數學 B 第一冊　學習評量

第 12 回　4－1　圓方程式

一、選擇題：（每題 10 分）

(　C　)1.圓心坐標為$(-3,1)$，半徑為 5 的圓標準式為何？　(A)$(x+3)^2+(y-1)^2=5$

(B)$(x-3)^2+(y+1)^2=5$　(C)$(x+3)^2+(y-1)^2=25$　(D)$(x-3)^2+(y+1)^2=25$

解：由圓的標準式：$[x-(-3)]^2+(y-1)^2=5^2\Rightarrow(x+3)^2+(y-1)^2=25$

(　D　)2.方程式$x^2+y^2-2x+4y+16=0$的圖形為何？

(A)一圓　(B)一點　(C)兩直線　(D)沒有圖形

解：$d=-2$、$e=4$、$f=16$

$d^2+e^2-4f=(-2)^2+4^2-4\times16=4+16-64=-44<0$

故此方程式沒有圖形

(　C　)3.設圓方程式$x^2+y^2+4x-6y+k=0$的半徑為$\sqrt{10}$，則$k=$?　(A)1　(B)2　(C)3　(D)4

解：圓$\Rightarrow(x^2+4x+4)+(y^2-6y+9)=-k+4+9\Rightarrow(x+2)^2+(y-3)^2=-k+13$

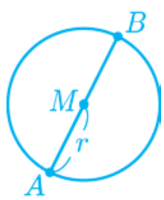
$r^2=(\sqrt{10})^2=10=-k+13\Rightarrow k=3$

(　A　)4.以$(0,-4)$、$(2,0)$為直徑兩端點的圓方程式為何？

(A)$x^2+y^2-2x+4y=0$　(B)$x^2+y^2+2x+4y=0$　(C)$x^2+y^2-2x-4y=0$

(D)$x^2+y^2+2x-4y=0$

解：圓心$M=(\frac{0+2}{2},\frac{-4+0}{2})=(1,-2)$



$r=\overline{MA}=\sqrt{(1-0)^2+[-2-(-4)]^2}=\sqrt{5}$

由圓的標準式：$(x-1)^2+[y-(-2)]^2=(\sqrt{5})^2\Rightarrow(x-1)^2+(y+2)^2=5$

$\Rightarrow x^2-2x+1+y^2+4y+4=5\Rightarrow x^2+y^2-2x+4y=0$

(　B　)5.若方程式$x^2+y^2-3x+5y+k=0$的圖形為一圓，則k的範圍為何？

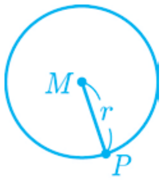
(A)$k>\frac{17}{2}$　(B)$k<\frac{17}{2}$　(C)$k>-\frac{17}{2}$　(D)$k<-\frac{17}{2}$

解：$d=-3$、$e=5$、$f=k$

一圓$\Rightarrow d^2+e^2-4f=(-3)^2+5^2-4k=34-4k>0\Rightarrow k<\frac{17}{2}$

二、填充題：(每格 10 分)

1.以 $M(2,-1)$ 為圓心，且通過 $P(4,-5)$ 的圓標準式為__$\underline{(x-2)^2+(y+1)^2=20}$__。



解：$r=\overline{MP}=\sqrt{(4-2)^2+[-5-(-1)]^2}=\sqrt{20}$

由圓的標準式：$(x-2)^2+[y-(-1)]^2=(\sqrt{20})^2 \Rightarrow (x-2)^2+(y+1)^2=20$

2.若方程式 $x^2+y^2-4x+2y+k=0$ 的圖形為一點，則 $k=$ __5__ 。

解：$d=-4$ 、 $e=2$ 、 $f=k$

一點 $\Rightarrow d^2+e^2-4f=(-4)^2+2^2-4k=20-4k=0 \Rightarrow k=5$

3.通過 $(3,0)$ 、 $(8,0)$ 、 $(2,3)$ 的圓方程式為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ ，則 $d+e+f=$ __8__ 。

解：將三點分別代入圓方程式

$$\Rightarrow \begin{cases} 9+0+3d+0+f=0 \\ 64+0+8d+0+f=0 \\ 4+9+2d+3e+f=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3d+f=-9 \cdots\cdots ① \\ 8d+f=-64 \cdots\cdots ② \\ 2d+3e+f=-13 \cdots\cdots ③ \end{cases}$$

②–① $\Rightarrow 5d=-55 \Rightarrow d=-11$ 代入①得 $3\times(-11)+f=-9 \Rightarrow f=24$

代入③得 $2\times(-11)+3e+24=-13 \Rightarrow e=-5$

$\therefore d+e+f=(-11)+(-5)+24=8$

4.圓的方程式為 $x^2+y^2-6x+2y-15=0$ ，試求：

(1)圓心坐標為__$\underline{(3,-1)}$__。

(2)圓面積為__$\underline{25\pi}$__。

解：圓 $\Rightarrow (x^2-6x+9)+(y^2+2y+1)=15+9+1 \Rightarrow (x-3)^2+(y+1)^2=25$

$\therefore$ 圓心為 $(3,-1)$ 、圓面積 $=\pi r^2=25\pi$