

111 學年度第二學期五專(日語一甲)數學第一次小考

分數欄

學號：_____ 姓名：_____

一、單一選擇題(共 60 分,每題 12 分)

1. (B) 若一等比級數的首項為 6、公比為 -2，則其前 7 項和為何？ (A)218 (B)258
(C)270 (D)292

解析： $S_7 = \frac{a_1(1-r^7)}{1-r} = \frac{6 \times [1-(-2)^7]}{1-(-2)} = \frac{6 \times (1+128)}{3} = 258$

2. (A) 試求 $\sum_{k=1}^5 (\frac{1}{2})^k$ 之值。 (A) $\frac{31}{32}$ (B) $\frac{63}{64}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{5}{2}$

解析： $\sum_{k=1}^5 (\frac{1}{2})^k = \frac{1}{2} + (\frac{1}{2})^2 + \cdots + (\frac{1}{2})^5$ 為等比級數

$$a_1 = \frac{1}{2}, r = \frac{1}{2}, \text{代入 } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r} \Rightarrow \sum_{k=1}^5 (\frac{1}{2})^k = S_5 = \frac{\frac{1}{2} \times [1-(\frac{1}{2})^5]}{1-\frac{1}{2}} = 1 - (\frac{1}{2})^5 = \frac{31}{32}$$

3. (D) 設一等差數列為 5, 12, 19, ..., 則第 101 項為何？ (A)695 (B)698 (C)700
(D)705

解析： $a_1 = 5, d = 12 - 5 = 7$

故 $a_{101} = a_1 + (101-1) \times d = 5 + 100 \times 7 = 705$

4. (D) 設 4, x, 32 為一等比數列，則 x = ? (A) ± 8 (B) $8\sqrt{2}$ (C) $8\sqrt{3}$ (D) $\pm 8\sqrt{2}$

解析： 已知等比中項 $x^2 = 4 \times 32 = 128 \Rightarrow x = \pm 8\sqrt{2}$

5. (D) 已知 $\sum_{k=1}^{100} a_k = 205, \sum_{k=1}^{100} b_k = 26$ ，求 $\sum_{k=1}^{100} (\frac{a_k}{5} - \frac{b_k}{2} + 1)$ 之值。 (A)29 (B)68 (C)80
(D)128

解析： 所求 = $\sum_{k=1}^{100} \frac{a_k}{5} - \sum_{k=1}^{100} \frac{b_k}{2} + \sum_{k=1}^{100} 1 = \frac{1}{5} \sum_{k=1}^{100} a_k - \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{100} b_k + 1 \times 100$
 $= \frac{1}{5} \times 205 - \frac{1}{2} \times 26 + 100 = 41 - 13 + 100 = 128$

二、計算與證明題(共 40 分,每題 20 分)

1. 已知一等差級數的首項為 14、公差為 -3，試求此級數前 10 項的和。

答案： $a_1 = 14$ 、 $d = -3$ 、 $n = 10$

$$S_{10} = \frac{[2a_1 + (n-1)d] \times n}{2} = \frac{[2 \times 14 + (10-1) \times (-3)] \times 10}{2} = 5$$

〈另解〉

$$a_{10} = a_1 + 9d = 14 + 9 \times (-3) = -13$$

$$S_{10} = \frac{[14 + (-13)] \times 10}{2} = 5$$

2. 已知一等比數列的第 6 項為 -2、第 9 項為 54，試求公比和第 11 項。

答案： 已知 $a_6 = -2$ 、 $a_9 = 54$ 且公比為 r

$$a_6 = a_1 r^{6-1} = a_1 r^5 = -2 \dots\dots ①$$

$$a_9 = a_1 r^{9-1} = a_1 r^8 = 54 \dots\dots ②$$

由 ② ÷ ① 得 $r^3 = -27$ ，即 $r = -3$

$$\text{又 } a_{11} = a_9 r^{11-9} = a_9 r^2 = 54 \times (-3)^2 = 486$$

故公比 $r = -3$ 、第 11 項 $a_{11} = 486$