111 學年度第二學期五專(日語一甲)數學期中考

分數欄

學號：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿　姓名：＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

一、單一選擇題(共 70 分,每題 10 分)

1. (D) $\sin 30^\circ + \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ - \sin 45^\circ \times \cos 45^\circ = ?$　(A)0　(B)1　(C)-1　(D)$\frac{1}{2}$

解析：原式$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$

2. (D) 若 $\tan\theta=\frac{1}{3}$，則 $\frac{2\cos\theta-3\sin\theta}{4\cos\theta+6\sin\theta}=?$　(A)$\frac{-1}{10}$　(B)$\frac{5}{13}$　(C)$\frac{13}{5}$　(D)$\frac{1}{6}$

解析：所求$=\dfrac{\frac{2\cos\theta-3\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{4\cos\theta+6\sin\theta}{\cos\theta}}=\frac{2-3\tan\theta}{4+6\tan\theta}=\frac{2-1}{4+2}=\frac{1}{6}$

3. (C) $\sin 210^\circ+\cos(-60^\circ)+\tan 135^\circ=?$　(A)0　(B)1　(C)-1　(D)2

解析：$\sin 210^\circ=\sin(180^\circ+30^\circ)=-\sin 30^\circ=-\frac{1}{2}$

$\cos(-60^\circ)=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$

$\tan 135^\circ=\tan(90^\circ+45^\circ)=-\tan 45^\circ=-1$　$\therefore$所求$=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+(-1)=-1$

4. (B) $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ+\sin 180^\circ+\cos 270^\circ=?$　(A)-1　(B)0　(C)2　(D)4

解析：原式$=0+0+0+0=0$

5. (B) $\triangle ABC$ 中，已知 $\sin A:\sin B:\sin C=3:2:4$，且 $\triangle ABC$ 周長為 72，則 $\angle A$ 的對應邊長 a 為何？　(A)20　(B)24　(C)26　(D)28

解析：$\because a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C=3:2:4\Rightarrow$ 最大邊為 a

令 $a=3k$ 、 $b=2k$ 、 $c=4k$ （ $k>0$ ）

$\Rightarrow$ 周長 $3k+2k+4k=72\Rightarrow k=8$　$\therefore a=3\times 8=24$

6. (A) $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ,\angle B=75^\circ,a=2$ ，則 $c=?$　(A)$\frac{2\sqrt{6}}{3}$　(B)$\frac{\sqrt{3}}{2}$　(C)$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$　(D)$\sqrt{3}$

解析：$\angle C=180^\circ-\angle A-\angle B=45^\circ$

$\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}\Rightarrow\frac{2}{\sin 60^\circ}=\frac{c}{\sin 45^\circ}\Rightarrow c=\dfrac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

7. (D) 一扇形的圓心角為 30° ，半徑為 6，則所對的弧長為何？　(A)180　(B)30　(C)6π　(D)π

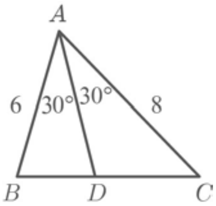
解析：$\theta=30^\circ=\frac{\pi}{6}$　$S=r\theta=6\times\frac{\pi}{6}=\pi$

二、計算與證明題(共 30 分,每題 10 分)

1. $\triangle ABC$ 中，$\angle A=60^\circ$、$\overline{AB}=6$、$\overline{AC}=8$，$\angle A$ 的內角平分線交 $\overline{BC}$ 於 D，則邊長 $\overline{AD}$ 為_________。

答案：$\dfrac{24\sqrt{3}}{7}$

解析：



$\triangle ABC$ 面積 $=\triangle ABD$ 面積 $+\triangle ACD$ 面積

$$\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin 60^\circ=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AD}\times\sin 30^\circ+\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{AD}\times\sin 30^\circ$$

$$\Rightarrow\frac{1}{2}\times 6\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\times 6\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times 8\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 48\sqrt{3}=6\overline{AD}+8\overline{AD}\Rightarrow\overline{AD}=\frac{24\sqrt{3}}{7}$$

2. 設 θ 為銳角，若 $\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}$，試求下列各式的值：

(1) $\sin\theta\cos\theta$　(2) $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$　(3) $\sin\theta-\cos\theta$

答案：(1) $(\sin\theta+\cos\theta)^2=(\sqrt{2})^2\Rightarrow 1+2\sin\theta\cos\theta=2\Rightarrow\sin\theta\cos\theta=\dfrac{1}{2}$

(2) $\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}=2$

(3) $(\sin\theta-\cos\theta)^2=\sin^2\theta-2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta=1-2\sin\theta\cos\theta=1-2\times\dfrac{1}{2}=0$

3. $\triangle ABC$ 中，$\overline{BC}=7$、$\overline{AC}=8$、$\overline{AB}=13$，試求最大內角。

答案：大邊對大角 $\Rightarrow$ 最大內角為 $\angle C$

由餘弦定理可知

$$\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{7^2+8^2-13^2}{2\times 7\times 8}=\frac{49+64-169}{112}=\frac{-56}{112}=-\frac{1}{2}\qquad\therefore\angle C=120^\circ$$