

111 學年度第一學期五專(日語一甲)數學期中考

分數欄

學號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(共 70 分,每題 10 分)

1. (B) 若 $(a+2)x^3 + (b-1)x^2 + cx + d - 3$ 為零多項式，則 $a+b+c+d$ 之值為 (A)0 (B)2 (C)4 (D)6

解析： $a+2=0, b-1=0, c=0, d-3=0 \Rightarrow a+b+c+d=(-2)+1+0+3=2$

2. (C) 已知 $\triangle ABC$ 的三頂點為 $A(-1,2)$ 、 $B(-3,-3)$ 、 $C(3,-1)$ ，則 \overline{AB} 邊上的中線長為何？

(A) $\frac{\sqrt{26}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{71}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{101}}{2}$ (D) $\sqrt{26}$

解析： \overline{AB} 的中點 $M(\frac{(-1)+(-3)}{2}, \frac{2+(-3)}{2}) = M(-2, -\frac{1}{2})$

$$\therefore \overline{CM} = \sqrt{[3-(-2)]^2 + [(-1)-(-\frac{1}{2})]^2} = \sqrt{25 + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{101}}{2}$$

3. (C) 試問不等式 $x^2 + 2x + 3 > 0$ 之解為何？ (A) $-1 < x < 3$ (B) $x > 3$ 或 $x < -1$ (C) 任意實數 (D) 無實數解

解析： $\because 2^2 - 4 \times 1 \times 3 = -8 < 0 \therefore x^2 + 2x + 3$ 恆正 故 $x^2 + 2x + 3 > 0 \Rightarrow x$ 為任意實數

4. (D) 若 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 2$ 可被 $x-1$ 整除，且被 $x+2$ 除餘式為 6，則以 $x+1$ 除 $f(x)$ 的餘式為何？ (A) -3 (B) -1 (C) 3 (D) 2

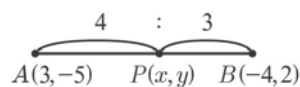
解析： $\begin{cases} f(1) = 1 + m + n - 2 = 0 \\ f(-2) = -8 + 4m - 2n - 2 = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ n = -2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2 \therefore f(-1) = 2$

5. (C) 若一元二次不等式 $x^2 - 2x - 3 < 0$ 的解為 $a < x < b$ ，則 $a+b=?$ (A) -3 (B) -1 (C) 2 (D) 3

解析： $x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow (x+1)(x-3) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3$
比較係數得 $a = -1, b = 3 \therefore a+b = (-1)+3 = 2$

6. (B) 已知 $A(3,-5)$ 、 $B(-4,2)$ 為坐標平面上兩點，若 P 在 \overline{AB} 上，且 $\overline{PA}:\overline{PB} = 4:3$ ，則 P 點

坐標為何？ (A) $(0,-2)$ (B) $(-1,-1)$ (C) $(1,3)$ (D) $(\frac{1}{7}, -\frac{11}{7})$

解析： 

$$P = (\frac{3 \times 3 + 4 \times (-4)}{4+3}, \frac{3 \times (-5) + 4 \times 2}{4+3}) = (-1, -1)$$

7. (D) 不等式 $|x-2| < 1$ 的解為何？ (A) $-1 < x < 1$ (B) $-1 < x < 3$ (C) $1 < x < 2$

(D) $1 < x < 3$

解析： $|x-2| < 1 \Rightarrow -1 < x-2 < 1 \Rightarrow 1 < x < 3$

二、計算與證明題(共 30 分,每題 10 分)

1. 使用 **綜合除法** 計算 $x^4 + 2x^3 + 5x - 3$ 除以 $x + 3$ 的商式及餘式。

答案： 除式為 $x + 3$ ，常數項要變號為 -3
寫上被除式的係數，有缺項要補 0

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 1 & + & 2 & + & 0 & + & 5 & - & 3 \\
 & - & 3 & + & 3 & - & 9 & + & 12 \\
 \hline
 1 & - & 1 & + & 3 & - & 4 & + & 9
 \end{array}$$

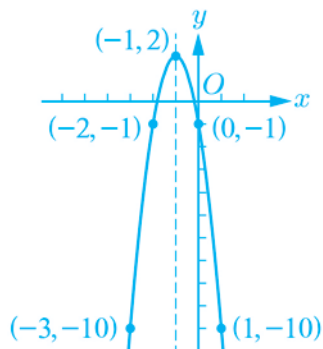
被除式第一個數 1 直接放於橫線之下

將前面放下來的 1 乘以 -3 以後的數放在被除式中下一項的底下
並與被除式中對齊的項相加所得之數 -1 放於橫線之下
重複這樣的步驟即可完成
由最後的結果可知商式為 $x^3 - x^2 + 3x - 4$ ，餘式為 9

2. 試畫出 $f(x) = -3x^2 - 6x - 1$ 的圖形，並找出頂點和對稱軸。

答案： $f(x) = -3(x^2 + 2x + 1) - 1 + 3 = -3(x + 1)^2 + 2$

x	-3	-2	-1	0	1
$y = f(x)$	-10	-1	2	-1	-10



\therefore 頂點 $(-1, 2)$ ，對稱軸 $x + 1 = 0$

3. 若多項式 $f(x)$ 除以 $x + 2$ 得餘式 3，且 $f(x)$ 除以 $x - 5$ 得餘式 -4 ，試求 $f(x)$ 除以 $(x + 2)(x - 5)$ 的餘式。

答案： 設 $f(x) = (x + 2)(x - 5)Q(x) + ax + b$ $\therefore \begin{cases} f(-2) = -2a + b = 3 \\ f(5) = 5a + b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases} \therefore \text{餘式 } -x + 1$