

111 學年度第一學期五專(資工一乙)數學第一次小考

分數欄

學號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(共 60 分,每題 12 分)

1. (**C**) $\sin 210^\circ + \cos(-60^\circ) + \tan 135^\circ = ?$ (A)0 (B)1 (C)-1 (D)2

解析： $\sin 210^\circ = \sin(180^\circ + 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$

$$\cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 135^\circ = \tan(90^\circ + 45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

2. (**A**) $a = \sec 85^\circ, b = \csc 85^\circ, c = \cot 85^\circ$ ，其大小關係為何？ (A) $a > b > c$ (B) $c > a > b$
(C) $c > b > a$ (D) $b > a > c$

解析： $\tan 85^\circ > \sin 85^\circ > \cos 85^\circ$

$$\Rightarrow \frac{1}{\tan 85^\circ} < \frac{1}{\sin 85^\circ} < \frac{1}{\cos 85^\circ}$$

$$\Rightarrow \sec 85^\circ > \csc 85^\circ > \cot 85^\circ$$

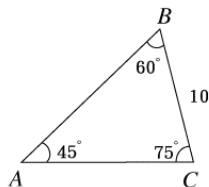
3. (**B**) $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ, \angle C = 75^\circ, \overline{BC} = 10$ ，則 \overline{AC} 長度為 (A) $5\sqrt{2}$ (B) $5\sqrt{6}$
(C) $10\sqrt{2}$ (D)15

解析： $\angle B = 180^\circ - 45^\circ - 75^\circ = 60^\circ$

利用正弦定理得知

$$\frac{10}{\sin 45^\circ} = \frac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \frac{10}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{\overline{AC}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \overline{AC} = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AC} = 5\sqrt{6}$$



4. (**D**) 化簡 $\frac{\sin(\pi + \theta)}{\sin(2\pi - \theta)} + \frac{\cos(-\theta)}{\sin(\frac{3\pi}{2} + \theta)}$ 得 (A)-2 (B)-1 (C)1 (D)0

解析：原式 $= \frac{-\sin \theta}{-\sin \theta} + \frac{\cos \theta}{-\cos \theta} = 1 - 1 = 0$

5. (**D**) 已知三角形的三邊長為 5, 6, 7， θ 為三內角中最小者，則 $\cos \theta = ?$ (A) $\frac{2}{7}$ (B) $\frac{3}{7}$
(C) $\frac{4}{7}$ (D) $\frac{5}{7}$

解析：利用餘弦定理得知

$$\cos \theta = \frac{6^2 + 7^2 - 5^2}{2 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{60}{84} = \frac{5}{7}$$

二、計算與證明題(共 40 分,每題 20 分)

1. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長分別為 6、7、11，試求 $\triangle ABC$ 面積。

答案：因為 $s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{6+7+11}{2} = 12$

由海龍公式可得

$\triangle ABC$ 面積

$$= \sqrt{12 \times (12-6) \times (12-7) \times (12-11)}$$

$$= \sqrt{12 \times 6 \times 5 \times 1} = 6\sqrt{10}$$

2. 設 $f(x) = \sin^2 x + 4\sin x + 1$ ，其中 x 為任意實數，試求 $f(x)$ 的最大值與最小值。

答案： $f(x) = \sin^2 x + 4\sin x + 1 = (\sin x + 2)^2 - 3$

又 x 為任意實數 $\Rightarrow -1 \leq \sin x \leq 1$

當 $\sin x = 1$ 時， $f(x) = (1+2)^2 - 3 = 6$ 為最大值

當 $\sin x = -1$ 時， $f(x) = (-1+2)^2 - 3 = -2$ 為最小值