111 學年度第二學期五專(資工二乙)數學第一次小考

分數欄

學號：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

一、單一選擇題(共 60 分,每題 12 分)

1. (D)若 $f(x)=\begin{cases}3x-1, x\neq 1\\ 5, x=1\end{cases}$，則 $\lim\limits_{x\to 1} f(x)=$　(A)不存在　(B)7　(C)5　(D)2

解析：$\lim\limits_{x\to 1} f(x)=\lim\limits_{x\to 1}(3x-1)=2$

2. (B) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x-4}{4x^2+3x-7}=$　(A)0　(B)$\dfrac{5}{11}$　(C)-1　(D)不存在

解析：$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2+3x-4}{4x^2+3x-7}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{(x-1)(x+4)}{(4x+7)(x-1)}=\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+4}{4x+7}=\dfrac{1+4}{4\cdot 1+7}=\dfrac{5}{11}$

3. (A)若函數 $f(x)=4x^3+8x^2-1$，試求極限 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(-1+h)-f(-1)}{h}$ 之值為何？　(A)-4　(B)-3　(C)3　(D)4

解析：
$$\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=f'(-1)=\lim_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x-(-1)}$$
$$=\lim_{x\to -1}\frac{4x^3+8x^2-4}{x+1}=\lim_{x\to -1}\frac{4(x+1)(x^2+x-1)}{x+1}$$
$$=\lim_{x\to -1}4(x^2+x-1)=-4$$

4. (C)已知函數 $f(x)=(x^3+2x^2-4x+1)(x^2+2x)$，則導數 $f'(-1)=?$　(A)3　(B)-3　(C)5　(D)-5

解析：$f'(x)=(3x^2+4x-4)(x^2+2x)+(x^3+2x^2-4x+1)(2x+2)$

$\Rightarrow f'(-1)=(3-4-4)(1-2)+(-1+2+4+1)(-2+2)=5$

5. (B)設 $f(x)=\dfrac{3x-4}{x-2}$，則 $f(x)$ 的圖形在 $x=3$ 的切線斜率為何？　(A)-10　(B)-2　(C)2　(D)5

解析：$f'(x)=\dfrac{3(x-2)-(3x-4)\cdot 1}{(x-2)^2}=\dfrac{-2}{(x-2)^2}$

所求 $=f'(3)=\dfrac{-2}{(3-2)^2}=\dfrac{-2}{1}=-2$

二、計算與證明題(共 40 分,每題 20 分)

1. 試求通過點 $P(1,0)$ 且與函數圖形 $y=2x^2-3x+1$ 相切的直線方程式。

答案：令 $f(x)=2x^2-3x+1$，$P(1,0)$ 為切點

故切線斜率為 $f'(1)$

由導數定義

$$f'(1)=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{2x^2-3x+1-0}{x-1}$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{(2x-1)(x-1)}{x-1}=\lim_{x\to 1}(2x-1)=1$$

所求切線為 $y-0=1\times(x-1)\Rightarrow x-y-1=0$

2. 若函數 $f(x)=\frac{|x^2-4|}{x-2}$，則 $\lim_{x\to 2} f(x)=$________。

答案：不存在

解析：① $\lim_{x\to 2^+} f(x)=\lim_{x\to 2^+}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim_{x\to 2^+}(x+2)=4$

② $\lim_{x\to 2^-} f(x)=\lim_{x\to 2^-}\frac{-x^2+4}{x-2}=\lim_{x\to 2^-}(-x-2)=-4$

$\lim_{x\to 2^+} f(x)\neq\lim_{x\to 2^-} f(x)\Rightarrow\lim_{x\to 2} f(x)$ 不存在