 + (y+6)^2 = 4$   
 (D)  $(x-5)^2 + (y+6)^2 = 4$

解析： 由圓的標準式  $(x-5)^2 + [y-(-6)]^2 = 2^2 \Rightarrow (x-5)^2 + (y+6)^2 = 4$

7. ( B ) 自點  $(-1, 2)$  至圓  $x^2 + y^2 - 8x + 4y + 4 = 0$  之切線段長為何？ (A)4 (B)5 (C)6 (D)7

解析： 切線段長  $= \sqrt{1+4+8+8+4} = 5$

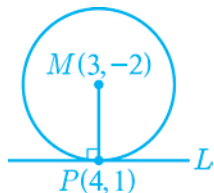
## 二、計算與證明題(共 30 分,每題 10 分)

1. 過圓  $C: x^2 + y^2 - 6x + 4y + 3 = 0$  上一點  $P(4,1)$  的切線方程式為\_\_\_\_\_。

**答案：**  $x + 3y - 7 = 0$

**解析：** 圓  $C \Rightarrow (x^2 - 6x + 9) + (y^2 + 4y + 4) = -3 + 9 + 4 \Rightarrow (x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 10$

圓心  $M(3, -2)$



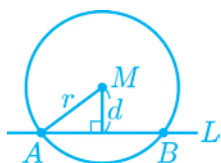
$$m_{\overline{MP}} = \frac{1 - (-2)}{4 - 3} = 3, \text{ 又 } \overline{MP} \perp L \Rightarrow m_{\overline{MP}} \times m = -1 \Rightarrow m = -\frac{1}{3}$$

$$\text{利用點斜式: } y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 4) \Rightarrow 3y - 3 = -x + 4 \Rightarrow x + 3y - 7 = 0$$

2. 若圓  $C: x^2 + (y + 3)^2 = 25$  與直線  $L: 3x - 4y + 3 = 0$  交於  $A$ 、 $B$  兩點，試求弦長  $\overline{AB}$  之值。

**答案：** 圓心  $M(0, -3)$ 、 $r = 5$

$$d = \frac{|0 - 4 \times (-3) + 3|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{15}{5} = 3$$



$$\therefore \overline{AB} = 2\sqrt{r^2 - d^2} = 2\sqrt{5^2 - 3^2} = 2 \times 4 = 8$$

3. 設  $\theta$  為銳角，若  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ ，試求下列各式之值：

$$(1) \sin \theta \cos \theta \quad (2) \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta}$$

**答案：** (1)  $(\sin \theta - \cos \theta)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

$$\Rightarrow \sin^2 \theta - 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow 1 - 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{9} \Rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin \theta \cos \theta = \frac{4}{9}$$

$$(2) \tan \theta + \frac{1}{\tan \theta} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} + \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\sin \theta \cos \theta} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4}$$